

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ  
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

**ШЫМКЕНТ УНИВЕРСИТЕТІ**  
**ШЫМКЕНТСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**



**«ӘЛ-ФАРАБИ, АБАЙ ЖӘНЕ ӘЛЕМДІК ӨРКЕНИЕТ»**  
**Халықаралық онлайн ғылыми-тәжірибелік конференциясының**  
**ЕҢБЕКТЕР ЖИНАҒЫ**

**I БӨЛІМ**

**СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ**

**Международной научно-практической онлайн конференции**  
**«АЛЬ-ФАРАБИ, АБАЙ И МИРОВАЯ ЦИВИЛИЗАЦИЯ»**

**I ТОМ**

**COLLECTION OF MATERIALS**

**of International online scientific and practical conference**  
**"AL-FARABI, ABAY AND WORLD CIVILIZATION»"**

**VOLUME I**

**ШЫМКЕНТ, 2020**

ӘОЖ 378:001(930.85)  
ББК 74.58  
Ә 19

**Редакция алқасының төрағасы:**

**Пралиев Г.С.**

э.ғ.д. Шымкент университетінің Басқарма төрағасы

**Редакциялық алқаның құрамы:**

**Сейітқұлов Н.А.**

п.ғ.д., профессор, Шымкент университетінің ректоры, төраға орынбасары

**Куланова С.Ш.**

ф.ғ.к., Оқу және ғылым істері жөніндегі проректор

**Джанабаев Д. Ж.**

Әлеуметтік және тәрбие істері жөніндегі проректор

**Керімбекова А.А.**

п.ғ.к., Гуманитарлық-педагогикалық факультетінің деканы

**Сабдалиева А.Қ.**

э.ғ.к., доцент м.а., Оқу процесін ұйымдастыру және мониторинг департаментінің директоры

**Битурсын С.С.**

доктор PhD, Ғылым және Халықаралық қатынастар департаментінің директоры

**Медетбекова Р.А.**

Ф-м.ғ.к., доцент, Жоғары оқу орнынан кейінгі білім беру орталығының бастығы

**Исаева А.У.**

б.ғ.д., профессор «Экология және биология» ғылыми-зерттеу институтының директоры

**Жантасова З.Т.**

Ф.ғ.к., доцент «Филология» кафедрасының меңгерушісі

**Жұмадулаева А.И.**

а-ш.ғ.к., «Жаратылыстану» кафедрасының меңгерушісі

**Серғазиева М.Р.**

Э.ғ.к., «Қаржы және құқықтану» кафедрасының меңгерушісі

**Садықбекова А.А.**

э.ғ.к. «Экономика және есеп» кафедрасының меңгерушісі

**Қонарбаев Ж.О.**

доцент «Дене шынықтыру және спорт» кафедрасының меңгерушісі

**Альпейсова Н.А.**

псих.ғ.к. «Педагогика» кафедрасының меңгерушісі

**Абдиханова А.**

т.ғ.к. «Қазақстан тарихы және жалпы білім беру пәндері» кафедрасының меңгерушісі

Ә 19 **«Әл-Фараби, Абай және Әлемдік өркениет» Халықаралық он-лайн ғылыми-тәжірибелік конференциясының еңбектер жинағы. I бөлім.**  
- Шымкент: «Нұрлы Бейне» баспасы, 2020. - 503 бет.

**Сборник материалов Международной он-лайн научно-практической конференции «Аль-Фараби, Абай и мировая цивилизация». Том I.**  
- Шымкент: Издательство «Нұрлы Бейне», 2020. - 503 стр.

**Collection of materials of International online scientific and practical conference "Al-Farabi, Abay and world civilization". Volume I. - Shymkent: Publishing house «Nurly Beine», 2020 - 503 page.**

**ISBN 978-9965-03-238-7**

«Әл-Фараби, Абай және Әлемдік өркениет» Халықаралық қашықтықтан өткен ғылыми-тәжірибелік конференциясының еңбектер жинағы нарықтық экономика жағдайында заманауи талапқа сай мамандар дайындауға қосар үлесі зор болмақ.

ӘОЖ 378:001(930.85)  
ББК 74.58

**ISBN 978-9965-03-238-7**

© Шымкент университеті, 2020

## 1-СЕКЦИЯ

### ЖАРАТЫЛЫСТАНУ ҒЫЛЫМДАРЫН ДАМУДАҒЫ ЖАС ҒЫЛЫМДАР МЕН СТУДЕНТТЕРДІҢ ҒЫЛЫМИ ЗЕРТТЕУЛЕРІ

UDC 512.5

#### LINEARIZATION OF AUTOMORPHISM OF TWO GENERATED FREE LEFT-SYMMETRIC ALGEBRAS

**Bibinur Mutalipova - 2<sup>nd</sup> year master student “6M010900 – Mathematics”**

**Scientific adviser – A. Naurazbekova**

**L.N. Gumilyov Eurasian National University, Nur-Sultan, Kazakhstan**

##### **The basis of free left-symmetric algebras**

A vector space  $A$  over an arbitrary field  $k$  is called a left-symmetric algebra if for any  $x, y, z \in A$  the identity

$$(xy)z - x(yz) = (xz)y - x(zy) \text{ holds.}$$

In other words, the associator  $(x, y, z) = (xy)z - x(yz)$  is symmetric with respect to  $y$  and  $z$ , i.e.

$$(x, y, z) = (y, x, z).$$

For right-symmetric algebras the following identity is satisfied:

$$(x, y, z) = (x, z, y)$$

It is clear that the opposite algebra of a left-symmetric algebra is a right-symmetric algebra. In this sense, the study of right-symmetric algebras is completely parallel to the study of left-symmetric algebras. In L. Makar-Limanov, D. Kozybaev, U. Umirbaev [1] proved that automorphisms of free right-symmetric rank two algebras are tame. We prove that the group of automorphisms of a free left-symmetric algebra of rank two admits the structure of an amalgamated free product. Using this structure, we prove that any reductive group of automorphisms of a two-generated free left-symmetric algebra is linearizable over a field of characteristic zero. Deriving, proving equations from articles gives us following results.

Let  $k$  be an arbitrary field. Through  $LS\langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle$  we denote the free algebra in the variables  $x_1, x_2, \dots, x_n$  over a field  $k$ . By  $\deg$  we denote the standard degree function on  $LS\langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle$  i.e.,  $\deg(x_i) = 1$  for  $i$ .

For any nonzero  $h \in LS\langle x_1, x_2 \rangle$ , and for any nonzero  $f \in LS\langle x \rangle$  we have [2]

$$\deg(f(h)) = \deg(f) \cdot \deg(h).$$

Let  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  be a finite alphabet. By  $X^*$  we denote the set of all non-associative words in the alphabet  $X$ . By  $\deg(u)$  we also denote the function degree on  $X^*$  such that  $\deg(x_i) = 1$  for all  $i$ . Each non-associative word  $u$  of degree  $\geq 2$  is uniquely represented in the form  $u = u_1 u_2$ ,  $\deg(u_1), \deg(u_2) < \deg(u)$ .

Put  $x_1 < x_2 < \dots < x_n$ . Let  $u$  and  $v$  be arbitrary elements of  $X^*$ . Put  $u < v$  if  $\deg(u) < \deg(v)$ . Let  $\deg(u) = \deg(v) \geq 2$ ,  $u = u_1 u_2$ ,  $v = v_1 v_2$ , then let  $u < v$  if  $u_1 < v_1$  or  $u_1 = v_1$  and  $u_2 < v_2$ .

A word is called *good* if it contains a sub-word of the form  $r(st) \in X^*$ , where  $\deg(r), \deg(s), \deg(t) \geq 1$  and  $s > t$ . A word is called *good* if it is not reduced. We denote

by  $W$  the set of all right words in the alphabet  $X$ .

By  $LS_n = LS\langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle$  we denote the free left-symmetric algebra of the variables  $x_1, x_2, \dots, x_n$  over the field  $k$ . The set of all good words  $W$  forms a linear basis  $LS_n$ . Every nonzero element  $f$  of  $LS_n$  is uniquely represented as

$$f = \lambda_1 w_1 + \lambda_2 w_2 + \dots + \lambda_m w_m$$

where  $w_i \in W$ ,  $0 \neq \lambda_i \in k$  for all  $i$  and  $w_1 < w_2 < \dots < w_m$ . The word  $w_1$  is called is also called the lowest term of  $f$  and is denoted by  $\bar{f}$ .

For each  $f \in LS_n$ , by  $L_f$  we denote the operator of left multiplication by  $f$  acting in  $LS_n$ , i.e.  $uL_f = uf$  for all  $u \in LS_n$ . In particular, if  $w, w_1, w_2, \dots, w_m \in X^*$ , then

$$L_{w_1} L_{w_2} \dots L_{w_m} w = (w_m \dots (w_2 (w_1 w))).$$

**Lemma 1[1]** Every good word  $w \in W$  can be uniquely represented in the form

$$w = L_{w_1} L_{w_2} \dots L_{w_m} x_i, \quad (1.1.1)$$

where  $w_j \in W$  for all  $j$  and  $w_1 \geq w_2 \geq \dots \geq w_m$ .

**Lemma 2[1]** Let  $w \in LS_n$  and

$$w = L_{w_1} L_{w_2} \dots L_{w_m} x_i \quad (1.1.2)$$

where  $w_j \in W$  for all  $j$  and  $w_1 \geq w_2 \geq \dots \geq w_m$ . Then  $w$  is a good word.

**Lemma 3 [1]** Let  $u$  and  $v$  be good words, assume that  $v = L_{v_1} L_{v_2} \dots L_{v_m} x_i$ , Then

$$\overline{uv} = L_{v_1} L_{v_2} \dots L_{v_s} L_u L_{v_{s+1}} \dots L_{v_m} x_i, \quad (1.1.3)$$

where  $v_1 \geq \dots \geq v_s \geq u \geq v_{s+1} \geq \dots \geq v_m$ .

**Corollary 1[1]** If  $u, v, w \in W$ , then  $(\overline{uv})w = (\overline{uw})v$ .

**Lemma 4[1]** Let  $u, v, w$  be arbitrary good words. If  $u > v$ , then  $(\overline{wu}) > (\overline{wv})$  and  $(\overline{uw}) > (\overline{vw})$ .

**Corollary 2 [1]** If  $f, g \in LS_n$ , then  $\overline{fg} = \overline{f} \overline{g}$ .

**Lemma 5[1]** Let  $v, u$  be good words of the algebra  $LS\langle y \rangle$ ,  $w$  be a good word of the algebra  $LS\langle x, y \rangle$  and  $v > u$ . Then

- 1)  $v(w) \in W$ ;
- 2)  $v(w) > u(w)$ .

**Corollary 3 [1]** If  $f \in LS\langle x, y \rangle, g \in LS\langle x, y \rangle$ , then  $\overline{f(g)} = \overline{f} \overline{g}$ .

### Amalgamated Free Product.

Let  $k$  be an arbitrary field. Let  $A = SL\langle x_1, x_2 \rangle$  be free left-symmetric algebras of rank two over  $k$ . Let also  $Aut(A)$  be the automorphism group of the algebra  $A$ . By  $\varphi = (f_1, f_2)$  we denote an automorphism of the algebra  $A$  such that  $\varphi(x) = f_1, \varphi(y) = f_2$ . Automorphisms of the form

$$\sigma(1, a, f) = (ax + f(y), y),$$

$$\sigma(2, a, g) = (x, ay + g(x)),$$

where  $0 \neq a \in k, f(y) \in Q\langle y \rangle, g(x) \in Q\langle x \rangle$  are called *elementary*. The subgroup  $T(A)$  of  $Aut(A)$  generated by all elementary automorphisms is called *the subgroup of tame automorphisms*. If the automorphism is not tame it is called *wild*.

For an automorphism  $\theta = (f_1, f_2) \in \text{Aut}(A)$  we define a degree, a general degree, and a bidegree, setting, respectively

$$\deg(\theta) = \max\{\deg(f_1), \deg(f_2)\},$$

$$t \deg(\theta) = \deg(f_1) + \deg(f_2),$$

$$\text{bideg}(\theta) = (\deg(f_1), \deg(f_2)).$$

If

$$\theta = (f_1, f_2), \varphi = (g_1, g_2),$$

then the product in  $\text{Aut}(A)$  is defined by the following formula:

$$\theta \circ \varphi = (g_1(f_1, f_2), g_2(f_1, f_2)).$$

Let  $Af_2(A)$  be the group of affine automorphisms of the algebra  $A$ , i.e. automorphism group of the form

$$(a_1x + b_1y + c_1, a_2x + b_2y + c_2),$$

where  $a_i, b_i, c_i \in k, a_1, b_2 \neq a_2b_1$ ,  $Tr_2(A)$  is the group of triangular automorphisms of the algebra  $A$ , i.e. automorphism group of the form

$$(ax + f(y), by + c),$$

where  $0 \neq a, b \in k, c \in k, f(y) \in SL\langle y \rangle$ , and let  $C = Af_2(A) \cap Tr_2(A)$ .

Let  $G$  be an arbitrary group,  $G_0, G_1, G_2$  be subgroups of  $G$ , and  $G_0 = G_1 \cap G_2$ . A group  $G$  is called a *free product of subgroups  $G_1$  and  $G_2$  with a combined subgroup  $G_0$*  and is denoted by  $G = G_1 *_{G_0} G_2$ , if

a)  $G$  is generated by subgroups  $G_1$  and  $G_2$ ;

b) The defining relations of  $G$  consist only of the defining relations of the subgroups  $G_1$  and  $G_2$ .

If  $S_1$  is a system of left representatives  $G_1$  in  $G_0$ ,  $S_2$  is a system of left representatives  $G_2$  in  $G_0$ , then  $G$  is a free product of subgroups  $G_1$  and  $G_2$  with a combined subgroup  $G_0$  if and only if when each  $g \in G$  is uniquely represented as

$$g = g_1 \dots g_k c,$$

where  $g_i \in S_1 \cup S_2$ ,  $i = 1, \dots, k$ ,  $g_i, g_{i+1}$  do not simultaneously belong to  $S_1$  and  $S_2$ ,  $c \in G_0$ .

The notation  $h_i(y)$  in the proofs of the following several lemmas means that  $h_i(y) \in Q\langle y \rangle$  is a homogeneous element of degree  $i$  with respect to a function of degree  $\deg$  in one variable  $y$ . It is clear that  $h_0(y) \in k$ .

**Lemma 6.** a) The system of elements

$$A_0 = \{id = (x, y), \gamma = (y, x + ay) | a \in k\}$$

is a system of representatives of left adjacent classes  $Af_2(A)$  in the subgroup  $C$ .

b) Elements system

$$B_0 = \{\beta = (x + q(y), y) | q(y) = h_2(y) + \dots + h_n(y)\}$$

is a system of representatives of left adjacent classes  $Tr_2(A)$  in the subgroup  $C$ .

**Lemma 7** Let  $A_0, B_0$  be the sets defined in Lemma 6. Then any tame automorphism  $\varphi$  of the algebra  $A$  can be decomposed into a product of the form

$$\varphi = \gamma_1 \diamond \beta_1 \diamond \gamma_2 \diamond \beta_2 \diamond \dots \diamond \gamma_k \diamond \beta_k \diamond \gamma_{k+1} \diamond \lambda, \quad (1)$$

where  $\gamma_i \in A_0, \gamma_2, \dots, \gamma_k = id, \beta_i \in B_0, \beta_1, \dots, \beta_k \neq id, \lambda \in C$ .

**Lemma 8** Let  $\varphi = (f_1, f_2)$  be an automorphism of the algebra  $A$ , representable as a product

$$\varphi = (f_1, f_2) = \beta_1 \diamond \gamma_2 \diamond \beta_2 \diamond \dots \diamond \gamma_k \diamond \beta_k,$$

where  $id \neq \gamma_i \in A_0, id \neq \beta_i \in B_0$  for all  $i$ . If  $\beta_i = (x + q_i(y), y), \deg(q_i(y)) = n_i$  for all  $1 \leq i \leq k$ , then

$$\deg(f_1) = n_1 n_2 \dots n_{k-1} n_k,$$

$$\deg(f_2) = n_1 n_2 \dots n_{k-1}, \text{ if } k > 1$$

and

$$\deg(f_2) = 1, \text{ if } k = 1.$$

**Lemma 9** The decomposition (1) of the automorphism  $\varphi$  from Lemma 7 is unique.

**Theorem 1** Let  $A = SL\langle x_1, x_2 \rangle$  be free left-symmetric algebra in two variables  $x_1, x_2$  over  $k$ . The group of tame automorphisms of  $A$  is a free product of subgroups of affine automorphisms  $Af_2(A)$  and triangular automorphisms  $Tr_2(A)$  with the combined subgroup  $C = Af_2(A) \cap Tr_2(A)$ , i.e.

$$T(A) = Af_2(A) *_C Tr_2(A).$$

### Linearization of automorphisms.

Let  $k$  be an arbitrary field. Let  $A = SL\langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle$  be free left-symmetric algebras of rank two over field  $k$ .

A subgroup  $G$  of  $Aut(A_n)$  is called locally finite if, for any finite-dimensional subspace  $V \subset A_n$ , the space  $G.V = \{g(v) | g \in G, v \in V\}$  is finite-dimensional.

**Lemma 10** Let  $G$  be a subgroup of  $Aut(A_n)$ . If  $G.V$  is a finite-dimensional space for  $V = kx_1 + \dots + kx_n$ , then  $G$  is a locally finite subgroup.

**Theorem 2** Let  $SL$  be free left-symmetric algebras,  $A = SL\langle x_1, x_2 \rangle$  the free left-symmetric algebras in two variables  $x_1, x_2$  over  $k$ , and  $G$  a locally finite subgroup of  $T(A)$ . Then  $G$  is conjugate to the subgroup  $Af_2(A)$  or  $Tr_2(A)$ .

### References

1. Kozybaev, D., Makar-Limanov, L., Umirbaev, U. The Freiheitssatz and the automorphisms of free right-symmetric algebras // Asian-European Journal of Mathematics, 2008, №1(2), P.243–254
2. Алимбаев А.А., Науразбекова А.С., Козыбаев Д.Х. Линеаризация автоморфизмов и триангуляция дифференцирований свободных алгебр ранга 2 // Сибирские электронные математические известия, №16(0), 2019, С.1133-46

### Summary

We prove that the group of automorphisms of a free left-symmetric algebra of rank two admits an amalgamated free product structure. Using this structure, we prove that any reductive group of automorphisms of a two-generated free left-symmetric algebra is linearizable over a field of characteristic zero.

**Keywords:** free left-symmetric algebra, automorphism, free product, linearization.

Сайдикаримов Умиджан Абдирашидович

Шымкент университеті,

Математика мамандығының 2 курс магистранты

Математикалық анализдің ең маңызды және жаратылыстану ғылымдары (физика, астрономия, механика т. б.) мен техниканың мәселелерін шешуде ерекше орын алатын саласы дифференциалдық теңдеулер теориясы болып табылады. Дифференциалдық теңдеу бір шаманың екінші бір шамаларға тәуелділік заңын береді. Бұл теңдеулердегі белгісіздер бір айнымалы немесе екі, үш және онан да көп айнымалы шамалардың функциялары болып табылады.

Дифференциалдық теңдеу деп тәуелсіз айнымалы  $x$  пен ізделінетін  $y = y(x)$  функциясын және оның туындыларын байланыстыратын теңдеуді айтады. Егер теңдеудегі тәуелсіз айнымалы біреу болса, онда теңдеуді жай дифференциалдық теңдеу немесе дифференциалдық теңдеу деп атайды. Егер де тәуелсіз айнымалы саны екеу немесе одан көп болса, онда теңдеуді дербес туындылы дифференциалдық теңдеу деп атайды. Дифференциалдық теңдеуге кіретін туындының ең жоғарғы реті берілген дифференциалдық теңдеудің реті деп аталады.

Мысалға,

- $xdx - ydy = 0$  – бірінші ретті қарапайым дифференциалдық теңдеулер
- $\frac{\sigma^2 u(x;y)}{\sigma x^2} + \frac{\sigma u(x;y)}{\sigma y^2} = f(x; y)$  - екінші ретті дифференциалдық теңдеулер
- $y''(x) - xy^2(x) = 3$  үшінші ретті дифференциалдық теңдеулер

$$F(x, y, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0, \quad (1)$$

$(y^{(n)} \neq 0)$  түріндегі теңдеуді дифференциалдық теңдеу дейміз.

Анықтама: Белгілі бір аралықта  $n$  ретті үздіксіз дифференциалданатын  $\varphi(x)$  функциясы  $F(x, y, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0, \quad (y^{(n)} \neq 0)$  (1) теңдеуді  $x$ -ке қарағанда тепе-теңдікке айналдырса, демек  $F(x, \varphi(x), \varphi'(x), \varphi''(x), \dots, \varphi^{(n)}(x)) \equiv 0$  болса, онда  $y = \varphi(x)$  функциясы (1) теңдеудің шешімі деп аталады.

$$F(x, y, y') = 0 \quad (2)$$

түрінде берілген теңдеуді бірінші ретті дифференциалдық теңдеу деп атайды. Егер (2) теңдеу  $y'$ -қа қарағанда шешілетін болса, онда оны

$$y' = f(x, y) \quad (3)$$

түріне келтіруге болады. (3) теңдеуді туындыға қатысты шешілген бірінші ретті дифференциалдық теңдеу деп атайды.

Анықтама: Егер үздіксіз дифференциалданатын  $y = \varphi(x)$  функциясы  $I$  интервалында (2) немесе (3) теңдеуді  $x$  - ке қарағанда тепе-теңдікке айландырса, демек  $F(x, \varphi(x), \varphi'(x)) \equiv 0$

$(\varphi'(x) \equiv f(x, \varphi(x)))$ , кез келген  $x \in I$ , онда  $\varphi(x)$  функциясын берілген (2) немесе (3) теңдеудің шешімі деп атайды. Егер  $\varphi(x, y) = 0$  теңдеуі  $y$ -ті  $x$ -тің функциясы ретінде анықтайтын

болса,  $(y=\varphi(x))$  және  $\varphi(x)$  функциясы (3) теңдеудің шешімі болса, онда  $\varphi(x,y)=0$  қатысын (3) теңдеудің айқындалмаған формадағы шешімі (интегралы) деп атайды.

**Мысал:** Айталық  $y'' - y' = 0$  теңдеуі берілсін.  $y = 3e^x$  және  $y = 4e^{-x}$  функция осы теңдеудің шешімі болады. Себебі,  $y = 3e^x$  функция  $y' = 3e^x$ ,  $y'' = 3e^x$  тең. Берілген теңдеуге орналастырсақ,  $3e^x - 3e^x = 0$ ,  $0=0$

- $y = 4e^{-x}$ ,  $y' = -4e^{-x}$ ,  $y'' = 4e^{-x}$  тең. Берілген теңдеуге орналастырсақ,  $4e^{-x} - 4e^{-x} = 0$ ,  $0=0$

Сонымен дифференциалдық теңдеудің бір шешімі ғана емес, көп шешімі болатынына көзімізді жеткіздік. Бұл факт, тіпті интегралдық есептеу кезінен белгілі болған. Шынында да,

$$y' = f(x) \quad (4)$$

қарапайым теңдеуін алсақ, бұл теңдеудің шешімі  $f(x)$  функциясының анықталмаған интегралы екені белгілі.  $y = \int f(x)dx$  ( $y = \int_{x_0}^x f(x)dx + c$ ) (4) теңдеудің шешімдерінің жалпы түрін былай жазуға болады.  $y = \varphi(x) + C$  мұнда  $\varphi(x)$  (4) теңдеудің қандайда бір шешімі.  $C$ -ға мәндер беру арқылы (4) теңдеудің дербес шешімін табуға болады.

(3) дифференциалдық теңдеудің шешімдерінің жалпы түрі  $y = \varphi(x, C)$  формуласы арқылы жазуға болады.

Жалпы жағдайда дифференциалдық теңдеулердің шешімдерінің жалпы түрі  $\varphi(x, y, C) = 0$  формуласы арқылы жазылады. Бұл қатысты (3) теңдеудің жалпы интегралы деп атайды.

(3) теңдеудің шешімінің графигіносы теңдеудің интегралдық қисығы деп атайды.

(3) теңдеудің  $\varphi(x_0) = y_0$  ( $y|_{x=x_0} = y_0$ ) шартын қанағаттандыратын  $y = \varphi(x)$  шешімін табуды  $y' = f(x, y)$  теңдеуі үшін тұжырымдалған Коши есебі (немесе бастапқы есеп) дейді.

$y|_{x=x_0} = y_0$  шартын бастапқы шарт деп атайды.  $x_0, y_0$  шамаларын бастапқы берілімдер дейді.

$f(x, y)$  функциясы белгілі шарттарды қанағаттандырғанда

$y' = f(x, y)$  теңдеуі үшін тұжырымдалған Коши есебінің жалғызғана шешімінің бар және жалғыз болатынын дәлелдеуге болады.

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y) \quad (5)$$

Теңдеуін әрқашан

$$M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0 \quad (6)$$

Түріне келтіруге болады және керісінше. Мысалға (5) теңдеуді (1.12) теңдеуге келтіру үшін оның екі жағын  $N(x, y)dx$  көбейтсек болғаны. Сонда (6) түрге келтіреміз. Бұл жағдайда

$$M(x, y) = -f(x, y)N(x, y).$$

$$\frac{dy}{dx} = f_1(x)f_2(y)$$

Анықтама: Мына түрдегі және  $M_1(x)M_2(y)dx + N_1(x)N_2(y)dy = 0$  (7) теңдеулерді айнымалысы ажыратылатын теңдеу деп атаймыз. (7) теңдеуіне тән қасиет  $dx$  пен  $dy$  шамаларының коэффициенттері екі функцияның көбейтіндісінен тұрады. Олардың әрқайсысы бір ғана айнымалыға тәуелді болады.

Егер  $M_2(y) \neq 0$ ,  $N_1(x) \neq 0$  болса, онда (7) теңдеуді  $\frac{M_1(x)dx}{N_1(x)} + \frac{N_2(y)dy}{M_2(y)} = 0$  түріне келтіреміз. Соңғы теңдеуді мына түрде жазуға болады:

$$d\left(\int \frac{M_1(x)dx}{N_1(x)}\right) = -d\left(\int \frac{N_2(x)dy}{M_2(x)}\right) = 0$$

$$\int \frac{M_1(x)dx}{N_1(x)} + \int \frac{N_2(x)dy}{M_2(x)} = C$$

Осыдан

Мұнда Серкін тұрақты. Алынған теңдеудің сол жағын  $F(x,y)$  белгілесек  $F(x,y) = C$  теңдігін аламыз. Ол берілген теңдеудің жалпы интегралы болыпта былатыны белгілі.

Алегер  $M_2(y_0) = 0$ , онда  $y = y_0$  функциясы (7) теңдеуінің шешімі болады. Өйткені (7) теңдеуінің  $dy = dy_0 = 0$  болғандықтан екінші қосылғышы данольге айналады. Сондай-ақ  $N_1(x_0) = 0$ , онда  $x = x_0$  де (7) теңдеуінің шешімі болады. Бұл шешімдер дербес немесе ерекше шешімде болаалады. Егер көрсетілген шешімдер параметр  $C$ -ның белгілі бір мәндерінде жалпы шешімінен алынса, онда олар дербес шешімдер болады, ал қарама-қарсы жағдайда ерек шешешімге жатады.

**Мысал:**  $x(1 + y^3)dx - y^2(1 + x^2)dy = 0$ . дифференциал теңдеудің жалпы шешімін табамыз.

Берілген теңдеу айнымалысы ажыратылатын теңдеу. Онда  $\frac{xdx}{1+x^2} - \frac{y^2 dy}{1+y^3} = 0$  теңдеуді интегралдасақ  $\frac{1}{2} \ln|1 + x^2| - \frac{1}{3} \ln|1 + y^3| = \frac{1}{6} \ln C$

Потенциалдағаннан кейін дифференциал теңдеудің жалпы шешім табылды.

$$\frac{(1 + x^2)^3}{(1 + y^3)^2} = C$$

Егер теңдеудің оң жағындағы өрнек белгісіз функция мен оның туындыларына қарай сызықтық және олардың көбейтінділерін қамтымаса, онда мұндай теңдеулерді сызықтық дифференциалдық теңдеулер деп атайды.

Егер (1) теңдеу туындының жоғарғы ретіне қарай шешілсе:

$$y^{(n)} = f(x, y(x), y'(x), \dots, y^{(n-1)}(x)) \quad (1.2)$$

онда дифференциалдық теңдеу нормалды түрде берілген деп айтады.

Дифференциалдық теңдеу шешімінің графигін теңдеудің интегралдық қисығы деп атайды.

Берілген дифференциалдық теңдеудің шешімін табу процесін теңдеуді интегралдаудеп атайды.

$n$ -ретті дифференциалдық (1.1) теңдеудің жалпы шешімі деп тәуелсіз айнымалы  $x$  тен және кез келген  $n$  тұрақты саннан тәуелді

$$y = \varphi(x, c_1, c_2, \dots, c_n) \quad (1.3)$$

функциясына айтады. (1.3) жалпы шешім қайсыбір жағдайларда айқындалмаған

$$\varphi(x, y, c_1, c_2, \dots, c_n) = 0 \quad (1.3')$$

түрде алынады, бұл шешімді жалпы интеграл деп атайды.

Дифференциалдық теңдеудің дербес шешімі деп жалпы шешімнен тұрақтылардың белгілі бір мәндерінде алынған шешімді айтады. (1.2) дифференциалдық теңдеудің дербес шешімін табу үшін бастапқы шарттар беріледі:

$$y_0 = y(x_0), \quad y'_0 = y'(x_0), \dots, y_0^{(n-1)} = y^{(n-1)}(x_0)$$

Дифференциалдық теңдеулердің сызықты жүйелері мынадай:

мұндағы  $p_{kl}(x)$  ( $k, l = 1, 2, \dots, n$ ) және  $f_k(x)$  ( $k = 1, 2, \dots, n$ ) мәні  $x$ -тан берілген функциялар, онда ол дифференциалдық теңдеулердің сызықты жүйесі немесе, қысқаша, сызықты жүйе деп аталады.

Егер барлық функциялар  $(a,b)$  аралығында  $f_k(x) \equiv 0$  болса, онда (1.1) жүйе *біртекті* деп аталады. Бұл жағдайда (1.1) жүйе мына түрде жазылады:

1.1.1) сызықты жүйе тәуелсіз айнымалының кез-келген өзгертулерінде сызықты болып қалады

мұндағы  $\varphi(t)$  –  $t$ -дан кез-келген функция,  $(\alpha, \beta)$  интервалында анықталған және үзіліссіз дифференциалданған, сонымен бірге барлық  $(\alpha, \beta)$  интервалында

Сондықтан (1)жүйе мына түрге келеді

$\widetilde{p}_{kl}(t)$  коэффициенттері және  $\widetilde{f}_k(t)$  функциялары  $(\alpha, \beta)$  интервалында үзіліссіз. Бұдан басқа, біртекті жүйе біртектіге айналатыны белгілі.

Тәуелсіз айнымалыны алмастырып,  $n$ -ші ретті сызықты теңдеу сияқты, осы сызықты жүйені ыңғайлы түрге алып келуге болады .

2.(1.1)сызықты жүйе сызықты болып қалады егер, қандай да болсын белгісіз функциялар

$\alpha_{ik}(x)$  түрлендірулер коэффициенттері, мазмұны  $(\alpha, \beta)$  интервалында  $x$ -тан үзіліссіз еренциалданған функциялар.

Шыныменде, (1.3) түрлендіру ерекше болмағандықтан, онда жалғыз кері түрлендіру бар болады

мұндағы  $\beta_{ik}(x)$  -  $(a,b)$  аралығында үзіліссіз дифференциалданған. (1.7) түрлендіру де е болып табылмайды, ал оның  $\beta_{ik}(x)$  коэффициенттерін танымал Крамер ережесін панып табуға болады. Сонымен бірге  $\beta_{ik}(x)$  коэффициенттері  $\alpha_{ik}(x)$  коэффициенттері мына формуламен айқындалады:

Мұндағы  $D_{ki}(x)$ - $D(A)$  анықтайтын  $\alpha_{ik}(x)$  элементінің алгебралық толықтауышы.

Енді жүйенің түрлендірілген түрін табайық. Бізде бары

~ 10 ~

$$= \sum_{k=1}^n \alpha_{ik} \sum_{m=1}^n \beta_{km}(x) z_m + \sum_{k=1}^n \alpha_{ik} \left( \sum_{l=1}^n p_{kl}(x) y_l + f_k(x) \right) =$$

$$= \sum_{k=1}^n \alpha_{ik} \sum_{m=1}^n \beta_{km}(x) z_m + \sum_{k=1}^n \alpha_{ik} \left( \sum_{l=1}^n p_{kl} \sum_{m=1}^n \beta_{lm}(x) z_m + f_k(x) \right)$$

немесе

$$\frac{dz_i}{dx} = \sum_{m=1}^n \tilde{p}_{im}(x) z_m + \tilde{f}_i(x) \quad (i=1, 2, \dots, n), \quad (1.8)$$

мұндағы

$$\tilde{p}_{im}(x) = \sum_{k=1}^n \alpha_{ik} \beta_{km}(x) + \sum_{k=1}^n \alpha_{ik} \sum_{l=1}^n p_{kl} \beta_{lm}(x)$$

$(i, m=1, 2, \dots, n),$

$$\tilde{f}_i(x) = \sum_{k=1}^n \alpha_{ik}(x) f_k(x) \quad (i=1, 2, \dots, n).$$

(1.8) жүйенің түрлендірілген коэффициенттері (a,b) аралығында үзіліссіз және де біртекті жүйе біртекті болып өзгереді.

### Қолданылған әдебиеттер:

1. Тихонов А.Н., Васильева А.Б., Свешников А.Г. Дифференциальные уравнения.- М.:Наука1985.
2. Филиппов А.Ф. Сборник задач по обыкновенным дифференциальным уравнениям.Наука, 1984.
3. Мәукеев Б.И. Дифференциалдық теңдеулерді шешу. А.: Мектеп,1989.
4. Мәукеев Б.И. Дифференциалдық теңдеулерді шешу әдістері / Б Мәукеев. – Алматы:
5. Қадыкенов Б.М. Дифференциалдық теңдеулердің есептері мен жаттығулары Алматы:Қазақ университеті, 2002.
6. Сүлейменов Ж.С. Дифференциалдық теңдеулер. Алматы, Б.1. «Рауан», 1991 жыл.
7. Сүлейменов Ж.С. Дифференциалдық теңдеулер. Алматы, Б.2. «Рауан», 1996 жыл.
8. Тілеубердиев Б. Дифференциалдық теңдеулер. Шымкент. 2004.
9. Е.У.Соатов Дифференциалдық теңдеулер, Тошкент 1992жыл.

### Резюме

В этом докладе выражены различные способы решения линейных дифференциальных уравнений, первое однородное и линейное дифференциальные уравнения, решение этих уравнений применяются различные формулы

### Summary

This report shows the various of methods for solving the linear differential equations, firstly, homogeneous and linear differential equations, to show them the solving of equations applied using the formula

## БІЛІМ БЕРУ ЖҮЙЕСІНДЕ ОҚУШЫЛАРДЫҢ МАТЕМАТИКАЛЫҚ ҚҰЗІРЕТТІЛІГІН ҚАЛЫПТАСТЫРУДЫҢ ҒЫЛЫМИ-ПЕДАГОГИКАЛЫҚ НЕГІЗДЕРІ

**Максумова Ж.- аға оқытушы, Байдуанова Д.А., Жәнділла М. Н.  
АӘИУ магистранттары**

Білім беру жүйесінің ең басты мәселесі – білім сапасының деңгейін халықаралық дәрежеге жеткізу. Қоғамдық өмірдің барлық салаларында, соның ішінде, білім беру саласында жүріп жатқан өзгерістер білім жүйесін әлемдік талаптарға сәйкес дамытуды қажет етеді.

Қазіргі кезеңде Қазақстан Республикасында білім саласында тұлғалық-бағдарлы оқытуға және ізгілендіруге көшуде қоғам талаптарына байланысты демократиялық құндылықтарға көшуде шешуші роль 12 жылдық білім жүйесіне берілген. Осыған орай, оқушылардың құзіреттілігін қалыптастыру қазіргі білім жүйесінің басты бағыттарының бірі болып қарастырылуда және білім салада 12 жылдық білім беру дидактикалық және педагогикалық міндеттерді шешу жолында зор құрал болып отыр. Қазіргі мемлекеттік стандарттар мен қаулыларда 12 жылдық білім беру жүйесін әдіснамалық және практикалық талдауларда оқытудың және тәрбиенің психологиялық-педагогикалық міндеттерін шешуге, оқушылардың жеке тұлғалық қабілеттерін қалыптастыруға бағытталған үрдіс есебінде қарастырылады.

Оқушының ой-өрісін дамытып, алған білімдерін өз тәжірибесінде жаңа жағдайларда қолдану біліктілігін, ізденімпаз, шығармашыл тұлға қалыптастырудың бірден-бір жолы 12 жылдық білім беруге көшу екенін әлемдік тәжірибе дәлелдеуде. Бүгінгі күні республикамызда 12 жылдық білім беруге көшуге дайындық жұмыстары жан-жақты талқылануда. 12 жылдық білім беру жүйесіне көшу-қоғамдағы елеулі өзгерістер мен адамдар арасындағы қарым-қатынас құралдарының қарыштап дамуына байланысты жаңа адамды қалыптастыруды көздеген заман талабы. Әлемдік білім кеңістігіндегі оқытудың озық технологияларын қамтитын жаңа білім мазмұны шынайы жарыс, адал бәсекеге қабілетті адам тәрбиелеуді қамтамасыз етуге тиіс.

12 жылдық жалпы орта білім берудің құрылымдық-мазмұндық моделі төмендегі ұстанымдар негізінде ұйымдастырылды:

- жеке тұлғаның жас кезеңдерінің ескерілуі;
- күтілетін нәтижелердің жетістіктеріне бағыттылығы;
- оқытудың сабақтастығы;
- әрбір оқыту сатысының даралығы.

12 жылдық білім беру жағдайында мектепке дейінгі тәрбие мен білім беру деңгейі ерекше мәнге ие болып отыр. 5 жастағы балаларды мектеп алды даярлау олардың психологиялық, педагогикалық, дене және физиологиялық талаптарын ескере отырып, бастауыш мектепке оқытуға дайындау сапасының басты жағдайы ретінде жүзеге асырылуы тиіс. 12 жылдық білім беру жүйесінде оқу мерзімі үш сатыдан тұрады:

1-саты. Жалпы орта білім беру (1—4-сыныптар). Оқуды бастау жасы — 6 жас. Оқыту ұзақтығы — 4 жыл 1-сатыдағы негізгі бағдар — оқушының өзін-өзі таныту мүмкіндігі мен қоршаған ортасының шынайылығы туралы білімді игерудегі даралығын ашу, оқуға талабын және білігін қалыптастыру, яғни оқытудың келесі сатыларына қажетті танымдық қызығушылығын арттыру, Кіші жастағы оқушылардың, біртұтас оқу әрекетін қалыптастыруға ықпал ету.

Баланың тұлғалық қалыптасуын, оның қабілеттерінің тұтастай дамуын қамтамасыз ету. Бастауыш мектепте қажетті біліктер мен дағдыларды игеруге, оқу, жазу, санау, шығармашылықпен ойлау элементтерінің, жеке гигиенасы мен денсаулығын сақтау негіздерінің болуына ықпал ететін оқу әрекетін ұйымдастыру.

2-саты Жалпы орта білім беру (5~10-сыныптар) Оқыту ұзақтығы — 6 жыл 2-сатының негізгі бағдары — негізгі жалпы білім алуға жағдай жасау, адамдар арасындағы және этносаралық қатынастар мәдениетін, тұлғаның біртұтас көзқарасын, өзін-өзі анықтауын қалыптастыру, тұлғаның өзін-өзі ұйымдастыру тетіктерін, кәсіби және танымдық ой-пікірінің туындауына, теориялық ойлау тәсілдері мен ғылыми таным әдістерін игеруіне ықпал ететін оқу әрекетін ұйымдастыру.

Негізгі мектеп оқытуды бейіндік мектепте немесе кәсіптік бастауыш және орта білім беру ұйымдарында жалғастырудың базасы болып табылады.

Бұл сатының ерекшелігі оқушының мектептегі үшінші сатыдағы бейіндік оқытуға саналы таңдау жасауға бағдар көрсететін бейіналды дайындықтың жүргізілуі болып есептеледі.

3-саты Жалпы орта білім беру (11—12-сыныптар) Оқыту ұзақтығы — 2 жыл Үшінші сатының бағдары — жалпы орта білім берудің соңғы кезеңі болып табылатын, оқытудың саралануы мен даралануына, оқушылардың білімін жалғастыруға қатысты жеке және өмірлік өзін-өзі танытуына ықпал ететін талабымен, қызығушылық ниетімен сәйкес әлеуметтендіруге бағдарланған бейіндік оқытуды іске асыруға жағдай жасау.

Бейіндік оқыту жаратылыстану-математикалық, әлеуметтік-гуманитарлық және техноло-гиялық бағыттар бойынша жүзеге асырылады.

Бейіндеу (профилизация) нысандары мектептің педагогикалық әлеуетін, білімдік инфрақұрылымының мүмкіндігін, облыстың, қаланың, ауданның сұранысын ескере отырып анықталуы тиіс. Бейіндік оқытуды іске асыру жалпы білім беретін мектептерде, гимназияларда, лицейлерде, дарынды балаларға арналған маман-дандырылған мектептерде, мүмкіндігі шектеулі балаларға арналған арнайы мектептерде жүзеге асырылады.

Қазақстан Республикасының 12 жылдық білім беру тұжырымдамасында оқушылардың жеке тұлғалық құзыреттілігін қалыптастыру басты мақсат екендігін атай келе, 12 жылдық білім беруде педагог төмендегідей құзыреттіліктерді игеруі міндетті деп көрсетілген:

-Құндылықты-бағдарлы құзіреттілік - жалпы адамзаттық мәдениет жетіс-тіктері негізіндегі іс-әрекет тәжірибесін және қоғамдағы дәстүрлер мен жеке, отбасылық және әлеуметтік өмірдің мәдениет негіздерін, этномәдениеттілік құбылыстарды игеруге мүмкіндік беретін ұлттық ерекшеліктерін, адам мен қоғамның дамуындағы ғылымның ролін түсіну. Өзі халқының мәдениеті мен әлемін мәдени көп түрлілігін түсіну және бағалауға мүмкіндік беретін мәдени-демалыс қызметін тиімді ұйымдастыру тәсілдерін игеру; рухани келісім мен толеранттылық идеяларына бейім болу.

-Когнитивтік құзіреттілік - оқушының зерттеу әрекеті мен өзіндік оқу-танымдық үдерісін қамтамасыз ететін кешенді құзырлылық. Бұл құзірет өзінің білімділік қызметін ұйымдастыра білуді, сәйкес функционалдық сауаттылық талаптары негізіндегі білімді игеруде әлемнің ғылыми бағытын түсінуге із-енушілік-зерттеушілік әрекет дағдыларын игеруге мүмкіндік беретін өзінің әрекетіне талдау және қорытынды жасау тәсілдерін қарастырады.

-Ақпараттық-технологиялық құзіреттілік – бағдарлай білу, өз бетінше іздей білу, талдай, таңдай білу, өзгерте білу, сақтай білу, білім мен ақпаратты ақпараттық технологиялар мен техникалық объектілердің көмегімен жеткізу-ді жүзеге асыра білу және интерпротациялау білігі.

-Әлеуметтік өзара қарым-қатынас құзіреттілігі отбасылық, еңбек, эко-номикалық саяси қоғамдық қатынастар саласындағы белсенді азаматтық-қо-ғамдық тәжірибе мен білімге ие болуды білдіреді. Бұл құзірет әлеуметтік-қо-ғамдық жағдаяттарда нақты жағдай жасай білуді, шешім қабылдай білуді, түрлі өмірлік жағдаяттарда жеке басына және қоғам мүддесіне сәйкес ықпал ете білуді, өз бағыт-бағдарын саналы таңдай алуды қарастырады.

-Тұлғалық өзін-өзі дамыту құзіреттілігі. Бұл құзыреттілік еңбек, зконо-микалық және саяси қоғамдық қатынастарды белсенді азаматтық, қоғамдық қызмет білімін қолдануын білдіреді [2].

Құзіреттілік мәселесі Н.Хомский, Р.Уайт, Дж. Равен, Н.В.Кузьмина, А.К.Маркова, Т.А.Гудкова, Л.Н. Паламарчук, М. Жадрина, Т.А.Степанов, К.Г.Митрофанов, В.Шепель, И.А.

Зимняя, Б. Кенжебеков, Г.Ниязова, К.М.Арапова және т.б. еңбектерінде жан-жақты талқыланды.

Оқушылардың математикалық құзыреттілігін қалыптастыру мәселесін сөз студент бұрын «құзіреттілік», «математикалық құзіреттілік» т.б. ұғымдарға сипаттама беріп, олардың өзара арақатынасын айқындап алу қажет.

Қазіргі кезде «құзіреттілік» ұғымы оқыту үдерісінде білімді қолданудың ақырғы нәтижесі ретінде қарастырылуда. Олай болса, оқыту үдерісіндегі «құзіреттілік» ұғымы дегеніміз - студенттердің өз білімі мен тәжірибесін, дағдылары мен біліктерін белгілі бір мәселені шешуде нақты қолдануы. Дей тұрғанмен оқыту үдерісіндегі құзіреттіліктер жөнінде әдіскер, педагог, ғалымдардың пікірлері әртүрлі.

#### **Пайдаланылған әдебиеттер:**

1. Қазақстан Республикасының 2022 жылға дейінгі білім беруді дамыту тұжырымдамасы // Қазақстан мұғалімі. 20.01.18, № 6, Б.1-3
2. Қазақстан Республикасындағы 12 жылдық жалпы орта білім беру Тұжырымдамасы. Астана: 2006.-23 б.
3. Бабанский Ю.К. Выбор методов обучения в средней школе. -М.: Педагогика, 1982. - 320с.
4. Есипов Б.М. Самостоятельная работа учащихся на уроках. -М.: Учпедгиз, 1961.- 239 с.
5. Рахымбек Д. Болашақ математика мұғалімін оқушылардың логика-методологиялық білімдерін жетілдіру жұмысына дайындаудың ғылыми әдістемелік негіздері. п.ғ.д. автореферат. Ташкент, Алматы, 1998.
6. Қадырбаева Р.И. Методическая система развития дедуктивного мышления школьников в курсе алгебры. Дисс...канд.пед.наук. Алматы, 1996.

**ӘОЖ 514.112**

### **ЖАЗЫҚТЫҚТАҒЫ ГЕОМЕТРИЯДА КООРДИНАТАЛЫҚ ӘДІСТІ ҚОЛДАНУ**

**Мамирова А.Н., Қабиден А. – АӘИУ магистранттары**

Мектеп геометрия курсы қалай құрылса да онда теоремаларды дәлелдеу мен есептерді шығарудың әртүрлі әдістері бар екендігі белгілі. Мектепте олардың алатын орындары әртүрлі. Осындай әдістердің ішінде геометриялық түрлендірулер әдісі, координаталық әдіс, векторлық әдіс маңызды орын алады. Бұл әдістер өзара тығыз байланысты. Геометриялық түрлендірулер әдісінің артықшылығы оның интуицияны дамыту, абстракция мен кеңістікті ойлауды тереңдетіп түсіндіретіндігінде. Ал координаталық әдісте есепті шығару жолы алгоритмделген, сондықтан көбіне салу тәсілдерін қамтып, есепті шығаруды жеңілдетеді. Мектеп математика бағдарламасында координаталық әдіске салыстырмалы түрде аз көңіл бөлінеді. «Геометрия курсына оқу мақсаты» бөлімінде «Теоремаларды дәлелдеу және есептерді шығаруда геометриялық түрлендірулер, координаталық және векторлық әдістер қолданылады» делінген.

Демек, бағдарламада координаталық әдісті оқытудың мақсаты оны есеп шығарудың бір әдісі ретінде қойылмайды. Бағдарламада «Геометрия курсына оқу нәтижесінде жеңіл стандартты есептерді шығару үшін координаттарды пайдалана білуі керек» делінген. Оқушылар координаталық әдісті теоремаларды дәлелдеу және есептерді шығару үшін меңгеруі керек деп айтылмаған. «Қиын емес стандарт есептерге» көңіл бөлінеді, ал координаталық әдісті қолдану стандартты емес және айтарлықтай күрделі есептерді шығаруға ыңғайлы екендігі даусыз.

Координаталық әдіс алгебрамен тығыз байланысты. Өйткені, координаталық әдіс геометриялық зерттеулерге алгебралық сипат бере отырып геометрияға алгебраның маңызды ерекшелігін – есептерді шығару тәсілдерінің біркелкілігін алып келеді. Егер арифметика мен

элементар геометрияда әдетте әрбір есепті шығару үшін есепті шығарудың жеке жолын іздеуге тура келсе, алгебра мен аналитикалық геометрияда есептердің кез келгені үшін оңай келтірілетін ортақ бір жоспар бойынша шығарылады.

Мектеп геометрия курсына координаталық әдісті оқып-үйренудің келесі мақсаттарын ерекшелеп көрсетуге болады:

- оқушыларға есеп шығарудың және бірқатар теоремаларды дәлелдеудің тиімді әдісін беру;
- осы әдіс негізінде алгебра мен геометрияның тығыз байланысын көрсету;
- оқушылардың есептер шығару және графиктерді салу біліктіліктерінің дамуына ықпал ету.

Мектепте координаталық әдісті оқыту мен оны әртүрлі математикалық есептерді шығаруда қолдануға үйрету бірнеше кезеңде жүзеге асырылады: Бірінші кезеңде орта мектепте математика пәнінің бағдарламасына сәйкес координаталар 5-6 сыныптарда жан-жақты қарастырылып, геометрия курсына жүйеленетін негізгі түсіндірме аппараты енгізіледі. Дәлірек айтсақ, 5 сыныпта оқушылар сандардың түзудің бойында бейнеленуімен және нүктелердің координаталарымен танысады. Бұл ұғымдарды енгізу оқулықтарда әртүрлі берілген. Мысалы, [5] оқулықтың екінші тарауының он үшінші параграфында сандық (координаталық) сәуле қарастырылады, оның көмегімен әрі қарай жай бөлшектерді салыстыру, сонымен қатар жай бөлшектерді қосу және азайту тақырыптарын оқытып барып, «Ондық бөлшекті сандық сәуледе кескіндеу және ондық бөлшектерді салыстыру» тақырыбын оқытады. Сондай-ақ, осы оқулықта ондық бөлшекпен берілген сандардың жуық мәндерін табуда да сандық сәулені қолданады. Координаталық түзумен [6] оқулық авторы оқушыларды 6 сыныпта оң және теріс сандарды оқыту барысында таныстырады. Координаталық түзуді рационал сандарды модулдері бойынша салыстыру тақырыбында қолданады.

Бұл кезең бойынша 5 сыныпта оқушылар координаталық сәулемен танысады, сонан соң бұл ұғым 6 сыныпта теріс сандарды оқу кезінде координаталық түзуге дейін толықтырылады. Координаталық жазықтық тақырыбы жазықтықтағы түзулердің орналасуы ұғымын енгізген соң ғана оқытылады.

Екінші кезең 7-9 сыныптарда өтеді. Оқушылар алдымен түзу және шеңбер теңдеулерімен танысады. 7 сыныпта алгебра курсына негізгі функциялардың графиктері функцияның координаталары аналитикалық түрде берілгені бойынша есептелетін нүктелерді салу арқылы енгізіледі. Оқулықтарға талдау келтіретін болсақ, басқа мектеп геометрия оқулықтарына қарағанда [7] оқулықта координаталар орталық орындардың бірін алады. Олар 8 сыныпта «Төртбұрыштар» және «Пифагор теоремасы» тақырыптарынан соң енгізіледі. Жазықтықта координаталарды енгізу, шеңбер мен түзу теңдеулерімен байланысты негізгі

ұғымдарды қарастырған соң оқушылар түзу мен шеңбердің қиылысуы,  $0^\circ$  тен  $180^\circ$ -ге дейінгі кез келген бұрыштың синусын, косинусын және тангенсін анықтау сияқты сұрақтарды қарастырады. Оқушылар танысатын координаталық әдістің алғашқы қолданулары да осылар. Сондай-ақ, атап өтетін жайт осы оқулықта автор сызықтық функцияның графигі тақырыбын келтіру арқылы алгебра мен геометрияның арасындағы байланысты нақтылап көрсетіп берген. Алгебра курсына  $y = f(x)$  теңдеуімен анықталатын қисықты салады, яғни  $y = f(x)$

функциясының графигін салады, мұндағы  $f(x)$  берілген функция. Осылайша «алгебрадан геометрияға» келеді. Геометрияда координаталық әдісті оқығанда біз кері жолды таңдаймыз: белгілі бір қисықтардың геометриялық қасиеттерінен олардың теңдеулерін қорытамыз, «геометриядан алгебраға» жүреміз. [7] оқулық бойынша 8 сыныпта және [6] оқулық бойынша 9 сыныпта түзу мен шеңбердің теңдеуі қарастырылады. Және мұнда «фигура теңдеуі» жалпы ұғымына назар аударылады: [7] оқулықта «декарттық координаталар жүйесіндегі жазықтық фигурасының теңдеуі деп фигураның кез келген нүкте координаталары қанағаттандыратын екі  $x$  және  $y$  белгісізі бар теңдеуін айтады. Және керісінше, берілген теңдеуді қанағаттандыратын кез келген екі сан фигураның белгілі нүктесінің координаталары болып табылады» деп анықтама берілсе, [6] оқулықта «Екі  $x$  және  $y$  айнымалысы бар теңдеуді  $L$

сызығының кез келген нүктесінің координаттары қанағаттандырып, сол сызықта жатпайтын кез келген нүктенің координаттары қанағаттандырмайтын болса, онда оны  $L$  сызығының тендеуі дейді» деп анықтама берілген. Осыған ұқсас [8] оқулықта «Егер  $x$  және  $y$  айнымалысы бар тендеуді  $L$  фигурасының кез келген нүктесінің координаталары қанағаттандырса және осы фигурада жатпайтын әрбір нүктенің координаталары қанағаттандырмайтын болса, онда бұл тендеуді  $L$  фигурасының тендеуі дейді» делінген.

Жазықтықтағы фигура тендеуін жалпы түрде былай жазуға болады:  $F(x, y) = 0$  мұндағы  $F(x, y)$  -  $x$  және  $y$  екі айнымалысы бар функция.

Алгебралық және геометриялық есептерді координаталық әдіспен шығару үшін үш кезеңді орындау керек:

- 1) есепті координаталық (аналитикалық) тілге аудару;
- 2) аналитикалық өрнекті түрлендіру;
- 3) кері аудару, яғни координаталық тілден есеп құрастырылған терминдегі тілге аудару.

Мысал үшін алгебралық және геометриялық есептерді қарастырып, координаталық әдіспен шығаруда үш кезеңнің орындалуын көрсетейік.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ y = x^2 \end{cases}$$

**1-мысал**

тендеулер жүйесінің қанша шешімі бар?

**Шешуі:** 1-кезең: геометриялық тілде бұл есепте келтірілген тендеулермен берілген фигуралардың қанша қиылысу нүктесі бар екенін табу керек. Ол тендеулердің біріншісі – центрі координаталар басында орналасқан және радиусы 1-ге тең шеңбер тендеуі болса, екіншісі парабола тендеуі.

2-кезең: шеңбер мен параболаны салып, олардың қиылысу нүктелерін табу.

3-кезең: шеңбер мен параболаның қиылысу нүктелерінің саны қойылған сұрақтың жауабы болады.

**2-мысал** Берілген екі нүктеден ара қашықтығы бірдей болатын нүктелер жиынын табыңыздар.

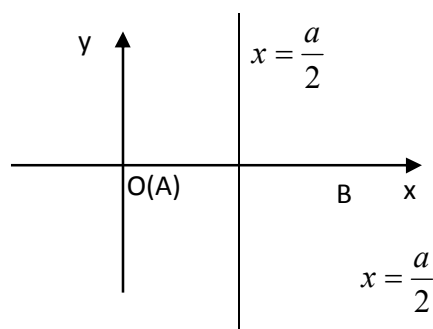
**Шешуі:** Берілген екі нүктені  $A$  және  $B$  арқылы белгілеп алайық. Координаталар жүйесін  $Ox$  осі  $AB$  түзуімен беттесетін, ал координаталар басы  $A$  нүктесі болатындай етіп таңдап аламыз.

Өрі қарай  $AB = a$  деп белгілейміз, сонда таңдалған координаталар жүйесінде  $A(0;0)$  және  $B(a;0)$  болады.  $M(x; y)$  нүктесі ізделінді жиынға тиісті болады тек қана сол кезде, егер  $AM = MB$  немесе  $AM^2 = MB^2$  болса. Координаталық жазықтықтың бір нүктесінен екінші нүктесіне дейінгі қашықтықтың формуласын пайдалана отырып

$AM^2 = x^2 + y^2$ ,  $MB^2 = (x - a)^2 + y^2$  теңдігін аламыз. Сонда  $x^2 + y^2 = (x - a)^2 + y^2$  болады.  $x^2 + y^2 = (x - a)^2 + y^2$  теңдігі есепте берілген ситуацияның алгебралық моделі болып табылады. Оны шығарудың бірінші кезеңі осымен аяқталады (есепті координаталық тілге аудару).

Екінші кезеңде осы өрнекті түрлендіреміз:  $x^2 = (x - a)^2$

$x^2 = x^2 - 2ax + a^2 \Rightarrow 2xa = a^2 \Rightarrow 2x = a \Rightarrow x = \frac{a}{2}$ . Нәтижесінде  $x = \frac{a}{2}$  қатынасын аламыз.



Сурет 1 – түзуі.

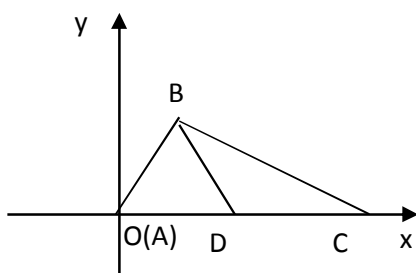
Үшінші кезеңде теңдеу тілінен геометриялық тілге аудару жүргізіледі. Алынған теңдеу  $Oy$  осіне параллель және  $A$  нүктесінен, яғни  $AB$  кесіндісінің орта перпендикулярынан  $d = \frac{a}{2}$  қашықтықта жатқан түзу теңдеуі (1-сурет).

Енді координаталық әдісті үйрететін есептерге тоқталайық.

Оқушыларға координаталық әдісті қолдана білуді қалыптастыру үшін есеп шығарудың логикалық құрылымынан есеп шығарушыға қоятын талаптарын анықтап алу аса маңызды. Координаталық әдіс оқушыларда осы әдісті тәжірибе жүзінде пайдалануға ықпал ететін білімдер, біліктіліктер мен дағдылардың болуын талап етеді. Бірнеше есепке талдау жасайық. Осы талдау барысында есеп шығару кезінде координаталық әдісті қолданудың компоненттері болып табылатын білімдерді анықтаймыз. Бұл білім компоненттерін білу оны элементтері бойынша жинақтап, біліктілікті қалыптастыруға мүмкіндік береді.

**1-есеп**  $ABC$  үшбұрышында:  $AC = b$ ,  $AB = c$ ,  $BC = a$ ,  $BD$  - медиана.  
 $BD^2 = \frac{a^2 + c^2}{2} - \frac{b^2}{4}$  болатынын дәлелдеңіздер.

**Шешуі.** Координаталар жүйесін  $A$  нүктесі координаталар басы, ал  $Ox$  осі  $AC$  түзуі болатындай етіп таңдап аламыз (2-сурет).



Сурет 2 – Үшбұрышты координаталар жүйесінде салу.

Таңдалған координаталар жүйесінде  $A$ ,  $C$  және  $D$  нүктелерінің координаталары  $A(0;0)$ ,  $D\left(\frac{b}{2};0\right)$  және  $C(b;0)$  (берілген нүктелердің координаталарын есептей алу).  $B$  нүктесінің координаталарын  $x$  пен  $y$  арқылы белгілейміз. Сонда координаталары берілген екі нүктенің арақашықтығын табу формуласын пайдалана отырып:

$$x^2 + y^2 = c^2, \quad (x - b)^2 + y^2 = a^2 \quad (5)$$

аламыз (координаталары берілген екі нүктенің ара қашықтығын таба білу).

Дәл осы формула бойынша

$$BD^2 = (x - \frac{b}{2})^2 + y^2 \quad (6)$$

(5) формуланы пайдаланып  $x$  пен  $y$  -ті табамыз. Олар:

$$x = \frac{c^2 - a^2 + b^2}{2b}; \quad y = \sqrt{c^2 - \frac{(c^2 - a^2 + b^2)^2}{4b^2}}$$

Әрі қарай  $x$  пен  $y$  -ті (6) формулаға қойып

$$BD^2 = (\frac{c^2 - a^2 + b^2}{2b} - \frac{b}{2})^2 + c^2 - \frac{(c^2 - a^2 + b^2)^2}{4b^2}, \quad BD^2 = \frac{a^2 + c^2}{2} - \frac{b^2}{4}$$

табамыз (алгебралық өрнектерді түрлендіре білу).

### Пайдаланылған әдебиеттер

1. Предпрофильная подготовка учащихся 9 классов по математике: Общие положения, структура портфолио, программы курсов, сценарии занятий / Данкова И.Н., Бондаренко Т.Е., Емелина Л.Л., Плетнева О.К. – М.: «5 за знания», 2006.-128с.-(«Электив»)
2. Кунакова К.У., Токбергенова У.К. Вопросы предпрофильной подготовки в контексте самоопределения учащихся. //Білім-Образование. –2008. № 4. С. 109-113
3. Рахымбек Д. Математиканы оқыту әдістемесі, Шымкент:ЮКГУ, 2001.
4. Рахымбек Д. Оқушылардың оқу үдерісіндегі құзіреттілігін қалыптастырудағы мұғалімнің әдістемелік дайындығы. //Оқушы құзіреттілігін дамыту негізінде білім сапасын арттыру мәселелері. РҒӨК материалдары. Шымкент, 2010, 47-51б.
5. Абылқасымов А.Е Көбесов А.,Рахымбек Д., Кенеш Ә. Математиканы оқытудың теориясы мен әдістемесі. Алматы: Білім, 1998 -208б.
6. Абылқасымов А.Е. және т.б. Алгебра 9-сыныпқа арналған оқулық, Алматы: Мектеп, 2005.
7. Погорелов А. В. Геометрия орта мектептің 7-9 сыныптарына арналған оқулық - Алматы: Просвещение-Қазақстан, 2003ж. – 248б.
8. Крутецкий В.А. Психология математических способностей школьников. -М., 1968. -104 б.

### Резюме

Данная работа посвящается координатному методу решения различных задач планиметрии. На основании приведенных примеров показаны алгебраический и координатный методы решения одной и той же задачи и их преимущества на плоскости.

### Summary

This work is devoted to the coordinate method of solving various tasks of planimetry. On the basis of the given examples, algebraic and coordinate methods of solving the same problem and their advantages on the plane are shown.

ӘОЖ: 517.43.6

## ЖАРАТЫЛЫСТАНУ-МАТЕМАТИКАЛЫҚ БАҒЫТТАҒЫ МЕКТЕПТЕРДЕ ЭЛЕКТИВТІК КУРСЫҢ КЕЙБІР ТАҚЫРЫБЫН ОҚЫТУ ЕРЕКШЕЛІКТЕРІ

**Медетбекова Р.А.-физ.-мат.ғыл.канд., доцент,  
Таушаева Г.Б.-Шымкент университетінің магистранты**

Қазіргі кездегі әлеуметтік-экономикалық өзгерістер, ғылыми-техникалық прогресстің қарқынмен дамуы еліміздегі білім беру жүйесінде де көптеген жаңашыл өзгерістердің болуын талап етуде. Білім беру жүйесінде жаңашыл өзгерістер жасаудың өзектілігі - маңыздылығы білім беру органдарының қызметтеріне, қарамағындағы ұйымдардың іс-әрекеттеріне деген қатандықты, талаптылықты күшейтуде және педагогикалық жаңашылдықты құрастыратын жаңа типтік бағдарламалардың жасалуында әрі іске асыруында жатыр. Бүкіл әлемдегі орта мектептерде білім беру ісінің қазіргі жағдайы мектеп жүйесін, оқытудың мақсаты мен

міндеттерін, оқыту әдістері мен мазмұнын, оқыту әдістері мен түрлерін ұйымдастыру бағыттарының кейбіреуінде оқыту жүйесін реформалаумен сипатталады. Қазақстандағы орта білім беру жүйесінің алдына да айқын түрде мақсат қойылған, ол – ұлттық 12 жылдық білім беру моделін жасау және оның әлемдік білім кеңістігіндегі интеграциясын қамтамасыз ету. Өйткені, қай елдің болмасын өсіп-өркендеуі, өркениетті дүниеде өзіндік орын алуы - оның ұлттық білім жүйесінің деңгейі мен даму бағытына тікелей байланысты екендігі белгілі.

Бүгінгі күні Қазақстан Республикасының орта білім беру жүйесіндегі өзгерістер мен жаңашылдықтар: әлемдік білім беру стандарттарына сәйкестендіру бағытындағы мемлекеттік саяси жұмыстар, білім жүйесінің дамуының құндылықты тепе-теңдігі, мемлекеттік бюджеттен бөлінетін қаржыландырудың көлемінің артуы, мұғалім еңбегін ынталандыруды іске асырудың механизмдері, яғни педагог мамандығының статусын көтеру, үш ауысымды оқытуды тәркілеу мақсатында жаңа мектептердің құрылысын жаппай жүргізу, мектептердегі компьютерлендіру үдерісін жетілдіру, әлемдік стандартқа сәйкес мектепалды даярлықты қолға алу, орта білім, жоғары оқу орнында бакалаврларды даярлау, ЖОО-нан кейінгі білім: магистратура, PhD докторантура, кадрларды қайта даярлаудың «Өрлеу» институттарының жұмыстары, шетелдерден білім алудың мүмкіндігін арттыру, «Болашақ» бағдарламасымен білім алу және біліктіліктерді жетілдіру, шетелдік оқытушыларды Қазақстандық білім жүйесіне қатыстыру және үйлестіру, т.б. көптеген орындалып жатқан іс-шаралар. Бұл айтылғандар көптеген құжаттармен және олардың жүзеге асырылуына қатысты жұмыстармен дәлелденген: Қазақстан Республикасы «Білім туралы» Заңы, Қазақстан Республикасындағы білім беруді дамытудың 2011-2020 жылдарға арналған мемлекеттік бағдарламасы [1], Қазақстан Республикасының 2015 жылға дейінгі білім беруді дамыту тұжырымдамасы [2], 12 жылдық білім беру бойынша тұжырымдама, бейіндік оқыту тұжырымдамасы және т.б. құжаттар. Бұл құжаттарда ұлттық және жалпыадамзаттық құндылықтарды ең негізгі фактор ретінде қойып, ғылым мен техника жетістіктерін қолдану негізінде жеке тұлғаның қалыптасуы мен дамуы үшін жағдайлар жасау қажеттігі көрсетілген. Білім беру саясатының басым бағыттарының бірі - қоғам мен мемлекеттің даму болашағы, жеке тұлғаның қажеттіліктеріне білім берудің барлық компоненттерін сәйкестендіру, заманауи білім сапасымен қамтамасыз ету міндеттері айқындалған.

Еліміздегі білім беруді дамытудың 2011-2020 жылдарға арналған Мемлекеттік бағдарламасындағы міндеттер, сондай-ақ оқушыларды бейіналды даярлау және жоғары сыныптардағы бейіндік оқыту Тұжырымдамасында белгіленген мақсаттар мен міндеттер орта мектептің алдына өзінің болашақ қызметінде жетістікке жете алатын бәсекеге қабілетті, құзыреттілігі дамыған жеке тұлға дайындау міндетін қойып отыр. Елімізде жеке тұлғаны кәсіби бағытта дайындауға арналған бейіндік оқыту жоғары сыныптардан бастап қолға алынады. Қазіргі кездегі 12 жылдық білім беру жүйесіне көшу кезеңінде бұл бағыттағы атқарылып отырған жұмыстар да жетерлік.

Психологиялық-педагогикалық, дидактикалық және әдістемелік әдебиеттерде білім мазмұнын саралаудың екі түрі ажыратылады: деңгейлік оқыту және бағдарлы саралау.

Білім беру жүйесінің көп түрлілігі жағдайында білім мазмұнын саралау проблемасын шешу білім беру жүйесінің дамуына, оның жаңа сапалық деңгейге көшуіне себептесетін болады. Оқушылардың дара ерекшеліктерін, олардың танымдық мүмкіндіктерін, қабілеттіліктерін ескеру мәселесін және сол арқылы оқушылардың білімді әр түрлі деңгейде игеруін жоспарлауды білім мазмұнын деңгейлік саралап оқыту арқылы шешеді. Деңгейлеп саралау оқу материалын оқу қарқындылығының баламалылығы; оқу тапсырмаларының баламалылығы; оқу іс-әрекеті сипатының баламалылығы; мұғалімнің көмек сипатының баламалылығы арқылы жүзеге асады [3].

Көптеген әдебиеттерде білім мазмұнын бағдарлы саралаудың мәні «оқушылардың орнықты мүддесі, қабілеттілігі, бейімділігі аясында олардың осы қасиеттерін таңдап алған бағыттарында мүмкіндігінше дамыту мақсатымен мамандыққа бағыттау болып табылады» деп берілген [4, 5].

Жаратылыстану-математикалық бағытта жеке пәндерді оқытудың өзіндік білім беру мазмұны, оқушылардың білімдері мен біліктіліктеріне қойылатын талаптары бар бағдарлама-

лармен оқытуды ескереді. Оқытуды саралаудың мұндай түрі оқушылардың болашақ мамандыққа қызығушылығы, бейіндік пәнді игеруге деген мүдделілігі мен қабілеттілігі арқасында жобаланатын мамандық бойынша жүзеге асырылады.

Еліміздегі бейіндік оқытудың қазіргі жағдайын талдаудан келесі қорытындыға келдік:

- Отандық педагогикада бейіндік оқытуды қолға алу XX ғасырдың 90-шы жылдарымен тұстас келеді.

- Бейіндік оқыту бағдарламаларын іске асыратын мектептер бейіндік мектептер деп аталады. Оның қабырғасында бір бейін бойынша да, бірнеше бейін бойынша да білім беру іске асады, яғни бірбейінді немесе көпбейінді мектептер болады. Негізгі бейіндердің саны 3-ден көп болмауы тиіс.

- Жалпы білім берудің жоғары сатысындағы бейіндік оқытудың концепциясы келесідей: 1) жаратылыстану-математикалық; 2) әлеуметтік-экономикалық, 3) гуманитарлық; 4) техноло-гиялық. Ал Қазақстанда 12 жылдық білім беру жүйесінде олар: 1) жаратылыстану-математикалық; 2) қоғамдық-гуманитарлық; 3) технологиялық.

- Бейіндік білім беруге қатысты тұжырымдама, кейбір нормативті құжаттар құрастырылған және күшіне енген.

Қазіргі кезде бейіндік оқытудағы таңдау курстарының алатын орны, жоғары сыныптардағы бейіндік оқытудың қағидалары мен таңдау курстарын құрастырудың жалпы талаптары келтірілген зерттеулер бар.

Таңдау (элективтік) курстар – мектептің жоғары сатысында оқыту бейіні құрамына енетін, 9-сыныпта оқушылардың алдын-ала таңдауы бойынша 10-11 сыныптарда оқытылатын міндетті курстар. Элективтік курстар оқу жоспарының мектептік компоненті есебінен іске асады және екі түрлі қызмет атқарады:

- оқушының таңдауы бойынша негізгі бейіндік пәндердің оқытылуы;
- бейінішілік мамандандаруды іске асыруға және оқушылар үшін жекелей білім беру траекторияларын құрастыруға мүмкіндік береді.

Математиканың бейіндік таңдау курстарын құрастыру ерекшеліктері:

- 1) IX сыныптар үшін «математиканың таңдамалы мәселелері» тақырыбы бойынша эксперимент жұмыстары 2003 – 2004 оқу жылы басталған болатын.

- 2) 8-сыныптан немесе 9-сыныптан ақ бастап оқушылар қаулы бойынша

кез – келген пәннің таңдау курсына қатыса алады. Таңдау курстары дегеніміз – оқушылардың талап-тілегін, қызығушылығын қанағаттандыруға арналған курстар. Олар оқушылардың бейімі мен таңдаған бағдарына байланысты болады. 9-сыныптардағы таңдау курстары әлі бейіндік оқыту емес, бірақ соған дайындық болып саналады. Таңдау курсының сабақтарында мұғалім математиканың жеке тақырыптарын алып кеңінен қарастырады, оқытады. Қызықты материалдарды жинап, керекті әдебиеттерді белгілейді. Курсты оқытуда мүмкіндігінше оқушыларға жекелеген тапсырмаларды орындатқан дұрыс деп есептейміз. Сонда ғана осы таңдау курсын оқу барысында болашақ мамандығы үшін, одан бері бейіндік оқыту бағытын таңдау үшін керекті мағлұматтарды кеңінен ала алады. Бейіндік оқытуда таңдау курстары 10-11 сыныптарда сабақ кестесіне ендіріледі. Олардың мерзімі әртүрлі жарты жыл немесе толық жылға жоспарланады. Әр мектепте математикадан 10-11 сыныптарға кемінде 4 таңдау курс ұсынылғаны дұрыс.

Қазіргі кездегі әлеуметтік-экономикалық өзгерістер, ғылыми-техникалық прогресстің қарқынмен дамуы еліміздегі білім беру жүйесінде де көптеген жаңашыл өзгерістердің болуын талап етуде. Білім беру жүйесінде жаңашыл өзгерістер жасаудың өзектілігі - маңыздылығы білім беру органдарының қызметтеріне, қарамағындағы ұйымдардың іс-әрекеттеріне деген қатаңдықты, талаптылықты күшейтуде және педагогикалық жаңашылдықты құрастыратын жаңа типтік бағдарламалардың жасалуында әрі іске асыруында жатыр. Бүкіл әлемдегі орта мектептерде білім беру ісінің қазіргі жағдайы мектеп жүйесін, оқытудың мақсаты мен міндеттерін, оқыту әдістері мен мазмұнын, оқыту әдістері мен түрлерін ұйымдастыру бағыттарының кейбіреуінде оқыту жүйесін реформалаумен сипатталады. Қазақстандағы орта білім беру жүйесінің алдына да айқын түрде мақсат қойылған, ол – ұлттық 12 жылдық білім беру моделін жасау және оның әлемдік білім кеңістігіндегі интеграциясын қамтамасыз ету.

Өйткені, қай елдің болмасын өсіп-өркендеуі, өркениетті дүниеде өзіндік орын алуы - оның ұлттық білім жүйесінің деңгейі мен даму бағытына тікелей байланысты екендігі белгілі.

Бүгінгі күні Қазақстан Республикасының орта білім беру жүйесіндегі өзгерістер мен жаңашылдықтар: әлемдік білім беру стандарттарына сәйкестендіру бағытындағы мемлекеттік саяси жұмыстар, білім жүйесінің дамуының құндылықты тепе-теңдігі, мемлекеттік бюджеттен бөлінетін қаржыландырудың көлемінің артуы, мұғалім еңбегін ынталандыруды іске асырудың механизмдері, яғни педагог мамандығының статусын көтеру, үш ауысымды оқытуды тәркілеу мақсатында жаңа мектептердің құрылысын жаппай жүргізу, мектептердегі компьютерлендіру үдерісін жетілдіру, әлемдік стандартқа сәйкес мектепалды даярлықты қолға алу, орта білім, жоғары оқу орнында бакалаврларды даярлау, ЖОО-нан кейінгі білім: магистратура, PhD докторантура, кадрларды қайта даярлаудың «Өрлеу» институттарының жұмыстары, шетелдерден білім алудың мүмкіндігін арттыру, «Болашақ» бағдарламасымен білім алу және біліктіліктерді жетілдіру, шетелдік оқытушыларды Қазақстандық білім жүйесіне қатыстыру және үйлестіру, т.б. көптеген орындалып жатқан іс-шаралар. Бұл айтылғандар көптеген құжаттармен және олардың жүзеге асырылуына қатысты жұмыстармен дәлелденген: Қазақстан Республикасы «Білім туралы» Заңы, Қазақстан Республикасындағы білім беруді дамытудың 2011-2020 жылдарға арналған мемлекеттік бағдарламасы [1], Қазақстан Республикасының 2015 жылға дейінгі білім беруді дамыту тұжырымдамасы [2], 12 жылдық білім беру бойынша тұжырымдама, бейіндік оқыту тұжырымдамасы және т.б. құжаттар. Бұл құжаттарда ұлттық және жалпыадамзаттық құндылықтарды ең негізгі фактор ретінде қойып, ғылым мен техника жетістіктерін қолдану негізінде жеке тұлғаның қалыптасуы мен дамуы үшін жағдайлар жасау қажеттігі көрсетілген. Білім беру саясатының басым бағыттарының бірі - қоғам мен мемлекеттің даму болашағы, жеке тұлғаның қажеттіліктеріне білім берудің барлық компонент-терін сәйкестендіру, заманауи білім сапасымен қамтамасыз ету міндеттері айқындалған.

Еліміздегі білім беруді дамытудың 2011-2020 жылдарға арналған Мемлекеттік бағдарламасындағы міндеттер, сондай-ақ оқушыларды бейімалды даярлау және жоғары сыныптардағы бейіндік оқыту Тұжырымдамасында белгіленген мақсаттар мен міндеттер орта мектептің алдына өзінің болашақ қызметінде жетістікке жете алатын бәсекеге қабілетті, құзыреттілігі дамыған жеке тұлға дайындау міндетін қойып отыр. Елімізде жеке тұлғаны кәсіби бағытта дайындауға арналған бейіндік оқыту жоғары сыныптардан бастап қолға алынады. Қазіргі кездегі 12 жылдық білім беру жүйесіне көшу кезеңінде бұл бағыттағы атқарылып отырған жұмыстар да жетерлік.

Психологиялық-педагогикалық, дидактикалық және әдістемелік әдебиеттерде білім мазмұнын саралаудың екі түрі ажыратылады: деңгейлік оқыту және бағдарлы саралау.

Білім беру жүйесінің көп түрлілігі жағдайында білім мазмұнын саралау проблемасын шешу білім беру жүйесінің дамуына, оның жаңа сапалық деңгейге көшуіне себептесетін болады. Оқушылардың дара ерекшеліктерін, олардың танымдық мүмкіндіктерін, қабілеттіліктерін ескеру мәселесін және сол арқылы оқушылардың білімді әр түрлі деңгейде игеруін жоспарлауды білім мазмұнын деңгейлік саралап оқыту арқылы шешеді. Деңгейлеп саралау оқу материалын оқу қарқындылығының баламалылығы; оқу тапсырмаларының баламалылығы; оқу іс-әрекеті сипатының баламалылығы; мұғалімнің көмек сипатының баламалылығы арқылы жүзеге асады [3].

Көптеген әдебиеттерде білім мазмұнын бағдарлы саралаудың мәні «оқушылардың орнықты мүддесі, қабілеттілігі, бейімділігі аясында олардың осы қасиеттерін таңдап алған бағыттарында мүмкіндігінше дамыту мақсатымен мамандыққа бағыттау болып табылады» деп берілген [4, 5].

Таңдау курсының сабақтарында мұғалім математиканың жеке тақырыптарын алып кеңінен қарастырады, оқытады. Қызықты материалдарды жинап, керекті әдебиеттерді белгілейді. Курсты оқытуда мүмкіндігінше оқушыларға жекелеген тапсырмаларды орындатқан дұрыс деп есептейміз. Сонда ғана осы таңдау курсын оқу барысында болашақ мамандығы үшін, одан бері бейіндік оқыту бағытын таңдау үшін керекті мағлұматтарды кеңінен ала алады. Бейіндік оқытуда таңдау курстары 10-11 сыныптарда сабақ кестесіне

ендіріледі. Олардың мерзімі әртүрлі жарты жыл немесе толық жылға жоспарланады. Әр мектепте математикадан 10-11 сыныптарға кемінде 4 таңдау курс ұсынылғаны дұрыс.

Көпжақтарды оқуда логикалық ойлау әрі қарай дамиды. Оқулықтың, әртүрлі оқу құралдарының материалдары бұл бағытта үлкен мүмкіндік жасайды: мұнда жаңа ұғымдар, анықтамалар енгізіледі, теоремалар дәлелденіледі және де мұнда әртүрлі тиімді әдістер қолданылуы мүмкін. Салу есептерін немесе аралық салулары бар есептерді орындағанда логикалық негіздеулер мен ұқыпты жазулар болуы керек. Анықтамалармен, теоремалармен жұмыс жасағанда ұғымдарды, олардың қасиеттерін оқушылар түсінетіндей жағдайда ұйымдастыру керек, олар теореманың шарты мен қорытындысын ажырата алулары керек. Қаралып отырған көпжақтардың қасиеттерін «егер - онда», «қажетті», «жеткілікті» терминдерін пайдаланып айтудың пайдасы мол. Теоремаларды дәлелдеу кезінде оқушылар қарастырған фактілерді есте ұстайтындай түрде жұмыс жасаған тиімді, ұғымды бекітуге қатысты әртүрлі есептер мен жаттығуларды көптеп шығарған жөн.

#### **Қолданылған әдебиеттер тізімі**

1. Қазақстан Республикасында білім беруді дамытудың 2011-2020жылдарға арналған Мемлекеттік бағдарламасы. //Егеменді Қазақстан.– 2011.–3 б.
2. Тоқбергенова У.Қ. Мектептегі жаратылыстану пәндерінің мазмұнынбағдарлы саралаудың теориялық негіздері.Педагогика ғылымдарының докторы ғылыми дәрежесін алу үшін дайындалған диссертация. Алматы, 2009.-
3. Медеуов Е. Методологические основы проектирования стандартасреднего математического образования Республики Казахстан–М., Авангард, 1996. –334с.
4. Джадрина М.Ж. Научные основы построения содержания вариативногообразования в школе. – Алматы, 2000. – 218с.
5. Чичигин В.Г. Методика преподавания геометрии: Планиметрия.Пособие для учителей средней школы. М.: Учпедгиз, 1959
6. Земляков Л.Н. Геометрия / учебное пособия для учителя. М.:Просвещение, 2002
7. Жұбаев Қ.Б. Геометрия пәнін оқыту әдістемесі: Оқу құралы. Алматы: РБК, 1997,185 б.
8. Атанасян Л.С. Геометрия, часть1. М.:Просвещение, 1973

#### **Резюме**

В данной статье рассматривается проблемы организации и проведения некоторых элективных курсов в школах естественно-математического направления. Проведен анализ по проведению математических предметов по выбору для старшеклассников.

#### **Summary**

This article deals with problems of organization and carrying out of some selective cours in school of natural and mathematical direction. Analysis on mathematical subjects of choice for high school students conducted.

**ӨОЖ: 517.43.02**

### **ГЕОМЕТРИЯЛЫҚ ФИГУРАНЫҢ АУДАНЫН ОҚЫТУДАҒЫ МУЛЬТИМЕДИЯЛЫҚ ӘДІСТЕР**

**Өтеубек А.А. - Шымкент университетінің магистранты**

Фигура ауданын қарастырудағы жұмыс әдіснамасына кесіндінің ұзындығымен жүргізілетін жұмыстың көптеген ортақ жайлары бар.

Алдымен аудан жазық фигураладың қасиеті ретінде, олардың басқа қасиеттерінің арасынан ажыратылып көрсетіледі. Тіпті мектеп жасына дейінгі балалар нәрселерді ауданына қарап салыстырады («аудан» деген сөздің өзін атамайды) және салыстырылатын нәрселер бір-бірінен айрықша өзгеше немесе мүлде бірдей болса, «көп», «аз», «тең («бірдей») қатынастарын дұрыс тағайындайды.

Мұнда балалар нәрселерді бірінін үстіне бірін қойып өлшеуді сирек пайдаланады, нәрселерді үстелдің үстінде, жерде, бір парақ қағаз бетінде, т.с.с. алып тұрған орнына қарай салыстыра отырып, оларды көз мөлшерімен салыстырады. Мысалы, қайын жапырағы үйеңкі жапырағынан кіші, біздің үйдің жанындағыға қарағанда, мектептің жанындағы мұз айдыны үлкен, барлық құймақ— үлкен де емес, кіші де емес, бірдей т. б. Алайда, формалары түрліше, ал аудандарының өзгешелігі онша анық байқалмайтын нәрселерді салыстырып отыруда балалар қиындыққа кездеседі.

Бұл жағдайда олар аудандарды салыстыруды нәрселердің ұзындығы немесе ені бойынша салыстырумен алмастырады, яғни сызықтық, өлшемділікке келеді, әсіресе, нәрселердің өлшемдерінің бір-бірінен айырмашылығы зор болған жағдайларда солай болады.

I—II кластарда геометриялық материалды оқып үйрену процесінде балалардың аудан жөнінде жазық геометриялық фигуралардың қасиеті ретіндегі түсініктері айқындала түседі. Фигуралар ауданы бойынша әр түрлі де, бірдей де болуы мүмкін екендігін анағұрлым айқынырақ ұғына түседі. Бұған қағаздардан фигураларды қиғызуға, оларды сыздыртуға және оларды дәптерлерінде бояуға жаттықтыру көмегін тигізеді. Геометриялық мазмұнды есептер шығару процесінде (мысалы, берілген бөліктерден фигуралар құрастыру, күрделі сызбадан түрлі фигураларды айырып алу т. б.) сызушылар ауданның кейбір қасиеттерімен танысады.

Жазықтықта фигураның қалпы (орны) өзгергенде, ауданы өзгермейтініне олардың көздері жетеді (фигура үлкеймейді де, кішіреймейді де). Балалар тұтас фигура мен оның бөліктерінің арасындағы қатысты жиі байқап отырады (бөлігі бүтінінен кіші), берілген бірдей бөліктерден формасы түрліше болып келген фигуралар құрастыруға (яғни тең құрылған фигуралар құрастыруға) жаттығады. Оқушылардың фигураларды тең және тең емес бөліктерге бөлу жөніндегі түсініктері (мысалы, II класта үлестерді оқып үйрену кезінде), алынған биіктерді беттестіріп салу арқылы салыстырып отырып, біртіндеп жынақтала береді. Барлық осы білімдер мен біліктерді балалар фигуралардың өзін оқып үйренумен қабат практикалық жолмен меңгереді. Мұғалім осы мәселелерге балалардың назарын аударып, сол арқылы III класта фигуралардың ауданын оқып үйренуге оқушыларды дайындағаны дұрыс.

Мұғалім. Үшбұрышты квадраттың үстіне беттестіріп салыңдар, Үшбұрыш квадраттың тек біраз бөлігін ғана алады. Үшбұрыштың ауданы квадраттың ауданынан кіші,  $ABC$  үшбұрышының ауданы мен  $DOE$  үшбұрышының ауданын салыстырыңдар.

Оқушы. Олардың аудандары бірдей, олар тақтада бірдей орын алып тұр.

Мұғалім. Бірінің үстіне бірін беттестіріп салу арқылы тексер.

Басқа фигуралар, сондай-ақ айналадағы нәрселердің аудандарын осылайша салыстырыңдар.

Алайда екі фигураның қайсысының ауданы үлкен (кіші) немесе олар ауданы жөнінен бірдей дегенді анықтау әрқашан осылай оңай бола бермейді. Осыны оқушыларға көрсету үшін, ауданы жөнінен бір-бірінен аздаған өзгешелігі бар тік төртбұрышты және квадратты салыстыруға ұсынуға болады: мысалы квадраттың өлшемдері  $4 \times 4$  дм, ал тік төртбұрыштың өлшемдері  $5 \times 3$  дм, мұнда фигуралар бір қабырғасынан квадрат дециметрлерге бөлінген.

Әуелі оқушылар бұл фигураларды  $m$  көз мөлшерімен, сондай-ақ беттестіріп салу арқылы да салыстыруға әре-кеттенеді. Алайда екі тәсіл де мәселені балаларға көздерін жеткізе отырып шешуге көмектесе алмайды. Оқушылардың айтқан әр түрлі ұйғарымдарын тындап алып, мұғалім фигураларды квадраттарға бөлінген қабырғасымен бұрып қояды, сөйтіп әр фигура қанша квадратқа бөлінгенін санап шығуды ұсынады. Осы негізде балалар қайсы фигураның ауданы үлкен, қайсысының кіші екенін анықтайды.

Осыған ұксас бірдей квадраттардан құралған<sup>1</sup>: фигуралардың аудандарын салыстыруға берілген жаттығулар оқулықтағы бойынша, сондай-ақ тақтада берілген чертёждер бойынша орындалады. Егер фигуралар бірдей квадраттардан құралса, онда көп (аз) квадраттардан құралған фигураның ауданы үлкен (кіші) болатынына көздері жетеді. Осы сабақта кейде формасы әр түрлі болып келген фигуралардың, бірлік квадраттардың бірдей санынан тұратындықтан, аудандары бірдей болып шығатын жағдайды да қарастырған пайдалы (мысалы, квадрат 16 кв. бірл. және тік төртбұрыш — 16 кв. бірл.). Келесі сабақтарда берілген фигурада қамтылған квадраттарды санауға арналған жаттығулар енгізіледі, берілген

квадраттардың (дәптердің клеткалары) санынан тұратындай фигураларды дәптерлерге салу ұсынылады.

Келесі кезеңде оқушылар ауданның алғашқы бірлігі квадрат сантиметрмен танысады. Оқушылар қабырғасы 1 см болатын квадратты дәптерлеріне салады, клеткалы қағаздан қиып алады. Мұғалім былай дейді: «Бұл аудан бірлігі-квадрат сантиметр». Квадрат сантиметрдің қалған моделін пайдалана отырып, балалар олардан әр түрлі геометриялық фигуралар құрастырады және олардың ауданын атайды.

Құрастырылған фигуралардың аудандарын салыстыра отырып, квадрат сантиметр көп (аз) қамтылған фигураның ауданы артық (кем) болатынына балдардың көздері анық жетеді. Квадрат сантиметрлер саны бірдей болатын фигуралардың аудандары тең (фигуралар біріне-бірін беттестіріп салғанда дәлме-дәл келмесе де). Бұл кезеңде балаларға таныс шамаларды—кесіндінің ұзындығы фигураның ауданын салғастыру әдісі тиімді, бұл осы шамаларды шатастырудан сақтандыруға көмектеседі.

Нақты жаттығуларды орындай отырып, бұл шамалардың арасындағы кейбір ұқсастықты және елеулі айырмашылықты аңғарады: сантиметр — ұзындық бірлігі; квадрат сантиметр-аудан бірлігі; кесіндінің ұзындығы — берілген кесіндіде қамтылған сантиметрлер саны; фигураның ауданы—берілген фигурада қамтылған квадрат сантиметрлер саны (65-сурет).

Алдағы уақытта квадрат сантиметр жөніндегі және фигуралардың ауданы жайындағы нақты түсінік пысықталады. Квадрат сантиметрлерге бөлінген фигуралардың аудандарын табуға арналған жаттығулар беріледі. Квадрат сантиметрлерді есептегенде, олардың жалпы санын табуды тездету үшін, оларды қатар немесе баған бойынша топтау ұсынылады.

Бүтін квадрат сантиметрлермен қатар, бүтін емес — жарты-жарты квадрат сантиметрлерді де қамтитын фигуралар да, сондай-ақ жарты квадрат сантиметрдей артық не кем үлестер де болады. Оқушыларды сондай-ақ фигураның жуық ауданын мынадай тәсілмен табуды таныстырған жөн: барлық бүтін емес квадрат сантиметрлерді санап алып және олардың жалпы санын екіге бөліп, осыдан шыққан санды берілген фигурада қамтылған бүтін квадрат сантиметрлердің санына қосу керек.

Геометриялық фигуралармен практикалық жаттығуларды орындай отырып, балалар квадрат сантиметрлердің санын санап шығады да, бірден көпбұрыштың периметрін сантиметрмен өлшейді.

## КВАДРАТТЫҚ ШАМАЛАР

Квадрат миллиметр – мм	<sup>2</sup>
Квадрат сантиметр – см	<sup>2</sup>
Квадрат дециметр – дм	<sup>2</sup>
Квадрат метр – м	<sup>2</sup>
Квадрат километр – км	<sup>2</sup>
100 квадрат метров - а (ар)	
Квадраттың барлық қабырғалары 100 метр – га (гектар)	

Оқушылар келесі кезеңде тік төртбұрыштың (квадраттың) ауданын өлшеу әдісімен танысады. Әуелі олар квадрат сантиметрлерге бөлініп қойылған (оқулықта салынған немесе қағаз модель түріндегі) тік төртбұрыштарды қарастырады. Олардың ауданын табу үшін әуелі бір қатардағы квадрат сантиметрлерді санап алып, одан шыққан санды қатарлар санына көбейтеді. Мысалы, егер бір қатарда 6 кв. см, ал ондай қатарлар бесеу болса, онда аудан  $6 \cdot 5$  - ке тең, яғни 30 кв. см. Бұл жағдайда тік төртбұрыштың ұзындығы мен квадрат сантиметрлер санының арасындағы сәйкестікті анықтаудың маңызы зор. Мысалы, егер бір , қатарда 6 кв.

см болса, онда тік төртбұрыштың ұзындығы 6 см, ал егер қатар саны 5 болса, онда тік төртбұрыштың ені 5 см болғаны.

Ауданды есептеудің әр түрлі тәсілдерін салыстыра келіп, қайсы мәселе оңай екенін балалар өздері шеше алады: тік төртбұрыштың ұзындығы мен енін өлшеу оңай ма, әлде тік төртбұрышты квадрат сантиметрлерге бөліп, оларды санау оңай ма?

Әрі қарай тік төртбұрыштардың (квадраттардың) ауданын және осы фигуралардың периметрін есептеуге арналған ауызша және жазбаша тапсырмалар енгізіледі. Бірнеше тік төртбұрыштардан құралған фигуралардың ауданын және периметрін есептеуге жаттығулар өте пайдалы (69-сурет). Мұнда оқушының әрбір тік төртбұрыштың ауданын есептеуіне тура келеді, ал онан кейін олардың қосындысын, яғни берілген фигураның ауданын табады.

### **Пайдаланылған әдебиеттер**

1. Мемлекеттік білім беру саласындағы саясатының тұжырымдамасы. Егеменді Қазақстан. 1-қыркүйек 1995 жыл.
2. Әбілқасымов А.Е., Көбесов А.К., Рахымбек Д., Кенеш Ә.С. Математиканы оқытудың, теориясы мен әдістемесі /ред. басқарған пед. ғыл. докторы, профессор А.Е.Әбілқасымов: Жоғары оқу орындарының студенттеріне арналған оқу құралы. - Алматы: Білім, 1998. - 208 бет.
3. Қазақстан республикасы жалпы орта білім берудің мемлекеттік жалпыға міндетті стандарты, 129 бет.
4. Рахымбек Д. Мектеп математика курсында дәлелдеуге үйрету: Мұғалімдерге арналған кітап.-Шымкент: М.Әуезов атындағы ОҚМУ, 2009.-127 бет.
5. Хантер Б. Мои ученики работают на компьютерах: кн. для учителя: пер. с английского. – М.:Просвещение, 1989.-224 с.
6. Роберт И.В. Новые информационные технологии в обучении: дидактические проблемы, перспективы использования. //Информатика и образование.-1991.№4, С.18-27.
- 7.

### **Резюме**

В данной статье рассматриваются мультимедийные методы при изучении площадей различных геометрических фигур. Приведены интересные примеры по геометрии для вычисления площадей фигур.

### **Summary**

This article discusses multimedia methods when studying the areas of different geometric figures. Provides interesting examples of geometry to calculate figure area.

**ӘОЖ: 513. 23.07**

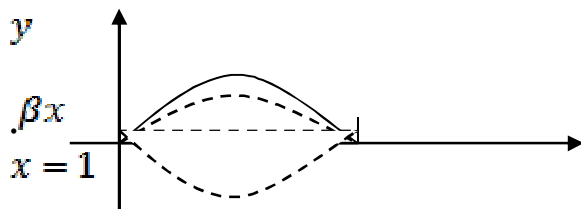
## **ЭЛЕКТОРМАГНИТТІК ТОЛҚЫНДАР ТЕНДЕУІ ТУРАЛЫ**

**Мавланов А.А. – Шымкент университетінің магистранты**

Информатика ғылымы негізгі үш нәрсемен айналысады. Олар информацияны жинау, сақтау, өңдеу және тарату. Информацияны жинаумен арнайы қызметкерлер: барлаушылар, сарапшылар, статистер, клерктер айналысады, ал өңдеумен программистер шұғылданады. Дайын информацияны тұтынушыға байланысшылар жеткізеді, бұл үшін, әрине, арнайы құрал жабдықтар қажет, атап айтқанда, электр желілері. Информация осы желілер арқылы электромагнитті толқындар түрінде тарайды. Соңғы кездері желісіз тарату жолдары да дами бастады. Электромагнитті толқындардың таралу теориясының негізін қалаған ағылшынның көрнекті физигі Джеймс Максвелл деп саналады. Толқындардың таралуы осы кісінің теңдеулері арқылы өрнектеледі. Толқындардың таралу барысында әр түрлі кедергілер кездесуі мүмкін, олардың қатарына: ортаның өткізгіштік қасиеті, құралдардың физикалық және химиялық қасиеттері, жаудың қарсы әрекеттері, құралдардың кейбір бөліктерінің істен шығуы жатады. Біз өз зерттеуіміздің бір бөлігін дәл осы тақырыпқа арнадық, айталық, ішктің

тербелуі нәтижесінде ауаға керекті дыбыстар таралып жатсын, белгілі бір сәтте ішек жау әрекетінен үзіліп кетсін делік, бірақ ол әрине, біраз уақыт тербеліп, өз қызметін атқара береді. Яғни, бұл сәтте дыбыстың сапасы мен құрамы өзгереді. Біздің мақсатымыз, ішектің үзілген жерін табу!

Келесі есепті қарастырайық: Ұштары және нүктелерінде байланған ішектің еркін тербелісін зерттейік.



1 – сурет.

Айталық, белгілі бір сәтте мен арасында жатқан нүктесінде ішек үзіліп кетті делік. Егер де ішек осы сәтте өзінің энергиясын жоғалтпаса, онда ол инерциясы бойынша тербеле береді. Әрине, дыбыстың сапасы өзгереді, осыған байланысты мынадай сұрақ туындайды. Дыбыстың құрамы бойынша ішектің үзілген жерін табуға бола ма?

Дифференциалдық операторлардың спектралдік теориясы мен гармоникалық анализдің жетістіктері электромагнитті толқындарды тарату теориясында бұрыннан бері кеңінен қолданылады.

Төмендегі **лемма 1** қарастырайық:

а) Егер нақты шама болса, онда мына,

$$y'(x) = \lambda y(\alpha - x), \quad (1)$$

теңдеудің әрбір шешімі, мына:

$$-y'''(x) = \lambda^2 y(x), \quad (2)$$

Штурм – Лиувилл теңдеуінің шешімі болады.

(б) Жоғарыдағы (0.4.1) теңдеудің шешімдерінің кеңістігі бір салалы.

(в) Осы (0.4.1) теңдеудің жалпы шешімі мынадай:

$$y(x) = A \cdot \left[ \cos \lambda \left( x - \frac{\alpha}{2} \right) + \sin \lambda \left( x - \frac{\alpha}{2} \right) \right] \quad (3)$$

болады, мұндағы - кез келген тұрақты шама.

Төмендегі **Лемма 2.** қарастырайық:

(а) Егер болса, онда Кошидің мына,

$$y'(x) = \lambda y(\alpha - x), \quad x \in (0, 1), \quad (4)$$

$$y(0) = 0 \quad (5)$$

есемінің шексіз көп, нақты меншікті мәндері:

$$\lambda_n = (-1)^n \frac{\pi}{\alpha} \left( n + \frac{1}{2} \right), \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (6)$$

бар және оларға мынадай:

$$y_n(x) = \sqrt{\frac{2}{\alpha}} \sin \frac{\pi}{\alpha} \left( n + \frac{1}{2} \right) x, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (7)$$

меншікті функциялар сәйкес келеді, олар  $L^2(0, \alpha)$  кеңістігінде ортонормаланған базис құрайды, бірақ негізгі  $L^2(0, 1)$  кеңістігінде толымсыз.

(б) Егер  $\alpha > 1$  болса, онда (4) – (5) шекаралық есептің меншікті функциялары  $L^2(0, 1)$  кеңістігінде базис құрайды.

(в) Егер  $\alpha = 1$  болса, онда (4) – (5) шекаралық есептің меншікті функциялары  $L^2(0, 1)$  кеңістігінде ортонормаланған базис құрайды.

(г) Егер  $\alpha < 1$  болса, онда (4) – (5) шекаралық есеп вольтерлік есеп, яғни оның меншікті мәндері жоқ.

**Дәлелдеуі.** Жоғарыдағы (5) шекаралық шартқа (3) формуласын апарып қойсақ,

$$A \cdot \left[ \cos \frac{\lambda \alpha}{2} - \sin \frac{\lambda \alpha}{2} \right] = 0$$

екенін көреміз, мұнан  $A \neq 0$  болғандықтан,

$$\cos \frac{\lambda \alpha}{2} - \sin \frac{\lambda \alpha}{2} = 0, \Rightarrow \operatorname{tg} \frac{\lambda \alpha}{2} = 1,$$

$$\frac{\lambda_{2n} \cdot \alpha}{2} = \frac{\pi}{4} + n\pi, \quad \lambda_{2n} \cdot \alpha = \frac{\pi}{2} + 2n\pi, \quad \lambda_{2n} = \frac{\pi}{\alpha} \left( 2n + \frac{1}{2} \right), \quad n = 0, 1, \dots$$

$$y_{2n}(x) = A_{2n} \left[ \cos \frac{\pi}{\alpha} \left( 2n + \frac{1}{2} \right) \left( x - \frac{\alpha}{2} \right) + \sin \frac{\pi}{\alpha} \left( 2n + \frac{1}{2} \right) \left( x - \frac{\alpha}{2} \right) \right], \quad n = 0, 1, \dots$$

Мына,  $\cos \frac{\lambda_{2n} \cdot \alpha}{2} = \sin \frac{\lambda_{2n} \cdot \alpha}{2}$ , теңдіктер алынған формуланы, мына:

$$u_{2n}(x) = A_{2n} \cdot \sin \frac{\pi}{\alpha} \left( 2n + \frac{1}{2} \right) x, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Мына,

$$v'(x) = -\lambda v(\alpha - x)$$

теңдіктер алынған формуланы, мына:

Мына,

$$v(x) = B \cdot \left[ \cos \lambda \left( x - \frac{\alpha}{2} \right) - \sin \lambda \left( x - \frac{\alpha}{2} \right) \right]$$

теңдеудің шешімі мына,

функция болатынын көру соншалықты қиын емес. Осы өрнекті жоғарыдағы (0.4.5) шекаралық шартқа апарып қойсақ, онда

$$\lambda_{2m-1} = \frac{\pi}{\alpha} \left( 2m - \frac{1}{2} \right), \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots,$$

$$v_{2m-1}(x) = B_{2m-1} \left[ \cos \frac{\pi}{\alpha} \left( 2m - \frac{1}{2} \right) \left( x - \frac{\alpha}{2} \right) - \sin \frac{\pi}{\alpha} \left( 2m - \frac{1}{2} \right) \left( x - \frac{\alpha}{2} \right) \right],$$

екенін көреміз, мұндағы  $B_{2m-1}$  - кез келген тұрақты шамалар.

Егер де мынадай,

$$\mu_n = (-1)^n \frac{\pi}{\alpha} \left( n + \frac{1}{2} \right), \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

$$u_n(x) = A_n \cdot \sin \mu_n x, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

белгілеулер енгізсек, онда меншікті мәндер мен меншікті функциялардың табылған серияларын тұтас бір серия етіп жазуға болады. Индекстердің теріс мәндері жаңа меншікті функцияларды туындатпайды, сондықтан біз теріс емес индекстермен шектелеміз. Алынған  $\{u_n(x)\}$ ,  $n = 0, 1, \dots$ , системасының толымдылығы  $\{\sin nt\}$ ,  $n = 1, 2, \dots$  системасының  $L^2(0, \pi)$  кеңістігінде толымдылығының салдары. Нормалаушы  $A_n (n = 1, 2, \dots)$  коэффициенттерін есептеу оншалықты қиын емес және олар мына,

$$A_n = \sqrt{\frac{2}{\alpha}}, \quad (\alpha > 0), \quad n = 1, 2, \dots$$

формулалармен табылады.

Бұл табылған  $\{u_n(x)\}$ ,  $n = 0, 1, \dots$  системасы мына,

$$-u''(x) = \lambda^2 u(x),$$

$$u(0) = 0, \quad u'(\alpha) = 0$$

симметриялы Штурм – Лиувилл шекаралық есебінің меншікті функциялары болғандықтан өзара ортогонал болады.

(б) Егер  $\alpha > 1$  болса, онда  $L^2(0, 1) \subset L^2(0, \alpha)$ , ал  $\{u_n(x)\}$ ,  $n = 0, 1, \dots$  системасы  $L^2(0, \alpha)$  кеңістігінде толымды болғандықтан, ол  $L^2(0, 1)$  кеңістігінде де толымды болады.  $L^2(0, 1)$  кеңістігінде жатқан  $f(x)$  функциясын  $1 \leq x \leq \alpha$  аралығында 0-мен жалғастырып, сонан соң оны  $L^2(0, \alpha)$  кеңістігінің элементі деп санауымызға болады және сол себепті ортонормаланған системаның қатарына таратуымызға болады. Бұл қатар  $L^2(0, \alpha)$  кеңістігінің нормасы бойынша жинақталады, оның  $L^2(0, 1)$  кеңістігінің нормасы бойынша да жинақталатыны айдан анық, бірақ бұл система  $L^2(0, 1)$  кеңістігінде отронормаланған емес, сол себепті бұл кеңістікте Рисстің базисін құрайды.

(в) Бұл бөлімше алдыңғы (а) бөлімшесінің дербес жағдайы.

(г) Егер  $\alpha = 0$  болса, онда  $y'(x) = \lambda y(\alpha - x)$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 0 (\lambda \neq 0)$ ,  
 $-y''(x) = \lambda^2 y(x)$ , сондықтан Кошидің есебінің шешімінің бірегейлігі туралы теорема  
 бойынша  $y(x) \equiv 0$

#### Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Кальменов Т.Ш., Шалданбаев А.Ш., Ахметова С.Т. К спектральной теории уравнений с отклоняющимися аргументами. Математический журнал, Алматы 2004, т 4, №3 (13), 41-48с.
2. Ахиезер Н.И., Глазман И.М. Теория линейных операторов в гильбертовом пространстве. – М.: Наука, 1966.-543с.
3. Гохберг Н.Ц., Крейн М.Г. Введение в теорию линейных несамосопряженных операторов в гильбертовом пространстве.- М.: Наука, 1965.-448с.
4. Бари Н.К. О базисах в гильбертовом пространстве. //ДАН, 54(1946), 383-386с.
5. Кальменов Т.Ш., Шалданбаев А.Ш., Ахметова С.Т. К спектральной теории уравнений с отклоняющимися аргументами. Математический журнал, Алматы 2004, т 4, №3 (13), 41-48с.
6. Ахиезер Н.И., Глазман И.М. Теория линейных операторов в гильбертовом пространстве. – М.: Наука, 1966.-543с.
- 7.

#### Резюме

В данной статье рассматривается вопрос применения научных результатов в области спектральной теории дифференциальных операторов в теории распространения электромагнитных волн.

#### Summary

This article discusses the application of scientific results in the field of spectral theory of differential operators in the theory of electromagnetic wave propagation.

УДК 622.692.4:532.542

### ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПРИСАДКИ НА ЭКОЛОГИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА МОТОРНОГО ТОПЛИВА.

Темирбекова Е.М. студентка группы ХТ-16-6к  
 Научный руководитель: Калдыгзов Е.- д.х.н., профессор,  
 Изтлеуов Г. - к.х.н., доцент,  
 Абдикеримов Б.А. – PhD докторант.

#### Аннотация

В состав моторных топлив для повышения их качества и его экологичности вводят различные присадки, что положительно сказывается на их эксплуатационные свойства. То есть, применяя присадки без изменения компонентного состава топлива, можно получить более экологичные и высокооктановое моторное топливо для автотранспортной техники, которые широко могут использоваться в автомобильных комплексах.

**Ключевые слова:** моторное топливо, присадки, экологичные, высокооктановое, оксигенаты,

Сегодня во всех развитых странах мира оксигенаты рассматриваются как основная альтернатива металлоорганическим антидетонаторам и высокооктановым ароматическим компонентам бензинов. На практике используют: метанол, этанол, метил-трет-бутиловый эфир (МТБЭ), этил-трет-бутиловый эфир (ЭТБЭ), метил-трет-амиловый эфир (МТАЭ), этил-трет-амиловый эфир (ЭТАЭ) диизопропиловый эфир (ДИПЭ), метил-втор-пентиловый эфир

(МВПЭ) и др. Введение оксигенатов в состав моторных топлив позволяет решить следующие две основные задачи: Первое -улучшить нефтяных топлив, в первую очередь повысить их детонационную стойкость, так как увеличение концентрации кислорода в топливе снижает теплоту сгорания топливовоздушной смеси, происходит более быстрый отвод тепла из камеры сгорания, и в результате снижается максимальная температура горения; Второе - сократить расход нефти на производство моторных топлив. Кроме того, оксигенаты снижают содержание токсичных веществ в отработанных газах, увеличивая полноту сгорания топлив. Например, введение с оксигенатами 2% кислорода в состав топлива снижает содержание в отработанных газах монооксида углерода (угарного газа) и несгоревших углеводородов на 7-10%, улучшая таким образом экологические свойства моторных топлив. В качестве примера рассматривается влияние добавки оксигенатов на эксплуатационные свойства автомобильного бензина. Физико-химические свойства используемых оксигенатов-присадки: метанола (МС), изопропанола (ИПС) и метил-трет-бутиловый эфира (МТБЭ). В качестве сырья были использованы бензиновые фракции термокаталитических процессов каталитического крекинга и каталитического риформинга полученного из нефтесмеси Казахстанской нефти (товарный-Актюбинский, Акшабулакский, Кумкольский). Смешение проводилось присадки метанола (МС) содержанием 5%, изопропанола (ИПС) содержанием 5% и 10% масс. с бензинами каталитического крекинга и стабильным катализатором риформинга при идентичных условиях комнатной температуре с помощью лабораторной мешалки. Введение в такое топливо добавок на основе изопропанола, являющихся в данном случае стабилизаторами, позволит расширить область гомогенных составов при температурах ниже минус 25°С. Для применения ИПС в качестве октаноповышающей добавки к автомобильным топливам очень важны показатели, характеризующие антидетонационную эффективность, теплотворную способность, химическую стабильность. При практических испытаниях на бензине присадка ИПС, позволяет улучшить экологичность и прирост октанового числа на 4-5 пунктов, поэтому можно рекомендовать её в качестве эффективного средства для получения товарных бензинов. Применение композиционных добавок с использованием изопропилового спирта позволяет организовать производство высокооктановых бензинов на базе каталитического крекинга и каталитического риформинга без увеличения содержания в них ароматических углеводородов. Зависимость октанового числа бензинов каталитического риформинга и каталитического крекинга от концентрации добавляемой присадки: метанола (МС), изопропанола (ИПС) приведены в таблице 1.

Таблица 1. Влияние присадки: метанола (МС), изопропанола (ИПС) на качественные показатели бензинов термокаталитических процессов.

Показатели качества бензина	бензин каталитического риформинга				бензин каталитического крекинга			
	Исходный	С присадкой			Исходный	С присадкой		
	-	МС	ИПС		-	МС	ИПС	
	0	5%	+5%	+10%	0	+5%	+5%	+10%
Октановое число:	80	82,0	82,5	84	78	80,0	80,8	81,6
М.М	88	92,3	93,8	94,6	89	91,5	92,5	93,4
И.М								
Смолы, мг/100см топлива	1,45	1,44	1,43	1,41	5,7	4,2	4,16	4,04
Содержание общей серы, %масс.	0,003	0,003	0,003	0,003	0,072	0,071	0,069	0,067
Давление насыщенных паров, мм.рт.ст.	216	215	212	211	188	182	185	183

Таблица 2 - Изменение ОЧ базовых бензинов АИ-80 и АИ-85 от концентрации добавки МТБЭ.

Наименование базового бензина	Изменение ОЧ бензина от концентрации добавки МТБЭ, % масс.				Метод определения ОЧ бензина
	0	5	10	15	
концентрация МТБЭ, % масс.					
АИ-80	76,3	80,2	83,5	85,0	Моторный метод
АИ-80	80,8	84,9	88,6	90,3	Исследовательский метод
АИ-85	82,7	86,2	88,3	90,8	Моторный метод
АИ-85	85,2	89,3	92,1	93,6	Исследовательский метод

Данные, приведённые в таблица 2, показывают, что в результате добавки метил-трет-бутилового эфира в состав базового бензина, значительно повышается октановое число базовых бензинов АИ-80 и АИ-85., который характеризует его антидетонационные свойства бензина. Необходимо также отметить, что с увеличением концентрации присадки МТБЭ в разных образцах базового бензина октановое число растёт от 4-х до 9,5 пунктов по исследовательскому и 3-6 пунктов по моторным методам. Тем самым добавка при использовании в её составе автомобильного бензина обеспечит ему антидетонационные свойства, до норм требования для товарного сорта бензин АИ-92. Применение композиционных добавок с использованием МТБЭ позволяет организовать производство высокооктановых бензинов на базе АИ-80 без увеличения содержания в них ароматических углеводородов. Добавка МТБЭ в бензин обеспечивает большую полноту сгорания и не требует изменений в конструкции двигателя. Однако основное преимущество МТБЭ – обеспечение резкого повышения октанового числа бензина как по исследовательскому, так и по моторному методу, особенно головной фракции до 100<sup>0</sup>С, имеющей большое значение при разгоне автомобиля. Октановое число смешения по исследовательскому методу составляет 117, пунктов, по моторному – 101. Бензины, содержащие МТБЭ, обладают лучшей детонационной стойкостью, нетоксичны и не оказывают вредного воздействия на организм человека и окружающую среду. В выхлопных газах снижается содержание окиси углерода на 20 %об., уменьшается количество несгоревших углеводородов на 70 %об., что подтверждается с данными полученными другими авторами работ.

Проведенными анализами испытуемых образцов установлено, что наблюдается уменьшение содержания ароматических углеводородов в испытуемых бензинах, который и позволяет улучшить их экологические свойства, обеспечивая при этом низкую токсичность продуктов сгорания – в вредных выбросах снижается содержание СО, NO<sub>2</sub>, N<sub>2</sub>O твердых частиц.

Таблица 3. Влияние добавки присадки монометиламина (ММА) на октановое число автобензинов.

	Марки бензинов	Октановое число	
		Моторный	исследовательский
1	АИ-80	74,8	
2	АИ-80 + 1% ММА	77,2	
3	АИ-80+ 1% ММА		82,6
4	АИ-80+ 1,9% ММА	79,6	
5	АИ-80+ 1,9% ММА		83,5
6	Стабильный риформат из К-2+1% ММА	76,9	
7	АИ-92		90,0
8	АИ-92 +1% ММА		92,8
9	АИ-96+1% ММА		96,5
10	АИ-96+1,7% ММА		98,0

**Выводы.** Таким образом, результаты исследований показали возможность получения неэтилированных автомобильных бензинов с использованием тройных антидетонационных композиций, состоящих из антидетонатора, ароматических аминов и МТБЭ. Эти добавки обладают высоким октановым числом смешения, низкой летучестью, минимальным нагарообразованием и пониженной фотохимической активностью. В их присутствии увеличивается полнота сгорания топлива, в результате выбросы оксида углерода снижаются на 32,5%, углеводородов – на 14,5%. Благодаря применению оксигенатов улучшаются экологические и эксплуатационные характеристики бензина.

### **Литературы**

1. Данилов А.М. Присадки и добавки. Улучшение экологических характеристик нефтяных топлив. -М.Химия, 1996. -232с.
2. Данилов А.М. Улучшение экологических топлив при помощи присадок. ХТТМ. -1990. - № 6, С. 31-33
3. Данилов А.М., Емельянов В.Е., Митусова Т.Е. Разработка и производство экологически улучшенных моторных топлив. - ЦНИИТЭнергохим, 1994, -С.21
4. Рассказчикова Т.В., Капустин В.М., Карпов С.А. Этанол как высокооктановая добавка к автомобильным топливам. ХТТМ. -2004 - № 4. С.3

### **Түйін**

Моторлы отындардың құрамына олардың сапасы мен экологиялылығын арттыру үшін әртүрлі қоспалар енгізеді, бұл олардың пайдалану қасиеттеріне оң әсер етеді. Яғни, отынның құрамдас құрамын өзгертпей, қоспаларды қолдана отырып, автомобиль кешендерінде кеңінен пайдаланылатын автокөлік техникасы үшін экологиялық және жоғары октанды мотор отынын алуға болады.

### **Summary**

Various additives are introduced into the composition of motor fuels to improve their quality and environmental friendliness, which has a positive effect on their performance properties. That is, using additives without changing the component composition of the fuel, you can get more environmentally friendly and high-octane motor fuel for motor vehicles, which can be widely used in automotive complexes.

**УДК: 665.65**

## **ПРОИЗВОДСТВА УГЛЕВОДОРОДНЫХ РАСТВОРИТЕЛЕЙ ИЗ НЕФТЕПРОДУКТОВНЕФТЯНОГО СЫРЬЯ.**

**Атибек Н. ХТ-16-6к - бакалавр  
Ибраев Ж. – магистрант.**

**Научные руководители: д.х.н., профессор Е.Калдыгозов,  
PhD-докторант Б.А.Абдикеримов,  
PhD-докторант Э.С.Тлеубаева  
Южно-казахстанский государственный университет имени М.Ауэзова.**

### **Аннотация**

Продукты нефтехимии находят применение в производстве пластических масс, лаков и красок, синтетических волокон, смол, клеев, в полиграфии, резиновой промышленности, медицине, при экстракции растительных жиров, для химической чистки одежды. Большое значение имеют углеводородные растворители. Основным источником углеводородных растворителей является нефть и продукты нефтепереработки, в которой содержатся парафиновые, нафтенновые и ароматические углеводороды. Казахстан, обладая крупными

углеводородными ресурсами, не располагает современными технологически увязанными нефтехимическими производствами. В настоящее время у нас в стране, углеводородные растворители завозятся из других стран. В связи с чем, возникает вопрос об их импорт-замещении растворителями отечественного производства. Замена зарубежных растворителей, позволит получать собственные высококачественные продукты для дальнейшего применения их в промышленности, народном хозяйстве и в других отраслях. В этой связи, в настоящее время для нашей стране весьма важным является разработка собственной технологии для получения углеводородных растворителей на основе нефтегазового сырья Республики Казахстан организация производства растворителей в стране.

**Ключевые слова:** углеводородные растворители, прямогонный бензин, риформинг бензина, парафиновые, нафтены и ароматика, нефрас, пентан, бензол, толуол, ксилол.

В настоящее время основной объем добываемого углеводородного сырья поставляется на экспорт и используется по топливному варианту, без дальнейшего производства нефтехимического сырья. По данным маркетинговых исследований, в основном, растворители завозятся из других стран. В связи с чем возникает вопрос об их импортозамещении растворителями отечественного производства. Замена зарубежных растворителей позволит получать собственные высококачественные продукты для дальнейшего применения их в промышленности, народном хозяйстве и в других отраслях. В связи с чем весьма актуальным является разработка технологии получения углеводородных растворителей на основе нефтегазового сырья Казахстана.

Растворители - химические соединения, обладающие способностью растворять различные вещества, образуя с ними двух или более компонентные смеси. Относительная близость углеводородов по своим физико-химическим свойствам и температура кипения дает возможность использовать в качестве растворителей смеси углеводородов, получаемых в результате переработки нефти и как продукты нефтехимических превращений. Широкие пределы выкипания углеводородов нефти позволяют иметь практически неограниченный ассортимент нефтяных растворителей с различным набором физико-химических свойств.

В настоящее время во многих нефтях определено 100-150 алканов различного строения, содержащих в молекуле от одного до 35 углеродных атомов. В лакокрасочной промышленности находят применение преимущественно парафины  $C_6-C_{12}$ . Индивидуальные предельные углеводороды вследствие трудности их выделения используются ограниченно в основном для растворения малополярных полимеров и олигомеров. Несомненный интерес представляют изопарафины с числом углеродных атомов 9-12, так как они практически не имеют запаха.

Пентаны — насыщенные ациклические углеводороды класса алканов. Пентановую фракцию используют как сырье для процесса изомеризации. Обогащенная изопентанами фракция используется как компонент бензинов или служит для выделения изопентана - сырья для получения изопрена, который является мономером для синтеза синтетических каучуков. Пентаны в составе прямогонных бензиновых фракций нефти используются при производстве нефтяных растворителей.

Изопарафиновые углеводородные растворители имеют повышенную химическую активность и растворяющую способность, возрастающую с увеличением разветвленности цепи, не имеют запаха.

Нефрас И2 190/320 представляет собой малотоксичную жидкость, состоящую из изопарафиновых углеводородов и получаемую из продуктов сернокислотного алкилирования изобутана олефинами. Растворитель используется для приготовления инсектицидных препаратов в аэрозольной упаковке. Широкий фракционный состав обеспечивает высокую подвижность продукта при разбрызгивании и низкую летучесть после нанесения на обрабатываемую поверхность, в результате чего достигается высокая эффективность препарата.

Бензины – смесь предельных углеводородов  $C_6-C_8$ , горючая смесь лёгких углеводородов с температурой кипения от 33 до 205°C (в зависимости от примесей). Плотность около 0,71г/см<sup>3</sup>. Теплотворная способность примерно 10 200 ккал/кг (46 МДж/кг, 34,5 МДж/литр). Температура замерзания -72°C в случае использования специальных присадок. Бензины имеют высокую летучесть, и температуру вспышки в пределах 20-40°C. Для лакокрасочных целей наиболее пригоден высококачественный бензин экстракционный, который имеет узкий фракционный состав (пределы кипения 65-70°C) и содержит 0,2-0,5% ароматических углеводородов. Применяется при изготовлении быстросохнущих масляных красок и лаков, при нагревании служит растворителем для полиэтилена.

Таблица 1. Физико-химические свойства углеводородных растворителей (предельные углеводороды).

Название	Давление пара при 20°C, кПа	Молекулярная масса	Температура кипения при 101,325 кПа, °C	Плотность при 20 °C, г/см <sup>3</sup>	Показатель преломления $n_D^{20}$	Поверхностное натяжение при 20°C, мН/м
Пентан	56,25	72,146	36,074	0,62624	1,35748	16,63
Изопентан	-	72,146	27,852	0,61967	1,35373	15,0
Гексан	16,6	82,172	68,742	0,65937	1,37486	25,64
Изогексан	-	86,172	49,741	0,64917	1,36876	-
Гептан	4,74	100,198	98,427	0,6837	1,38765	20,85
Октан	1,39	114,224	125,665	0,70252	1,39743	21,75
Изооктан	6,38	114,224	99,238	0,69193	1,39145	18,85
Нонан	0,43	128,250	150,798	0,71763	1,40542	22,91
Декан	0,36	142,276	174,123	0,73005	1,41189	23,92
Ундекан	-	156,30	195,8	0,7404	1,4190	-
Додекан	-	226,43	216,2	0,7493	1,4218	-

Гексан представляет собой бесцветную подвижную, легковоспламеняющуюся жидкость со слабым запахом, напоминающим дихлорэтан, хорошо растворим в органических растворителях, не растворим в воде. Имеет пять изомеров: н-Гексан, 2-Метилпентан (изогексан), 3-Метилпентан, 2,3-Диметилбутан (диизопропил), 2,2-Диметилбутан (неогексан).

Гексановые растворители – бензин экстракционный и бензин-растворитель для полиэтилена – имеют интервал температур кипения 63-92 °C. Они применяются в пищевой промышленности и в производстве пластмасс.

Гептановый растворитель выкипает в узком интервале 92-99°C. Используется в производстве полиолефинов низкого давления, в типографических красках, резиновых клеях и в качестве разбавителя лаков.

Растворитель БЛХ (бесцветная легковоспламеняющаяся жидкость). В лесотехнической промышленности извлечения канифоли взамен бензина-растворителя для резиновой промышленности применяется растворитель БЛХ. Этот растворитель имеет более высокую температуру начала кипения (105°C против 80 °C), что способствует интенсификации процесса экстракции.

Керосин для технических целей представляет собой широкую неочищенную керосиновую фракцию, получаемую прямой перегонкой малосернистых и сернистых нефтей, и предназначен для производственно-технических целей, а также в качестве сырья для пиролиза.

Растворителиготавливаемые из нафтеновых углеводородов.

Нафтеновые углеводороды имеют ограниченное применение в технологии лакокрасочных покрытий, хотя и обладают более высокой растворяющей способностью, чем алифатические

растворители, и меньшей токсичностью по сравнению с ароматическими. Основным природным источником получения этих растворителей является нефть нафтового основания [9].

Нафтовые углеводороды, молекулы которых содержат один или несколько циклов (алициклические) неароматического характера. По свойствам они схожи с соответствующими соединениями алифатического ряда. Термин алициклические означает алифатические циклические углеводороды. Но несмотря на большое сходство между алифатическими и алициклическими соединениями, имеются некоторые особенности в поведении последних, которые можно объяснить наличием в них циклической структуры.

Таблица 2. Физико-химические свойства углеводородных растворителей (нафтовые углеводороды).

Название	Давление пара при 20 °С, кПа	Молекулярная масса	Температура кипения при 101,325 кПа, °С	Плотность при 20 °С, г/см <sup>3</sup>	Показатель преломления $n_D^{20}$	Поверхностное натяжение при 20 °С, мН/м
Циклопентан	34,88 <sup>20,2</sup>	70,130	49,262	0,74538	1,40645	23,16
Метилциклопентан	14,57 <sup>19</sup>	84,156	71,182	0,74864	1,40970	22,74
Циклогексан	10,45	84,156	80,738	0,77855	1,42623	25,64
Метилциклогексан	6,66	98,182	100,934	0,76939	1,42312	24,43

Нафты - насыщенные циклические углеводороды. По строению образуют промежуточный класс соединений между парафиновыми и ароматическими углеводородами, что отражается на их свойствах. Нафты, входящие в состав углеводородных растворителей, являются, главным образом алкилзамещенными производными циклопентана и циклогексана и, таким образом, представляют собой как бы смесь цикланов и алканов. С ростом молекулярной массы углеводорода доля атомов углерода в кольце уменьшается и увеличивается доля атомов в боковой цепи. При этом углеводород утрачивает нафтовый характер, его свойства приближаются к свойствам парафинов.

Таблица 3. Физико-химические свойства углеводородных растворителей (ароматические углеводороды).

Название	Давление пара при 20°С, кПа	Молекулярная масса	Температура кипения при 101,325 кПа, °С	Плотность при 20°С, г/см <sup>3</sup>	Показатель преломления $n_D^{20}$	Поверхностное натяжение при 20°С, мН/м
Бензол	10,0	78,108	80,103	0,8790	1,50110	28,78
Толуол	2,97	92,134	110,623	0,8669	1,49693	25,53
о-Ксилол	1,34	106,160	144,414	0,88020	1,50543	30,03
м-Ксилол	0,85	106,160	139,102	0,86417	1,49721	26,63
п-Ксилол	2,18	106,160	138,348	0,86105	1,49581	28,31
Изопропил-бензол (кумол)	-	120,186	152,393	0,86179	1,49146	28,20
Тетралин	-	132,196	207,57	0,9702	1,54135	35,46 <sup>21,5</sup>

Нефрас С 220/300 - технологический растворитель, используемый в производстве высших жирных спиртов. Представляет собой гидрированную керосиновую фракцию с низким содержанием ароматических углеводородов (не более 2,0%).

Продукт обладает пониженной пожароопасностью (температура вспышки не ниже 70°C), высокой растворяющей способностью, нерезким запахом, может применяться для обезжиривания деталей машин перед сборкой при расконсервации станков и оборудования. Состоит преимущественно из нафтенных (до 60%) и парафиновых углеводородов.

К нефтяным растворителям относятся индивидуальные **ароматические углеводороды**, получаемые в процессе ароматизации различные бензиновые фракции нефти. В таблице 1 указаны пределы кипения нефтяных фракций, применяемых в качестве растворителей из ароматических углеводородов. Ароматические углеводороды – наиболее обширная группа углеводородных растворителей, выпускаемых промышленностью. Физико-химические свойства алициклических углеводородов показаны в таблице 1.

Ароматические растворители обладают более высокой растворяющей способностью по сравнению с другими углеводородными растворителями и в качестве составляющих компонентов входят в большинство смесевых растворителей.

### **Выводы**

1. Наиболее подходящим сырьем для получения ароматического растворителя являются отдельные узкие фракции бензина каталитического риформинга.
2. Проводимые исследования по разработке новой инновационной технологии - получения углеводородного растворителя на базе нефтегазового сырья Республики Казахстана, выполняется впервые и поэтому она является новыми.
3. Результаты разработанный (предлагаемой) технологии по получению углеводородного растворителя на базе ароматических углеводородов из местного нефтегазового сырья Республики Казахстана, как новая инновационная технология и могут быть использованы для производства в стране нового вида нефтепродукта для химчистки различных изделий бытовой, лакокрасочной, резиновой и масложировой промышленности и авиационной технике.

### **Литература**

1. Дринберг С.А., Ицко Э.Ф. «Растворители для лакокрасочных материалов»: Справочное пособие. -Л.:Химия, 1980, 208с.
2. Стекольников М.Н. Углеводородные растворители: свойства, производство применение. – М.: Химия, 1986, 120с.
3. Сушко Л.Г. Глозман А.Б., Стекольников М.Н. Организация производств углеводородных растворителей // Нефтепереработка и нефтехимия, 1982. № 10. С. 34-36.
4. Шарафутдинова Л.Г., Исянов И.Я., Павлова А.А. Производство углеводородных растворителей. –М.:ЦНИИТЭнефтехим, 1979. - №3. С.110-124
5. Семенов С.С. Производство ароматических углеводородов из сланцевого газа бензина. Таллин, 1968, 11с.
6. Уразаев В. Растворители // Технологии в электронной промышленности. 2006. - №1. – С.45
7. Рейнольдс В.В. Физическая химия нефтяных растворителей. -Л.:Химия, 1967, 184с.
8. Оболенцев Р. Д. Физические константы углеводородов жидких топлив и масел. М.:Гостоптехиздат, 1953, 446с.

### **Түйін**

Мұнай-химия өнімдері пластмасса, лактар мен бояулар, синтетикалық талшықтар, шайырлар, желімдерді алу өндірісінде, полиграфияда, резеңке өнеркәсіптерінде, медицинада, өсімдік майларын экстракциялау кезінде, киімді химиялық тазалау үшін қолданылады. Көмірсутекті еріткіштердің маңызы зор. Көмірсутекті еріткіштердің негізгі көзі мұнай және құрамында парафинді, нафтенді және хош иісті көмірсутектері бар өңделген мұнайдың өнімдері болып табылады. Қазақстан ірі көмірсутекті ресурстарға ие болса да, қазіргі заманға сәйкес технологиялық құрылғылармен жабдықталған мұнай-химия өндірістері жоқ. Қазіргі таңда елімізде көмірсутекті еріткіштер басқа елдерден әкелінеді. Осыған байланысты, оларды отандық өндірістің еріткіштерімен импорт алмастыру туралы мәселе туындайды. Егер де шетелдік еріткіштерді отандық еріткіштермен алмастырсақ, оларды өнеркәсіпте, халық

шаруашылығында және басқа салаларда одан әрі пайдалану үшін өзіміздің жоғары сапалы өнімдерді алуға мүмкіндік берер еді. Сондықтан, қазіргі уақытта біздің еліміз үшін Қазақстан Республикасы мұнай-газ шикізаты негізінде көмірсутекті еріткіштерді алу үшін өз технологиясын әзірлеу және елімізде еріткіштерді өндіруді ұйымдастыру өте маңызды болып табылады.

### **Summary**

Petrochemical products are used in the production of plastics, varnishes and paints, synthetic fibers, resins, adhesives, printing, rubber industry, medicine, in the extraction of vegetable fats, for dry cleaning of clothing. Hydrocarbon solvents are of great importance. The main source of hydrocarbon solvents is oil and petroleum products, which contain paraffin, naphthenic and aromatic hydrocarbons. Kazakhstan, having large hydrocarbon resources, does not have modern technologically linked petrochemical industries. Currently, in our country, hydrocarbon solvents are imported from other countries. In this connection, the question arises about their import substitution with solvents of domestic production. Replacement of foreign solvents will allow to receive own high-quality products for their further application in the industry, national economy and in other branches. In this regard, at present, it is very important for our country to develop its own technology for the production of hydrocarbon solvents based on oil and gas raw materials of the Republic of Kazakhstan and the organization of solvent production in the country.

**UDC 58.04**

## **BIOGEOCHEMISTRY OF TERRESTRIAL PLANTS**

**Dauletbay Merey, a student of BGP-116 group**

**Research supervisor: Master Muhanbet Albina,**

**Candidate of Chemical Sciences, Associate Professor Iztleuov GM,**

**Shymkent University**

Water quality issues are a major challenge that humanity is facing in the twenty-first century. Given the importance of water in public health, the growing pollution of aquatic environments as a result of rapid industrialization and intensive use of pesticides in agriculture, is a major threat to life on our planet. In this sense, there is an increasingly evident need for effective methods for assessing the toxicity of various environmental contaminants that can achieve these aquatic systems, thereby attempting to regulate the entry of potentially harmful substances to the ecosystem and, ultimately, for humans.

The problem of the impact of pollutants on ecosystems is complex. Environmental monitoring is necessary to control and reduce this impact, and all aspects (legal, social, economic and biological) should be considered. Given the need for appropriate and effective methods for assessing the toxicity of different pollutants, microorganisms, and in particular microalgae, have begun to be used as biological indicators of pollution in ecotoxicity studies because of its predominant role in the first level of the food chain. The aim of these studies is to control entry into the ecosystem of substances potentially harmful to life in them.

Microalgae are a diverse group - of phototrophic microorganisms found in most environments, especially in the water bodies, both freshwater and saltwater. In these aquatic environments are the main primary producers and represent, therefore, the main energy input to the ecosystem. Thus, any disturbance in the microalgal population and/or alteration of primary production can impact severely on other organisms in these environments (Campanella et al., 2001; Lülrling and Roessink, 2006).

Nowadays, microalgae are considered useful indicators of environmental quality, thanks to some of its characteristics: they are ubiquitous inhabitants of all water bodies; it is undeniable they are representative members of the phytoplankton; in general, they are easily cultivated in the laboratory; and they are sensitive to a broad group of compounds, both organic and inorganic. Therefore, microalgae are commonly used in laboratory bioassays (McCormick and Cairns, 1994; Nie et al., 2009).

However, the algae are still underrepresented as test organisms in standardized methods recommended, and since there is no species of microalgae that are always the most sensitive and ecologically representative, it is necessary to introduce new microalgal species that can be used toxicity bioassays, so that in each case to choose the most appropriate, taking into account the nature of the aquatic environment to be protected and the organisms that live naturally in the middle so that the ecological significance of tests in the laboratory is growing.

Laboratory bioassays using a single microalgal species are the most common, and usually required, to evaluate the toxicity of new substances that seek entry into the market. Thus, laboratory bioassays with microalgae is increasingly used to evaluate the toxicity of chemical compounds and pollutants are part of the strategies recommended by the European Community Commission and the Environmental Protection Agency for U.S. damage assessment of toxic agents (Petersen and Kusk, 2000).

Unialgal bioassays conducted in the laboratory can be performed using batch cultures, in which the toxicant is added to the assay and there is no renewal of the culture medium or regulation of the concentration of pollutant, or continuous cultures, in which there is a renewal of culture medium at a certain rate.

On the other hand, are increasingly being used more batteries of bioassays performed at the same time and independently with different species of micro algae but with the same toxic. These batteries can thus compare the sensitivity of different micro algal species, or even different strains of the same species, to a particular pollutant.

Since different species of microalgae differ markedly in their responses to toxic agents, the bioassays using a single microalgal species are of limited applicability in assessing the effects of these environmental pollutants on algal communities, which consist of several species different sensitivities. However, these toxicity tests have been the source of many biological data for risk assessment of different pollutants and there are authors who believe, like us, that these bioassays can still provide valuable information on this subject (Ma, 2005).

There are relatively few microalgal species have been studied for use in toxicity tests, and those used have been chosen for its ease of cultivation rather than by their sensitivity to pollutants. Therefore, there is a need to seek new and more sensitive species respond to both promoters and growth inhibitors.

Most toxicity tests with microalgae performed in laboratory have been conducted with freshwater microalgae, and there are relatively few bioassays that can be classified as standard in marine environments. It is well known that green algae and cyanobacteria are relatively sensitive to many chemicals. The green microalgae of the genera *Chlamydomonas*, *Chlorella*,

*Scenedesmus* and *Selenastrum* are frequently used in bioassays of the toxicity of different contaminants. In particular, the most widely used microalgal bioassay is based on inhibiting the growth of algae *Selenastrum capricornutum* and *Scenedesmus subspicatus* (ISO 8692, 1989). There are also many studies conducted with various species of cyanobacteria, being *Anabaena*, *Nostoc* and *Microcystis* the most common genera in these studies. On the other hand, their ecological position (primary producers) and their essential roles in recycling nutrients are critical for all environments. In addition, knowledge of the processes of absorption, accumulation and metabolism of contaminants by algae is essential, as they play an essential role in the process of biomagnification of these contaminants along the food chain, which may ultimately lead to mortality fish, birds and mammals.

Growth is the most studied parameter in toxicity tests with microalgae, so that 95% or more of the published works include it. It is a very general parameter, reflecting the physiological state of cells. Microalgal population growth can be monitored directly by counting cells under a microscope in special chambers, or electronic particle counters, or using flow cytometry. Indirect estimates of growth can also be used that can be correlated to the turbidity of the culture, the dry weight or the amount of chlorophyll *a* (by fluorometry or spectrophotometry).

There are different index or rates, usually based on the results of cell density, allowing us to quantify the effect of pesticide on microalgal growth, the most used growth rate ( $\mu$ ) and the median effective concentration (Median Effective Concentration, Effective Concentration 50%, EC<sub>50</sub>) which

is the concentration of toxic compound that reduces population growth by 50%. The easiest way to obtain an EC value is the graphic interpolation.

In contrast, very little is known about growth and proliferation in relation to the cell cycle regulation of algae. The lack of knowledge is even greater when referring to the potential toxic effects of pollutants on microalgal cell division. To assess the effect of terbutryn, a triazine herbicide, on the proliferation of the freshwater microalga *Chlorella vulgaris* we have used a flow cytometric approach; *in vivo* cell division was followed using 5-,6- carboxyfluorescein diacetate succinimidyl ester (CFSE) as staining (Rioboo et al., 2009a). In all *C. vulgaris* cultures, each mother cell had undergone only one round of division through the 96 h of assay and the cell division occurred during the dark period. Cell division of the cultures exposed to the herbicide was asynchronous, and terbutryn altered the normal number of daughter cells (4 autospores) obtained from each mother cell. The number was only two in the cultures treated with 250 nM. The duration of the lag phase after the exposure to terbutryn could be dependent on the existence of a critical cell size to activate cytoplasmic division.

The rapid and precise determination of cell proliferation by CFSE staining has allowed develop a model for assessing both the cell cycle of *C. vulgaris* and the *in vivo* effects of pollutants on growth and reproduction at micro algal cell level (Rioboo et al. 2009a).

An effective method to determine cell viability is to measure the fluorescence of cells stained with propidium iodide by microscopy or flow cytometry. Propidium iodide is a fluorescent dye that penetrates cells when they die and/or the cell membrane integrity is lost, this fluorochrome fluoresces red when excited with blue light. Thus, it can be used to discriminate between viable cells and cells not viable fluorescent fluorescent (Cid et al., 1996; Franqueira et al., 2000).

Some studies have also used staining with fluorescein diacetate as a test to assess cell viability, based on the fluorescein molecule, resulting from the conversion of the compound by nonspecific intracellular esterases, is polar in nature and is retained in cells that have intact membrane; however, cells that have lost membrane integrity showed no green fluorescence characteristic of the fluorophore (Lage et al., 2001).

Taking into account our results, cell viability assayed by flow cytometry was the less sensitive parameter when the marine diatom *Phaeodactylum tricornutum* was exposed to copper concentrations lower than 1 mg l<sup>-1</sup>, during 24 hours (Cid et al. 1997). However, cell viability is a good indicator for the selection of microalgal species with bioremediation purposes (Gonzalez-Barreiro et al., 2006).

#### Elemental and Biochemical Composition of the Microalgal Biomass

The metabolites can be considered as the end products of cellular regulatory processes and their levels can be interpreted as the ultimate response of biological systems to genetic and environmental changes (Jamers et al., 2009). A very basic index used is the C/N ratio, which has been linked with a growth rate inversely proportional (Laws and Chalup, 1991).

The biochemical composition analysis to characterize the metabolic response of an organism to stimuli or stressors in the environment has been little used so far in microalgae. Different biochemical compounds have been used as study parameters in toxicity tests with microalgae, such as the cellular protein content (Battah et al., 2001), the carbohydrate content of cells (Kobbia et al., 2001), cellular lipid content (Yang et al., 2002) or fatty acids (ElSheekh et al., 1994). The cellular content of various photosynthetic pigments, mainly chlorophylls and carotenoids (Couderchet and Vernet, 2003), are also related to the photosynthetic activity.

#### Referents

1. Маматкулов М.Мхи Памира-Алтая- Москва:, 145с
2. Кариотаксаномия мхов // Тезис и доклады конференции по споровой растений средней Азии и Казахстана. – Ашхабат: 1974 , 215 с.
3. Әлімқұлова Р, Дүйсенбаева Б. Әсімдіктану Алматы.: Рауан, 1997, 125 б.
4. Жатқанбаев М. Әсімдіктер физиологиясы .- Алматы.: Мектеп, 1995, 235 б.

## Резюме

В статье рассматриваются биоиндикационные свойства растений загрязненных территориях тяжелыми металлами. Было показано что эффективным использование для биоиндикации ионов от металлов ртути и кадмия в почве загрязненного участка

## Түйін

Мақалада өсімдіктердің ауыр металдармен ластанған жерлерінің биоиндикациялық қасиеттері қарастырылады. Ластанған жердің топырағында сынап пен кадмий металдарынан иондарды қолдану биоиндикация үшін тиімді екендігі көрсетілді

ӘӨЖ 58.04

## SCLEROPODIUM PURUM МҮГІН БИОИНДИКАЦИЯЛАУ ҮШІН ҚОЛДАНУ

БГП-116 тобының студенті Анарбаева С.

Ғылыми жетекшісі: магистрант Райымбек Б., х.ғ.к., доцент Изтлеуов Ғ.М.,  
магистр, оқытушы Аширбаева С.  
Шымкентский университеті

Ауыр металдарға жататын кадмий жалпы ең қауіпті металдарға жататын орта уыттаушыларының бірі болып саналады. Табиғи ортада кадмий өте аз мөлшерде кездеседі – сондықтан да оның улаушы әсері тек жуырда ғана анықталды. Мәселе мынада: тек соңғы 3-4 жылдықтарда ол техникалық қолданыстарда жиі ұшыраса бастады. Ол мазут пен дизелді отынның құрамында бар. Оны қорытпаларда отынға қосатын зат ретінде, гальваник қаптама жасағанда, лактар, эмальдар мен керамика өндіруде қажетті кадмий пигментін алу үшін, пластмассаларға арналған стабилизатор (мысалы, поливинилхлориді) ретінде, электрлік батареяларда және т.б. пайдаланылады. Осының бәрінің нәтижесінде, сондай – ақ құрамында кадмий бар пластмасса қалдықтарын жандырғанда кадмий ауаға түсуі мүмкін [1-2].

Бауыр мүгі ауыр металдардың атмосферадағы таралу, жайылу мониторингінің идеалды индикаторы болып келеді. Солтүстік Америка мен Финляндияда осыған байланысты көптеген зерттеулер жүргізілді. Олар мүктің денесіндегі кадмий дейтін металлдың концентрациясын зерттеді. Ластанбаған жерлерде өсетін мүктің ішіндегі кадмийдің концентрациясы 0.1 – 0,3 мг/кг, қорғасынның 100-150 мг/кг, сынап 100-135 мг/кг мөлшерінде болды. Ал өте қатты ластанған және кен байыту фабрикалары бар, металл балқытатын өндірісі, фосфор тыңайтқыштарын өндіретін өндірісі бар жерлерде мүктегі кадмийдің концентрациясы 1,2-2,9 мг/кг мөлшерінде, қорғасынның 135-210 мг/кг, сынап 143-210 мг/кг мөлшерінде болды [3-4].

Атмосфералық ластанудың мониторингі үшін 1 кг сулы мүкті алып жолдан (автотрассадан) 30 м қашықтықтағы жерге дейін 5 см –ға қойылған мүкті зерттеуге алынған. Осы және басқа металдардың түрі катион түрінде өсімдікке өте қатты әсер еткендігі анықталды. Ал анион түрін олар өсімдікке әлсіз әсер етеді. Жолдан ара қашықтықпен орналасқан өсімдіктерде кадмий, қорғасын концентрациясы арасында байланыс бар екендігі анықталды. (ықтималдылығы 35 %). Автотрассаның жанында орналасқан мүктердің хлоропластарында АТФ мөлшері өте көп екені анықталды. Жол жиегінен қашықтаған сайын мүктегі металдың мөлшері төмендейді. Мысалы: жол жиегінен 5-15 метр қашықтықта қорғасынның мөлшері 45 мг/кг- 20 мг/кг дейін, кадмий 35 мг/кг- 26 мг/кг дейін төмендейді (2- кесте). Бұл мәліметтер мүкті адсорбент ретінде, яғни ластанған ағызынды суларды тазалау үшін пайдалануға болатындығын көрсетеді.

Кадмий көптеген химиялық тыңайтқыштар мен пластмасса өндірісінің қалдықтарында жоғары концентрацияларда болады. Сынап пен қорғасыннан оның айырмасы, кадмий организмде қалып қояды, сондықтан, оның кәсіптік жануарлардың бүйректеріндегі құрамы жыл өткен сайын артады. Жабайы құстардың еттерін пайдалану денсаулыққа пәлендей қауіп төндірмейді, себебі олардың бұлшық еттерінде ауыр металдардың құрамы біршама төмен.

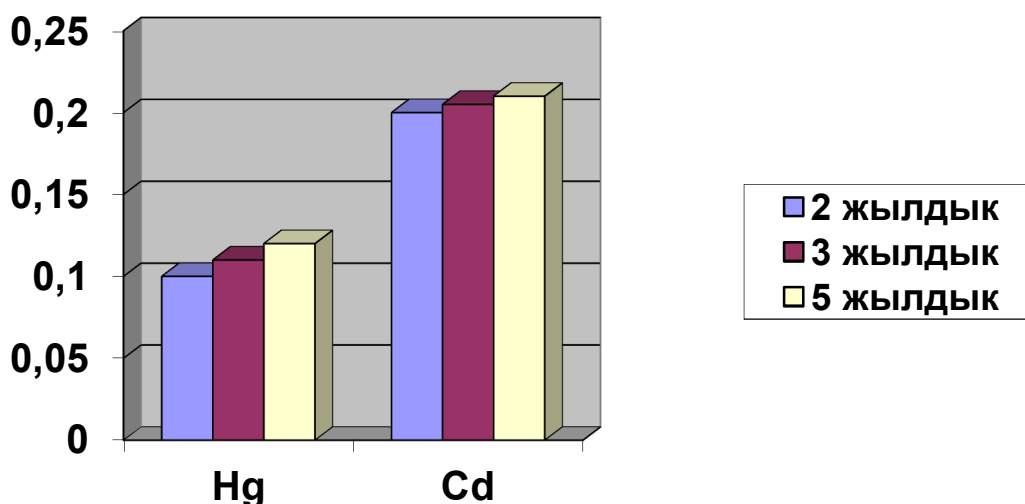
Керісінше, бүйректі жеуге болмайды. өсімдік шаруашылығында тыңайтқыштар дозасын арттыру кадмийдің жинақталуына ықпал етеді. Сондықтан да, ауыл шаруашылығы қарқынды жүретін аймақтарда кадмийдің топырақтағы қалдық мөлшерінің жоғары екені байқалады.

Сондықтан да тіпті материалының құрамында кадмий бар құтыдан сусын ішуде қауіпті. Бір кезде ішке жұтылған кадмийдің мөлшері адам организмінен өте баяу шығатындықтан оп оңай – ақ созылмалы улану тууы мүмкін. Тәулігіне алғанда 0,1 процентті құрайды. Оның алғашқы симптомдары – бүйрек пен жүйке жүйесінің зақымдалуы, зәрде ақуыздың болуы, жыныс мүшелерінің қызметінің бұзылуы, кейінірек арқа мен аяқ сүйектерінде қатты ауырсынулар пайда болады. Сондай-ақ өкпенің қызметі де бұзылуы мүмкін. Бұдан өзге кадмийдің канцерогенді әсеріде болуы мүмкін. Ағзада кадмий бірінші кезекте бүйрекке жиналады, шекті концентрацияға жеткенде - бүйректің 1 г салмағына шамамен 0,2 мг кадмий – ауыр улану мен емделмейтін дерлік сырқаттың симптомдары пайда болады. Кадмийдің бүйрекке жиналуы бастапқыда қандай да бір айқын клиникалық симптомдар тудырмайды. Ластанған аймақтағы топырақты сынап пен кадмий металл иондарын биоиндикациялау үшін *Scleropodium purum* мүгін қолдану тиімді екендігі анықталды. Соның ішінде сынап ионы екі жылдық мүкте -0,1, үш жылдық мүкте 0,11, бес жылдық мүкте 0,12 мкг/г мөлшерінде болатыны анықталса, кадмий ионы екі жылдық мүкте -0,2, үш жылдық мүкте 0,205, бес жылдық мүкте 0,21 мкг/г мөлшерінде жететіні анықталды (сурет- 3).

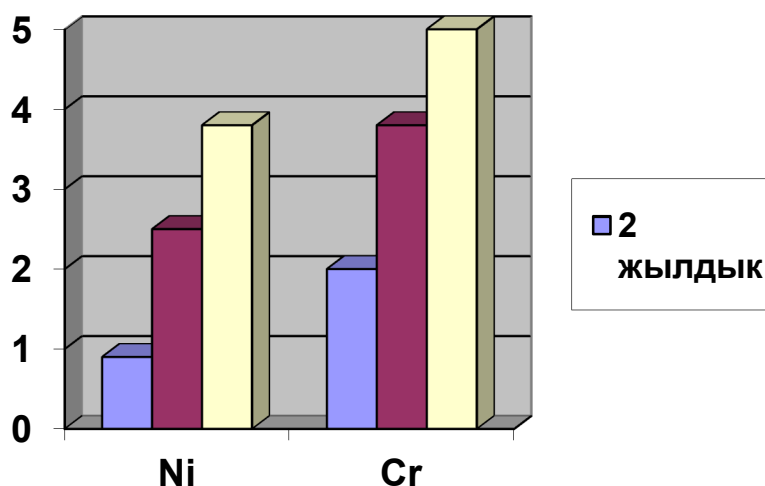
Антропогендік аймақтағы топырақты никель пен хром металл иондарын биоиндикациялау үшін *Scleropodium purum* мүгін қолдану тиімді екендігі анықталды. Соның ішінде никель ионы екі жылдық мүкте -0,9, үш жылдық мүкте 2,5, бес жылдық мүкте 3,8 мкг/г мөлшерінде болатыны анықталса, хром ионы екі жылдық мүкте -2, үш жылдық мүкте 3,8, бес жылдық мүкте 5 мкг/г мөлшерінде жететіні анықталды (сурет-4 ).

Ластанған аймақтағы топырақты барий және мырыш металл иондарын биоиндикациялау үшін *Scleropodium purum* мүгін қолдану тиімді екендігі анықталды. Соның ішінде барий ионы екі жылдық мүкте 12, үш жылдық мүкте 18, бес жылдық мүкте 27 мкг/г мөлшерінде болатыны анықталса, сынап ионы екі жылдық мүкте -26, үш жылдық мүкте 35, бес жылдық мүкте 40 мкг/г мөлшерінде жететіні анықталды (сурет-5 ).

Антропогендік аймақтағы топырақты мыс және қорғасын металл иондарын биоиндикациялау үшін *Scleropodium purum* мүгін қолдану тиімді екендігі анықталды. Соның ішінде мыс ионы екі жылдық мүкте -8, үш жылдық мүкте 9,4, бес жылдық мүкте 10,8 мкг/г мөлшерінде болатыны анықталса, қорғасын ионы екі жылдық мүкте -10, үш жылдық мүкте 17, бес жылдық мүкте 24 мкг/г мөлшерінде жететіні анықталды (сурет- 6).



Сурет 1. Ластанған аймақта орналасқан *Scleropodium purum* мүгінің сынап, кадмий иондарын топырақтан биоиндикациялау қасиеті. (мкг/г)



Сурет 2. Ластанған аймақта орналасқан *Scleropodium purum* мүгінің никель, хром иондарын топырақтан биоиндикациялау қасиеті. (мкг/г)

Қорыта келгенде, *Scleropodium purum* мүктерін пайдаланып, биоиндикациялаудың мүмкіншіліктері бар екендігі алғаш рет көрсетілді.

Біз тек мүктің құрамында ауыр металл бар топырақты биоиндикациялау үшін үшін қолдандық. Ал, әлі қаншама металлдар және олардың қоспалары, мүктердің түрлері бар. Сондықтан да бұл жұмысты ғылыми жаңалық деп есептемейміз. Өйткені, бұл әдістің көптеген басқа әдістерге салыстырғанда артықшылықтары бар:

1) Мүктерді пайдаланып ауыр металл бар топырақты биоиндикациялау әдісі ешқандай электр энергиясын, реагенттерді, күрделі аппаратураларды қажет етпейді.

2) Ең негізгісі тәжірибе кезінде алынған мүк сирек кездесетін, бір жерде өсетін мүк емес, салқын ылғалды, өндірісте өсіруге болатын мүк.

Ал бұл артықшылықтар, бұл әдісті қаншама есе арзандаттырып, қаншама пайда келтіреді. Міне, сондықтан, бұл әдісті қазіргі экономикалық қиын жағдайда өте тиімді, өте қолайлы әдіс деп есептеуге болады.

#### Пайдаланған әдебиеттер тізімі

1. Маматкулов М.Мхи Памира-Алтая- Москва:, 145с
2. Кариотаксаномия мхов // Тезис и доклады конференции по споровой растений средней Азии и Казахстана. – Ашхабат: 1974 , 215 с.
3. Әлімқұлова Р, Дүйсенбаева Б. Өсімдіктану Алматы.: Рауан, 1997, 125 б.
4. Жатқанбаев М. Өсімдіктер физиологиясы .- Алматы.: Мектеп, 1995, 235 б.

#### Резюме

В статья рассматриваются биоиндикационные свойства мхи в загрязненных территориях тяжелыми металлами. Было показано что эффективным использование для биоиндикации ионов от металлов ртути и кадмия в почве загрязненного участка являются мхи *Scleropodium purum*.

#### Summary

The article discusses the bioindication properties of moss in heavy metals contaminated areas. It has been shown that the use of *Scleropodium purum* mosses for the bioindication of ions from the metals of mercury and cadmium in the soil of the contaminated area is.

## БАЛДЫРЛАРДЫҢ ЭКОФИЗИОЛОГИЯСЫ ЖӘНЕ МЕТАЛДАРҒА ТҰРАҚТЫЛЫҒЫ

**БГП-116 тобының студенті Даулетбай Мерей**  
**Ғылыми жетекшісі: магистрант Тутаева А., х.ғ.к., доцент Изтлеуов Ғ.М.,**  
**доцент Жумадуллаева А.И.**  
**Шымкент университеті**

XX ғасырда-үлкен ғылыми техникалық революция ғасырында, өндірістің өсу қарқыны жоғары болғанда, сыртқы ортаның ластануы глобальды масштабты алып, үлкен экологиялық проблемаларды туғызып отыр. Қоршаған ортаның: ауаның, топырақтың ластанып, сонымен қоса сулар-өнеркәсіптердің әсерінен өте қатты ластанып жатыр.

Фототрофты өсімдіктер сияқты балдырлар органикалық емес заттардан органикалық заттар жасайды да су жануарлар дүниесінің алғашқы қорегі және панасы болып табылады. Фотосинтез процесі кезінде бөлініп шыққан оттегін су организмдері тыныс алу үшін пайдаланады[1-2]..

Топырақтағы кейбір көк-жасыл балдырлар сақырауқұлақпен селбесіп балдыр түзеді, ол басқа өсімдік өспейтін жартастарды мекендейді де онда шірінділер түзеп келешекте басқа өсімдіктердің сол жерге таралуына мүмкіндік береді. Сондықтан олар өсімдіктердің «пионерлері» болып есептеледі. Кейбір топырақта кездесетін көк-жасыл балдырлардың күріш өндіру шаруашылығында маңызы ерекше. Олар ауадағы азотты бойына сіңіріп, топырақты азот тұздарымен байытып өсімдіктің қабылдауына қолайлы етеді. Сонымен қатар ассимиляция кезінде өсімдіктің өсуіне қажетті оттегін бөліп шығарады. Егер күріш даласына су жайылған кезде балдыр бол-маса, аэрацияның нашарлауы нәтижесінде күріш түрлі ауруларға бейім келеді және өнімді нашар береді (К. Мусаев, 1960).

Егер жер бетіндегі органикалық заттардың жалпы салмағы 100 000 млрд т шығатын болса, оның 3,5 бөлегі су ішінде пайда болатын органикалық заттар. Біраз диатомды және пиррофитті балдырлар тау жыныстарын құрауға және теңіз түбіндегі *диатомит* деп аталатын органикалық затынан айрылған шөгінділерді құрауға қатысады. Диатомитті өндірістерде құрылыс және өңдеу материалы есебінде қолданады. Ал, кальций тұздары бар кейбір қызыл балдырлар маржан аралдарын және рифтерін құрауға қатысады[3-4].

Азия және Батыс Европа елдерінде егістік жерлерге қолданатын тыңайтқыштарының 25 процентін балдырлардан алады. Құрғақ 1 т балдырлардың құрамында 178 кгкалий тұзы, 16 кгорганикалық азот қосылысы, 9,6 кгфосфор және басқа құнды қосылыстар бар. Сондықтан бұларды тыңайтқыш ретінде пайдалану егістің өнімділігін бірнеше есе арттырады. Көңге қарағанда балдырлар топырақта тез шіриді. Балдырларды теңіз жағалауындағы халықтар мал азығы ретінде пайдаланады. Одан сүрлем шөптер дайындау теңіз жағалауындағы облыстар үшін экономикалық жағынан тиімді. Норвегия сияқты елдерде, мал үшін балдырлардан ұн дайындайтын арнаулы заводтар салынған. Балдырлар су құстарының да қорегі. Балқаш көлінің жағалауында жиналған *батриококк (Batriococcus)* балдырын жабайы үйрек жақсы жейді. Спирогира, носток және хара балдырларын су құстары қорек етеді. Кейбір көк-жасыл және эвгленалылар ақпайтын судың бетін жұқа қабықпен қаптап безгек масасының өсуіне кедергі жасайды.

Балдырдың 100 000 тоннасынан 4000 т альгин қышқылын, 1000 т маннит, 20 т иод, 1000 т калий тұздарын алады. Балдырлардан спирт, ацетон алынады. Альгин қышқылын, манниттерді медицинада және пластмасса, түссіз пленка жасауға, сонымен бірге мата өндірісінде пайдаланады. Кладофора және ризоклониум балдыр-ларын қағаз өндірісінде қолданады (В. Чэпмен, 1953). Балдырлар судың тазалығына да әсерін тигізеді. Органикалық лас заттары бар суды тазартып, оны оттегімен байытады. Сөйтіп, балдырлардың, шаруашылықта өте зор маңызы бар.

Қоршаған орта антропогендік жүктемелердің әсерінен ластанған жағдайда, экологиялық жағдайдың өзгеруіне сезімтал тірі ағза түрінің немесе олардың қауымдастығының биологиялық өзгерісін, биоиндикациялық және биотесттік әдістер арқылы анықтайды. Су ортасына биотесттердің көмегімен эколого-гигиеналық баға беруге болады. Ал балдырлардың кейбір түрлері сол ауыр металдарды адсорбциялап отырады екен. Сондықтан балдырлардың табиғаттың экологиялық мәселелерді шешуде ерекше маңыз бар.

Экологиялық мәселелердің маңызды және өзекті проблемалардың бірі, бұл – ластанған өндірістік ағызынды суларды тазалау болып табылды. Ластанған ағызынды сулар қоршаған ортаға үлкен зиянын тигізуде. Осы суларды тазалаудың бірқатар әдістері: физика – химиялық, химиялық және биологиялық әдістері белгілі. Биологиялық әдістермен ластанған өндірістік ағызынды суларды тазалау басқа әдістермен салыстырғанда бірқатар ерекшеліктері бар. Ең басты ерекшелігі бұл осы әдістің арзандылығы болып табылады. Қазіргі кезде бұл бағытта бірқатар зерттеулер әлі де жүргізілуде.

Көптеген ғалымдардың жылдар бойы жасаған зерттеулерінің нәтижесі мынадай тұжырым жасауға негіз болады: су көздерінің сапалық көрсеткіші жақсы болу үшін, судың 1м<sup>2</sup> аймағында өсімдіктің таза мөлшері- 1,5 кг болу керек. Осындай жағдайда суда зат алмасу үрдісі қалыпты жағдайда жүреді.

Суда өсімдіктер қауымдастығының кездесу мөлшері шектен тыс болған жағдайда, судың екінші кезектегі ластануына әкеп соғады. Бұл жағдай көбінесе жасанды, шағын балық шаруашылығы және өндіріске пайдаланатын су көздерінде болады. Су астындағы шіріген өсімдіктер үшін еріген оттегінің көбі жұмсалып, балықтардың жойылуына себепші болады.

Гидрофиттер биогенді элементтерді, минералды және органикалық заттарды, ауыр металл иондарын бойына сіңіру арқылы минерализатор және детоксикант қызметін, сонымен қатар пестицидтер мен мұнайөнімдерін сүзу арқылы биосүзгіш қызметін атқарады. Гидрофиттердің бұл қасиеті әмбебап биосүзгіш қызметімен қатар, фитопланктонның шеттен тыс көбеюіне тосқауыл болады. Осы жағдайлардың барлығы да гидромакрофиттердің техногендік факторлерге төзімділігі мен толеранттық қасиеттеріне тікелей байланысты.

Гидрофиттердің сүзгіштік қызметін ұтымды пайдалану - су көздеріне түсетін техногенді ластағыш заттарды азайтудың бірден-бір тиімді жолы. Соңғы кезде көптеген ғылыми тұжырымдар, су көздерін тазартуда өсімдіктер қауымдастығын пайдалану тиімді екенін көрсетіп отыр. Шығыс қамысы (*Ph. australis* Train), көл қамысы (*Scircus Lacustris* L.) сияқты су өсімдіктері, қазіргі кезде көптеген елдерде малшаруашылығынан шыққан суларды және биоинженерлік құрылысында арнайы мелиоративті жүйеде пайдаланады.

Кәдімгі хара балдыр (*Ch. vulgaris* L.) – орташа температуралы су ортасында, арна жағалауындағы таяз суларды мекендейтін, жоғары сатылы өсімдіктермен бірге доминантты қауымдастықты құрайтын гидрофиттік өсімдік. Өсімдіктің вегетативтік массасының басым бөлігі су ортасына батып өседі. Түсі қанық жасыл, кейде қылаң жасыл болып кездеседі. Өзіне тән жағымсыз иісі бар, түрі өзгерген талломдары ұзын және топтамалы түрде орналасқан, қылқан жапырақтарды еске салады. Ағымы баяу және таяз суларда кәдімгі хара балдыр (*Ch. vulgaris* L.) жаппай, бір шаршы метрге шаққанда 3,5-4,5±0,32 кг биомасса түзеді. Кәдімгі хара балдыр (*Ch. Vulgaris* L.), сизаротәріздес сужелкен (*S. sizaroideum* DC.), сірне бөденешөбі (*V. beccabunga* L.) және шоғыргүлді жүрекшөбімен (*C. leucantha* (Tausch) O.E. Schulz) бірлесіп ерекше қауымдастық құрайды.

Көптеген мәліметтер көрсеткендей-ақ, балдырлардың ағызынды суларды тазалауына: Балдырлардың массасы қатты әсер етеді. Кестедегі Балдырлардың массасы өскен сайын тазалау шамасы да өседі. Ең үлкен шама Балдырлардың массасы 16 гр. кезінде 10 мл хром (VI) ионын қосқанда (0,05 м) 60 % жетті.

Балдырлардың тазалау дәрежесіне ерітіндінің көлемін, біз әсерін кестеден көруімізге болады. Тәжірибе нәтижесі көрсеткендей-ақ әрбір балдырлардың массасында ерітіндінің өте аз мөлшерін қосқанда тазалау дәрежесі үлкен мәнге ие болады. Мысалы: 16 гр балдырларда 10 мл ерітіндіде 60 пайызға жетті.

Кесте 1. Ағызынды судың хром (VI) иондарынан тазалану дәрежесіне балдырлардың салмағының әсері

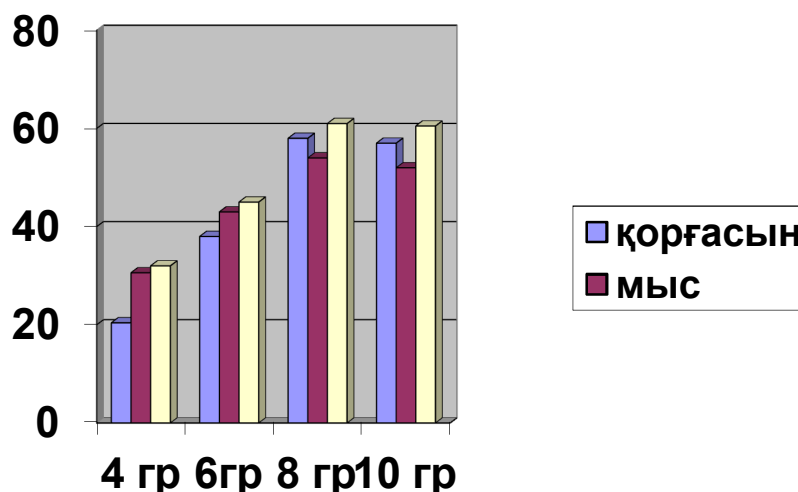
Балдырлардың салмағы, гр	4	8	12	16
Тазалану дәрежесі, %	14.5	32	47	60

Кесте 2. Ағызынды судың хром (VI) иондарынан тазалану дәрежесіне ерітіндінің көлемінің әсері

Ерітіндінің көлемі, мл	6	8	10	12
Тазалану дәрежесі, %	34	46	60	53

Кесте 3. Ағызынды судың хром (VI) иондарынан тазалану дәрежесіне уақыттың әсері

Уақыт, мин	6	9	12	15
Тазалану дәрежесі, %	68	70	57	49



Сурет 1. Балдырлардың салмағының ауыр металл иондарын сіңіру динамикасы

Құрамында хром (VI) ионы бар ағызыны суларды тазалау дәрежесіне балдырлардың массасы мен ерітіндінің көлемін өзгерткенде 60 пайыздан аспағанымен тәжірибе жүргізу уақытын, өзгерте отырып ең үлкен тазалау дәрежесіне 70 пайызға (8 гр балдырлардың 9 минутта) жетеді.

Келесі зерттеу жұмыстарымызда ауыр металл иондарынан; қорғасын, мыс, мырыш иондарынан тазалану дәрежесін зерттедік. Балдырлардың салмағының ауыр металл иондарын сіңіру динамикасын қарастырған кезде, балдырлардың массасы өскен сайын тазалау шамасы да өседі. Ең үлкен шама балдырлардың массасы 16 гр. кезінде қорғасын-57%, мыс-52%, мырыш-60,5 % жетті.

Балдырлардың тазалау дәрежесіне уақыттың, біз әсерін суреттен көруімізге болады. Тәжірибе нәтижесі көрсеткендей-ақ уақыт артқан сайын тазарту дәрежесі өседі де қорғасын-72%, мыс-69%, мырыш-75 % тазалау дәрежесі үлкен мәнге ие болады.

Балдырларды пайдаланып, құрамында металл иондары бар ластанған ағызынды суларды тазалау туралы мәлімет жоқ десе де болады. Біз тек балдырлардың құрамында ауыр металл иондары бар ағызынды суларды тазалау үшін қолдандық. Ал, әлі қаншама металлдар және олардың қоспалары, балдырлардың түрлері бар. Сондықтан да, бұл жұмысты ғылыми

жаңалық деп есептемейміз. Өйткені, бұл әдістің көптеген басқа әдістерге салыстырғанда артықшылықтары бар:

1. Балдырларды пайдаланып ағызынды суларды тазалау әдісі ешқандай электр энергиясын, реагенттерді, күрделі аппаратураларды қажет етпейді.

2. Тәжірибе кезінде ластанған су қосымша реагенттермен ластанбайды.

3. Металды тұнбаға түсіру, бөліп алуды керек етпейді, қосымша өнім шлам түзілмейді.

4. Ең негізгісі тәжірибе кезінде алынған балдырлар сирек кездесетін, бір жерде өсетін балдырлар емес, салқын ылғалды, өндірісте өсіруге болатын балдырлар.

Ал бұл артықшылықтар, бұл әдісті қаншама есе арзандаттырып, қаншама пайда келтіреді. Міне, сондықтан, бұл әдісті қазіргі экономикалық қиын жағдайда өте тиімді, өте қолайлы әдіс деп есептеуге болады.

#### **Пайдаланған әдебиеттер тізімі**

1. Маматкулов М.Мхи Памира-Алтая- Москва:, 145с
2. Кариотаксаномия мхов // Тезис и доклады конференции по споровой растений средней Азии и Казахстана. – Ашхабат: 1974 , 215 с.
3. Әлімқұлова Р, Дүйсенбаева Б. Өсімдіктану Алматы.: Рауан, 1997, 125 б.
4. Жатқанбаев М. Өсімдіктер физиологиясы .- Алматы.: Мектеп, 1995, 235 б.

#### **Резюме**

В статье рассматриваются биоиндикационные свойства водоросли загрязненных территориях тяжелыми металлами. Было показано что эффективным использование для биоиндикации ионов от металлов ртути и кадмия в почве загрязненного участка являются *Ch. vulgaris L.*

#### **Summary**

The article discusses the bioindication properties of algae contaminated areas with heavy metals. It was shown that the use of ions from the metals of mercury and cadmium in the soil of the contaminated area for bioindication is *Ch. vulgaris L.*

#### **ӘӨЖ 37.1**

### **ЖАРАТЫЛЫСТАНУ –ПЕДАГОГИКАЛЫҚ БАҒЫТЫ БОЙЫНША ОҚЫТУДЫҢ ИННОВАЦИЯЛЫҚ- ПЕДАГОГИКАЛЫҚ ӘДІСТЕРІН ҚАЛЫПТАСТЫРУ**

**ХМ-117 тобының студенттері Камалова Г., Қошқарова А.**

**Ғылыми жетекшісі: х.ғ.к., доцент Изтлеуов Ғ.М., доцент Жумадуллаева А.И.  
Шымкентский университеті**

Оқытудың жаңа ақпараттық- коммуникациялық технологияларын меңгеру – қазіргі заман талабы. ХХІ ғасыр – ақпараттық технология ғасыры. Қазіргі қоғамдағы білім жүйесін дамытуда ақпараттық – коммуникациялық технологиялардың маңызы зор. Білім беруді ақпараттандыру және пәндерді ғылыми – технологиялық негізде оқыту мақсаттары алға қойылуда. Ақпараттандыру технологиясының дамуы кезеңінде осы заманға сай білімді, әрі білікті жұмысшы мамандарын даярлау оқытушының басты міндеті болып табылады. Қоғамдағы ақпараттандыру процестерінің қарқынды дамуы жан-жақты, жаңа технологияны меңгерген жеке тұлға қалыптастыруды талап етеді.

Қазақстан Республикасының «Білім туралы» Заңының 11 – бабының 9 тармағында оқытудың жаңа технологияларын, оның ішінде кәсіптік білім беру бағдарламаларының қоғам мен еңбек нарығының өзгеріп отыратын қажеттеріне тез бейімделуіне ықпал ететін кредиттік, қашықтан оқыту, ақпараттық-коммуникациялық технологияларды енгізу және тиімді пайдалану міндеті қойылған [1]

Қазіргі таңда елімізде білім беру жүйесінд ежаңашылдық қатарына ақпараттық кеңістіктік үру енгізілді. Ақпараттандыру жағдайында студенттер меңгеруге тиісті білім, білік, дағдының көлемік үннен күнге артып, мазмұны өзгеріпотыр. Білім беру саласында ақпараттық–коммуникациялық технологияларды пайдалану арқылы білімнің сапасын арттыру, білім беру үрдісін модернизациялаудың тиімді тәсілдері пайдаланылуда және одан әрі жетілдірілуде.

Білім – болашақ бағдары, кез-келген маман даярлайтын оқу орынның басты міндеттерінің бірі – жеке тұлғаның құзіреттілігін дамыту. Құзірет – студенттың жеке және қоғам талаптарын қанағаттандыру мақсатындағы табысты іс-әрекетіне қажетті білім дайындығына әлеуметтік тапсырыс. Құзыреттілік–студенттың әрекет тәсілдерін жан-жақты игеруінен көрінетін білім нәтижесі. Ақпараттық құзыреттілік – бұл жеке тұлғаның әртүрлі ақпаратты қабылдау, табу, сақтау, оны жүзеге асыру және ақпараттық – коммуникациялық технологияның мүмкіндіктерін жан-жақты қолдануға қабілетті. Студенттердің түпкілікті құзіреттіліктері – білім берудің жаңа нәтижелері. Құзіреттілікті студентның пәнбойынша игерген білім, білігінің жинағы деп қабылдауға келмейді. Ол – оқу нәтижесінде өзгермелі жағдайда меңгерген білім, білік, дағдыны тәжірибеде қолдана алу қабілеті болып табылатын жаңа сапа.

Ақпараттық құзіреттілікті қалыптастырудың басты мақсаты – студенттерды ақпаратты беру, түрлендіру және оны қолдану білімдері мен қаруландыру, олардың компьютерлік технологияны өз қызметтеріне еркін, тиімді пайдалана алу қабілеттерін қалыптастыру.

Қазіргі заман талабына сай адамдардың мәлімет алмасуына, қарым-қатынасына ақпараттық-коммуникациялық технологиялардың кеңінен қолданысқа еніп, жылдам дамып келе жатқан кезеңінде ақпараттық қоғамды қалыптастыру қажетті шартқа айналып отыр. Ақпараттық қоғамның негізгі талабы – студенттер ақпараттық білім негіздерін беру, логикалық ойлау – құрылымдық ойлау қабілеттерін дамыту, ақпараттық технологияны пайдалануда ғыларын қалыптастыру және студент әлеуметінің ақпараттық сауатты болып өсуі мен асырағы мына бейімделе білуге тәрбиелеу, яғни ақпараттық қоғамға бейімдеу. Ақпараттық технология – қазіргі компьютерлік техника негізінде ақпаратты жинау, сақтау, өндеу және тасымалдау істерін қамтамасыз ететін математикалық және кибернетикалық тәсілдер мен қазіргіт ехникалық құралдар жиыны. Коммуникация – ақпаратты тасымалдап жеткізу әдістері мен механизмдерін және оларды жазып жинақтап жеткізу құрылғыларын қамтитын жалпыұғым. Ақпараттық-коммуникативтік технология жағдайындағы жалпы оқыту үрдісінің функциялары: оқыту, тәрбиелеу, дамыту, ақпараттық болжамдау және шығармашылық қабілеттерін дамыту мен анықталады.

Оқытудың ақпараттық-коммуникативтік және интерактивтік технологиялары бағыттары:

- а) электрондыоқулықтар;
- ә) телекоммуникациялықтехнологиялар;
- б) мультимедиалықжәнегипермәтіндіктехнологиялар;
- в) қашықтықтаноқыту (басқару) Интернет.

Ақпараттық-коммуникативтік технологияны оқу- тәрбие үрдісіне енгізуде мұғалім алдына жаңабағыттағы мақсаттар қойылады:

- Өз пәнібойынша оқу-әдістемелік электронды кешендер құру, әдістемелік пәндік Web –сайттар ашу;
- Жалпы компьютерлік желілерді пайдалану;
- Бағдарламалау ортасында инновациялық әдістерді пайдаланып, бағдарламалық сайттар, құралдаржасау. (мультимедиалық және гипермәтіндік технологиялар).
- Қашықтықтан оқыту (Internet желісі) барысында өздігінен қосымша білім алуды қамтамасыз ету.

Интерактивтік оқыту технологиясы – бұл коллективтік, өзін-өзі толықтыратын, барлық қатысушылардың өзара әрекетіне негізделген, оқу процесіне студенттың қатыспай қалуы мүмкін болмайтын оқыту процесін ұйымдастыру. Интерактивтік оқыту – бұл, ең алдымен студент мен мұғалімнің қарым-қатынасы тікелей жүзеге асатын сұхбаттасып оқыту болып

табылады. Сабақтағы интерактивтік әрекет өзара түсіністікке, өз ара әрекетке, қатысушының әрқайсысына қажет есепті бірлесіп шешуге алып келетін – ұйымдастыру және сұхбаттасып қарым-қатынас жасауды дамытуды ұсынады. Оқытудың ақпараттық-коммуникациялық және интерактивтік технологияларын пайдалану – педагогикалық с-әрекеттердің мазмұны мен формасын толықтыру негізінде оқыту үрдісін жетілдірудің бірден біржолы. Компьютерлік желілерді, интернет жүйесін, электрондық оқулықтарды, мультимедиялық технологияларды, қашықтан оқыту технологиясын пайдалану оқу орындарында ақпаратты-коммуникациялық технологиялар кеңістігін құруға жағдай жасайды.

Ақпараттық-коммуникациялық технологияны дамыту білім берудің бір бөлігі. Соңғы жылдары заман ағымына сай күнделікті сабаққа компьютер, электрондық оқулық, интерактивті тақта қолдану жақсы нәтиже беруде. Білім беру жүйесі электрондық байланыс, ақпарат алмасу, интернет, электрондық пошта, телеконференция, On-line сабақтар арқылы іске асырылуда.

Бүгінгі күні инновациялық әдістер мен ақпараттық технологиялар қолдану арқылы студентның ойлау қабілетін арттырып, ізденушілігін дамытып, қызығушылығын тудыру, белсенділігін арттыру ең негізгі мақсат болып айқындалады. Әсіресе қашықтан оқыту жүйесі жедел қарқынмен дамуда, бұған бірнеше факторлар, ең бастысы – білім беру мекемелерінің қуатты компьютер техникасымен қамтылуы, оқу пәндерінің барлық бағыттыры бойынша электрондық оқулықтар құрылуы және Интернеттің дамуы мысал бола алады. Бүгінгі таңда білім беруді ақпараттандыру формалары мен құралдары өте көп. Оқу процесінде ақпараттық және телекоммуникациялық құралдар мүмкіндігін комплексті түрде қолдануды жүзеге асыру көп функционалды электрондық оқу құралдарын құру және қолдану кезінде ғана мүмкін болады.

Білім беруді ақпараттандыру жағдайында студенттердің ақпараттық сауаттылығын, ақпараттық мәдениетін және ақпараттық құзырлығы сияқты қабілеттіліктерді қалыптастыру мәселесі бүгінгі күннің өзекті мәселесіне айналып отыр. Ақпараттық-коммуникациялық құзырлық дегеніміз не?

Ақпараттық құзіреттілік:

- сын тұрғысынан ұсынылған ақпараттар негізінде саналы шешім қабылдауға;
- өз бетінше мақсат қоюға және оны негіздеуге, мақсатқа жету үшін танымдық қызметті жоспарлауға және жүзеге асыруға;
- ақпаратты өз бетімен табуға, талдауға, іріктеу жасауға, қайта қарауға сақтауға, түрлендіруге және тасмалдауға, оның ішінде қазіргі заманғы ақпараттық- коммуникациялық технологиялардың көмегімен жүзеге асыруға;
- логикалық операцияларды (талдау, жинақтау, құрылымдау, тікелей және жанама дәлелдеу, аналогия бойынша дәлелдеу, моделдеу, ойша эксперименттеу, материалды жүйелеу) қолдана отырып, ақпаратты өңдеуге;
- өзінің оқу қызметін жоспарлау және жүзеге асыру үшін ақпаратты қолдануға мүмкіндік береді.

Ақпараттық-коммуникациялық құзырлылық – бұл оқу, тұрмыс және кәсіби бағыттағы міндеттерді шешуде ақпараттық-коммуникациялық технологияның мүмкіндіктерін жан-жақты қолдану қабілеті.

Коммуникативтік құзіреттілік:

- нақты өмір жағдайында өзінің міндеттерін шешу үшін қазақ және басқа тілдерде ауызша және жазбаша коммуникациялардың түрлі құралдарын қолдануға;
- коммуникативтік міндеттерді шешуге сәйкес келетін стилдер мен жанрларды таңдауға және қолдануға;
- әдептілік ережелеріне сәйкес өзіндік пікірін білдіруге;
- нәтижелі өзара іс-әрекетті, түрлі көзқарас және әртүрлі бағыттағы адамдармен сұхбат жүргізе отырып, шиелініскен ахуалдарды шешуді жүзеге асыруға;
- жалпы нәтижеге қол жеткізу үшін түрлі көзқарастағы адамдар тобымен қатынас (коммуникация) жасауға мүмкіндік береді.

Химия сабағында ақпараттық технологияларды пайдалану арқылы студенттердің ақпараттық құзіреттілігін қалыптастыру, қазіргі заман талабына сай ақпараттық технологияларды, электрондық оқулықтарды және Интернет ресурстарды пайдалану студентның білім беру үрдісінде шығармашылық қабілетін дамытуға мүмкіндік береді. Студенттердің ақпараттық құзырлылығы мен ақпараттық мәдениетін қалыптастыру қазіргі таңда үздіксіз педагогикалық білім беру жүйесіндегі ең көкейтесті мәселелердің біріне айналып отыр.

Сабақта ақпараттық-коммуникациялық технологияларды пайдаланудың тиімділігі:

- студентның өз бетімен жұмысы;
- аз уақытта көп білім алып, уақытты үнемдеу;
- білім-білік дағдыларын тест тапсырмалары арқылы тексеру;
- шығармашылық есептер шығару;
- қашықтықтан білім алу мүмкіндігінің туындауы;
- қажетті ақпаратты жедел түрде алу мүмкіндігі;
- экономикалық тиімділігі;
- іс-әрекет, қимылды қажет ететін пәндер мен тапсырмаларды оқып үйрену;
- қарапайым көзбен көріп, қолмен ұстап сезіну немесе құлақ пен есту мүмкіндіктері болмайтын табиғаттың таңғажайып процестерімен әр түрлі тәжірибе нәтижелерін көріп, сезіну мүмкіндігі;
- студентның ой-өрісін дүниетанымын кеңейтуге де ықпалы зор.

Ақпараттық-коммуникациялық технологиялар жеке тұлғаның құзіреттілігін дамыту құралы: Қазіргі білім беру ісінің басты шарттарының бірі болып студентның өзіне керекті мәліметті өзі іздеп табуына үйретіп, олардың өз оқу траекторияларын өзінің таңдай білуі есептеледі. Менің ойымызша, ақпараттық-білім беру ортасын жобалаудағы басты мақсат студентның өздігінен оқуға талаптандыру, яғни ізденімпаздыққа үйрету болып саналады.

Ақпараттық технологияларды пайдаланудың артықшылықтары мынадай:

1. Олар оқытудағы тақырып шеңберіндегі немесе белгілі бір уақыт аралығында айтылуға тиіс мәліметтер көлемін ұлғайтады.
2. Білімге бір – бірінен үлкен ара қашықтықта орналасқан әр түрлі оқу орнында отырып қол жеткізуге болады: Жоғары сынып студенттерын емтихандар мен ҰБТ даярлауға арналған жаттықтыру бағдарламаларын пайдалану;
3. Оқытудың жүйесінің көп деңгейлі жетілдіруі олардың таралымдалуы мен оқу сапасын арттырады.
4. Студент өз бетінше немесе өзге студенттермен топтасып бірге жұмыс істеуге мүмкіндік алады.
5. Студентның танымдық іс-әрекеттері күшейіп, өзіндік жұмыстарды тез орындау мүмкіндіктері артады.

Осылайша оқыту құралдарының бірі – электрондық оқулық. Ол студенттерды даралай оқытуда жаңа информацияларды жеткізуге, сондай-ақ игерілген білім мен біліктерді тесттік бақылауға арналған программалық құрал.

Білім беру жүйесінде электронды оқулықтарды пайдаланып, үлкен табыстарға жетуге болады. Электронды оқулықтарды пайдалану барысында студент екі жақты білім алады: біріншісі -пәндік білім, екіншісі - компьютерлік білім. Электронды оқулықтарды пайдалану студентның өз бетінше шығармашылық жұмыс жасауына, теориялық білімін практикамен ұштастыруына мүмкіндік береді. Электронды оқулық арқылы студент көптеген қосымша материал ала алады, осы алған мәліметтерін компьютерден көргендіктен есінде жақсы сақтайды, өз бетінше жұмыс жасау қабілеті қалыптасады. Осылайша жас ұрпақты оқытуда инновацияны пайдаланудың – шығармашылық жетістіктің негізгі көзі.

Ақпараттық технологиялар орталарын пайдаланудың мақсаттары:

1. Ақпараттық технологияларды қолдану негізінде оқу-тәрбие процесінің барлық деңгейін жетілдіру:
  - оқыту процесінің ықпалы мен сапасын арттыру,
  - пән аралық байланысты тереңдету,
  - қажетті ақпаратты іздеуді оңайлату және көлемін ұлғайту.

2. Студент тұлғасындамыту, ақпараттық қоғамда өмір сүруге даярлау.

- коммуникативтік қабілеттерді дамыту,
- күрделі жағдайда оңтайлы шешім немесе шешу нұсқаларын қабылдау дағыларын қалыптастыру.
- компьютерлік графика, мультимедиа технологиясын пайдалану арқылы эстетикалық тәрбие беру,
- ақпараттық мәдениетті қалыптастыру, ақпаратты өңдей білу:

3. Қоғамның әлеуметтік тапсырысын орындау:

- Ақпараттық сауаты бар тұлғаны даярлау;
- компьютерлік орталарды пайдаланушыны даярлау:

Оқыту үрдісінде компьютерлік технологияларды пайдалану келесі мақсаттарға бағытталады:

- компьютерлік технологиялардың мүмкіндіктерін іске асыру арқылы оқыту үрдісінің ықпалдығы мен сапасының деңгейін көтеру;
- танымдық әрекеттердің белсенділігін арттыратынын таларды қамтамасыз ету;
- қазіргі заманғы ақпарат өңдеу орталарын пайдалану негізінде пән аралық байланысты тереңдету.

Сабақ АКТ-ны қолданумен өту үшін не істеу керек? **Біріншіден, құрал-сайман**, кем дегенде бір компьютер, оқытушының идеалды түрде автоматтандырылған жұмыс орны, бірнеше студент жұмыс орны, видеопроектор және интерактивті тақта.

**Екіншіден**, компьютерде жұмыс істеудегі бар **мұғалім** мультимедиялық проектор ережелерімен және интерактивті тақтамен таныс болуы қажет.

**Үшіншіден, білім беру өнімдері бар цифрлық** компакт-дискілер болуы қажет.

Тәжірибе көрсеткендей, компьютерлік жүйе қолданылатын сабақтар мұғалімнің орнын баспайды, керісінше, мұғалім мен студент арасындағы қарым-қатынасты неғұрлым мазмұнды, жеке тұлғалы және әрекеттестіреді. ЭЕМ-ды математика сабақтарында қолдану уақытты үнемдейді, студенттердің түрткісін (мотивациясын) және оқу-танымдық үдерістің тиімділігін арттырады.

Ұстаз үшін нәтижеге жету шәкіртінің білімді болуына емес, білімді өздігінен алуы және алған білімдерін қажетіне қолдану болып табылады. Бүгінгі бала – ертенгі жаңа әлем. Бүгінгі күні ақпараттарағымы өте көп. Ақпараттық ортада жұмыс жасау үшін кез-келген педагог өз ойын жүйелі түрде жеткізе алатындай, коммуникативті және ақпараттық мәдениеті дамыған, интерактивті тақтаны пайдалана алатын, Он-лайн режимінде жұмыс жасау әдістерін меңгерген мұғалім болуы тиіс. Заман талабына сай жаңа технология әдістерін үйрету, бағат-бағдар беруші – мұғалімдерміз. Студенттердің жаңа тұрмысқа, жаңа оқуға, жаңа қатынастарға бейімделуі тиіс. Осы үрдіспен бәсекеге сай дамыған елдердің қатарына ену ұстаздар қауымына зор міндеттер жүктелетінін ұмытпауымыз керек.

### Әдебиеттер

1. Төлегенова С.М. Жаңа технологияларды сабақта қолдану. //Биология және салауаттылық негізі. 2006 №5-13 б.//
2. Құдиярова А.Р. Оқытудың интерактивті әдісін қолдану.//Мектеп. 2006- №4-9 бет.//
3. Миржанова С. Оқытудың интерактивтік формулалары – оқушылардың жеке тұлғасын дамыту құралы. // Педагогикалық кеңес. 2008-№1-8
4. Әлімқұлова Л. Интерактивті оқыту технологиясы. //Биология және салауаттылық негізі .2008-№5-33 б.//
5. Мұсаева З. Жаңа технологиялар. //Оңтүстік ұстаздары. 2008-29 ақпан 1-4б
6. Садыбекова С. Жаңа технологияларға сүйене. //Қазақстан мектебі. 2008-№2-26б

### Резюме

В статье рассматриваются особенности и методы инновационно педагогические методы обучения ВУЗе, показаны методы электронного и дистанционного обучения роль преподавателя в современном мире.

## Summary

The article discusses the features and methods of innovatively teaching methods of teaching a university, shows methods of electronic and distance learning the role of a teacher in the modern world.

ӘӨЖ 58.04

### САҢЫРАУҚҰЛАҚТАРДЫҢ БИОМОНИТОР РЕТІНДЕГІ МАҢЫЗЫ

БГП-116 тобының студенті Биғазы Асылзат

Ғылыми жетекшісі: магистрант Турысбек А., х.ғ.к., доцент Изтлеуов Ғ.М.,  
магистр, оқытушы Аширбаева С.  
Шымкент университеті

Саңырауқұлақтардың зат алмасуда үлкен маңызы бар, әсіресе топырақ құралу процесінде, олар органикалық заттарды минералдық заттарға айналдырады. Сөйтіп, қайтадан жоғарғы сатыдағы өсімдіктердің қабылдауына жарамды күйге әкеледі.

Саңырауқұлақтар күнделікті тұрмыста пайдалы да, зиянды да қызмет атқарады. Пайдалы саңырауқұлақтарға ашытқы саңырауқұлақтары жатады, олар спирт, шарап, квас өндірісінде және нан заводтарында көп қолданылады[1-2].

Құрамында көптеген белогы және витаминдері бір ашытқы *A* саңырауқұлақтары ауыл шаруашылық жануарларының жеміне қосылады. Жем ашытуда қолданатын *Тогиориз* саңырауқұлағы өте тез өседі және аз мөлшерде спирт жасайды. Олар глюкозаны, фруктозаны, сахарозаны ашыта алады. Осы ашытқы саңырауқұлағы бактерияның белгілі бір түрімен қосылып, айран, қымыз ашытады. Ал сыралардың рокфор, камамбер сорттарын дайындауда пенициллиннің ерекше түрі пайдаланады. Ашытқы саңырауқұлақтарының сыра жасау өндірісінде тікелей қатысы бар. Олардың көпшілігінің ішінде сүт қышқыл стрептокок бактериялары болады.

Биологиялық индикациялау және рекультивациялау әдістері ең тиімді және экологиялық тұрғыда таза әдістерге жатады. Биосфераның ластану параметрін анықтау үшін, міндетті түрде ластаушы факторлардың және ластаушы элементтің, ластауға дейінгі және кейінгі жағдайын білу қажет. Бұл жағдайда, ластанған аймақтарда экологиялық бақылау жүргізу аса маңызды іс. Табиғи қоршаған ортаны биологиялық жолмен бақылау - антропогендік факторлардың әсерінен тіршілік иелерінің өмірлік циклінде болып жатқан өзгерістерді бақылау жүйесі. Экожүйенің ластану дәрежесін бақылау биологиялық мониторингінің бірден-бір тапсырмасы. Экожүйенің биотикалық үрдістеріне, сыртқы ортаның әсері анықтаушы фактор болып табылады. (биотиканың популяциялық қауымдастығы, түрлік құрылысының динамикасы, түрлік ерекшеліктері). Қоршаған орта факторларына жарық, температура, су режимі, биогенді элементтер, судың тұздылығы және басқада жағдайлар жатады. Бұл факторлар тірі ағзаның тіршілік циклінің барлық этаптарына әсер етеді. Осы жағдайлардың кез-келгенінің кері әсері, тірі ағза тіршілігінің тепе - теңдігін бұзып, өзгеріске ұшырауына әкеп соғады[3-4].

Қазіргі кезде әлемде экологиялық проблемалар жылдан жылға өршіп, өзекті мәселелердің біріне айналып отыр. Осы мәселелерді шешу үшін көптеген елдерде біраз ғылыми зерттеу жұмыстары жүргізілуде. Экологиялық мәселелерді шешу үшін ең алдымен экологиялық мониторингті жүргізудің көптеген әдістері белгілі. Соның ішінде биологиялық мониторинг әдістері өзінің тиімді әдіс екендігін біраз уақыт бойы көрсетіп келеді. Биологиялық әдіспен мониторинг жасаудың бірқатар тиімділіктері бар, олар : энергия ресурстарының қажетсіздігі, биологиялық индикатордың оңай табылуы және арзандылығы тағы басқа. Сол себептен биологиялық әдістермен мониторингті жүргізу соңғы жылдары жиі қолданылып келеді.

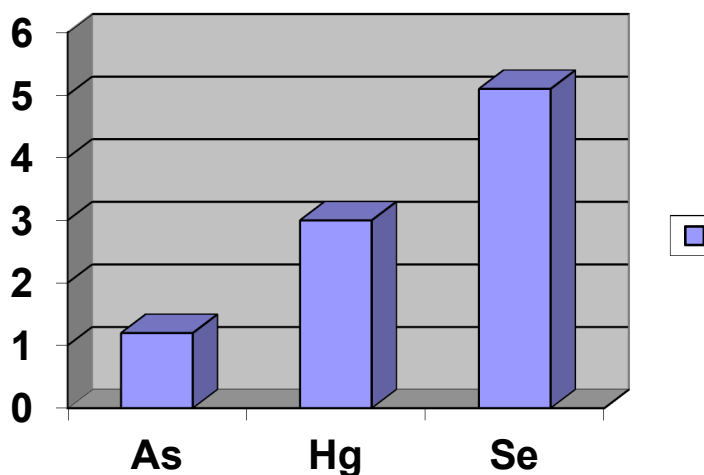
Саңырауқұлақтар — төменгі сатыдағы өсімдіктердің ішіндегі ең көп тарағаны, олардың 100 000-дай түрі кездеседі. Басқа өсімдіктер типтерінен басты айырмашылықтары пластидтері, хлорофилі болмайды. Бұлар дайын органикалық заттармен қоректенуге бейімделген гетеротрофты өсімдіктер. Сонымен қатар, саңырауқұлақтардың басым көпшілігі құрлықта ерекше тез есіп көбейетіндіктен, табиғатта аса көп тараған.

Саңырауқұлақтар органикалық қышқылдар алу өндірісінде де қолданады. Лимон қышқылы таза қанттың өзінен емес, оның ерітіндісі — мелассадан *Азрегдиз* саңырауқұлағы арқылы алынады. Лимон қышқылын мата, кондитер өндірістерінде, медицинада, сия жасауда және басқа жерлерде қолданады. Сонымен, биоиндикация - тірі ағзаның және оның қауымдастығының тіршілік ортасының жағдайын, биологиялық белгілері арқылы анықтау.

Бізді қоршаған ортаны кадмий мен ластанудың көздері сан алуан —мысалы, кадмий ауаға тас көмірді жандырғанда тарайды. Тас көмірдің әр тоннасында орта есеппен 2 г кадмий болады. Соңғы 10-20 жылдары тас көмірді тұтынудың азаюы ауаның кадмиймен ластануының төмендеуіне едәуір ықпал етті. Егер енді тас көмірді тұтыну қайтадан артса, онда кадмийдің қоспасы үлкен болғандықтан тас көмірді тікелей жандырмай, мысалы, одан құрғақ айдау әдісімен сұйық отын өнімдерін алып пайдаланған жөн болар еді.

Қазіргі кезде көлемді аймақтардың кадмиймен ластануының өте маңызды көзі топыраққа – демек, тамақ өнімдеріне де, онымен әрдайым кадмийдің біршама мөлшері түсетін фосфаттық тыңайтқыштар болып табылады.

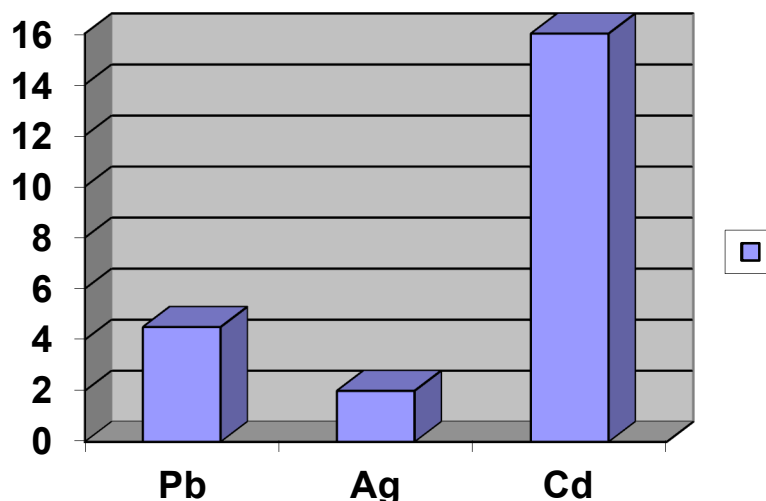
Кадмий көптеген химиялық тыңайтқыштар мен пластмасса өндірісінің қалдықтарында жоғары концентрацияларда болады. Сынап пен қорғасыннан оның айырмасы, кадмий организмде қалып қояды, сондықтан, оның кәсіптік жануарлардың бүйректеріндегі құрамы жыл өткен сайын артады. Жабайы құстардың еттерін пайдалану денсаулыққа пәлендей қауіп төндірмейді, себебі олардың бұлшық еттерінде ауыр металдардың құрамы біршама төмен. Керісінше, бүйректі жеуге болмайды. өсімдік шаруашылығында тыңайтқыштар дозасын арттыру кадмийдің жинақталуына ықпал етеді. Сондықтан да, ауыл шаруашылығы қарқынды жүретін аймақтарда кадмийдің топырақтағы қалдық мөлшерінің жоғары екені байқалады.



**Сурет 1.** Ластанған аймақта орналасқан Аманита саңырауқұлақтардың мышьяк, сынап, селен иондарын топырақтан биоиндикациялау қасиеті. (мкг/г)

Ластанған аймақтағы топырақты мышьяк, сынап пен селен металл иондарын биоиндикациялау үшін Аманита саңырауқұлақтар қолдану тиімді екендігі анықталды. Соның ішінде мышьякта- 1,25 мкг/г, сынапта-3 мкг/г пен селенді 5,1 мкг/г мөлшерінде жететіні анықталды (сурет- 1).

Антропогендік аймақтағы топырақты қорғасын, күміс, кадмий металл иондарын биоиндикациялау үшін Аманита саңырауқұлақтар қолдану тиімді екендігі анықталды. Соның ішінде қорғасын 4,5 мкг/г, күміс 2 мкг/г, кадмий 16 мкг/г мөлшерінде жететіні анықталды (сурет-2 ).



**Сурет 2.** Ластанған аймақта орналасқан Аманита саңырауқұлақтардың қорғасын, күміс, кадмий иондарын топырақтан биоиндикациялау қасиеті. (мкг/г)

Ластанған аймақтағы топырақты ванадий және марганец металл иондарын биоиндикациялау үшін Аманита саңырауқұлақтар қолдану тиімді екендігі анықталды. Соның ішінде ванадий- 135 мкг/г және мырыш -145 мкг/г мөлшерінде жететіні анықталды.

Антропогендік аймақтағы топырақты мыс және мырыш металл иондарын биоиндикациялау үшін Аманита саңырауқұлақтар қолдану тиімді екендігі анықталды. Соның ішінде мыс- 43 мкг/г және марганец-18 мкг/г мөлшерінде жететіні анықталды.

Қорыта келгенде, Аманита саңырауқұлақтар пайдаланып, биоиндикациялаудың мүмкіншіліктері бар екендігі алғаш рет көрсетілді.

Біз тек саңырауқұлақтарды құрамында ауыр металл бар топырақты биоиндикациялау үшін үшін қолдандық. Ал, әлі қаншама металлдар және олардың қоспалары, саңырауқұлақтардың түрлері бар. Сондықтан да бұл жұмысты ғылыми жаңалық деп есептемейміз. Өйткені, бұл әдістің көптеген басқа әдістерге салыстырғанда артықшылықтары бар, саңырауқұлақтарды пайдаланып ауыр металл бар топырақты биоиндикациялау әдісі ешқандай электр энергиясын, реагенттерді, күрделі аппаратураларды қажет етпейді.

Ал бұл артықшылықтар, бұл әдісті қаншама есе арзандаттырып, қаншама пайда келтіреді. Міне, сондықтан, бұл әдісті қазіргі экономикалық қиын жағдайда өте тиімді, өте қолайлы әдіс деп есептеуге болады.

#### **Пайдаланған әдебиеттер тізімі**

1. Маматкулов М.Мхи Памира-Алтая- Москва:, 145с
2. Кариотаксаномия мхов // Тезис и доклады конференции по споровой растений средней Азии и Казахстана. – Ашхабат: 1974 , 215 с.
3. Әлімқұлова Р, Дүйсенбаева Б. Өсімдіктану Алматы.: Рауан, 1997, 125 б.
4. Жатқанбаев М. Өсімдіктер физиологиясы .- Алматы.: Мектеп, 1995, 235 б.

#### **Резюме**

В статья рассматриваются биоиндикационные свойства грибов загрязненных территориях тяжелыми металлами. Было показано что эффективным использование для биоиндикации ионов от металлов ртути и кадмия в почве загрязненного участка являются грибы Аманита .

#### **Summary**

The article discusses the bioindication properties of fungi in contaminated areas with heavy metals. It was shown that the use of ions from the metals of mercury and cadmium in the soil of the contaminated area for bioindication is Amanita fungi.

## ӨСІМДІКТЕРДІҢ АУЫР МЕТАЛДАРҒА БИОИНДИКАЦИЯЛЫҚ ҚАСИЕТІ

БГП-116 тобының студенті ДаулетбайМерей

Ғылыми жетекшісі: магистрантСтамкулов Е.,х.ғ.к., доцент Изтлеуов Ғ.М.,

магистр, оқытушы Аширбаева С.

Шымкент университеті

Биологиялық индикациялау және рекультивациялау әдістері ең тиімді және экологиялық тұрғыда таза әдістерге жатады. Биосфераның ластану параметрін анықтау үшін, міндетті түрде ластаушы факторлардың және ластаушы элементтің, ластауға дейінгі және кейінгі жағдайын білу қажет. Бұл жағдайда, ластанған аймақтарда экологиялық бақылау жүргізу аса маңызды іс. Табиғи қоршаған ортаны биологиялық жолмен бақылау - антропогендік факторлардың әсерінен тіршілік иелерінің өмірлік циклінде болып жатқан өзгерістерді бақылау жүйесі. Экожүйенің ластану дәрежесін бақылау биологиялық мониторингінің бірден-бір тапсырмасы.

Экожүйенің биотикалық үрдістеріне, сыртқы ортаның әсері анықтаушы фактор болып табылады. (биотиканың популяциялық қауымдастығы, түрлік құрылысының динамикасы, түрлік ерекшеліктері). Қоршаған орта факторларына жарық, температура, су режимі, биогенді элементтер, судың тұздылығы және басқада жағдайлар жатады. Бұл факторлар тірі ағзаның тіршілік циклінің барлық этаптарына әсер етеді. Осы жағдайлардың кез-келгенінің кері әсері, тірі ағза тіршілігінің тепе - теңдігін бұзып, өзгеріске ұшырауына әкеп соғады [1-2].

Сонымен, биоиндикация - тірі ағзаның және оның қауымдастығының тіршілік ортасының жағдайын, биологиялық белгілері арқылы анықтау.

Қоршаған орта антропогендік жүктемелердің әсерінен ластанған жағдайда, экологиялық жағдайдың өзгеруіне сезімтал тірі ағза түрінің немесе олардың қауымдастығының биологиялық өзгерісін, биоиндикациялық және биотесттік әдістер арқылы анықтайды. Су ортасына биотесттердің көмегімен эколого-гигиеналық баға беруге болады. Ал мүктердің кейбір түрлері сол ауыр металдарды адсорбциялап отырады екен. Сондықтан қыналардың табиғаттың экологиялық мәселелерді шешуде ерекше маңызы бар.

Өсімдіктердің адсорбент ретінде пайдалануды зерттеу жақында басталады. Бірақ қазірдің өзінде, өсімдіктердің екі тобының биологиялық өзгешелігін мәліметтер растайды. Бір түрлер, бұл элементтерді өте жақсы адсорбцияласа, басқа түрлер қоршаған ортадағы металдардың мөлшеріне байланыссыз болады. Н.М. Скрипиченко зерттеулерді қоршаған ортадағы металдардың мөлшеріне индикатор бола алатын балдырлардың түрлерін іздестіру бағытында жүргізді. Ол Эстонияда әртүрлі қыналардың түрлерін алды.

Биологиялық жұтылу коэффициенті және сынаптың абсолютті аккумуляциялау жағынан мүктер мен қыналардың түрлерінің пішінімен, эпифитті түрлері ерекше көзге түседі. Сынаптың осы қынаның құрамында 100-235 мкг/кг, қыналардан 145-210 мкг/кг мөлшері табылды. Әртүрлі экологиялық жағдайда мүктер мен қынадан әртүрлі адсорбциялайды. Мысалы, эпифит мүк – *Poynisia Polyantra* Эстониялық жағдайда сынаптың мөлшері 50-55 мкг/кг аралығында болса, Москвалық жағдайда, сынаптың мөлшері 85-92 мкг/кг аралығында болды. Сондықтан бұл өсімдіктер сыртқы ортаны мониторинг үшін пайдаланылады.

Өсімдіктердің жапырақтарына минералды элементтердің ерітіндісін бүркегенде өте жақсы әсер етсе де өсімдіктерді тамырдан тыс қоректендіру үшін минералды элементтерді суға еретіп, жаңбырлата шашу өте тиімді әсер етеді.

Атмосфералық ластанудың мониторингі үшін 1 кг *Quercus ilex* өсімдігінің жапырағы алып жолдан (автотрассадан) 17 м қашықтықтағы жерге дейін 5 м –ге қойылған *Ramalina* қынасын зерттеуге алынған. Осы және басқа металдардың түрі катион түрінде өсімдікке өте қатты әсер еткендігі анықталды. Ал анион түрін олар өсімдікке әлсіз әсер етеді. Жолдан ара

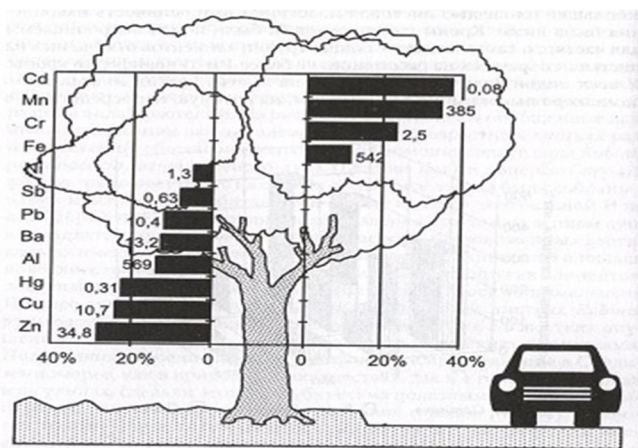
қашықтықпен орналасқан өсімдіктерде кадмий, қорғасын концентрациясы арасында байланыс бар екендігі анықталды. (ықтималдылығы 35 %). Автотрассаның жанында орналасқан *Quercus ilex* өсімдігінің жапырағы металдардың мөлшері өте көп екені анықталды. Темір, алюминий, барий, қорғасын мөлшерінің 1 метр дінгегіне жақындағандағы мөлшері көрсетілді. Уақыт өскен сайын металдардың концентрациялануы жоғарлады, мысалы 36 айда темір 450 мг/кг, алюминий 520 мг/кг, барий 14 мг/кг, қорғасын 8 мг/кг жетті. 24 айда темір 440 мг/кг, алюминий 450 мг/кг, барий 12 мг/кг, қорғасын 6 мг/кг көрсетті, 12 айда *Quercus ilex* өсімдігінің жапырағына темір 160 мг/кг, алюминий 170 мг/кг, барий 6 мг/кг, қорғасын 3 мг/кг жинақталды.

6 айда *Quercus ilex* өсімдігінің жапырағында темір 150 мг/кг, алюминий 150 мг/кг, барий 4 мг/кг, қорғасын 1,5 мг/кг жинақталды.

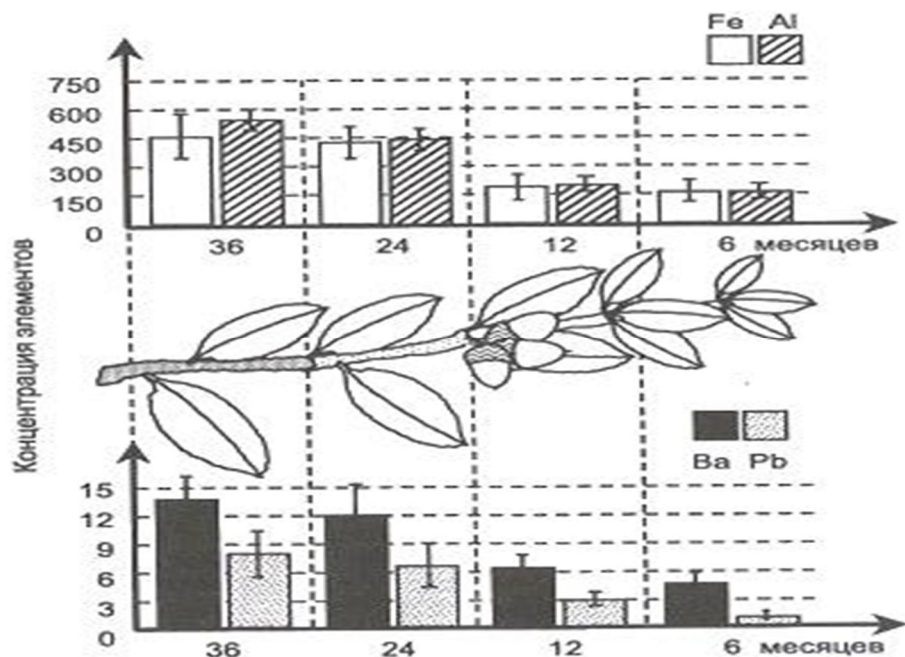
Қоршаған орта антропогендік жүктемелердің әсерінен ластанған жағдайда, экологиялық жағдайдың өзгеруіне сезімтал тірі ағза түрінің немесе олардың қауымдастығының биологиялық өзгерісін, биоиндикациялық және биотесттік әдістер арқылы анықтайды. Су ортасына биотесттердің көмегімен эколого-гигиеналық баға беруге болады..

Биоқажетті микроэлементтердің топырақтағы мөлшері немесе биосезімтал өсімдіктердің элементтік мөлшері көптеген елдерде топырақтағы жеткіліксіз болған элементтерді анықтау үшін қолданылады. Дефицит симптомы белгілі бір мөлшердегі затты қосқан кезде жоғалуы мүмкін және өсімдік жақсы өсіп шығады. Бірақ қоректік заттағы элементтердің қосылуы белгілі бір межеге жеткенде өсуіне әсер етпей, белгілі бір мөлшерден кейін зиянын-токсикалығын көрсетуі мүмкін. Бұл құбылысты 9 суреттен көруімізге болады. Топырақ — құрамындағы әртүрлі элементтердің қосындылары өзара әрекеттесіп байланыстылықта болатын жиынтық. Топырақ ерітіндісінде өсімдік қоректенетін минералдық элементтердің мөлшері өте аз. Олардың басым мөлшері топырақтың коллоидты бөліктерімен байланысқан (адсорбцияланып) күйде болады. Көптеген қоректік заттар топырақта суда еритін минералдар немесе органикалық қосындылар күйінде кездеседі. Топырақтың тек өзінде ғана өсірілген өсімдіктер өте нашар өсіп дамиды. Бұл топырақ ерітіндісінің қоректік минералдық заттарға өте тапшы болатындығын дәлелдейді. Демек, өсімдік топырақтағы байланысқан және ерімейтін минералдық заттарды пайдалануға қабілетті болуы қажет. Топырақтағы өсімдік қоректенетін заттар қор күйде — суда еріген (топырақ ерітіндісі), өсімдікке оңай сіңетін, бірақ тез шайылып кететін; топырақ коллоидтарының бетінде байланысқан, шайылмайтын, бірақ өсімдікке иондардың алмасуы арқылы сіңетін; өсімдіктен бөлінетін иондармен (Н\*) алмасып, өсімдікке қиындықпен сіңетін анорганикалық тұздар (сульфаттар, фосфаттар, карбонаттар) күйінде болады[2-4].

Жер бетінде және жер астында, тірі ағзаларда, суда тарлағн элементтердің мөлшері 1-суретте көрсетілген. Жер бетінде көптаралған элементтердің қатарына; оттегі, сутегі, күкірт, азот және фосфор кіреді. Олар органикалық қосылыстардың негізі болып табылады.



**Сурет 1.** Автотрасса жақта жинақталған өсімдіктің жапырағының бойында химиялық элементтердің жинақталуы



**Сурет 2.** Өсімдіктің (*Quercus ilex*) жапырағының бойында химиялық элементтердің жинақталуы

Өсімдіктердің қоршаған ортадағы өзгеріске толеранттылығы 10- суретте сипатталған. Бұлжерде көрсетілген толеранттылық механизімінен басқа, жоғарғы сатыдағы өсімдіктер биотикалық стресс жағдайындағы қорғаныш механизіміне ие болып табылады. Мысалы кейбір өсімдіктер басқа аккумуляциялайтын өсімдіктерге қарағанда металдрды тамырында ғана емес сабағына да ауыстырады, нәтижесінде тамырына зақым келмейді.

Өсімдіктерге қажетті эссенциалды элементтер табиғатта кең таралған олардың жалпы көрінісін 12-суреттен көруімізге болады. Осы мәліметтер бойынша эссенциалды элементтер қатарына бор, кобальт, мыс, темір, марганец, молибден, мырыш жатады, ал өте қажетті элементтерге алюминий, мышьяк, бром, хлор, хром, фтор иод, натрии, никель, рубидий, селен, кремний, стронций, титан, ванадий кіреді.

25 элементтердің өсімдіктердің бойындағы мөлшері 13- суретте көрсетілген. Бұл өсімдіктер Еуропа елдерінде биоиндикатор ретінде кеңінен қолданылып келе жатыр. Биоиндикация макромолекула, жасуша, ағза, популяция, қауымдастық және экожүйе деңгейінде жүреді. Биоиндикация маманданған және маманданбаған болып бөлінеді, маманданған - тек бір ғана жағдай әсер еткенде тірі ағзаның жауаптық реакциясы, маманданбаған - бір емес бірнеше жағдайлар әсер еткендегі жауаптық реакциясы. Сезімтал биоиндикаторлардың жеке жасушасында, ағзасында (фермент белсенділігінің өзгеруі, пигменттік кешенінің өзгеруі) және морфологиясында (жапырақ табақшасының өлшемі мен пішінінің өзгерісі, қылқан тіршілігінің қысқаруы) өзгерістер байқалады.

Биоиндикация - тірі ағзаға биологиялық жүйе арқылы абиотикалық және биотикалық факторлардың әсерін бағалайтын әдіс. Биоиндикация деңгейін мынадай бөлімдерге бөлуге болады:

- биохимиялық және физиологиялық реакциялар (тірі ағза ішіндегі әртүрлі үрдістердің өзгеруі және белгілі токсиканттардың мүшеде жиналуы);
- анатомиялық, морфологиялық, биоритмикалық және түрлік реакциясы;
- флористикалық және фаунистикалық өзгеріс;
- ценодикалық өзгерістер;
- биогеоценодикалық өзгерістер;
- ландшафтық өзгерістер;

Ластаушы заттардың тіпті төменгі концентрациясы әсер еткенде, табиғи ортаның негативті өзгерісін тест-нысана және фитотест арқылы биологиялық әдістер сараптауға көмектеседі. Ол үшін биоиндикатор түрлеріне мынадай талаптар қойылады:

- тест-нысананың табиғи ортада таралуын және биологиялық қасиеттері мен ерекшеліктерін міндетті түрде білу қажет;
- көздеген аймақтың барлық жерінде ағзалар-мониторы таралу қажет;
- тіршілік ортасында болып жатқан экологиялық өзгерістерге түр-индикаторлар сапалы, әрі нақты жауап қайтару қажет;
- ластанған аймақтағы тест-нысана өліп қалмау қажет;
- ұзақ мерзімді бақылауға флораның көпжылдық түрі пайдаланады;
- фитотесттердің генетикасы бірдей болу қажет;
- биотест қажетті және айқын нәтиже шығару қажет;
- есептеудің қателесу диапазоны, тестілеудің классикалық және эталонды әдісімен салыстырғанда, 20-30%-дан аспау қажет.

Осы талаптар орындалған жағдайда, биоиндикаторлар көмегімен келесі мәселелерді шешуге болады:

- экологиялық жүйені ластап жатқан ластаушы заттардың орнын;
- қоршаған орта өзгерісінің жылдамдығын анықтау;
- тірі табиғат үшін, ластаушы заттардың зияндылығын тек биоиндикаторлармен анықтау;
- экожүйенің дамуын бағдарлайды;

Өсімдіктердің биоиндикациялық және биоремедиациялық қасиеттерін қорытындылай келе, бұл саланың өнеркәсіптің қарқынды даму заманындағы қоршаған ортаны биологиялық жолмен қайта қалпына келтіру істері мен бақылау жүйесінің болашағы деп тұжырымдау артық емес. Оған көптеген елдердегі тиімді пайдаланылып келе жатқан өндірістік нәтижелер дәйек бола алады

Сондықтан да бұл жұмысты ғылыми жаңалық деп есептемейміз. Өйткені, бұл әдістің көптеген басқа әдістерге салыстырғанда артықшылықтары бар—өсімдіктерді пайдаланып ластанған жерлерді биоиндикациялау үшін қолдануға болады және ешқандай электр энергиясын, реагенттерді, күрделі аппаратураларды қажет етпейді.

Ал бұл артықшылықтар, бұл әдісті қаншама есе арзандаттырып, қаншама пайда келтіреді. Міне, сондықтан, бұл әдісті қазіргі экономикалық қиын жағдайда өте тиімді, өте қолайлы әдіс деп есептеуге болады.

### **Резюме**

В статье рассматриваются биоиндикационные свойства растений загрязненных территориях тяжелыми металлами. Было показано что эффективным использование для биоиндикации ионов от металлов ртути и кадмия в почве загрязненного участка являются *Quercus ilex*.

### **Summary**

The article discusses the bioindication properties of plants contaminated territories with heavy metals. It was shown that *Quercus ilex* is an effective use of ions from metals of mercury and cadmium in the soil of a contaminated area for bioindication.

**ӘӨЖ: 517.43.02**

## **ПАРАМЕТРМЕН БЕРІЛГЕН ТЕНДЕУЛЕР ЖҮЙЕСІН ШЕШУ АЛГОРИТМІ**

**Султанова С.Ф. - Шымкент университетінің магистранты,  
Ғылыми жетекшісі: физ.-мат.ғыл.канд. Медетбекова Р.А.**

«Параметрмен берілген теңдеулер жүйесі» тақырыбын өткенде белгілі бір мақсат қойылады. Параметрмен берілген теңдеулер жүйесін шығарумен байланысты ізденіс арқылы кейбір ерекшеліктерін айқындау оқушыға көптеген пайда келтіреді, оның ынта- жігерін арттырады. Ол үшін әр баланың қабылдау ерекшелігін және қабілетінің деңгейін ескерген

жөн. Параметрмен берілген теңдеулер жүйесін шешу барысында оқушылардың танымдық белсенділігін арттырудың маңызы зор. Олар:

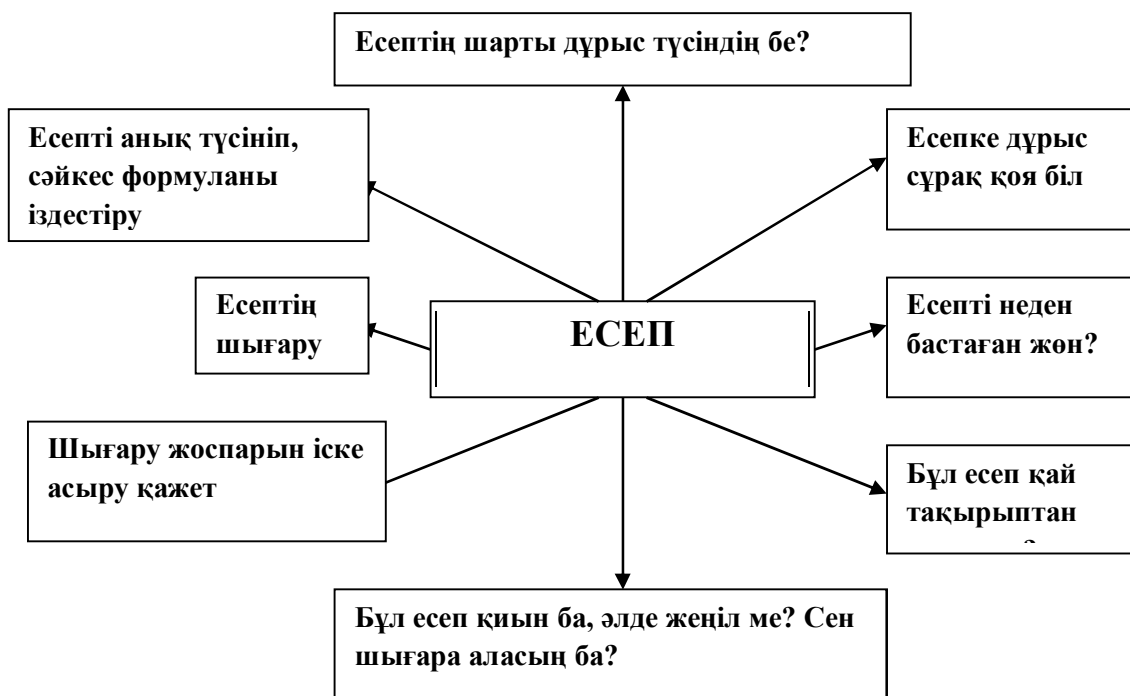
әрбір ұстаз өз шәкіртін оның психологиясын, неге қызығатынын білуі, зерттеуі үшін алдымен ол оқушының отбасымен тығыз байланыс жасап, ата- аналарымен үнемі бала тәрбиесі жайында пікірлесіп отыруы тиіс. Шәкірт жүрегіне жол тапқыңыз келсе оның отбасымен тығыз байланыс орнатыңыз!

бақылай, сауалнама жүргізу, т.б. Мұндағы негізгі мақсат – оқушының үйдегі жағдайын бақылау арқылы оның ата- анасымен қажет кезінде байланысып, бала тәрбиесіндегі өзекті мәселені бірігіп шешуге күш салу.

Оқушымен жеке жұмыстың бір түрі – дәптермен жұмыс.

Оқушы дәптерін тексеру арқылы оның жазу үлгісін, түрлі сызбаларды, кестелерді, схемаларды сыза білуге дағдыларын, үй жұмысын орындау іскерліктерін бағалауға болады. Дәптер оқушы мен мұғалім арасындағы тікелей байланыс құралы.

Мемлекеттік білім стандарты – бүгінгі күнгі негізгі талап. Оны жүзеге асыру әрбір ұстаздың басты міндеті. Сондықтан әр сабақта білімнің міндетті деңгейін тақтада немесе плакатта логикалық сөздік сызба, тірек сигналдары ретінде беру өте тиімді. Сабақта түсіндірілген кездің өзінде оқушылардың сабақты қалай меңгеріп жатқанын, оған оқушылардың қызығушылығы бар ма екенін тексеріп алу керек. Танымдық қабілетті қалыптаструда қабылдау бейненің жалпы қасиеттері Нақ осы қабылдау негізінде басқа да психологиялық үдерістердің – жад, ойлау, елестету, іс-әрекет жүзеге асады. Шындықты сезімдік бейнелеудің қалыптасу және жұмыс істеуі ретінде қабылдау үдерісі әртүрлі функционалдық, операциялық және мотивациялық сипаттамалардың күрделі тоғысуы болып табылады. «Қабылдау сезім мүшелеріне заттар мен құбылыстардың тікелей әсер етуі кезіндегі олардың қасиеттері мен бөліктерінің біртұтас көрініс беруі түрінде болады» [2].



Кез келген есепті шығарар алдында оқушы жоғарыдағы схеманы ескерген жөн [3].

Біз сезім мүшелеріміздің көмегімен алған ақпараттар оптикалық аспаптар, дербес компьютерлер, нәзік өлшеу құралдарымен өлшеніп, эксперименттік тексеруге ұшырайды, олардың көмегімен алынған білім белгілі бір шамада ғана дұрыс деп есептелінеді. Математикалық объектілерді қабылдау заңдылықтары бар. Қабылдау психологиялық ғылымның түбірлі мәселесі болып табылады [12].

Біз қабылдауды белгілі бір ағзаның жүйке асты динамикасы мен құрылымның өзгеру салдарынан объектінің (ортаның) тұтастай бейнеленуі жүзеге асатын объектімен (ортамен)

ағзаның тікелей ақпараттық әрекеттесу үдерісі ретінде кең мағынада қарастыратын боламыз. Қабылдау үдерісіндегі маңызды элемент қабылдау субъектісі - оқушы.

Сонымен бірге қайталанушы тәжірибе байланыстардың тұрақтылығын, олардың белгілерін айқындап, соның арқасында сезімдер жиынтығы салыстырмалы түрдегі инвариантты бейнелерге ие болады. Көздің бейімдеушілік рефлекстері және т.б. байланысты қабылдаудың элементар моторлы актілерінің болуын атап өте отырып, әйгілі психолог Н.Н.Ланге [14] айналадағы қоршаған дүниеден бөліп көрсетіп, яғни, еркін зейін аудару деп аталатын құбылыстарға талдау жасалатын объектілердің сезімдік бейнелерін зерттеді. Н.Н.Ланге [14] үшін еркіндік зейін мақсаттық, мақсатқа бағынышты қабылдау. Тек осындай қабылдау ғана едәуір нақты және толық білімді бере алады.

Перцептивті іс-әрекет онтогенездің алғашқы кезінде кең көлемді сыртқы форма түрінде көрінеді. Қабылдау бейнесінің қалыптасу құрылымы мен рөлі айқын біліне бастаған объектіні көрген кездегі формаға ие болғанға дейін даму барысында ол бірқатар сатылы өзгерістер мен қысқаруларға ұшырайды.

Бейненің қалыптасуына бағытталған әрекеттерде ақпаратты сайма-сай айқындайтын белгілермен танысу операциялары көрініс береді.

Перцептивтік үдерістердің операциялық механизмдеріне заттармен және құбылыстармен практикалық сүйену үдерісінде қалыптасатын өлшеу, реттеу және басқа да әрекеттер жатады. Бұл үдерістердің мотивациялық жағы олардың бағыттылығын, селективтілігі мен күштілігін анықтайды [4].

Қабылдау үдерістерінің біртіндеп күрделену факторлары ойлаудың жалпылауыш-абстракциялаушы қызметі мен сөйлеу қызметі өткен тәжірибеге сүйенетін сезімдік бейне жасауымен түсіндіріледі. Әрқилы түрдегі перцептивтік үдерістерді зерттеу талдағыштық жүйеге тәуелді қабылдаудың белгілі бір моделдігіне бағдарланған. Бірақ перцептивтік үдерістің бастапқы моделі мен принциптік сызбасы барлық уақытта көру бейнесі болып табылады.

Көптеген дидакт, психолог ғалымдардың зерттеулерінде танымдық іс-әрекеттерді белсендіре отырып оқытудың артықшылықтары көрсетілген. Қабылдау үдерісінде жадта сақталған ақпараттар мен сол объектіні қабылдау үдерісінде алынған жаңа іздердің өзара әрекеттесуі жүреді. Жадта тіркелген жеке тәжірибе қабылдау үдерісі мен оның нәтижелеріне едәуір әсер етеді.

Оқу үдерісін ғылыми ұйымдастыру мен оқыту теориясы үшін қабылдау көлемі мен ақпарат қозғалысы тиімділігін арттыру маңызды болып табылады. Егер де сәйкес көлемде ақпарат ағынының бағыты мен таралуы сәйкес көлемде негізделмеген болса, онда оның мазмұны білімге айналып өнделмейді.

Оқу ақпаратын тиімді берудің кейбір шарттары мынадай: жаңа материалды хабарлаудың міндетін нақты анықтау керек; форма мен оны хабарлау құралдарын негіздеу керек; ақпараттың көлемі бойынша оның қабылдану мүмкіндігін бағалау қажет; ақпаратты білімге айналдыру үшін оны қабылдауға оқушыны дидактикалық және психологиялық дайындау қажет. Бұдан басқа мотивсіз ақпаратты хабарлау оқытуда күтілетін әсерді бермейді: оқушы қажетті материалды қабылдауға дайын болмай қалуы мүмкін [3].

Оқу ақпаратында негізгісі - оның мазмұндық, семантикалық жағы, оқыту пәнінің мақсаттары мен міндеттері. Әрбір оқу ақпаратында оның шынайы мағынасы, танымдық мәні тұрады.

Оқушыларда математикалық ойлау ақпаратты бастапқы тасымалдаушының формалды көшірмесі ретінде емес, белгілі бір психикалық бейнелерді тасымалдаушы кейбір моделдер ретінде туындайды. Психологиядағы «бейне» ұғымына сүйене отырып математикалық білім оқушы санасында туындайтын психикалық бейне түрінде көрсетуге болады. Оқыту үдерісінде психикалық образдар әртүрлі функцияларды: қабылданушы ақпаратты нақтылауды, жүйелеу мен қорытуды, оқу пәні жайлы көріністің біртұтас көп деңгейлі жүйесін жасауды орындайды [4]. Оқу ақпаратын адамның қабылдауындағы көру талдаушының басымдық беретін көрнекілікке негізделген бейнелер әртүрлі материалдар жайында оқушының пікірі қалыптасуына жеткілікті түде тиімді әсер етеді деуге болады.

### Пайдаланылған әдебиеттер

1. Жалпы орта мектептің 5-11-сыныптың математика бағдарламалары. Астана, 2009.
2. Методика преподавания математики в средней школе. Ю.М.Колягин, В.А. 3. Оганесян. Общая методика. Уч. Пособие для студ. Ф-м фак. Пед. Инс-в. –М.:Просвещение, 1975
3. Абульханова-Славская К.А. Диалектика человеческой жизни. М., 1997.
4. Песталоцци И.Г. О проблемах современного человекознания. М.,1987. 380
5. Гербарт И.Ф. Индивидуальное развитие человека и константность восприятия. М., 1968. 335 с.
6. Дистервег А.. Учителя и инновации. М., 1991.

### Резюме

Тема исследованной работы является актуальной как для школьной программы математики, так для широкого круга математиков, работающих в сфере образования.

### Summary

The topic of dissertation work is relevant for teachers of schools, as well as for a wide range of mathematicians.

ӘОЖ: 513.43. 02

## СПЕКТРАЛЬДЫ ТЕОРИЯДАН КЕЙБІР МАҒЛҰМАТТАР

Даулетов Е.И. – Шымкент университетінің магистранты  
Ғылыми жетекшісі: физ.-мат.ғыл.канд. Медетбекова Р.А.

Сызықтық дифференциалды оператордың жалпы теориясында сызықтық дифференциалды операторлар  $L_2$  кеңістігіндегі сызықтық дифференциалды өрнекпен және қандай да болмасын шеттік шарты сызықтық оператор арқылы анықталады.

Математикалық физиканың көптеген өзекті есептерін шешу барысында сызықтық дифференциалды оператор үшін меншікті мәндегі есеп деп аталатын, меншікті (өз-өзіне түйіндес емес жағдайында – меншікті және қосымша алынған) функциялардан тұратын арнайы базис бойынша айнымалы функцияны жіктеуге қажеттілік туындайды[1-3].

Мұндай жіктеу қажеттілігі айнымалыларды бөлу әдісі арқылы тұрақсыз есептерді шешкенде пайда болады.

Егер дифференциалды өрнек пен шеттік шарттар түйінділіктің шарттарына сәйкес келсе, онда тиісті сызықтық дифференциалды оператор өздігінен түйіндесетін деп аталады.

Өз-өзіне түйіндес оператордың негізгі қасиеті меншікті функцияларының жүйесі қарастырылатын кеңістіктегі толық ортонормаланған жүйесін құрайтындығында болып табылады.

Егер дифференциалды өрнек немесе дифференциалды операторды тудыратын шеттік шарттар немесе олардың екеуі де түйінділіктің шарттарына сәйкес келмесе, онда тиісті сызықтық дифференциалды оператор өз-өзіне түйіндес емес деп аталады.

Өз-өзіне түйіндес емес операторлар арнайы қасиеттерге, яғни өз-өзіне түйіндес емес операторлардың қасиеттеріне ие болады. Жалпы айтқанда, өз-өзіне түйіндес емес операторлар қаралатын кеңістіктерде меншікті функциялардың толық емес жүйесін иемдене алады немесе оларда тіпті меншікті мәндері болмайды[4].

Сондықтан өз-өзіне түйіндес емес дифференциалды операторларды зерттеу әрбір жеке топты зерттеуде әрбір жеке жағдайда арнайы әдістер мен жолдарды қолдануды талап етеді.

Гильберт кеңістігіндегі өз-өзіне түйіндес емес операторлардың басты ерекшеліктерінің бірі меншікті және қосымша алынған функциялар жүйесінің ортогоналды еместігі болып табылады [5-6].

Нақты оператормен байланыспаған жалпы ортогоналды емес жүйелер үшін келесі анықтамалар жүргізіледі.

$L_2$ -ден алынған  $\{\varphi_n(x)\}$  және  $\{\psi_n(x)\}$  функцияларының екі жүйесі  $[a, b]$  кесіндісінде биортогональды жүйені құрастырады, егер

$$(\varphi_n, \psi_k) = \int_a^b \varphi_n \psi_k dx = \delta_{nk} = \begin{cases} 1, & n = k \\ 0, & n \neq k \end{cases}$$

Бұл кезде  $\{\psi_n(x)\}$  жүйесін  $\{\varphi_n(x)\}$  жүйесіне биортогональды түйіндес деп атайды.

Егер бұл жүйенің функцияларының ешқайсысы жүйедегі функциялардың тұйықталған сызықтық қабығына кірмесе, онда бұл жүйе минималды деп аталады.

Жүйенің минималдығы биортогональды түйіндес жүйенің қалыптасуын қамтамасыз етеді.

$\{\psi_n(x)\}$  биортогональды түйіндес жүйе бірімді анықталуы үшін  $\{\varphi_n(x)\}$  жүйесінің толықтығын ескеру керек.

$f \in L_2$  функциясының  $\{\varphi_n(x)\}$  жүйесі бойынша биортогональды жіктелуі деп мына қатар аталады:

$$f(x) \sim \sum_{n=1}^{\infty} (f, \psi_n) \varphi_n(x)$$

Басқа қатар

$$f(x) \sim \sum_{n=1}^{\infty} (f, \varphi_n) \psi_n(x)$$

функцияның  $\{\psi_n(x)\}$  жүйесі бойынша биортогональды жіктелуі деп аталады. Егер кез келген  $f \in L_2$  функциясы үшін жалғыз қатар бар болса, онда  $\{\varphi_n(x)\}$  жүйесін  $L_2$  кеңістігінің базисі деп атау қабылданған.

$$\sum_{n=1}^{\infty} c_n \varphi_n(x)$$

$f(x)$  -ке  $L_2$  нормасы түрінде жинақталады.

Егер  $\{\varphi_n(x)\}$  жүйесі базис болса, онда оған биортогональды түйіндес жүйеде,  $\{\psi_n(x)\}$  жүйесі  $L_2$ -дегі базис болып табылады.

Егер мүшелерін әр түрлі ретте ауыстырған жағдайда берілген кеңістіктің базисі болып қалатын болса, онда  $L_2$  кеңістігінің базисін шартсыз базис деп атайды.

Мысалы, барлық толық ортонормаланған жүйелер шартсыз базис болып табылады.

Егер кез келген  $n$  үшін  $\alpha > 0$ ,  $\beta > 0$ ,  $\alpha \leq \|\varphi_n\|_{L_2} \leq \beta$  сандары болса,  $\{\varphi_n(x)\}$  жүйесін дерлік нормаланған деп атайды.

Шартсыз дерлік нормаланған базисті Рисс базистері деп атайды.

Негізінде, Рисстың базистерінің классикалық анықтамасы Н.К.Бари тарапынан төмендегіше құрастырылады.

Толық және минимальді  $\{\varphi_n(x)\}$  жүйесін бессельдік деп атаймыз, егер кез келген  $f(x) \in L_2$  функциясы үшін  $\{\varphi_n(x)\}$  жүйесі бойынша биортогональды жіктелуінің коэффициенттерінен құрылған қатар жинақталатын болса

$$\sum_{n=1}^{\infty} |(f, \psi_n)|^2 < \infty$$

Мұндағы  $\{\psi_n(x)\}$  – биортогональды түйіндес жүйесі.

Егер  $c_n$  сандары үшін  $\sum_{n=1}^{\infty} |c_n|^2 < \infty$  болса толық және минималды  $\{\varphi_n(x)\}$  жүйесін гильберттік деп атайды.

Онда  $c_n$  үшін  $\{\varphi_n(x)\}$  жүйесі бойынша биортогональды жіктеудің коэффициенттері бір ғана функция болып табылады, яғни

$$c_n = (f, \psi_n), \quad n = 1, 2, \dots$$

Егер толық және минималды жүйе бір уақытта бesselдік және гильберттік болып табылса, онда мұндай жүйені Рисстың базисі деп атайды.

Демек, Рисстың базисі ортонормаланғанның баламасы болып табылады, яғни Рисстың кез келген  $\{\varphi_n(x)\}$  базисі үшін шектелген сызықтық  $U$  операторы болып, жүйесі  $\{U\varphi_n(x)\}$  ортонормаланған базис болып табылады. Егер  $\{\varphi_n(x)\}$  – кеңістіктің ортонормаланған базисі болса, онда  $U$  ды кез келген сызықтық шектелген аударылымдық өрнектеуде, бұл жүйе Рисстың базисі болып табылады.

Басқа базистермен салыстырғанда Рисстық базистердің артықшылығы Парсевалдық түрдің екі жақты теңсіздіктерінің болуы болып саналады:

$$m \sum_{n=1}^{\infty} |(f, \psi_n)|^2 \leq \|f\|^2 \leq M \sum_{n=1}^{\infty} |(f, \psi_n)|^2$$

Базистердің маңызды қажетті қасиеті олардың бірқалыпты минималдылығы болып табылады. Егер барлық  $k \in N$  үшін орын алатын  $\gamma > 0$  тұрақтысы табылса, қаралып отырған кеңістікте  $\{\varphi_n(x)\}_{n \in N}$  жүйесі бір қалыпты минималды болады деп айтады.

$$\text{dist}(\varphi_n(x), E_n) > \gamma \|\varphi_n(x)\|$$

Мұндағы  $E_n$  -  $m \neq n$  нөмірлермен барлық  $\varphi_m(x)$  элементтерінің сызықтық қабығының тұйықталуы.

### Пайдаланылған әдебиеттер

1. Ильин В.А. О связи между видом краевых условий и свойствами базисности и равносходимости с тригонометрическим рядом разложений по корневым функциям несамосопряженного дифференциального оператора // Дифференц. уравнения.- 1994.- Т.30, №9.- С.1516-1529.
2. Ломов И.С. О приближении функций на отрезке биортогональными рядами, связанными с дифференциальными операторами второго порядка // Доклады РАН- 1995. - Т. 343, № 5. - С. 599 – 602.
3. Ломов И.С. О скорости сходимости биортогональных рядов, связанных с дифференциальными операторами второго порядка// Дифференциальные уравнения. – 1996. - Т. 32, № 1. - С. 58 – 69.

4. Ломов И.С. О скорости сходимости биортогональных разложений функций // Дифференциальные уравнения. – 1996. - Т. 32, № 12. - С. 1618 – 1629.

5. Будаев В.Д. О сходимости спектральных разложений в точке разрыва коэффициентов линейного несамосопряженного дифференциального оператора второго порядка // Докл. АН СССР.-1987.- Т.293, № 2.- С.270- 274.

6. Керимов Н.Б. О необходимых и достаточных условиях базисности систем корневых функций дифференциального оператора // Дифференциальные уравнения. – 1996. - Т. 32, № 1. - С. 37 – 43.

### Резюме

В данной работе рассмотрены некоторые определения спектральной теории дифференциальных операторов.

### Summary

Some definitions of spectral theory of differential operators are considered in this paper.

ӘӨЖ: 517.43.02.1

## БІРІНШІ РЕТТІ ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕҢДЕУ ҮШІН КОШИДІҢ ЕСЕБІ ҚОЙЫЛУЫ ТУРАЛЫ

**Мавланов А.А. -Шымкент университетінің магистранты**  
**Ғылыми жетекшісі: физ.-мат.ғыл.канд. Медетбекова Р.А.**

Мына төмендегі есепті:

$$y'(x) = f(x), \quad a < x < b, \quad b > a \quad (1)$$

$$y(a) = y_0 \quad (2)$$

бірінші ретті дифференциалдық теңдеуге қойылған Коши есебі дейді, мұндағы  $f(x)$  дегеніміз  $[a, b]$  кесіндісінде анықталған үзіксіз функция, әзірше барлық шамаларды нақты деп санаймыз.

ЛЕММА 1. Кошидің мына есебінің

$$y'(x) = 0 \quad (3)$$

$$y(a) = 0 \quad (4)$$

нөлден өзгеше шешімі жоқ, мұндай шешімді елеусіз (тривиальный) шешім дейміз. ДӘЛЕЛДЕУІ. Кезкелген  $x \in (a, b)$  нүктесі үшін  $x_0$  нүктесі табылып,  $(a < x_0 < x)$ , мына теңдік,

$$y(x) - y(a) = y'(x_0)(x - a) \quad (\text{Лагранждың формуласы})$$

орындалады, олай болса (2.3)-(2.4) теңдіктер бойынша

$$y(x) - 0 = 0(x - a), \text{ немесе } y(x) = 0$$

Сонымен, кезкелген  $x \in (a, b)$  үшін  $y(x) = 0$ , енді  $y(x)$  функциясының  $[a, b]$  кесіндісінде үзіксіз екенін ескерсек, онда

$$\lim_{x \rightarrow a} y(x) = y(a) = 0, \quad \lim_{x \rightarrow b} y(x) = y(b) = 0$$

теңдіктерін аламыз. Демек, кезкелген  $x \in [a, b]$  үшін,  $y(x) = 0$  теңдігі орындалады. Лемма дәлелденді.

ЛЕММА 2. Кезкелген нақты  $\lambda$  шамасы үшін төмендегі

$$y'(x) = \lambda y(x), \quad a < x < b \quad (5)$$

$$y(a) = 0 \quad (6)$$

Коши есебінің, нөлден өзгеше шешімі жоқ.

Дәлелдеуі. Теңдеуді түрлендірейік:

$$y'(x) - \lambda y(x) = 0, \text{ енді теңдеудің екі жағын да } e^{-\lambda x} \text{ функциясына көбейтсек,} \\ y'(x)e^{-\lambda x} - \lambda y(x)e^{-\lambda x} = 0$$

болатынын көреміз. Егер  $z(x) = y(x)e^{-\lambda x}$  десек, онда

$$z'(x) = y'(x)e^{-\lambda x} - \lambda y(x)e^{-\lambda x} = 0, \quad z(a) = y(a)e^{-\lambda a} = 0$$

Демек,  $z(x)$  функциясы Кошидің, мынадай,

$$\begin{cases} z'(x) = 0 \\ z(a) = 0 \end{cases}$$

есебінің шешімі. Жоғарыда дәлелденген лемма бойынша  $z(x) \equiv 0$ , олай болса  $0 = y(x)e^{-\lambda x}$ , мұнан  $y(x) \equiv 0$ .

Енді жалпы жағдайды қарастырайық, яғни  $y(x), y(a)$  және  $\lambda$  шамалары кезкелген комплекс шамалар болсын деп, Кошидің мынадай

$$y'(x) = \lambda y(x), \quad a < x < b \quad (7)$$

$$y(a) = y_0 \quad (8)$$

есебін қарастырайық.

ЛЕММА 3. Кезкелген комплекс  $\lambda$  үшін, Кошидің, мына, есебінің

$$y'(x) = \lambda y(x), \quad a < x < b \quad (9)$$

$$y(a) = 0 \quad (10)$$

нөлден өзгеше шешімі жоқ.

ДӘЛІЛДЕУІ.  $y(x)$  функциясы жалпы алғанда комплекс мәндер қабылдауы мүмкін болғандықтан, Лагранждың формуласын қолдана алмаймыз. Егер (2.9) теңдеуді  $[0, x]$  аралығында интегралдап, Ньютон-Лейбниц формуласын қолдансақ, онда

$$y(x) - y(a) = \int_a^x y'(t) dt = \lambda \int_a^x y(t) dt, \quad a < x < b$$

теңдігін аламыз, осыдан

$$y(x) = \lambda \int_a^x y(t) dt \quad (11)$$

Вейерштрассның теоремасы бойынша  $[a, b]$  кесіндісінде үзіксіз функция осы кесінді бойында шектеулі, олай болса  $N > 0$  саны табылып,  $[a, b]$  кесіндісі бойында

$$|y(x)| \leq N \quad (12)$$

теңсіздігі орындалады. Онда (2.11) формуладан

$$|y(x)| = |\lambda| \left| \int_a^x y(t) dt \right| \leq |\lambda| \int_a^x |y(t)| dt \leq |\lambda| N(x-a) \quad (13)$$

Енді осы теңсіздікті, (2.11) формулаға апарып қоясақ

$$|y(x)| = |\lambda| \left| \int_a^x y(t) dt \right| \leq |\lambda| \int_a^x |y(t)| dt \leq |\lambda| \int_a^x |\lambda| N(t-a) dt = |\lambda|^2 \frac{N(x-a)^2}{2!} \quad (14)$$

Енді (2.14) формуланы, (2.11)-ге апарып қоясақ

$$|y(x)| \leq |\lambda| \int_a^x |y(t)| dt \leq |\lambda| \int_a^x \frac{|\lambda|^2 N(t-a)^2}{2} dt = N |\lambda|^3 \frac{(x-a)^3}{3!}$$

деген теңсіздік аламыз. Осы амалдарды жалғастыра берсек, кезкелген натурал  $n$  саны үшін,

$$|y(x)| \leq N \frac{|\lambda|^3 (x-a)^3}{3!} \quad (15)$$

орындалатынын байқаймыз. Бұл теңсіздікті дәлелдеу үшін, математикалық индукция әдісін қолданайық, осы теңсіздікті  $n-1$  үшін орынды деп санап, оның  $n$  үшін де орындалатынын көрсетейік. Шынында да, егер

$$|y(x)| \leq N \frac{|\lambda|^{n-1} (x-a)^{n-1}}{(n-1)!}$$

болса, онда (2.11) формуласы бойынша

$$\begin{aligned} |y(x)| &= |\lambda| \int_a^x |y(t)| dt \leq |\lambda| \int_a^x \frac{N |\lambda|^{n-1} (t-a)^{n-1}}{(n-1)!} dt = \\ &= \frac{N |\lambda|^n}{(n-1)!} \int_a^x (t-a)^{n-1} dt = \frac{N |\lambda|^n}{(n-1)!} \frac{(t-a)^n}{n} \Big|_a^x = N \frac{|\lambda|^n (x-a)^n}{n!} \end{aligned}$$

дәлелдеу керегі осы теңдік еді.

Енді (2.15) теңсіздікте,  $n \rightarrow \infty$  деп, шекке көшсек  $y(x) \equiv 0$  екенін көреміз. Сонымен, егер (2.9)-(2.10) есептің  $y(x)$  деген шешімі бар болса, онда ол нөлге тең, яғни  $y(x) \equiv 0$ , ал бұл функцияның осы есептің шешімі екені айдан анық. Лемма дәлелденді.

ЛЕММА 4. Кезкелген комплекс  $\lambda$  және  $y_0$  шамалары үшін Кошидің мына есебінің

$$y'(x) = \lambda y(x), \quad a < x < b, \quad (16)$$

$$y(a) = y_0 \quad (17)$$

тек бір ғана шешімі болуы мүмкін.

ДӘЛЕЛДЕУІ. Егер  $u(x)$  және  $v(x)$  функциялары (2.16)-(2.17) есептің шешімі болса, онда олардың айырымы  $z(x) = u(x) - v(x)$  функциясы, келесі есептің:

$$\begin{cases} z'(x) = \lambda z(x) \\ z(a) = 0 \end{cases}$$

шешімі болады. Шынында, да

$$z'(x) = u'(x) - v'(x) = \lambda u(x) - \lambda v(x) = \lambda [u(x) - v(x)] = \lambda z(x),$$

$$z(a) = u(a) - v(a) = y_0 - y_0 = 0.$$

Демек, жоғарыдағы лемма бойынша  $z(x) \equiv 0$ , яғни  $u(x) - v(x) \equiv 0$ , мұнан  $u(x) = v(x)$ .

#### Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Кальменов Т.Ш., Шалданбаев А.Ш., Ахметова С.Т. К спектральной теории уравнений с отклоняющимися аргументами. Математический журнал, Алматы 2004, т 4, №3 (13), 41-48с.
2. Ахиезер Н.И., Глазман И.М. Теория линейных операторов в гильбертовом пространстве. – М.: Наука, 1966.-543с.
3. Гохберг Н.Ц., Крейн М.Г. Введение в теорию линейных несамосопряженных операторов в гильбертовом пространстве.- М.: Наука, 1965.-448с.
4. Бари Н.К. О базисах в гильбертовом пространстве. //ДАН, 54(1946), 383-386с.
5. Кальменов Т.Ш., Шалданбаев А.Ш., Ахметова С.Т. К спектральной теории уравнений с отклоняющимися аргументами. Математический журнал, Алматы 2004, т 4, №3 (13), 41-48с.
6. Ахиезер Н.И., Глазман И.М. Теория линейных операторов в гильбертовом пространстве. – М.: Наука, 1966.-543с.
7. Гохберг Н.Ц., Крейн М.Г. Введение в теорию линейных несамосопряженных операторов в гильбертовом пространстве.- М.: Наука, 1965.-448с.
8. Бари Н.К. О базисах в гильбертовом пространстве. //ДАН, 54(1946), 383-386с.
9. Кальменов Т.Ш., Шалданбаев А.Ш., Ахметова С.Т. К спектральной теории уравнений с отклоняющимися аргументами. Математический журнал, Алматы 2004, т 4, №3 (13), 41-48с.

#### Резюме

Рассмотрена задача Коши для дифференциального уравнения 1- порядка, приведены несколько теорем о существовании ненулевого решения задачи Коши на данном промежутке.

#### Summary

The Cauchy problem is considered for the differential equation of the 1<sup>st</sup> order, several theorms are given about the existence of a non-zero solution of the Cauchy problem at a given interval.

ӘӨЖ: 517.43.02.1

#### КОШИ ЕСЕБІНІҢ ҚОЙЫЛУЫ ТУРАЛЫ ЖАЛПЫ МӘЛІМЕТ

Мамырхан Ә.Н.- Шымкент универ. Магистранты  
Ғылыми жетекшісі: физ.-мат.ғыл.канд. Медетбекова Р.А.

$\Omega \in \mathbb{R}^2$  – облысындағы

$$U_{xx} + y^m U_{yy} = 0; \quad (1)$$

тендеуін ( $y < 0$ ;  $0 < m < 1$ ) болған кездегісін қарастырамыз.

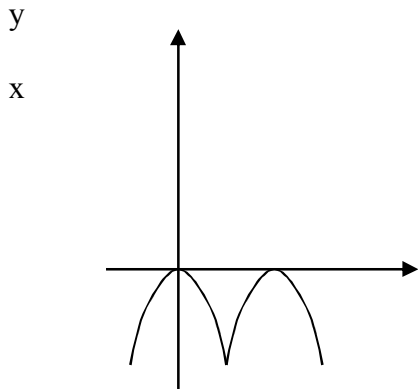
Коши есебі:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (x_0,0)} U(x,y) = \lim_{\substack{\xi \rightarrow x_0 \\ \eta \rightarrow x_0}} U(\xi, \eta) = \tau(x_0) \quad (2)$$

$$(0 \leq x_0 \leq 1) (\eta > \xi)$$

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (x_0,0)} U_y = [2(1-2\beta)]^{-2\beta} \lim_{(x,y) \rightarrow (x_0,0)} (\eta - \xi)^{2\beta} (U_\xi - U_\eta) = v(x_0) \quad (3)$$

$$(0 \leq x_0 \leq 1)$$



**сурет 1** Төңкерілген парабола

**Есеп:** Берілген облыста Коши есебін қанағаттандыратын  $U_{xx} + y^m U_{yy} = 0$  теңдеуінің шешуін табу керек.

Характеристикалары бойынша теңдеу мына түрге келеді.

$$[U_{\eta\xi} - \frac{\beta}{(\xi - \eta)} (U_\xi - U_\eta)] = 0 \quad (4)$$

(2.1.4)-теңдеудің шешуі Эйлер-Дарбу теңдеуі бойынша

$$Z(\beta) - (\eta - \xi)^{1-2\beta} Z(1-\beta) = (\eta - \xi)^{1-2\beta} \frac{\partial^2}{\partial \xi \partial \eta} Z(-\beta) \quad (5)$$

түрге келеді. Ал (2.1.5) теңдеуінің шешуі  $Z(\beta)$  болады.

Ал  $0 < -\beta < \frac{1}{2}$  болғандықтан  $Z(-\beta)$ -ның интегралдық түрі Пуассон түрінде төмендегі түрде жазылады:

$$z(-\beta) = (\eta - \xi) + 2\beta \int_0^1 \Phi(\xi + (\eta - \xi)\lambda) \lambda^\beta (1-\lambda)^\beta d\lambda +$$

$$+ \int_0^1 \psi(\xi + (\eta - \xi)\lambda) \lambda^{-(1+\beta)} (1-\lambda)^{-(1+\beta)} d\lambda \quad (6)$$

$$\Phi(t) \in C^2[0,1]$$

$$\psi(t) \in C^2[0,t]$$

$$(t = \xi + (\eta - \xi)\lambda) \quad (7)$$

алмастыруын жасаймыз.

(2.1.4)-ден  $\psi'(t)$ -ны  $\psi(t)$ -ның жаңа функциясы деп төмендегіні бөлшектеп интегралдау арқылы аламыз:

$$\begin{aligned}
Z(\beta) &= U(\xi, \eta) = (\eta - \xi)^{1-2\beta} \int_0^1 \psi(t) \lambda^\beta (1-\lambda)^{-\beta} d\lambda = \\
&= -2\beta(1+\beta) \int_0^1 \Phi(t) \lambda^\beta (1-\lambda)^{-\beta} d\lambda + \beta(\eta - \xi) \int_0^1 \Phi'(t) \lambda^\beta (1-\lambda)^\beta (1-2\lambda) d\lambda
\end{aligned} \tag{8}$$

(2.1.5) тің соңғысын бөлшектеп интегралдасак

$$\begin{aligned}
Z(\beta) &= U(\xi, \eta) = (\eta - \xi)^{1-2\beta} \int_0^1 \psi'(t) \lambda^\beta (1-\lambda)^{-\beta} d\lambda = \\
&= -2\beta(1+\beta) \int_0^1 \Phi(t) \lambda^\beta (1-\lambda)^{-\beta} d\lambda - \frac{\beta}{1+\beta} \int_0^1 \Phi''(t) \lambda^\beta (1-\lambda)^{1+\beta} d\lambda
\end{aligned} \tag{9}$$

$\Phi(t), \psi(t) \in C^3[0,1]$ , осыдан (2.1.5)-тің шешуі де екінші дифференциалданатын оператор.

$\Phi(t), \psi(t)$ - функцияларын Коши есебін пайдаланып табамыз, яғни

$\xi \rightarrow$  (2.1.3) бойынша

$$\begin{aligned}
\tau(x) &= \lim_{\substack{\eta \rightarrow x \\ \xi \rightarrow x}} U(\xi, \eta) = -2\beta(1+2\beta) \Phi(x) \int_0^1 \lambda^\beta (1-\lambda)^\beta d\lambda
\end{aligned} \tag{10}$$

(2.1.7)-ден

$$\Phi(x) = -\frac{\chi_1}{2\beta(1+2\beta)} \tau(x) \tag{11}$$

$$\chi_1 = \frac{\Gamma(2+2\beta)}{\Gamma^2(1+\beta)} \quad \Gamma\text{-гамма функциясы.}$$

Ал, дифференциалдық оператор мына түрге келеді:

$$\frac{\partial}{\partial y} = [2(1-2\beta)]^{-2\beta} (\eta - \xi)^{2\beta} \left( \frac{\partial}{\partial \xi} - \frac{\partial}{\partial \eta} \right)$$

(2.1.8)-теңдеуінен төмендегі теңдік алынады:

$$\begin{aligned}
U_y &= [(1-2\beta)]^{-2\beta} \{ \beta(\eta - \xi)^{1+\beta} \int_0^1 \Phi''(t) \lambda^\beta (1-\lambda)^{-\beta} d\lambda - \\
&- [2(1-2\beta)] \int_0^1 \Phi(t) \lambda^{-\beta} (1-\lambda)^{-\beta} d\lambda + (\eta - \xi) \int_0^1 \psi'(t) \lambda^{-\beta} (1-\lambda)^{-\beta} (1-2\lambda) d\lambda \}
\end{aligned}$$

Оператордан  $\xi \rightarrow x$ ,  $\eta \rightarrow x$  шегіне өтсек (2.1.3) бойынша

$$\nu(x) = -[2(1-2\beta)]^{1-2\beta} \int_0^1 \lambda^{-\beta} (1-\lambda)^{-\beta} d\lambda \psi(x) \tag{12}$$

$$\psi(x) = \chi_2 \nu(x)$$

$$\chi_2 = [2(1-2\beta)]^{2\beta-1} \frac{\Gamma(2-2\beta)}{\Gamma^2(1-\beta)} = \frac{1}{2} [2(1-2\beta)]^{2\beta} \cdot \frac{\Gamma(2-2\beta)}{\Gamma^2(1-\beta)} \tag{13}$$

Коши есебінің шартында  $\tau(x), \nu(x)$ -тар бойынша шешеміз.

$$U(\xi, \eta) = \chi_1 \int_0^1 \tau(t) \lambda^\beta (1-\lambda)^\beta d\lambda + \frac{\chi_1}{2(1+2\beta)} (\eta - \xi) \cdot \\ \cdot \int_0^1 \tau'(t) \lambda^\beta (1-\lambda)^{-\beta} \cdot (2\lambda - 1) d\lambda - \chi_2 (\eta - \xi)^{1-2\beta} \int_0^1 \nu(t) \lambda^{-\beta} (1-\lambda)^{-\beta} d\lambda \quad (14)$$

х,у-айнымалылары арқылы шешсек төмендегідей теңдеу аламыз:

$$U(x, y) = \chi_1 \int_0^1 \tau(t) \lambda^\beta (1-\lambda)^\beta d\lambda + \frac{\chi_1}{(1-m)(-y)^{\frac{1-m}{2}}} \cdot \int_0^1 \tau'(t) \lambda^\beta (1-\lambda)^{-\beta} (2\lambda - 1) d\lambda + \\ + [\alpha(1-2\beta)]^{1-2\beta} \chi_2 y \int_0^1 \nu(t) \lambda^{-\beta} (1-\lambda)^{-\beta} d\lambda \\ (t = x + (1+2\beta)(-y)^{1-\frac{m}{n}})$$

Сонымен,

$$\tau(t) \in C^3[0,1]$$

$$\nu(t) \in C^2[0,1]$$

Мұндағы  $(\psi(t) \in C^3[0,1] \quad \Phi(t) \in C^2[0,1])$  екендігі дәлелденді.

### Пайдаланылған әдебиеттер

1. Владимиров В.С. Уравнение математической физики. М. Наука, 1981.
2. А.Н.Тихонов и А.А.Самарский. Уравнение математической физики. М.1963.
3. Т.Ш. Кальменов «Краевые задачи для линейных и частных производных гиперболического типа». Шымкент, Ғылым-1993
4. Г.М.Фихтенгольц. Курс дифференциального и интегрального исчисления. М.Наука , 1963.
5. М.Абрамовица и И .Стибан. Справочник по специальным функциям. Под редакцией .Москва .Наука, 1979.
6. С.Л.Соболев. Уравнения математической физики. М.Наука, 1966.

### Резюме

Данная статья посвящена постановке задачи Коши для дифференциальных уравнений и исследованию ее ненулевых решений на конечном промежутке.

### Summary

This article is devoted to setting the Cauchy problem for differential equations and exploring its non-zero solutions at the final segment.

## ОҚУШЫ БІЛІМІН ТЕСТІЛЕУ ЖОЛЫМЕН БАҒАЛАУДЫҢ ЕРЕКШЕЛІКТЕРІ

**Өтеубек А.А. - Шымкент университетінің магистранты**  
**Ғылыми жетекшісі: физ.-мат.ғыл.канд. Медетбекова Р.А.**

Тест дегеніміз не? Тест ағылшын сөзі, қазақша аудармасы тексеру, сынау, байқау дегенді білдіреді. Тест 19 ғасырдың аяғы мен 20 ғасыр басында дами бастаған. 20 ғасырдың 20 жылдарында тест жүйесі

Кеңес Одағының мектептерінде қолданыла бастап, кейіннен 1936 жылы тиімсіз деп алынып тасталған, бірақ 80 жылдардан бастап тест жүйесі қоғамның әр саласында қолданысқа кіре бастады.

1995 жылдан бастап жоғарғы оқуға түсушілер білімі осы тест жүйесі арқылы бағаланып, студенттер қабылданды.

Қазіргі кезде тест оқушы білімін тексеру, өлшеу құралы ретінде және оқушы қабілетін анықтауға арналған мақсат көздейтін тесттер жүйесі оқыту процесінде қолданылуда.

Тесттің төрт түрлі формасы бар:

1. Ашық тест тапсырмалары.
2. Жабық тест тапсырмалары.
3. Сәйкестік белгілейтін тапсырма.
4. Ақиқатты белгілейтін тапсырма.

Ашық тест тапсырмаларында дайын жауап берілмейді.

Оқушы қажетті жауапты тауып берілген тұжырымға қосып жазады. Егер пікір ақиқат болса, жауап дұрыс, пікір жалған болса жауап қате болғаны.

Мысалы: доғал, сүйір, тік, жазыңқы .... бұрыштары ....(тік)..... бұрыш д.а.  
Жабық тест күнделікті қолданыстағы тестер.

Сәйкестік тест, мысалы: мектеп оған жауаптар: тау, тас, (өзен), форма.

Ақиқатты белгілейтін тесттер көбінесе, ақбота, кенгру тапсырмаларында кездеседі:

Тестке қойылатын талаптар:

- 1.Кез келген мақсатта қолданылатын тест сұрақтарының саны 15-тен кем болмауы тиіс.
- 2.Әр тесте 3-5 жауап болуы тиіс және оның біреуі дұрыс.
- 3.Мүмкін жауаптардың саны барлық сұрақтар үшін бірдей.
- 4.Жауаптардың орналасуында белгілі бір тәртіптің болмауы тиіс.
- 5.Бір дұрыс жауап бір балл деп есептеледі.

Тест тапсырмалары оқушы білімін тексеру мақсатында жүргізіледі және тест тапсырмалары оқушы білімін тиянақтауға, сабақта оқушы білімдерін тиімді тәсілмен жинақтауға көмектеседі.

Математика пәні бойынша тест жұмыстары екі немесе одан да көп нұсқалардан тұрады.

Онда 3 немесе 5 есеп негізгі базалық білім деңгейінен, қалған тапсырмалар оқу бағдарламасына сай оқушының ойлау қабілетін жетілдіретін жалпы және арнайы тәсілдерді игеруге, алған білімдерін ойлап, талғап пайдалануды талап етеді.

Сыныптағы тест жұмыстарына 15-20 минут уақыт беріледі.

Оқушы білімін тексеру және бағалау жолдары әр түрлі: өзіндік жұмысы, ауызша тексеру, тест арқылы тексеру және т.б.

Өз тәжірибемде оқушы білімін бағалауда, тиянақтауда әр түрлі тест жұмыстарын пайдаланамын.

Тақырыптық тест, қайталауға арналған, 1 тарауға арналған тест, қорытынды тест, жылдық тест, деңгейлеп берілген тест.

Тест түрінде білім беруде оның мақсатын анықтау керек, тиісті материалдарды талдау, тексерілетін білім элементтерін анықтау, тест белгілі бір тәртіппен жүргізіледі.

Тестпен жұмыста үлгерімі жақсы оқушылар тез жауабын тауып орындайды, болған оқушыларға бірін-бірі тексеруді ұсынамын.

Тест нәтижесін тексеруде оқушылардың өтілген материалдары қаншалықты меңгергенін, қандай көмек керек екенін білуге болады. Сабақтарда тест алу нәтижесінде:

1. Оқушының теориялық материалды игерудегі олқылықтары немесе жетістіктері анықталады.

2. Өзін-өзі бағалап, пәнге қызығушылығы, ынтасы артады, логикасы дамиды.

3. Өзіне деген сенімі артып ізденеді, өз бетімен білім алу жолын үйренеді.

4. Танымдық іс-әрекеті артып, тез шешім қабылдауға дағдыланады.

Шығармашылықпен жұмыс жасайтын оқушылар өздері тест құрастырады. (тақырыптық тестер).

Тест тапсырмалары оқушыларға білімін пысықтауға, тиянақтауға септігін тигізсе, мұғалімге оқушы білімін бағалауға көмектеседі.

Тест арқылы бір сабақта бүкіл сыныпты бағалауға болады.

Үй тапсырмаларын тексеруде де тест жүйесі тиімді, әр оқушыдан тексергенде уақыт кетеді, ал тестпен тексергенде сынып оқушылары толық қамтылады.

Соңғы жылдары қоғамдық және әлеуметтік өмірде болып жатқан өзгерістер ағарту саласының алдына көптеген міндеттер қойып отыр. Білім беру жүйесінде әлемдік деңгейге жету үшін бұрынғы стандарттардан бас тартып, мектептерде бітірушілерге Ұ.Б.Т-у жүргізіліп, оқушының білім деңгейі тест бойынша бағаланатын болды.

Тест біріншіден дарынды балаларға жол ашады, екіншіден Қазақстанның әр аймағындағы мектеп бітірушілердің білімдерін салыстыруға жол ашады және әр мектеп ұжымына, мұғалімдердің жұмысына жауапкершілікпен қарауына септігін тигізеді.

2004 жылдан бері мектеп бітірушілер Ұ.Б.Т-ні тапсыруда. Оңтүстік Қазақстан облысы да тест тапсырудан жақсы нәтижелерге жетіп жүр. Ұ.Б.Т.-ден Шымкент кентінің оқушыларының нәтижелері мынандай:

2014-46% 2017-25%

2015-26 % 2018-25%

2016-12,5 % 2019-58,8%

Әр мектеп жұмысының нәтижесі осы Ұ.Б.Т-у қорытындысы бойынша жыл соңында шығып жатады.

Жалпы білім беретін мектептердің түлектерін Ұ.Б.Т. арқылы аттестациялау мектеп ұжымына, жеке пән мұғалімдеріне үлкен жауапкершілікті жүктейді.

Оқытудың жаңа әдістерін, тиімді тәсілдерін іздеуге итермелейді. Ұ.Б.Т-у нәтижелерін талдап, олардың себептерін анықтай отырып дайындық жүргіземіз.

Соның өзінде көптеген қателіктер кетіп жатады.

Себептері: Оқушылардың есептерді шығара алмауы.

Шығарудың тиімді тәсілін білмеуі.

Формуланы нашар меңгеруі.

Жауаптарға дұрыс көңіл бөлмеуі т.б.

Оқушы білімін тест арқылы бағалау әдістерін оқу үрдісінде алдағы уақытта бастауыш сыныптан көбірек қолданылса оқушы өз таңдауына сенімді болатыны, білімі жоғары болатыны даусыз.

Сол мақсатта біз бұрыш ұғымын қалыптастыруға байланысты Delfi бағдарламасында тест тапсырмаларын тапсыруға арналған бағдарлама құрдық.

Осы айтылғандардан, бұрыш ұғымдарын ақпараттық технология негізінде оқыту арқылы орындалатын мақсат, біріншіден, оқыту процесінде оқушының санасына ғылыми теориялардың негізін қалаумен және оның негізгі ұғымдарын қалыптастыру; басқа ғылымдармен байланысы және оларда алатын орнын көрсету; математикалық абстракцияның әмбебаптығы мен сипаттамасының көпсатылығын ашу; оқушылардың дүниеге ғылыми көзқарастарын қалыптастыру болып табылады.

### **Пайдаланылған әдебиеттер**

1. Роберт И.В. Новые информационные технологии в обучении: дидактические проблемы, перспективы использования. //Информатика и образование.-1991.N4, С.18-27.
2. Гриценко В., Довгялло А. Пути развития информатизации образования. //Информатика и образование. -1989, N 6, 3-13 б.
3. Кузнецов А.А. Развитие методической системы обучения информатике в средней школе. Дисс. ... д.п.н. –М., 1989.
4. Погорелов А.В. Геометрия 7-11.-Алматы: "Рауан", 1995, -384 б.
5. Халықова Г.З. Компьютермен оқыту жағдайындағы дербестендіру мәселесі. //Информатика. Физика. Математика, 1995, N2.
6. Арганович М.С. Эллиптические операторы на замкнутых многообразиях. // ИТОГИ НАУКИ И ТЕХНИКИ современные проблемы математики.т.63. – М.: ВИНИТИ, 1990.
- 7.

### **Резюме**

Данная статья посвящена вопросам тестирования знаний учеников на уроках геометрии. Рассмотрены проблемы при использовании мультимедийных методов при изучении геометрических фигур и вычислении их площадей.

### **Summary**

This article deals with testing students knowledge in geometry lessons. Problems in using multimedia methods in studying geometric figures and calculating their areas are discussed.

**ӘОЖ: 517.43.02**

## **12 ЖЫЛДЫҚ МЕКТЕПТЕ МАТЕМАТИКА ПӘНІ БОЙЫНША ЭЛЕКТИВТІ КУРСТАРДЫ БЕЙІНДІК ОҚЫТУ ЕРЕКШЕЛІКТЕРІ**

**Байдуанова Д.А. – АӘИУ магистранты,  
Максумова Ж.- магистр оқытушы**

Бейіндік оқыту үш бағыт шеңберінде: жаратылыстану-математикалық, қоғамдық-гуманитарлық және технологиялық бағытта жүзеге асырылады.

Бейіндік бағытын мәлімдеген білім беру мазмұны екі бағытты ескере анықталды. Біріншіден бейіндік оқытуды анықтау бойынша 11-12 сынып оқушыларының жекелеген қабілеті мен қызығушылығын ескеру үшін білім беру мазмұнының құрамы мен құрылымы педагогикалық жағдай жасауға бағытталу керек.

Екіншіден, үш бағыт шеңберінде білім беру мазмұнын анықтауда оқушылардың базалық жалпы білім беру дайындығын аяқтауды қамтамасыз ететін міндетті оқу пәндерінің көлемін азайтып, базалық мазмұндағы пәндер үшін оқу-әдістемелік кешендердің санын оңтайландырылып, республикада қалыптасқан вариативті білім берудің және т.б. институционализациялау деңгейінің мүмкіндігі ескеріледі.

Бейіндік оқыту жүйесінің үйлесімділігі аралас оқу пәндерінің (курстар) есебінен қамтамасыз етіледі және оқу мазмұнының элементтерінің келесідей типтерін: базалық мазмұндағы жалпы білім беретін пәндер (инвариантты компонент), жалпы білім беретін бейіндік пәндер және таңдау бойынша міндетті пәндер (вариативті компонент), таңдау бойынша курстар (оқушы компоненті) енгізеді.

Бейіндік оқыту бағыттарына сәйкес оқу ұйымы бейіндік оқыту бағыттарын өздері ұйымдастырады. Бейіндік оқыту мазмұны бейіндік мазмұндағы пәндер, таңдаулары бойынша міндетті пәндері мектеп компоненттінің және қызығушылықтары бойынша курстары оқушы компоненттері жалпы білім беретін оқу бағдарламалары бойынша іске асады. Бейіндік және міндетті пәндер мен қызығушылықтары бойынша курстарының қисындастырулары арқылы кен көлемде бейіндік оқыту ұйымдастыруға болады.

Бейіндік оқыту бағытын қамтамасыз етеді. Жаратылыстану-математикалық бейіндік бағыты келесідей пәндер құрамымен: математика, биология, география, физика, математика қамтамасыз етілетін болады. Қоғамдық-гуманитарлық бағыттағы оқушылар әдебиет, әлемдік көркем мәдениет, қоғамтану, мемлекет және құқық негіздері, риториканы оқиды. Бейіндік оқытудың технологиялық бағытының мазмұны үшін келесідей пәндер құрамы анықталған: графика және жобалау.

Жалпы білім беретін базалық және бейіндік мазмұндағы пәндердің құрамы мемлекеттік жалпыға міндетті білім беру стандартының деңгейін қамтамасыз етеді.

Білім беру мазмұнының мектеп компонентіне кіреді. Міндетті пәндер «толықтыру» қызметін орындап, «өзге» бағыттағы мазмұн есебінен білім беруді толықтырады. Оқушылар басқа бағыттағы жалпы білім беретін бейіндік пәндердің тізімінен екі оқу пәнін таңдау мүмкіндігін алады.

Базалық, бейіндік мазмұндағы және таңдаулары бойынша міндетті жалпы білім беретін пәндер құрамы мемлекеттік жалпыға міндетті білім беру стандартының жалпы орта білім беру деңгейін қамтамасыз етеді.

Оқу жоспарының оқушы компонентінің есебінен іске асырылады. Қызығушылығы бойынша курстар жалпы білім беретін бейіндік пәндердің қолданбалы сипатын, болмаса оқушылардың жеке қызығушылығын қанағаттандыру бойынша таңдаған бейіні шеңберінде білім беру мазмұнын іске асыруды қамтамасыз ету. Қызығушылығы бойынша курстар мазмұны күзіндетті білім беру ұйымының бекітілген қолданыстағы оқу бағдарламалары мен оқу орнының мүмкіндіктерін ескерген авторлық бағдарламалармен анықталады.

Президентіміз Н.Ә.Назарбаев биылғы халыққа Жолдауында: "Білім беру реформасы — Қазақстанның бәсекеге нақтылы қабілеттілігін қамтамасыз етуге мүмкіндік беретін аса маңызды құралдардың бірі. Бізге экономикалық және қоғамдық жаңару қажеттіліктеріне сай келетін осы заманғы білім беру жүйесі қажет" — деп атап көрсетті. Президент атап көрсеткен осы заманғы білім беру жүйесі — болашақ ұрпақты жан-жақты жетілдіретін, бәсекеге төтеп беруге қабілетті сапалы адам етіп тәрбиелейтін білім беру жүйесі екені сөзсіз. Бұндай сапалы білім беру жүйесін құру тек біздің елімізде ғана емес, дүние жүзінің көп еліндегі ортақ мәселе. Дегенмен, дамыған елдер өздерінің заманға сай оқыту жүйелерін құрып та үлгірген және оны осы заманғы білім берудің ең озық үлгісі санайды. Бүгінгі күні көптеген елдің білім беру саласы ортақ мойындап отырған сапалы білім беру жүйесі — оқушыны жан-жақты дамытуға арналған оқыту жүйесі болып табылады. Біз өзіміздің төл оқыту жүйемізді құру қарсаңында, әрине озық үлгілерді үйлесімді пайдалана отырып, өз мүдеміз бен мақ-сатымызға сай келетін оқыту жүйесін құруымыз қажет деп ойлаймын.

Осы заманғы білім беру жүйесі оқушының үйренуде өзін-өзі басқару, өзара селбесіп үйрену және зерттеп үйрену сынды жақтарын қамтитыны белгілі. Сыныптық оқыту формасы зерттеп үйренуді негіз етіп, іс-әрекет барысында өзін-өзі басқару мен селбесіп үйренуді іске асыру ерекшелігіне ие. Демек, осы заманғы білім беру жүйесі оқушының сапалық жақтан жетілуіне баса назар аударады. Ал сапалық оқытуға сапалық бағалаудың қажет екені өзінен-өзі белгілі нәрсе.

Оқытуды бағалау — осы заман оқытуын басқарудың маңызды шараларының бірі болуымен бірге оқыту қимылын басқарудың да маңызды мазмұны болып табылады әрі ол оқыту реформасы мен сапалы оқытуды жүзеге асыру үшін қызмет етеді. Ғылыми басқару жүйесі ғылыми бағалаудан ешқашан қол үзе алмайды. Ендеше, ғылыми бағалау жүйесін қалыптастырып, сапалы оқытуға ыңғайлы жол қарастыру қажет. Сондықтан бағалау нысанасы мен көрсеткіш жүйесі арқылы, мектептерге оқытуды басқару бағытын айқын көрсетіп, жоғары мектепке түсуді ғана көздейтін бәсекені сапаны жан-жақты көтеретін бәсекеге өзгерту қажет. Бағалау барысында ақпаратқа назар аударып, оқытуды басқару жүйесін дұрыстап отыру керек. Басқаруға ыңғайлы, ғылыми, сондай-ақ мектепке дұрыс жетекшілік ететін бағалау стандарты болмай, сапалы оқытуды жүзеге асыру мүмкін емес. Сондықтан практикалық, басқару барысында мектептің тиімді бағыттаушы механизмін, пәрменді тежеу механизмін және ғылыми бағалау механизмін мұқият зерттеп, сапалы оқытуды сәтті жүзеге асыруға жол

нұсқау қажет. Осы орайда біз оқуды бағалаудың қазіргі кезде дүние жүзінің, көптеген елдерінде қолданылып отырған стандарты туралы ой-пікірімізді талқыға ұсынуды жөн көрдік.

Бүгінгі күні әлемдік білім беруде оқушының жан-жақты дамып алға басуын, мұғалімнің кәсіби өресінің жоғарылауын және оқулықтың үздіксіз даму жағдайын бағалаудың стандартты жүйесін орнатып, жалпылық бағалау негізінде жекенің алға басуы мен көп жақтан дамудағы жасырын қабілетін ашуға баса назар аудару дәріптеледі. Бул пікір бойынша портфолио, оқу күнделігі, емтихан сынақ жағдайы қатарлы сапалық бағалау әдісін жандандырып, тулғаның қатысуымен көп негізді бағалау тізімін орнатып, бағалаудың шабыттандыру рөлі мен кемелдендіру рөліне мән берілуі керек.

Бағалаудың мақсаты — оқушының жан-жақты дамуын алға бастыру, білімі мен шеберлігі жағында қол жеткізген жетістіктеріне көңіл бөлу, әсіресе олардың үйрену барысына, әдісіне, сондай-ақ сезім, позиция және құндылық көзқарасы қатарлы жақтарындағы дамуына назар аудару, сол арқылы заманның даму талабына сай дені сау, білімді, қабілетті, тәртіпті жаңа таланттарды тәрбиелеп шығу.

Бейіндік білім беруді енгізудің басты мақсаты - оқытылушылардың кәсіби бағыт алуын және өз жолын табуын қамтамасыз ету, оқушылардың кәсіптік таңдауды, саналы түрде жүзеге асыруы үшін оларға қажетті ресурстарды қалыптастыру мүмкіншілігін беру [4].

Бейіндік білім беруге көшу кезінде келесі міндеттер іске асырылуы қажет:

- түлектердің еңбек және білім рыноктарына кіру процестеріне мектептің назарын күшейту арқылы жалпы орта білім берудің әлеуметтік-экономикалық тиімділігін қамтамасыз ету;

- оқушылардың жекелеген пәндерді таңдап алу бейімі бойынша жалпы орта білім беру көлемінде тереңдеп оқу мүмкіншілігін қамтамасыз ету;

- мектептегі білім беру процесінің вариативтілігін және жеке адамға бағыт алуын қамтамасыз ету, оқушылардың білім алу әрекетінің ынталық деңгейін арттыру;

- оқушыларға бейіндік оқу шеңберіндегі курстарды таңдауға және икемді жеке білім бағдарламаларын құруға мүмкіндік беру;

- білім мазмұнын жетілдіру негізінде білім беру процесін іс жүзінде бағыттауды және оның әрекеттік құраушысын (жобалау- зерттеу және коммуникативтік қабілеттерді игеру) күшейтуді іске асыру;

- оқушыларды әлеметтендіру мүмкіншіліктерін кеңейту, жалпы және кәсіби білім беру арасындағы сабақтастықты қамтамасыз ету, мектеп түлектерін кәсіби жоғары білім бағдарламаларын игеруге анағұрлым тиімді дайындау.

Бейіндік оқытудың моделі: кез келген модель (1 сурет) өзінің құрамына инвариантты құраушы – бейіналды даярлықты қамтиды. Бейіналды оқыту – бір-бірімен тығыз байланысты екі құрылыммен сипатталады: математикадан негізгі жалпы білім беру (I концентр, 8-10-шы сыныптар) және элективті курс пәндері бойынша бейіналды даярлық (10-шы сынып). Бірінші концентрдің білім беру бағытының мақсаты: негізгі мектептегі білім алушылардың өзін-өзі анықтауына жағдайжасау.

Бейіндік сынып мұғалімдері нәтижеге бағытталған оқу процесстерін және білім сапасын тиімді басқарулары керек. Мұғалім жоғары кәсіби құзыретті деңгейде болуы, ал оның білім беру процессіндегі іс-әрекеттері оқушылардың қызығушылықтар мен бейінділіктерін толық ескеруі керек. Мұғалімнің оқушылардың оқу бағдары мен болашақ кәсіп таңдаудағы рөлі де өте құнды.

Бейіндік оқуды мектепте іске асырудың қажетті жағдайларының бірі мұғалімдерді қайта даярлаудан өткізу және жаңа типті мұғалімдер даярлау болып табылады. Бірнеше сабаққа мысал келтірейік:

### **1-Сабақтың тақырыбы:**

#### **Параметрлі теңдеулерді шешу**

Сабақтың мақсаты: **Параметрлі теңдеулерді шешуді үйрету**

Сабақтың түрі: Аралас

Сабақ барысы

1. Үй жұмысын тексеру

2. 1-мысал.  $ax=12$  и  $3x=a$  шешіңіз.

$$\left. \begin{array}{l} ax = 12, x = \frac{12}{a}, \\ 3x = a, x = \frac{a}{3} \end{array} \right| \Rightarrow \left( \frac{12}{a} = \frac{a}{3}, a^2 = 36 \right),$$

$$a_1 = 6 \text{ и } a_2 = -6.$$

Жауабы:  $a = 6, a = -6$ .

2 мысал.  $b$  параметр  $(x-b+1)^2 - (x+b-1)^2 = 2x+6$  теңдеуді шешіңіз:

Шешуі.

$$(x-b+1)^2 - (x+b-1)^2 = 2x+6,$$

$$(x-b+1+x+b-1)(x-b+1-x-b+1) = 2x+6,$$

$$2x(2-2b) = 2x+6, x(1-2b) = 3.$$

$$\text{а) } 1 - 2b > 0, b < \frac{1}{2}. \quad \text{б) } b > \frac{1}{2}.$$

$$\text{в) } \frac{3}{1-2b} = 0 \quad b \text{ параметрі болғанда теңдеудің түбірі } 0\text{-ге тең.}$$

$$\text{а) } b < \frac{1}{2}; \quad \text{б) } b > \frac{1}{2}; \quad \text{в) болмайды}$$

Жауабы:

$$\frac{x}{a} + 3 = 5 - x.$$

3 мысал.  $\frac{x}{a} + 3 = 5 - x$  теңдеуін шешіңіз.

$$\frac{x}{a} + 3 = 5 - x, x \left( \frac{1}{a} + 1 \right) = 2, x \cdot \frac{1+a}{a} = 2.$$

$$1) \quad a = 0 \text{ болғанда } \frac{1+a}{a} \text{ өрнегінің мәні жоқ.}$$

$$2) \quad a = -1, \begin{cases} \frac{1+a}{a} = 0, \\ 2 \neq 0, \end{cases} \begin{cases} a = -1, \\ 2 \neq 0; \end{cases}$$

2) түбірі жоқ.

$$3) \quad \frac{1+a}{a} \neq 0; \text{ есепте } a \neq -1, a \neq 0, \text{ то } x = \frac{2a}{1+a}.$$

$$a \neq 0, a \neq -1, x = \frac{2a}{1+a}.$$

Жауабы: Егер  $a = 0, a = -1$ , түбірі жоқ.

### Пайдаланылған әдебиеттер тізімі

1. Қазақстан Республикасы жалпы орта білім берудің мемлекеттік жалпыға міндетті білім беру стандарттары. Жалпы орта білім. – Алматы: РОНД, 2011.-368 б.

2. Назарбаев Н.Ә. Қазақстан-2030. – Алматы: Білім, 1997. -176 б.

3. Білім туралы. – Об образовании: Қазақстан Республикасының Заңы. – Алматы: Литера, 2000. – 96 б.

4. Концепция системы образования Республики Казахстан на 2010-2020 годы. Концепция правительства от 06.08.2005 № 1058.
5. Программы средней общеобразовательной школы. Математика. –М.: Просвещение, 1988. -79 с.
6. Жалпы орта мектептің 5-11-сыныптың математика бағдарламалары. Астана, 2009. – 55 б.
7. Методика преподавания математики в средней школе. Ю.М.Колягин, В.А. Оганесян. Общая методика. Уч. Пособие для студ. Ф-м фак. Пед. Инс-в. –М.:Просвещение, 1975-462 с.

### **Резюме**

В данной работе рассматриваются проблемы обучения элективному курсу по математике в 12-летних школах. Для профильного обучения учащихся приведен пример одного урока по математике на тему «Решение уравнения с параметром».

### **Summary**

This paper deals with the problems of teaching an elective course in mathematics in 12- year-old schools. On math lesson on “ solving the education with parameter” is given for the student profile.

ӘОЖ 514.112

## **ОҚУШЫЛАРДЫҢ МАТЕМАТИКАДАН БЕЙІНАЛДЫ ДАЯРЛЫҒЫН ҚАЛЫПТАСТЫРУ ТЕОРИЯСЫ**

**Мамирова А.Н.–АӘИУ магистранты,  
Ғылыми жетекшісі: физ.-мат. ғыл.канд. Медетбеков М.М.**

Білім беру жүйесіне қойылатын талаптар оның мүлде жаңа парадигмасын жасауды қажет етеді. Өйткені білім беру жүйесі үнемі даму үстінде болып отырған қоғамның сұраныстарына толық жауап бере алмай отыр. Жалпы білім беретін орта мектептің білім беру мазмұны оқушылар мен ата-аналардың сұраныстарын қанағаттандырып, кәсіби бағдарлау жұмыстарымен астасып кететіндей болуы талап етілуде. Осы мәселеге мемлекеттік деңгейде үлкен мән беріліп отыр, білім саласын жүйелі реформалау орын алды, оған түбегейлі өзгерістер енгізу қолға алынды. Атап айтсақ, «Қазақстан Республикасында білім беруді дамытудың 2005-2010 жылдарға арналған Мемлекеттік бағдарламасында» орта білімнің жоғары сатысында бейіндік оқытуды енгізу жоспарланып, жүзеге асырылды. 2006-2007 оқу жылында еліміздің мектептерінің 10-11 сынып оқушылары екі бағыт (қоғамдық-гуманитарлық және жаратылыстану-математикалық) бойынша оқытуды бейіндік саралауға кірісіп те кетті. Бұл процесс «Қазақстан Республикасында білім беруді дамытудың 2011-2020 жылдарға арналған Мемлекеттік бағдарламасында» жалғасын тапты, өйткені онда Қазақстан мектептерінің 12 жылдық білім беруге толық көшуі жоспарланып отыр. Осы дүбірлі өзгерістер мектеп оқушыларын бейіндік оқыту және оларға бейіналды даярлық жұмыстарын жүргізу талабын алға шығаруда. Ал мектептер бұл жағдайға толық даяр емес. Сондықтан да, мектепте математика курсы жоғары сыныптар үшін бейіндік оқытуды жүйелеу үшін маңызды болып табылатын 9-сынып оқушыларын бейіналды даярлық бағытында оқытуды ұйымдастыру кезек күттірмейтін мәселе.

Мектеп геометрия курсы оқытуда негізінен геометриялық түрлендірулер, координаталық, векторлық, конструктивті әдістер қолданылады. Бұл әдістердің әрқайсысының өзіндік орны және қажеттіліктері бар. Соның ішінде XVI-XVII ғасырларда П.Ферма, Р.Декарт және басқа ғалымдардың енгізуінен кейін математиканың қарқынды дамуына әсер еткен координаталық әдіс пен векторлық әдістерді оқытудың да өзіндік міндеттері бар. Себебі ол әдістер алгебрамен тығыз байланысты. Математиканың векторларға қатысты амалдар орындау, векторларды түрлендіру, т.б. әрекеттер көрсетілетін арнайы векторлық алгебра деп

аталатын саласы бар. Математиканың іргелі ұғымдарының бірі – вектор және оның жалпылануы – тензор. Математиканың, механиканың, техниканың әртүрлі салаларында вектор ұғымы кең қолданысқа еніп, векторлар теориясының дамуына өзіндік ықпал жасады. Комплекс сандар теориясына қатысты Г.Вессель, Ж.Арган, К.Ф.Гаусс еңбектерінде векторларға арифметикалық амалдар қолдану мен екі өлшемді жазықтықтың арасындағы байланыс тағайындалған.

Елдің бәсекелестік мүмкіндігі оның білім беру жүйесінің жағдайымен анықталатындықтан және еліміздің білім беру жүйесінде әлемдік білім беру кеңістігіне ену үдерісі орын алып жатқан тұста мектептің алдында қазіргі заманғы өзгермелі жағдайларда еркін бағдарлана алатын, білім алуын жалғастыруға мүмкіндігі бар, өзінің болашақ қызметінде жетістікке жете алатын бәсекеге қабілетті жеке тұлға дайындау міндеті тұр.

Математика бейіндік мектептердегі негізгі пәндердің бірі болып табылады және оны бейіндік сыныптарды оқыту өзіндік ерекшеліктерге ие болуы керек. Өйткені диалектикалық дүниені түсіну үшін мынау әлемге деген оқушылардың жеке көзқарастарын қалыптастыруда математиканың алатын орын ерекше. Математика пәнін оқып үйрену арқылы әлемдік көріністердің математикалық модельдерін құрастыру, алға қойылған мәселенің математикалық шешілуіне қажет математикалық заңдылықтар мен ережелердің, ұғымдар мен пайымдардың қолданысы іс жүзінде орындалады.

Математикалық есептерді шығаруда бастаған істі соңына дейін жеткізу, есептерде қате кетпеуді қадағалау, яғни ұқыптылық, математикалық формулаларды қолдану сауаттылығы және т.б. көптеген математикалық іс-әрекеттерден көрінетін математикалық мәдениеттілікке тәрбиелеу орын алары сөзсіз. Сондықтан да оқушылардың математикадан фундаментальды даярлығын мазмұндық қамтамасыз етуден математикалық білім, білік, дағды түрінде берілетін нәтижелерге жеткізіп, әрмен қарай құзыреттілікке дамыту керек. Осы мәселелерге қатысты қазіргі кездегі математикадан бейіндік оқыту, бейіналды даярлық жұмыстары жүргізілуде. Алайда бейіндік оқытудың әдістемелік жабдықталуы төмен деңгейде, әсіресе бейіндік оқытудың вариативті компоненті болып табылатын элективтік курстар, олардың әдістемелік қамтамасыздығы әлі күнге шешімін таппай отыр. Бейіналды даярлық жүргізуге бағытталған математиканың элективтік курстары әлі күнге дейін құрастырылмаған десек артық айтпаймыз.

Негізгі мектепті бітірген оқушының алдындағы күрделі тапсырманың бірі - бейіналды оқытуды дұрыс тандап қана қоймай, сонымен бірге таңдаған бейіндік бағытындағы мамандыққа оқуға түсу мүмкіндігі мен оқуды жүзеге асыру. Сондықтан оқушы мен оның ата-аналары негізгі мектептің 9 сыныбынан соң білім алуды жалғастырудың мүмкін жолдары, қолайлы білім мекемесі, уақыт тиімділігі, қызығушылығы мен болашақтағы оқуының бейініне сәйкес келуі туралы ақпараттар жинақтауы қажет.

Оқушылардың өзін-өзі анықтауында негізгі мектеп оқушысының өзін анықтауға ықпал етуші білім алу кеңістігін құрудың *қажетті шарты* бейіналды дайындықты енгізу балып табылады.

Осы мақсатта бейіналды дайындық сыныптары құрылып, ол жерде сынып жетекші, мектеп психологының қатысуымен шешім қабылдау механизмін меңгеру, мүмкіндіктер мен жауапкершілікті білу үшін мақсатты бағдарлы жұмыстар (сұрақ-жауап, ата-аналармен сұхбат жүргізу т.б.) жүргізіледі.

- жалпы білім беретін мектептің 9-шы сыныбында базистік оқу жоспарының вариативті компонентінің сағаттары көбейеді;

- бейіналды дайындықтың тұсында оқушыларды тек қана ақпаратты меңгеруге үйретіп қана қоймай, олармен жұмыс істеудің түрлі жолдарын оқытады.

Оқыту үдерісіне енгізілген пәнге бағытталған таңдау курстары келесі мәселелерді шешеді:

- оқушының таңдаған пәніне қызығушылығын арттыру;
- Пән мазмұнын игеру қабілеті мен дайындығын арттыру;
- таңдау емтихандарына дайындыққа жағдай жасау.

Мектептер өзіндік дәстүрлі бағдарламадағы курстарды талдауда пәндік бағыттарды қолдануға болады.

Пәнаралық курстар дәстүрлі оқу пәндеріндегі шеңберден шығуды ұсынады. Олар оқушылардың әртүрлі пәндерден білімдерінің синтезінің болуын қалайтын жағдайда ұйымдастырылады. Мұндай курстарды жүзеге асыру барысында әртүрлі ұйымдарға экскурсия жасап, арнайы сабақтар өтіледі: академиялық лекция, семинарлар, лабораториялық сабақтар, жоспарлы зерттеу қызметі, практикалық сабақтар, ойын технологиялары және т.б. Жалпы алғанда, болжамға сай, ең алдымен бұл курстардың мазмұны жоғары мектептерде кәсіптік оқытуға сай келетіндей, оқушының өзін-өзі анықтауына қабілеттендіру.

Элективтік курстың бағдарламасына қойылатын талаптарға мыналар жатады:

1. Бейіндік және бейіналды оқыту концепциясына сәйкес келу. Оқушылардың өздерінің қажеттіліктері мен мүмкіндіктерін бағалауға және жоғары сыныпта бейіндік оқытуды таңдауларына мүмкіндік жасайды.
  2. Оқушыларға арналған жаңашыл дәрежесі. Оқушыларға жаңа білімді, яғни базалық бағдарламада жоқ білімді береді.
  3. Бағдарламаның потенциалы. Оқушылардың танып білуге деген қызығушылықтарын арттыратын және жоғары сыныптағы бейіндік оқытудың құндылықтарын анықтайтын білімдермен қамтамасыз етеді.
  4. Мазмұнның толықтығы. Бағдарлама дайындықтың жоспарланған мақсатына жету үшін керекті барлық білімді қамтиды.
  5. Мазмұнның ғылымилығы. Бағдарламаға прогрессивті ғылыми білім мен адамзаттың практикалық тәжірибесі енгізілген.
  6. Мазмұнның инварианттылығы. Оқушылар әр түрлі топқа бөлініп, топта оқытылатын пән бағдарламасына сай енгізілген материалдары қолданады, бейіналды дайындық үшін оқушыларға жалпы тапсырмалар сәйкесінше іріктелініп алынады және бағдарлама модульдік негізде құрастырылады.
  7. Мазмұнның ортақтық дәрежесі. Бағдарламаға енгізілген білімнің ортақтық дәрежесі оқытудың мақсаты мен оқушылардың ой-өрісінің дамуымен сәйкес келеді.
  8. Курстың практикаға бағытталуы. Бағдарлама бойынша оқыту оқушылардың алған білімдерін практикада, тәжірибеде ұйымдастыруда жүзеге асыруына мүмкіндік береді.
  9. Оқу материалының байланыстылығы мен жүйелілігі. Бағдарламадағы білім мазмұнының ашылуы мынадай үлгіде, яғни барлық оқытылатын жаңа тақырып өткен тақырыппен, жеке және жалпы білімдерді байланыстыру арқылы құрылады.
  10. Оқу материалының бағдарламаға енгізілген тапсырмалармен ашылу тәсілдері мен сәйкестігі. Оқу материалының мазмұнының ашылу тәсілі: теориялық немесе эмпирикалық ойлауды қалыптастыру және ғылыми білімнің дамуының объективті деңгейде анықталуы мақсатына сәйкес келеді.
  11. Оқыту әдістерін таңдау. Бағдарламада оқыту әдістері және оның мазмұны мен қолданылуын қамтамасыз ететін эвристикалық сынақ өткізуге мүмкіндік беру.
  12. Бақылаудың дәрежесі. Бағдарламаның бақылау жүргізуге жеткіліктілігі.
  13. Мүмкін болатын жаңылуларды сезгіштік. Бағдарлама аралық және қорытынды нәтижелерге жету дәрежесін құру және бағдарламаны өту барысында оқу процесінің кез келген сәтінде жаңылуларды анықтауға мүмкіндік береді.
  14. Ресурстардың шынайы көзқарасы. Бағдарлама материалы уақыттың жеткіліктілігін есепке алуға байланысты сапалы білім алу мен жоспарланған нәтижелерді алуға, бағдарламаны өту барысында мүмкін болатын жаңылуларды жоюға, ең тиімді оқыту әдістерін падалануға үлестірілген.
  15. Оқу курсын жүзеге асыруда уақытты тиімді жұмсау. Мақсатқа жетуде ең қысқа болып табылатын білім алу жүйелілігі бағдарламада анықталған. Бұл жүйелілік ұмыт болған немесе жойылған білімді қайта жаңғыртуға уақыт жұмсауды қажет етпейтін, жаңа білім алуда өткен және есте оңай сақталатын оқу материалына сүйенеді.
- Оқыту мақсаттары оқу үдерісінің маңызды компоненті болып табылады, оның қалай анықталуынан және берілуінен оқыту үдерісінің тиімділігі байланысты болады. Сондықтан

оқыту мақсаттары маңызды дидактикалық проблемалардың қатарына жатады. Жалпы білім берудің мақсаттары қоғамның мектепке қоятын әлеуметтік тапсырысынан туындап, қоғамның әлеуметтік-экономикалық дамуына және оған сәйкес келетін әлеуметтік тапсырыстың өзгеруіне байланысты өзгеріп отырады.

#### **Пайдаланылған әдебиеттер тізімі**

1. Қазақстан Республикасының 2015 жылға дейінгі білім беруді дамыту тұжырымдамасы.
2. Назарбаев Н.А. Қазақстан – 2030.-Алматы: Білім, 1997. – 176 б.
3. ГОСУДАРСТВЕННАЯ ПРОГРАММА развития образования. Республики Казахстан на 2011 – 2020 годы. Астана, 2010 г.
4. Жексенбаева Ү.Б., Самуратова Ж.Б., Заграничная Г.А., Чемоданова Т.Ю. Оқушыларды бейімалды даярлау және жоғарғы сыныптардағы бейімдік оқыту тұжырымдамасы. Әдістемелік құрал – Астана, 12 жылдық білім беру проблемалары РҒПО, 2006 -32 бет.
5. Омаров Р.С, Кудайбердиев Т.К., Сариев А.А. Особенности процесса обучения в условиях 12-летней школы: Методическое пособие. –Алматы:НИЦ«Ғылым»,2003. -40 с.
6. Селевко Г.К. Современные педагогические технологии: Учебное пособие.– М.: Народное образование, 1998. 256 с.
7. Рябцева И.В. Профессиональные пробы как средство предпрофильной подготовки школьников в отечественном и зарубежном опыте. //Сибирский педагогический журнал.– 2011г. №4 с. 232-240.
8. Предпрофильная подготовка учащихся 9 классов по математике: Общие положения, структура портфолио, программы курсов, сценарии занятий / Данкова И.Н., Бондаренко Т.Е., Емелина Л.Л., Плетнева О.К. – М.: «5 за знания», 2006.-128с.-(«Электив»)

#### **Резюме**

Данная работа посвящена вопросам организации и проведения элективных курсов по математике и приведены требования к проведению углубленных курсов.

#### **Summary**

This work is devoted to the organization and conduct of elective courses in mathematics and the requirements for in-depth courses.

**ӘОЖ: 517.43.01**

### **МАТЕМАТИКАДА САН ҰҒЫМЫНЫҢ ҚАЛЫПТАСУЫ ЖАЙЛЫ ДЕРЕКТЕР**

**Қабиден А.–АЭИУ магистранты**  
**Ғылыми жетекшісі: доцент Медетбеков М.М.**

Карл Гаусс математиканың сан салаларын сарапқа сала келіп арифметиканы математика патшасы деп бағалаған. Ал арифметиканың негізгі ұғымы — сан. Ендеше, сол сан ұғымының қалай пайда болуын ашу, білу — ғылыми методологиялық үлкен проблема.

XIX ғасырға дейін математика тарихы жөнінде қалам тартушы авторлардың көбісі сандар мен сандарға амалдар қолдану әрекетін құдайлар немесе кемеңгер философтар шығарған деп түсіндіріп келді. Өткен ғасырдағы ең мықты алгебрашылардың бірі Кронекер «бүтін сандарды құдай жасады, қалған дүниені адам жасады»,— дегені мәлім. Ескі аңыздарда сандарды біресе Пифагор, біресе Прометей немесе басқа бір пайғамбар шығарыпты-мыс деген тұжырымдар көп ұшырасады. Бұлардың барлығы, әрине, ғылыми шындыққа келмейтін жалаң қорытындылар.

Шындығында, арифметиканың өзі айрықша ғылым болып біртіндеп қалыптасқанмен, оның басты ұғымы — сан ұғымы өте ертеде, адамзат жазу, сызуды білмеген заманда пайда болған.

Адам баласының ең бірінші қолдана білген математикалық амалы санау болды. Тіпті аз ғана санды білетін жабайы тайпалардың өзі көп нәрседен тұратын жиындарды санауға дейін әрекет жасаған. Бұл жағынан қарағанда адам саннан бұрын-ақ «санауды», «түгендеуді» білген деуге болады. Қайта осы санау, түгендеу әрекеттері негізінде сан ұғымы туады, біртіндеп кеңейеді. Ежелгі қазақтар төрт түлік малдарын санамай түгендеуі осының нақты мысалы. Ел аузындағы «түгендеймін санамай» деген сөз тіркесі осыны аңғартады. Осы сияқты олар кейде бір қора қойдың өзін жасына қарай бөліп, әрбір төлді бөлек-бөлек түстеп түгендейтін болған. Бұл, әрине, өте ерте кездегі санау тәртібінен қалған сарқыншақтар.

Түстеп түгендеу жас балалар әрекетінде де ұшырасады. Мәселен, 2—3 жастағы жас сәби ойыншықтарының түгел, түгел еместігін түсіне қарай алады.

Осылай түстеп түгендеу кезінде санауға тиісті нәрселер жиынының (иттер тобы, түйелер келесі немесе бір қора қой, ойыншықтар т. б.) ерекше бір қасиеті ретінде танылады. Ол қасиет біріншіден, осы жиынның бүтіндігін, тұтастығын, екіншіден, сол нәрселерден құралған басқа жиындармен салыстырғанда аз-көптігін білдіреді.

Алайда, көз мөлшермен санау практикасы адам баласының мұқтаждығын аса қанағаттандыра алмаған. Түстеп санау арқылы түгенделетін заттың көп-аздығы, бары-жоғы ажыратылғанмен, санмен келтірілген басқа негізгі міндеттерді (мәселен, «мен 20 қоян әкелдім» дегенді білдіру сияқты) орындау мүмкін болмады. Мұндай жағдайда адамдар саусақпен санауға ұмтылған. Торрес бұғазының батыс жағалауын мекендейтін кейбір австралиялық жабайы тайпалар адамның дене мүшелері арқылы 33-ке дейінгі санды өрнектей алады екен. Егер саналатын заттар 33-тен асып кетсе, олар таяқшаларды пайдаланады. Ертеде қойшылар таяқтарына баққан қойының санына сай келетін керткішелер белгілеу арқылы қойының есеп-қисабын алып отырған.

Бұл қарсаңда да сан тең мөлшерлі жиындардың бәріне ортақ, тұрақты қасиетін көрсететін ерекше математикалық ұғым болып қалыптаса қоймады. Мұнда тек бір жиындағы нәрселер сондай мөлшерлі басқа бір жиынмен ауыстырылды. Мысалы, қорадағы қой саны мен таяқтағы керткі саны мөлшерлес.

Санмен санаудың дамуында тағы да бір нәрсе — тең мөлшерлі жиындар, топтар ішінен айрықша біреуін сайлап алу. Мәселен, белгілі бір топта бес нәрсенің барын білдіру үшін бір қолдың саусақтарын көрсету жеткілікті болған. Бұл жерде қол саусақтарының жиыны ерекше жиын түрінде қарастырылып, осыған тең мөлшердегі басқа жиындар мөлшерін анықтау негізге алынған.

Бір топтың сан мөлшерін екінші топтың сан мөлшерімен салыстырып, санау практикасы сан ұғымының қалыптасуындағы басты факторлардың біріне айналады. Санау әрекеттеріндегі осы беталыстың, бағыттың біртіндеп дамуы нәтижесінде өзара тең мөлшерлік жиындардың ортақ, орнықты мөлшерлік қасиеті ретінде біртіндеп натурал сандар ұғымы қалыптаса бастады.

Сан ұғымы баяу дамыды, сандар шекарасы біртіндеп кеңейді. Тілінде тек бір мен екі сандары ғана бар жабайы тайпалар қазірдің өзінде ішінара кездесіп қалады. Әлгінде айтылған Торрес бұғазының тайпалары 1-ді урапун, 2-ні оқаза, 3-ті оқаза— урапун, 4-ті оқаза-оқаза, 5-ті оқаза-оқаза-урапун, 6- ны оқаза оқаза-оқаза деп санаған, одан артық сандарды «көп», «сан жетпес» дейді екен. Осындай сандардың белгілі бір шекарасы баяғыда әр халықта да болған. Мысалы, біраз елдерде жеті саны ең үлкен сан болғандығын көрсететін көптеген сөз тіркестері бар: «жеті өлшеп, бір кес», «жетеу жалғызды күтпес», «соқа айдаған біреу», қасық ұстаған жетеу», «жеті су» т. с. с.

Осы сияқты қазақ тілінде де 40 саны бір кезде сандар шекарасы болғанын сипаттайтын сөздер кеп кездеседі, «40 шілтен», «40 уәзір», «30 күн ойын, 40 күн тойы», «Қырық құрақ, қырық жамау», «40 жыл қырғын болса да, ажалды өледі» т. б.

Қоғамдық өндірістің өркендеуі, өндірілген өнімнің молаюы, тайпалар, қауымдар арасындағы саяси-шаруашылық қарым-қатынастардың ұлғаюы санның, оған әр түрлі амалдар қолданудың дамуына әсер етті. Сандардың жоғары шекарасы біртіндеп кеңейе келіп, натурал сандар қатары түзілді. Бертін келе натурал сандардың әрқайсысын белгілі бір жүйемен атау, таңбалау күн тәртібіне қойылды. Міне, осылай түрліше санау жүйесі немесе нөмірлеу

қалыптасты. Санау жүйелерінің ішіндегі тарихы жағынан ең алғашқысы және ең қарапайымы — екілік жүйе. Қазір жаппай қолданылып жүрген санаудың позициялық ондық жүйесі, яғни он цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, арқылы кез-келген сандық өрнек жүйесі бізге көне үнді жұртынан мирас болып қалған.

Сан ұғымының қалыптасуымен қатар сандарға төрт амал қолдану әрекеті туып жетілді. Сан ұғымы ендігі жерде бөлшек сан түрінде дамыды. Бөлшектер бүтін оң сандар сияқты күнделікті тұрмыс қажеттілігінен шыққан. Түрліше ұзындық, аудан, көлем, уақыттағы басқа сондай шамаларды өлшеу барысында олар есептеу практикасында қолданыс тапты.

Қорыта келгенде, арифметиканың бастапқы да негізгі ұғымдары мен әдістері тікелей өмір талабынан туындаған.

Теріс сандар, иррационал сандар, комплекс және гиперкомплекс сандар ұғымдарының шығуы сан ұғымының дамуының заңды жалғасы іспетті. Алайда бұл сандарды математиканың ішкі даму талабы туғызды, ал олардың ақылға қонымдылығы іс жүзінде сыналып айқындалды.

Геометрия ғылымының негізгі ұғымы болып саналатын фигуралар ұғымдарының қалыптасуы да арифметика негіздерінің шығу төркініне ұқсас. Геометрия грекше «гео» — жер және «метрейн» — өлшеу деген екі сөзден құралған. Осы атаудың өзінен-ақ геометрияның шығу тегі бірден аңғарылады.

Геометрия да арифметика сияқты адамдардың табиғатпен үздіксіз қарым-қатынасы нәтижесінде пайда болған. Бұл бақылау саналы түрде жүрмеген және өтеұзаққа созылған. Тарихқа дейінгі алғашқы «геометрлер» біз сияқты заттың басқа қасиеттерінен жасанды түрде бөліп алынған дерексіз ұғымдарды қарастырмаған. Оларда геометриялық ұғым және сол ұғымғасәйкес келетін табиғат нәрсесі, объектісі ылғи қосарлана алынады. Мысалы, ежелгі адамдар үшін нүктелерөте алыстағы жұлдыздар немесе ете кіші түйіршіктер; ал түзулер — жарық сәулесі немесе тартылған жіп немесе басқа бір түзу сипаттас нәрселер, жазықтықтар - көлдің айдыны, тақыр жер, тақтаның беті тағыбасқа болып есептеледі. Тіпті бертінде қабылданғанцилиндр (деңгелектеу), трапеция (үстел), сфера (доп) сияқты геометриялық атаулар тікелей практикадан, алұшбұрыш, төртбұрыш, дөңгелек, симметрия ұғымдарының да табиғаттың өзінен алынғаны даусыз.

Сан қилы өлшеу қажеттігінен ұзындық, аудан, көлем сияқты геометриялық шамалар жөніндегі ұғымдар қалыптасты. Адамдар бірте-бірте кейбір қарапайым геометриялық заңдылықтарды ашатындай дәрежеге көтерілді. Жер жыртушы диқан ұрпақтан-ұрпаққа көшкен тәжірибе жиынтығынан бөлінген жердің азды-көптігі қандай шамаларға байланысты екенін пайымдауға тиісті болды. Қисық жолға қарағанда түзу жолдың, төте екенін аңғару қиынға түспесе керек. Осылай-ша алғашқы геометриялық «теоремалар» дүниеге келді. Бірақ бұларды ешкім дәлелдемеді, дәлелдеуді керек те етпеді, өйткені бұл «теоремалардың» астарында күн сайын тұрмыста сан рет сыналып, шүбә келтірмейтін шындық жатты.

Уақытты өлшеу, түнде бағытты бағдарлау тәрізді әрекеттер аспан шырақтарының қозғалысын жүйелі түрде бақылап отыруды қажет етті. Бұл әрекет бұрыштарды өлшеудің, аспан сферасында орын алатын сандық қатынастарды, фигураларды зерттеп білудің бастамасы еді. Энгельстің сөзімен айтқанда «Барлық басқа ғылымдар сияқты математика да адамдардың практикалық мұқтаждықтарынан, жер учаскелерінің ауданы мен ыдыстардың сиымдылығын өлшеуден, уақытты есептеуден және механикадан шықты». «Сан және фигура ұғымдары, — деп жазды Энгельс өзінің «Анти-Дюринг» атты философиялық еңбегінде, — басқа ешқайдан емес, тек шындық дүниеден алынған. Адамдардың санауға үйренген, яғни алғашқы арифметикалық есепті шығаруға үйренген он саусағын не десеңіз о деңіз, тек әйтеуір ол ақыл-ойдың еркін шығармашылық жемісі емес. Санау үшін саналуға тиісті нәрселердің болуы ғана емес, сонымен бірге бұл нәрселерге көз жібергенде, олардың санынан басқа қасиеттеріне алаңдамайтын қабілет те болуы керек; ал ол қабілет тәжірибеге сүйенген ұзақ тарихи дамудың нәтижесі».

Математиканың бастапқы мағлұматтары азды-көпті барлық халықта болды деп айтуға болады.

Мәселен, көне түркі халықтарында (бұған қазақтар да кіреді) біздің-заманымыздың бас кезінде кемел санау жүйесі болғанын керсететін жазба ескерткіштер бар (мысалы, Күлтегін ескерткішіндегі жазбалар). Мұнда Ай, Күн және басқа аспан шырақтарының аты аталып, 100 мыңға дейін сан келтіріледі. Қазақтың жұмбақ есептерінде көптеген терең математикалық астарлар жатыр. Мәселен, бір саулығым он жылда қанша бас қой болады деген есеп геометриялық прогрессияға келеді  $(1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^9)$ . Ал «Тоғыз құмалақ» ойыны тұнып тұрған математикалық талдаулар екені айқындалып отыр. Оның негізі — комбинаторикалық есептеулерде жатыр [1], [2].

1.2 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 цифрларының шығу тарихы:

Жалпы, сандық таңбалардың шығуы о бастағы мистикалық санаға негізделген білімнен бастау алады деуге негіз бар. Мұның астарында ежелгі түріктік абыздық ілімнің сілемі жатыр. Әсіресе, цифрдың шығуында ежелгі имандық сенімге негізделген «даналық санамақ» бар деген түйсік санамызда самсап тұр.

О бастағы абыздар күрделі эзотериялық-имандық ілім мен идеологияны санамақ арқылы адамзат санасына сіңірудің қарапайым жолын іздестірген. Ол үшін идея мен таңбаны біріктіру шебер қолданысқа түскен. Бірақ, о бастағы цифр санның таңбасы ретінде емес, имамдық ілімнің таңбасы түрінде туындап барып, ол таңбалар нағыз цифрға прагматикалық сананың қалыптасуы кезінде айналған деп пайымдауды жөн санаймыз.

Қазіргі цифрдың шығу құбылысын зерделеу барысында оның сандық мәні мен таңбалық бейнесін талдау арқылы түркілік дүниетанымның табиғатынайқындауға әбден болады. Ол үшін түркілік сан атаулары мен цифрлардың туындауының арасында тығыз байланыс бар екендігіне назар аударған мақұл. Сандық таңбалар цифрға айналмай тұрып, санамақ арқылы санды «туғызған» имандық-мистикалық ұғымды санада бекіту құралы болғанға ұқсайды.

#### **Пайдаланылған әдебиеттер тізімі.**

1. Абенова М «Математика тарихы» Шымкент, 2005
2. Интернет желісі, goole kz, Цифрлардың шығу тарихы
3. Болл Джонни 0«Бәрі де сандар туралы» (ауд Жорабеков Қ) Алматы, 2006
4. Рахымбек Д, Бейсеков Ж, Шарипов Т «Математиканы оқыту әдістемесі» Шымкент, 2006
5. Қазбаев Ә.К, Ж. Қайдасов «Математиканы оқыту теориясы мен әдістемесі бойынша практикум» Алматы, 2003
6. Бейсеков Ж, Жантелі Х, Шарипов Т «Математика» Шымкент, 2001
7. Оразбаев Б.М «Сандар теориясы» Алматы, 19707.

#### **Резюме**

В данной статье рассматривается история возникновения цифр от 0 до 9. Приведены различные варианты возникновения чисел из разных источников.

#### **Summary**

This article discusses the history of numbers 0 though 9. Different variants of occurrence of numbers from different sources are given.

ӘОЖ517.43.02

### **ОҚУШЫЛАРДЫҢ МАТЕМАТИКАДАН ЗЕРТТЕУШІЛІК ҚАБІЛЕТІН ДАМУДЫҢ МҮМКІНДІКТЕРІ МЕН ЖОЛДАРЫ**

**Жәнділла М. Н., Сайдакаримова Ш.Д. - АӘИУ магистранттары,  
Ғылыми жетекшісі: Максумова Ж.- магистр оқытушы.**

Тәуелсіздік алғаннан бергі жерде еліміздегі білім беру тұжырымдамасын жасау, «Білім туралы» Заң қабылдау, жүйені реформалау сияқты аса маңызды іс-шараларға байланысты ғылыми ізденістерге негізделген ауқымды жұмыстар жүзеге асырылуда. Педагогика

ғылымының соңғы табыстарына сүйенген жаңа буын оқулықтары мен оқу-әдістемелік кешеннің концепциясы жасалады. Білім беруді қоғамның әлеуметтік-экономикалық құрылымынан, мәдени құндылықтарынан, ұлттық дәстүр, рухани негізден бөле-жара қарауға болмайды. Жас ұрпақты халқымыздың рухани байлығымен және жаңа заман талабына сай біліммен қаруландырып қана қоймай, олардың бойында жаңа сапалық белгілерді дарытуда қазіргі күні құзыреттілік мәселесіне ерекше ден қойылууда.

Құзыреттілік (компетенттік) алған білім мен біліктілікті тәжірибеде, күнделікті өмірде қандай да бір практикалық және теориялық проблемаларды шешу үшін қолдана алуға қабілеттілікті білдіреді.

«Компетенция» терминін латын тілінен аударғанда «өз ісін жетік білетін», «танымы мол», «тәжірибелі», - деген мағынаны білдіреді. «Құзыреттілік» - адамның өзінің іс-әрекет саласына сай құзыреттерді меңгеруі.

Құзыреттілік тұрғысынан білім берудің басты ерекшелігі дайын білімді игерту емес, бұл білімді өз бетімен игеруге, оны практикада қолдана білуге жағдай жасауда.

Ә.М. Мұханбетжанова «Білім беру саласында құзыреттіліктер прагматикалық сипатта болады және ол мыналарға бағытталады: тәжірибеден пайдалыны ала білу; өзінің алған білімінің өзара байланысын ұйымдастыра білу және оларды тәртіпке келтіру; материалды зерделеудің өзіндік тәсілдерін жасау; білім алушылар алдында пайда болатын міндеттерді шеше білу іскерлігі, өз білімімен өз бетінше айналыса білу іскерлігі», - деп айқындайды [109].

Оқу-танымдық құзыреттілік – оқушының өзіндік оқу-танымдық және зерттеу іс-әрекетін қамтамасыз ететін кешенді құзыреттілік. Бұл құзыреттілік өзіндік білім алу қабілетін тиімді жоспарлау, ұйымдастыру біліктілігін болжайды, тиісті функционалдық сауаттылықтың сәйкес талаптары негізінде білімді меңгеру барысында өзінің іс-әрекетін талдау мен рефлексия тәсілдерін меңгеру арқылы әлемнің ғылыми көрнісін түсінуге, іздену-зерттеу қабілетінің дағдысын меңгеруге мүмкіндік береді [110, Б.175].

Әрбір оқушыға, табиғаттың өзі айналадағы өмірді танып білу, оны зерттеу қабілетін сыйлаған. Дұрыс жолға қойылған оқыту осы қабілетті қалыптастырып оны одан әрі дамытуға тиісті. Оны жүзеге асыру үшін оқушылардың білім алу іскерліктерін жетілдіруге баса назар аудару тиіс. Әдетте ізденістік және зерттеушілік мәселелерді шешуде бір ғана талаптанушылық аздық етеді. Зерттеушілік қызметтің тиімділігі оқушылардың осы іске құлшынысы мен оны орындай білу шамасына байланысты. Оқушылардың зерттеуге деген қызығушылығын ояту, оларды ғылыми – зерттеу әдістерімен қаруландыру аса пайдалы болады.

Оқушыларды зерттеушілік қабілетінің келесідей негізгі кезеңдерін білуге, оны жүзеге асыра алуға ұмтылдыру маңызды:

- зерттеушілік қабілетін мотивациялау;
- проблема қою;
- нақты материалды жинау;
- алынған материалды жүйелеу және талдау;
- болжам ұсыну;
- болжамды тексеру;
- болжамды дәлелдеу немесе теріске шығару [65].

Педгогикалық үрдісте оқушымен мұғалімнің арасында өзара әрекеттесуі әр түрлі әдістер арқылы іске асырылады. Ғалымдар әдістерді анықтау мен классификациялаудың көптеген жолдарын ұсынды.

Қазіргі білім беру жүйелерінде «Оқушыларды жаңа мәліметтер іздеуге қалай үйретуге болады?», «Оларды мәселелерді көре алуға, болжам жасай алуға, сұрақтар қоя алуға, бақылауға, эксперименттеуге, ұғымдарға анықтама бере алуға қалай үйретуге болады?», – деген сұрақтарға жауап іздеу ең көкейкесті болып отыр.

Жаңа білім беру технологияларының көпшілігі оқушыларды өзіндік зерттеу тәжірибесін жобалау мен оны жүзеге асыру үрдісіне «енгізудің» әр түрлі жолдарын қарастырады. «Бірақ, іс жүзінде, оларға зерттеу ізденістерін қалай жүргізуді үйретпесе, оларда зерттеушілік қабілеттерді арнайы дамытпаса ізденіс жасау іскерлігі қалыптасатындай жағдай қайдан пайда болады?», – деген заңды сұрақ туындайды.

Қазіргі таңда зерттеушілік қызметке қабілеттілікті анықтау, оны дамыту мәселесі көптеген зерттеушілердің ғана емес, мұғалімдердің де алдында тұрған мәселе.

Қабілет мәселесін қарастыруда «талант», «дарын» терминдеріне мән бермей өтуге болмайды. Көптеген зерттеушілер мен психологтар «талантылық», - деп белгілі бір салада (өнер, музыка) жоғарғы жетістікке жеткізетін қабілетті айтады. Олар талантылықтың тұқым қуалау арқылы берілуі өмірде көп кездесетін жағдай болғанымен, ол ерекше фактор бола алмайтындығын дәлелдейді.

Ең алғаш «қабілет» мәселесін көтерген С.Л. Рубинштейн іс-әрекеттің қабілетті дамытудағы рөлін нақтылады. Осыдан бастап қабілеттердің әрекетте дамитындығы жайлы теория қалыптасып, бұл екі категория біртұтастықта қарастырылатын болды. Ол: «Қабілеттер – бір немесе бірнеше іс-әрекеттерді нәтижелі орындаудың шарты болып табылатын адамның жеке ерекшеліктері. Адамға кез келген іс-әрекетті нәтижелі орындауға мүмкіндік беретін қабілеттердің сапалық үйлесуін дарындылық, оның жоғарғы дәрежесі – талант», – деп атады [116].

Зерттеу - дарынды балаларды оқытудың негізі. Онсыз баланың потенциалды қабілетін ашу, дамыту мүмкін емес.

Дарынды оқушының ізденушілік қабілетін дамыту зерттеуге үйретудің түрлі формалары мен әдістері арқылы жүзеге асырылады. Солардың ішіндегі ең тиімдісі оқушылардың ғылыми қоғамын, ғылыми жобалар жарысын республикалық, халықаралық деңгейде ұйымдастыру. Мұндай қорытынды жасау жарыстардың даму динамикасына көпжылдық бақылау жүргізуге мүмкіндік береді [117].

Білім, білік, дағдыларды жеңіл, тез игеру қабілеттерге тәуелді болады және бұлардың игерілуі қабілеттердің дамуына ықпал жасайды. Бұдан қабілет пен еңбектің бір-бірін жетілдіріп, ықпал етіп отыруы олардың сапалық ерекшеліктері екенін көреміз.

Білім мен біліктің болмауы, жалқаулық – қабілеттердің дамуын тежейді. Қабілеттер оқушыға дайын түрінде берілмейді, бұлар – тәрбиелеу мен оқыту барысында әрдайым жүзеге асатын дамудың нәтижесі. Туа бітетін тек нышандар, яғни қабілеттер негізінде жататын анатомиялық-физиологиялық ерекшеліктер болуы мүмкін. Оқу, білім алу қабілетінің өзі оқушының нақты іс - әрекетінсіз пайда болуы мүмкін емес. Адамдардың барлық қабілеттері – адамзаттық қатынастардың жемісі. Қатынастар деңгейі әр оқушыда әр түрлі болғандықтан қабілеттердің деңгейі де әр түрлі болады.

Қабілет әрекеттің белгілі бір түрімен айналысуға мүмкіндік беретін бейімділікте байқалады.

Сонымен, зерттеу қабілеті деп кез келген зерттеушіге қажет келесідей іскерліктерді түсінеді: мәселелерді көре алу, болжам айта алу, бақылау, эксперимент жүргізе алу, ой қорытулар мен тұжырымдар жасай алу, ұғымдарға анықтама бере алу және т.с.с. деген тұжырым жасауға болады. Зерттеу қабілеттерінің теориялық моделін құрудың маңыздылығы зор. Онсыз зерттеу қабілеттерін диагностикалау мен дамыту туралы сөздердің мәні болмайды. Ғалымдардың еңбектерін зерделей отырып зерттеу қабілеттері келесідей үш құрамнан тұратыны анықталды: іздеу белсенділігі, дивергенттік ойлаудың деңгейі, конвергенттік ойлаудың деңгейі. Демек, зерттеу қабілеттері осы құрамдардың өзара байланыстарының нәтижесі болып табылады.

Сонымен қатар, әрекет ету алгоритміне сәйкес, зерттеу проблемаларды айқындаудан басталатынын көруге болады. Гректің «problema» сөзінің аудармасы «мәселе», «тосқауыл», «қиындық» дегендерді білдіреді. Сол сияқты, белгісіздікті де білдіреді.

Проблема дегеніміз – субъектінің өзінде бар іздену құралдарымен (білім, білік, іздену тәжірибесі және т.б.) шешуге болатын проблемалық ахуал. Сондықтан, кез келген проблемада проблемалық ахуал болады. Бірақ, кез келген проблемалық ахуал (субъекті шешу құралын игермеген болса) проблема бола бермейді.

Проблемалық міндет дегеніміз проблемалық ахуалдағы іздену, зерттеу барысында шешілетін мәселе. «Міндеттің мазмұны», - деп белгілі мен ізделініп отырғанның арасындағы қайшылық нәтижесінде пайда болған проблеманы айтамыз». Ал, проблемалық міндетті шешуде оқушы міндетті проблема ретінде қабылдап, оны өздігінен шешетін болса, онда бұл

оның ойлау қабілетін дамытудың ең басты шарты болып табылады, бұл біздің зерттеуіміз үшін қажетті, өйткені оқушылардың ізденіс әрекеттерінің пайда болуы шығармашылық іс-әрекеттің бір сатысы.

Жаңа тақырып өту барысында проблемалық ахуалды пайдалану және оларды шешу туралы ұсыныстарға байланысты проблемалық көбінесе оңай түсінілетінін атап өтеміз. Проблемалық оқыту үлгісінің негізіне талдау жасаған ғалым М.И. Махмутов [67]. Проблемалық оқыту дидактикалық жүйе сияқты мына принциптерге сүйенеді: оқытудың ғылымилығы мен жүйелілігі; оқушылардың оқудағы белсенділігі мен ізденімпаздығы; білім берудің, тәрбиелеудің және дамудың бірлігі; теорияның практикамен баланысы; оқу мен еңбектің уәжі; қиындық пен түсініктілік; оқытудағы саралаушылық пен даралаушылық; кәсіпке бағыттаушылық.

Проблемалық оқытуды енгізу ең алдымен, оқытудың мазмұнын арнаулы түрде ұйымдастыруды талап етеді. «Проблемалық оқыту, әдетте, ұғымдарды теориялық қорытындылаудың әлде бір деңгейі бар жерде болады; ол неғұрлым жоғары болса, әдетте, мазмұнның (оқу материалдарының) проблемалық деңгейі соғұрлым жоғары болмақ».

Проблемалық оқыту принциптерін іске асыру сабақ пен практикалық сабақтарда проблемалық ахуалды жүйелі түрде жасауды, проблемаларды шешуді, оқушылардың ең басты нәрсені ажырата білуге, болжамдарды тұжырымдай білуге, оларды шеше білуге, өз бетінше ізденіп білім алуға үйретуді көздейді. Сабақты ұйымдастыру мына талаптарды қанағаттандыруға тиіс:

- 1) алғашқы ұйымдастыру сәтінің болуы;
- 2) өткен сабақтың ең маңызды қағидаларының қайталануы;
- 3) сабақ жоспарының хабарлануы;
- 4) тақырыптағы жазулардың ұқыпты жазылуы, сөздің анық айтылуы;
- 5) баяндаудың әсерлілігі; сабақ бойынша қорытындылардың болуы;
- 6) оқушылар мен тығыз байланыста болуы;
- 7) техникалық құралдарды пайдалануы;
- 8) саралаушылық, яғни сабақтың оқушылардың түрлі деңгейіне бағдарлауы;
- 9) ой – пікірді аяғына дейін жеткізбеу, яғни өз бетінше ойланып толғануға, қосымша

материалдарды іздестіруге ынталандыру.

Жалпы проблемалық оқыту сабақта проблемалық ахуал тудырып, проблеманы шешуді талап етеді.

### **Пайдаланылған әдебиеттер**

1. Обухов А.С. Исследовательская деятельность учащихся в современном образовательном пространстве: Сборник статей/ Под общей редакцией к.п.н. А.С. Обухова –М.: НИИ школьных технологий, 2006. – 612с.
2. Павлов И.П. Полное собрание сочинений, - 1951. т. 3. с. 20.
3. Абылкасымова А.Е. Формирование познавательной самостоятельности слушателей подготовительных отделений в процессе изучения курса математики. Автореф. дисс. канд. пед. наук. – Алматы, 1991. – 29 с.
4. Сембаев Ә.І. Қазақ совет мектебінің тарихы. – Алматы: Мектеп, 1967. – 395б.
5. Жарықбаев Қ.Б., Қалиев С. Қазақ тәлім-тәрбиесі: (оқу құралы). – Алматы: Санат, 1995. – 352 б.

### **Резюме**

В данной статье рассматриваются проблемы развития способности учащихся на уроках математики. Приведены определения проблемного обучения и его особенности в организации урока математики.

### **Summary**

This article discusses the challenges of developing students' ability in math lessons. Definitions of problem learning and its peculiarities in the organization of mathematics lesson are given.

## ШЕКТЕРГЕ АРНАЛҒАН ЕСЕПТЕРДІ ШЕШУДІҢ КЕЙБІР ТӘСІЛДЕРІ

Сайдакаримова Ш.Д.-АӘИУ магистранты.

Ғылыми жетекшісі: физ.-мат.ғыл.канд., доц. Медетбеков М.М.

Болашақ математика мұғалімі математиканы оқытудың жалпы заңдылықтарын, мақсат-мазмұнын, әдіс-тәсілдерін, методикалық зерттеулерді, есеп шығаруды және оларды оқушыларға түсіндірудің жолдарын оқытудың техникалық және көрнекі құралдарын оқу процесінде пайдалану әдістемесін, оқушыларды оқу-ісіне жұмылдыру тәсілдерін, педагогика ғылымы мен озат тәжірибе жетістіктерін мектеп практикасына батыл енгізу тәсілдерін жоғары мектеп қабырғасында жүргенде игеруі тиіс.

Математиканы оқыту әдістемесі математика пәнінің ерекшеліктеріне негізделген оқу-тәрбие жүйесі жайындағы ғылым. Бұл жүйені меңгеру математиканы оқыту мен математика пәні арқылы оқушыларды тәрбиелеу ісін ұйымдастыруға мүмкіндік береді.

Математиканы оқыту әдістемесі педагогикалық ғылым сондықтан да ол қазіргі қоғамның талаптарына сай педагогика ғылымы анықтап берген жалпы білім беру мен тәрбиелеудің мақсаттары мен міндеттеріне сәйкес құрылады. Математиканы оқыту әдістемесі мұғалімнің оқу материалдарын беру, оқушылардың математикалық білімді саналы меңгеру және алған білімін практикада қолдану іскерліктерін шыңдау әдістері мен құралдарын тағайындайды.

Теорияның негізгі ережелерін білу:

1. Шектің не екенін түсіну.
2. Шектердің негізгі түрлерін шешуді меңгеру

Функцияның шегін ережелерін пайдаланып есеп шығару үстінде білімді жүйелеу.

Шектер теориясы - математикалық талдаудың бір бөлімі болып табылады. Шектерді шешу мәселесі өте кең, өйткені шектерді табудың ондаған түрлері бар. Шектерді шешуге мүмкіндік беретін ондаған есепті шешу жолдары мен айла тәсілдері есептің барлығына тиісті бола бермейді. Дегенмен, тәжірибеде жиі кездесетін шектердің негізгі түрлерін түсіндіруге болады.

19 ғасырда өмір сүрген француз Огюстен Луи Коши математикалық талдаудың көптеген ұғымдарына анықтама берді және оның негізін қалады. Айта кету керек, математик Огюстен Луи Коши физика-математика факультетінің барлық студенттеріне шек анықтамасын қарастырып, ол үшін екі нәрсе жасауға тырысқан.

1. Шектің не екенін түсіну.
2. Шектердің негізгі түрлерін шешуді үйрену.

Кейбір ғылыми емес түсіндірмелерге тоқтала отырып, барлығына түсінікті болу үшін есептің жобасын ұсынған жөн.

Сонымен шек дегеніміз не?

Әрқайсысының белгілі нөмірі бар және нөмірлерінің өсу ретімен орналасқан

$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n \dots$  сандар жиынын сан тізбегі немесе тізбек деп атайды. Егер тізбектің кез келген  $a_n$  мүшесі өзінің нөмірі " $n$ " бойынша  $a_n = f(n)$  ережесімен есептелсе, онда тізбек берілді дейді. Бұл формуламен анықталатын тізбектің мүшесін тізбектің жалпы мүшесі деп атайды. Тізбекті қысқаша  $\{a_n\}$  деп белгілейді, яғни

$$\{a_n\} = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots\}$$

Осылайша белгілеуде  $n$  номері  $N$  натурал сандар жиынының барлық мәндерін қабылдайды деп түсініледі.

Тізбектерге мысалдар келтірейік

1)  $a_n = a + (n-1)d$  сәйкестік заңымен берілген тізбек арифметикалық прогрессия мүшелерінен тұрады:

$$a, a + d, a + 2d, \dots, a + (n-1)d, \dots;$$

2)  $a_n = aq^{n-1}$  жалпы мүшесімен берілген тізбек геометриялық прогрессия мүшелерінен тұрады:

$$a, aq, aq^2, aq^3, \dots, aq^n, \dots;$$

3)  $a_n = \frac{1}{n}$  тізбегі мынадай сандардан тұрады:

$$1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{n}, \dots;$$

Тізбекті жазуда жиі қолданылатын тәсілдері мыналар:

1) Аналитикалық тәсіл. Бұл тәсілді қолданғанда  $n$  номері бойынша тізбектің сәйкес мүшесін табу үшін формула жазылып көрсетіледі.

$$a_n = \frac{(-1)^n}{n^3} \quad (n \in N.)$$

Мысалдар: 1)

Бұл формула бойынша

$$a_1 = \frac{(-1)^1}{1^3} = -1, \quad a_2 = \frac{(-1)^2}{2^3} = \frac{1}{8}, \quad a_3 = \frac{(-1)^3}{3^3} = -\frac{1}{27},$$

т.с.с.

Бұл жағдайда  $\{a_n\}$  тізбегі  $a_n = \frac{(-1)^n}{n^3}$  формуласымен берілген дейді.

2)  $a_n = \cos(2\pi n), \quad n \in N.$  Тізбектің алғашқы бірнеше мүшелерін анықтайық.

$$a_1 = \cos 2\pi = 1, \quad a_2 = \cos 4\pi = 1, \quad a_3 = \cos 6\pi = 1,$$

т.с.с.

Тізбек  $1, 1, 1, \dots, 1, \dots$  түрінде жазылады, яғни тізбектің барлық мүшелері бір-бірімен тең.

Барлық мүшелері өзара тең болатын тізбекті тұрақты тізбек не жәй ғана тұрақты тізбек деп атайды.

1) Рекуренттік тәсіл. Бұл тәсілді қолданғанда тізбектің бірінші мүшесі беріледі және осы тізбектің белгілі бір немесе бірнеше алғашқы мүшелері бойынша кез-келген мүшесін табу үшін формула беріледі.

2) Баяндап беру тәсілі. Бұл тәсілді қолданғанда тізбек элементтері баяндап айтылатын болады. Бұл жағдайда тізбектің жалпы мүшесі үшін формулада немесе оның мүшелері үшін рекуренттік қатыс та белгісіз болуы мүмкін. Осы айтылғанды мысалмен түсіндіру үшін мына тізбектерді қарастырайық.

$$\text{а) } 2, 3, 5, 7, 11, 13, \dots \quad \text{б) } 2; 2,2; 2,23; 2,236; 2,2361; \dots$$

Бұл тізбектерді былайша баяндайды: бірінші тізбек жәй сандар тізбегі, ал екіншісі-  $\sqrt{5}$  саны үшін кемімен алынған ондық жуықтаулар тізбегі.

## 2. Шектелген және шектелмеген тізбектер.

**А н ы қ т а м а.** Егер  $\{a_n\}$  тізбегінің кез келген  $a_n$  мүшесі  $a_n \leq M$  ( $a_n \geq m$ ) теңсіздігін қанағаттандыратындай  $M$  ( $m$ ) саны бар болса, онда оны жоғарыдан (төменнен) шектелген тізбек деп атайды.

**А н ы қ т а м а.** Егер  $\{a_n\}$  тізбегі жоғарыдан және төменнен де шектелген, яғни тізбектің кез келген  $a_n$  мүшесі  $m \leq a_n \leq M$  теңсіздіктерін қанағаттандыратын  $m$  және  $M$  сандары бар болса, оны шектелген тізбек дейді.

Айталық  $A = \max\{|m|, |M|\}$  болсын. Сонда тізбектің шектелген болу шартын  $|a_n| \leq A$  түрінде жазады.

**А н ы қ т а м а.** Егер кез келген  $A > 0$  саны үшін  $\{a_n\}$  тізбегінің  $|a_n| > A$  теңсіздігін қанағаттандыратын  $a_n$  мүшесі бар болса, онда тізбекті шектелмеген тізбек дейді.

Жоғарыдағы анықтамалардан, егер тізбек жоғарыдан шектелген болса, оның барлық мүшелері  $]-\infty, M]$  аралығында, ал төменнен шектелген болса оның барлық мүшелері  $[m, +\infty[$  аралығында жататыны шығады. Соңында, тізбек төменнен және жоғарыдан да шектелсе, оның мүшелері  $[m, M]$  кесіндісінде жатады. Шектелмеген тізбек жоғарыдан немесе төменнен шектелген болуы мүмкін.

Шектелген және шектелмеген тізбектерге мысалдар келтірейік.

1)  $1, 2, 3, 4, \dots, n, \dots$  тізбегі төменнен шектелген, бірақ жоғарыдан шектелмеген.

2)  $-1, -2, -3, \dots, -n, \dots$  тізбегі жоғарыдан шектелген, ал төменнен шектелмеген.

3)  $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{n}, \dots$  тізбегінің кез келген  $a_n$  мүшесі  $0 \leq a_n \leq 1$  ( $m=0, M=1$ ) теңсіздіктерін қанағаттандырады. Сондықтан, бұл тізбек шектелген.

4)  $-1, 2, -3, 4, -5, \dots, (-1)^n n, \dots$  тізбегі шектелмеген. Өйткені,  $A$  саны қандай болса да, бұл тізбектің  $a_n$  мүшелері арасынан  $|a_n| > A$  теңсіздігін қанағаттандыратын мүшелері табылады.

Тізбек анықтамасын пайдаланып тізбек шегін анықтауға бірнеше мысалдар келтірейік.

1.  $a_n = \frac{8n-1}{n}, n \in N$  (1) сан тізбегін қарастырайық. Сонда  $a_n = 8 - \frac{1}{n}$  болатыны оңай көрінеді. Енді бұл ұйғарымға математикалық тұжырым жасайық. Ол үшін, алдымен мынадай сұраққа жауап іздейік:  $a_n - 8$  айырмасынан модулы  $0,001$  –ден кіші болуы үшін  $n$

саны қандай мән алады? Деген сұраққа жауап берейік.  $|a_n - 8| = \frac{1}{n}$  болғандықтан,  $|a_n - 8| < 0,001$

теңсіздігі кез келген  $n > N = 1000$  үшін орындалады. Кез келген ерікті  $\varepsilon > 0$  саны үшін  $|a_n - 8| \leq \varepsilon$  (2) теңсіздігі  $n > \frac{1}{\varepsilon}$  теңсіздігіне тәуелді болады. Ал, бізге  $n$  натурал сан болуы

жеткілікті болғандықтан, (2) теңсіздігі кез келген  $n > N = [\frac{1}{\varepsilon}]$  (мұнда  $[\frac{1}{\varepsilon}]$  (өрнегі  $\frac{1}{\varepsilon}$  санының бүтін бөлігін көрсетеді) саны үшін орындалады. Бұл жағдайда (1) тізбектің шегі 8-ге тең

болады дейді және оны  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n-1}{n} = 8$  түрінде жазады.

2.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n+1}{3n-1} = \frac{4}{3}$  (3) болатынын дәлелдейік.

Дәлелдемесі: анықтамаға сәйкес  $4/3$  саны берілген тізбектің шегі болуы үшін әрбір  $\varepsilon > 0$  саны үшін  $N=N(\varepsilon)$  саны табылып, барлық  $n > N$  номерлері үшін  $\left| \frac{4n+1}{3n-1} - \frac{4}{3} \right| < \varepsilon \Rightarrow \frac{7}{3(3n-1)} < \varepsilon$  теңсіздігі орындалады.

Бұл теңсіздік барлық  $n > \frac{7+3\varepsilon}{9\varepsilon}$  болғанда, яғни  $n > N(\varepsilon) = \left[ \frac{7+3\varepsilon}{9\varepsilon} \right]$  үшін орындалады. Бұл (3) теңдікті дәлелдейді.

Орта мектептерде математиканы тереңдетіліп оқытылатын сыныптарда математика сабақтарында олар шек ұғымымен, туынды, күрделі функцияларды дифференциалдау, туындыны қолданылуы таныстырылады. Өйткені математиканы оқыту процесінің мақсаты-жеке оқушының есеп шығаруын дамыту және математикалық ойлау қабілетін дамыту үшін жаратыластану-математика бағытындағы оқытуға сәйкес мектептегі білім сапасын арттыру болып табылады.

Бейіндік оқытудың мақсаты-математика пәні мазмұны ғылым жетістігіне сай болып, оны түсініп қолдануға және де басқа ғылымдарды жәй ғана меңгерту емес, жеке тұлғаның интеллектуальдық қорын ұлғайту. Математиканың ерекше орны басқа ғылымдарды меңгеруде негіз болатын ойлаудың сапалық та, сандық та дамуына әсер етуінен көрінеді.

### Пайдаланылған әдебиеттер

1. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: [в 2 ч.]. Ч. 1/Дмитрий Письменный. – 7-е изд.. – М.: Айрис-пресс, 2007. – 288 с.:
2. Қаратаев Ж., Жұмабеков Л., Рахымбек Д., Қолдасов Т. Анализге кіріспе және бір айнымалы функция дифференциалының есептерін шығаруға жетекші оқу құралы. Шымкент, Облтипография, 1994, 167б.
3. Есмұханов М.Е. Функцияның нүктедегі шегі. Алматы, «Мектеп», 1971.
4. Төлегенов Б.Т. Математикалық анализден лекциялар курсы. 1-бөлім. Алматы, 1973.
5. Байбазаров М.Б., Ершібаев Ө.Д. Дифференциалдық және интегралдық есептеулер. Алматы, «Білім», 1995.
6. Жәутіков О.А. Жоғары математикаға кіріспе. Алматы, 1984.

### Резюме

Данная статья посвящена вопросам теории пределов. Приведены определения предела последовательности и примеры на вычисление пределов.

### Summary

This article deals with questions of limit theory. Sequence limit definitions and examples for calculating limits are given.

## СҮР СОЛТҮСТІК КАВКАЗ ТҰҚЫМДЫ БАЛ АРАЛАРЫН ЭКСТЕРЬЕРЛІК КӨРСЕТКІШТЕРІ

**Мұратбекқызы Ұлданай - Шымкент университетінің магистранты.  
Ғылыми жетекшісі: б.ғ.к., қауымдастырылған профессор Сүлейменова М.Т.**

Жалпы селекциялық асылдандыру жұмыстары Сүр солтүстік кавказ тұқымды бал араларымен бағытты түрде жүргізілмеген, дегенмен әрбір жеке омарташылар өздерінің ара ұяларын өнімділіктеріне байланысты жаппай сұрыптауды ұйымдастыруға тырысқан. Бұл тұқым ерте Кеңес дәуірінде әкеліп жерсіндірілген болып есептелінеді.

Біздің зерттеулеріміз бойынша Сүр солтүстік кавказ тұқымды бал араларын Капланбек омарташылары осы жылдары біраз жетілдірген, әсіресе экстерьерлік белгілерінің ішінен жұмысшы дарақтардың тұмсықтарының ұзындығы, аналықтардың жұмыртқалау деңгейі, Оңтүстік өңірінің ауа райына бейімдеушіліктері. Капланбек омарташыларының осы селекциясының нәтижесінде Сүр солтүстік кавказ тұқымды бал араларының өнімдіктері жоғарылаған. Бұл тұқымның кәзіргі тұрақталынған көрсеткіштері 1-ші кестеде көрсетілген.

Кестедегі мәліметтерде сараптай келе Капланбек омарталарында асылдандыру жұмысының жаппай сұрыптау әдістемесін қолданудың нәтижесінде Сүр солтүстік кавказ тұқымды бал араларының экстерьерлік көрсеткіштері жоғары деңгейде сақталып тұрақталғандығы анықталынды. Асылдандыру деңгейі Капланбек ЖШС омартасында кейінгі жылдары ара тұмсығының ұзындығына ( $7,06 \pm 0,01$  мм), артқы аяғының ұзындығына ( $8,02 \pm 0,02$  мм), балауыз айнасының ұзындығына ( $1,45 \pm 0,02$  мм) қарата жүргізілді.

Кесте 1. Сүр солтүстік кавказ тұқымды бал араларының Капланбек омарталарындағы тұрақтандырылған экстерьерлік көрсеткіштері

Белгілері	Дәлетов К. омартасы	Капланбек ЖШС омартасы	Байлыбек С. омартасы	C <sub>v</sub> , %
	M ± m	M ± m	M ± m	
Тұмсығының ұзындығы, мм	$6,89 \pm 0,01$	$7,06 \pm 0,01$	$7,01 \pm 0,01$	1,38
Артқы оң аяғының ұзындығы, мм	$7,69 \pm 0,02$	$8,02 \pm 0,02$	$7,97 \pm 0,02$	0,96
1-ші бөліктің артқы аяғының ені? мм	$1,14 \pm 0,002$	$1,18 \pm 0,002$	$1,17 \pm 0,002$	0,08
Алдыңғы оң қанатының ұзындығы, мм	$9,18 \pm 0,02$	$9,35 \pm 0,02$	$9,29 \pm 0,02$	1,67
Қанатының ені, мм	$3,02 \pm 0,01$	$3,23 \pm 0,02$	$3,19 \pm 0,02$	0,07
Кубитальды индексі, %	$52,4 \pm 0,02$	$53 \pm 0,02$	$52,7 \pm 0,02$	2,9
Артқы қанатының ұстағыштарының ұзындығы, мм	$1,29 \pm 0,02$	$1,32 \pm 0,02$	$1,31 \pm 0,02$	0,59
Артқы қанатының ұстағыштарының саны	$20,7 \pm 0,02$	$21,4 \pm 0,02$	$20,8 \pm 0,02$	1,34
3-ші тергиттің бойларының арақашықтықтары	$4,3 \pm 0,01$	$4,5 \pm 0,02$	$4,4 \pm 0,02$	1,69
3-ші және 4-ші тергиттер ендерінің жалпы қосындысы, мм	$4,01 \pm 0,02$	$4,23 \pm 0,02$	$4,27 \pm 0,02$	0,08
3-ші стернит ені, мм	$2,71 \pm 0,02$	$2,84 \pm 0,02$	$2,81 \pm 0,02$	1,01
3-ші стернит ұзындығы, мм	$4,53 \pm 0,02$	$4,61 \pm 0,02$	$4,56 \pm 0,02$	0,09
Балауыз айнасының ұзындығы, мм	$1,39 \pm 0,02$	$1,45 \pm 0,02$	$1,41 \pm 0,02$	1,12
Балауыз айнасының ені, мм	$2,34 \pm 0,02$	$2,31 \pm 0,02$	$2,29 \pm 0,02$	2,37

Бұл Капланбек ЖШС омартасында осы көрсеткіштерінің ара ұрпақтарына тұқым-қуалаушылық қасиеттерін жоғаралатуға мүмкіндіктерді берді. Капланбек ЖШС омартасындағы ара ұяларының өнімділіктеріне қарата жеке сұрыптау әдісін қолдану аралардың барлық экстерьерлік көрсеткіштерін 8,4- 12,8 % жоғарлатты.

Сұр солтүстік кавказ тұқымды бал араларының аналықтардың жұмыртқалаушылық қабілеттілігі Қапланбек омарташаларындағы асыл тұқымды аналықтардың жұмыртқалау көрсеткіштері 2 кестеде келтірілген. Мәліметтерді сараптап қарасақ асылдандырушы топтағы аналықтардың да жұмыртқалауы бірдей емес. Ең жоғарғы жұмыртқалау көрсеткіші № 14 ара ұясындағы аналықта. Оның жұмыртқа саны орташа ұялар аналықтарымен салыстырғанда 30,1% жоғары, сол сыяқты № 7 ұясының аналығының жұмыртқалау деңгейі - 13,2% артық болды.

Кесте 2. Қапланбек омарташаларындағы асыл тұқымды аналықтардың жұмыртқалау көрсеткіштері

Айлар	№ 3 ара ұясы, асыл тұқымды аналық	№ 7 ара ұясы, асыл тұқымды аналық	№14 ара ұясы, асыл тұқымды аналық	Орташа ара ұялары бойынша
наурыз	15000	16000	18000	14000
сәуір	20000	21000	26000	18000
мамыр	24000	25000	30000	21000
маусым	22000	27000	28000	24000
шілде	18000	21000	24000	21000
тамыз	20000	20000	22000	16000
қыркүйек	12000	14000	17000	13000
қазан	8000	10000	12000	9000
<b>Барлығы</b>	<b>139 000</b>	<b>154 000</b>	<b>177 000</b>	<b>136 000</b>
<b>%</b>	<b>102,2</b>	<b>113,2</b>	<b>130,1</b>	<b>100,0</b>

Сұр солтүстік кавказ тұқымды бал араларының аналықтардың жасына байланысты жұмыртқалаушылығының өзгергіштігі

Жалпы табиғаттағы жабайы аралардың аналықтарының өмір сүру ұзақтығы 6-7 жылдай болады, ал бал аралардың аналықтарының өмір сүру ұзақтығы 4-5 жыл. Аналықтардың жасы олардың жұмыртқалауымен тікелей байланысты екендігін тәжірбиелік топтар мәліметтері арқылы байқауға болады (кесте 3 ).

3 кестені мәліметтерін сараптағанда мыналарды айқын анықтауға болады. Аналықтардың жұмыртқалау қабілеттілігінің ең жоғарғысы 2-3 жастарда болады. Жасы бір жастағы аналықтардың жұмыртқалауы, 2-3 жастағылардан 26-29 пайыздай кем болатындығы анықталынды. Төрт жастан кейін аналықтардың жұмыртқалау деңгейлері күрт төмендей бастайды, ал 5 жастан кейін аналықтарды мүлдем ұяда қалдырудың қажеттілігі жоқ екендігін алаңған мәліметіміз дәлелдейді.

Аналықтың аналықтық кәрезде даму барысында жұмысшы аралар неғұрлым сапалы, әр мол көлемде ара сүтімен қоректендірсе, соғұрлым оның салмағы, дене пішіні ірі болып шығады, ал бұл оның жұмыртқалағыш деңгейі де жоғары болатындығының негізгі белгісі. Ара сүті жұмысшы аралардың безінен бөлінетін өте қоректі сілекейлер.

Жұмыртқалау алдында аналық ағза аталық ағзалармен шағылысады. Қалыпты дамыған аналық кәрезден шыққан соң 5-10 күндер арасында аталықтармен шағылысуы қажет. Сондықтан аналық ағза шыққан соң 5-ші күндері сыртқы ортаны барлауға бірінші рет ұшып шығып, ұя төңерегімен танысады. Алтыншы күннен бастап ұшуы аталықтарды іздеуі, ол ондай ұшуды аталықтармен кездескенге дейін ұзартады. Аталықпен ауада бірінші шағылысқан соң, екінші рет ол аталықтармен 20-40 күндер арасында қайта шағылысады. Аналық бір ұшып шыққанда бір немесе бірнеше аталықтармен шағылысады. Аталық ағзалар шағылысқан соң өледі.

Шағылысқан аналықтың тұқымдық түтікшесінде 0,6- 28,2 мм<sup>3</sup> аталық шәуеттер сияды. Орташа аналық түтікшесінде 11-12 мм<sup>3</sup> көлемінде аталық шәуеттері болады.. Шағылысқан соң аналық екі түрлі жұмыртқаларды салуға кіріседі: ұрықтанған және ұрықтанбаған жұмыртқалар.

Ұрықтанған жұмыртқадан аналық ағзалар (жұмысшы аралар, қажет кездерінде аналықтар) дамиды, ұрықтанбағандардан аталықтар дамиды. Ұрықтанбаған жұмыртқалардан аталықтардың дамуын – *партеногенез* деп атайды. Бұл аралардың **биологиялық ерекшеліктерінің бірі**. Кәрезге жұмыртқа салардың алдында аналық оған басын сұғып тексереді, егер кәрез таза болмаса, ол оған салмай тастап кетеді.

Жақсы аналық ағза - әр кәрезге бір жұмыртқаны салады. Кәрез жақсы дайындалса аналық артқы сегменттік бөлігін салып 10-15 секундте жұмыртқаны салады, содан кейін келесі кәрезге жылжыйды. Аналық ағза жұмыртқалауды күндіз-түні жүргізе береді, ондаған жұмыртқаларды салған соң ол демалуға тоқтайды, сол кезде оны қоршап, жағдай жасап күтіп жүрген жас жұмысшы аралар (6-12 күндіктер)

Кесте 3. Аналықтардың жасы мен жұмыртқалауының байланыстылығы аналықты тамақтандырады. Жұмысшы аралар әрбір 10-30 минут сайын аналықты ара сүтімен тамақтандырып отырады. Жақсы жұмыртқалайтын аналық ағза, шағылысудан кейін бірде-бір рет ұядан ұшып шықпайды.

Аналықтардың жасы	Топтағы аналықтар саны	Жылдық жұмыртқалау көрсеткіштері
Бір жас	8	114500
Екі жас	12	148600
Үш жас	6	142500
Төрт жас	3	85000
Бес жас	1	48000

#### Әдебиеттер:

1. Чепурной И.П. Сводные аминокислоты меда. Ж. Пчеловодство. №2003, 32-35 б.
2. Миньков С.Г., Плотников И.С. Справочник пчеловода. ». Алма-Ата, «Кайнар», 1983, 336 с
3. Плотников И.С. Пчеловодный инвентарь и пасечные постройки. Ульи и их устройство. В кн.: Справочник по пчеловодству. Алматы, 1983, С. 265-295.
4. Плотников И.С. Организация производства в пчеловодстве. В кн.: Справочник по пчеловодству. Алматы, 1983, С. 296-315.

#### Түйін

Біздің зерттеулеріміз бойынша Сүр солтүстік кавказ тұқымды бал араларын Капланбек омарташылары осы жылдары біраз жетілдірген, әсіресе экстерьерлік белгілерінің ішінен жұмысшы дарақтардың тұмсықтарының ұзындығы, аналықтардың жұмыртқалау деңгейі, Оңтүстік өңірінің ауа райына бейімдеушіліктері. Капланбек омарташыларының осы селекциясының нәтижесінде Сүр солтүстік кавказ тұқымды бал араларының өнімдіктері жоғарылаған.

## СҮР СОЛТҮСТІК КАВКАЗ БАЛ АРА ТҰҚЫМЫНЫҢ БЕЛГІЛЕРІНІҢ КОРРЕЛЯЦИЯЛЫҚ ӨЗГЕРГІШТІКТЕРІ

**Мұратбекқызы Ұлданай,- Шымкент университетінің магистранты.  
Ғылыми жетекшісі: б.ғ.к., қауымдастырылған профессор Сүлейменова М.Т.**

Белгілердің өзара корреляциялық көрсеткіштері тұқымдыққа, климат жағдайына және бал жыйнауға жарамды шырынды өсімдіктерге байланысты болып келеді. Сондықтан олардың параметрлі бөлек нақты жағдайларға байланысты есептеліп тұрады.

Биологиялық және шаруашылық пайдалы белгілерінің арасындағы байланыстарды анықтау 2005-2010 жылдардағы Сарыағаш және Капланбек омарталарындағы Сүр солтүстік кавказ бал ара тұқымының белгілерінің көрсеткіштері мен және осы мерзімдердегі климаттық мәліметтер мен шырынды өсімдіктер өнімділіктеріне байланысты есептелінді.

Оңтүстік өңірде аралардың эстремальды климатқа (ыстық температура, желді қыс т.б.) бейімділігінің маңызы жоғары, осыларға байланысты ара өмірлерінің маусымдық тіршіліктік белсенділіктері және өнімділіктерінің көлемдері төмендеуі немесе артуы мүмкін. Олар кешенді белгілермен сипатталынып, корреляциялық байланыстар арқылы анықталынады. Капланбек ЖШС омартасындағы Сүр солтүстік кавказ бал ара тұқымының белгілерінің корреляциялық көрсеткіштері 1-ші кестеде келтірілген.

Кесте 1. Сүр солтүстік кавказ тұқымының эстремальды климатқа бейімділігінің корреляциялық коэффициенттері (n=10)

Белгілердің корреляциясы	Қыс кезіндегі азық шығыны, кг	Көктемдегі дернәсәлді рамалар саны, 100 кәрез	Рамалардың нәжіспен ластану деңгейі, балл
Аралардың қысқы шығыны, % (lim 5,4-9,6)	0,33**	-0,21**	0,51***
Ара ұясына қыс кезіндегі азық шығыны, кг (lim 1.7-1.8)	-	-0,23*	0,29**
Көктемдегі дернәсәлді рамалар саны, 100 кәрез (lim 31,4-39,2)	-	-	0,42*
Омартаның көктемдегі күші, ара ұясы (lim 7,1-8,2)	-	0,41***	-

Ескерту, \*, \*\*, \*\*\* - мұнда және басқа кестелерде дәлмедәлдік деңгейлері

Бұл күрделі белгілер, кешенді көрсеткіштермен сипатталады. Корреляциялық коэффициенттердің мәні Капланбек ЖШС омартасындағы Сүр солтүстік кавказ тұқымының жеке белгілері арасындағы қысқа төзімділігін көрсетеді (кесте 8). Мұндағы объективті хабардың негізгісі, көктемдегі дернәсәлдермен толған рамалар саны мен аралардың қысқы шығыны, арасындағы теріс корреляциялық коэффициенттердің (-0,21) және сол сыяқты ара ұясына қыс кезіндегі азық шығыны (-0,23) болып отыр. Сонымен қатар омартаның көктемдегі күші мен көктемдегі дернәсәлді рамалар саны арасындағы оң корреляциялық коэффициенттер (0,41) байланыстары.

Осы корреляциялық байланыстар арқылы жалпы ара ұяларының қысқа төзімділігін анықтай отырып (0,51), көктемдегі бірінші ревизиядағы аналықтардың жұмыртқалауын жоспарлауға болтындығы айқын, яғни негізгі шырын жыйнау кезеңіне омартадағы ара сандарын болжауға мүмкіндіктерді береді.

Ара ұяларының негізгі бағалығы олардан алатын өнім көлемдері. Оның мөлшері шырын жыйнау өсімдіктерінің көлемі мен жақындығына және омартаның сол кезеңге

дайындығына байланысты. Алынған мәліметтерді пайдаланып Сүр солтүстік кавказ тұқымының экстерьері мен өнімділігінің арасындағы байланыстар есептеп шығарылды (кесте 2).

Кесте 2. Сүр солтүстік кавказ тұқымының экстерьері мен өнімділігінің арасындағы байланыстары(n=10)

Белгілердің корреляциясы	Жалпы бал өнімділігі, кг (lim17,4-35,9)	Жалпы балауыз өнімділігі, кг (lim17,4-35,9)	Негізгі шырын маусымына дайындық күші, кг (lim17,4-35,9)	Аналықтың жұмыртқалаушылық деңгейі, саны (1294-1683)
Тұмсығының ұзындығы, мм (lim17,4-35,9)	0,68***	0,45*	0,47**	0,72***
3-ші тергит ені, мм (lim17,4-35,9)	0,22*	0,34*	0,16	0,25
Кубитальды индексі, % (lim17,4-35,9)	0,1	0,07	-0,16	0,36*
Тарзальды индексі, % (lim17,4-35,9)	-0,21	-0,19	-0,1	-0,26
Жалпы бал өнімділігі, кг (lim17,4-35,9)	-	0,73***	0,82***	0,79***
Жалпы балауыз өнімділігі, кг (lim17,4-35,9)	-	-	0,76***	0,64***
Негізгі шырын маусымына дайындық күші, кг (lim17,4-35,9)	-	-	-	0,63***

Сүр солтүстік кавказ тұқымының тұмсығының ұзындығы ( $7,06 \pm 0,01$  мм) мен жалпы ара ұя бал өнімділігінің (34,9 кг) арасында тығыз оң байланыс ( $r = 0,7$ ) бар екендігі анықталынды. Сол сияқты ара тұмсығының ұзындығы ( $7,06 \pm 0,01$  мм) мен жалпы балауыз өнімділігінің (8,4 кг) арасында оң байланыс ( $r = 0,48$ ), негізгі шырын жыйнау алдындығы ара ұясының күші мен ( $r = 0,43$ ) болып шықты. Ең жоғарғы оң байланыс ( $r = 0,7$ ) ара тұмсығының ұзындығы мен ұя аналығының жұмыртқалаушылық арасында болатындығы статистикалық өңдеулер дәлелдеді. Үшінші тергит ені мен бал және балауыз арасында орташа оң байланыстар ( $r = 0,22$ ) және ( $r = 0,34$ ) болды.

Жас әлі жұмыртқаламаған аналықтың салмағы мен тұқымдық без түтікшелер арасындағы корреляциялық коэффициенттері  $r = 0,48$  тең болып шықты, ал жұмыртқаламаған аналық пен жұмыртқалаған аналықтың салмақтары арасындағы корреляциялық коэффициенттері тығыз байланыста екендігі анықталынды ( $r = 0,66$ ).

Негізгі шырын жыйнау алдындығы ара ұясының корреляциялық коэффициенттері тығыз байланыста бал өнімділігімен ( $r = 0,84$ ) мен балауыз өнімділігімен ( $r = 0,77$ ). Ара ұясының күші мен аналықтың жұмыртқалаушылық қабілеттері арасындағы байланыстар  $r = 0,66$  екендігін көрсетті.

Аталықтардың салмағы мен қанаттарының ені арасында корреляциялық коэффициенттері  $r = 0,47$ , ал теріс байланыс қанаттарының арасында  $r = -0,52 \pm 0,24$ . Аталықтар экстерьерлерінің арасындағы оң тығыз байланыс 3-ші тергит пен салмағы арасында  $r = 0,70$  болды.

Сонымен, шаруашылық-пайдалы және биологиялық белгілері бойынша Сүр солтүстік кавказ тұқымды бал араларының арасындағы байланыстарды пайдалана отырып олармен асылдандыру жұмыстарын одан да әрі жетілдіруге болатындығы есептелінген корреляциялық коэффициенттер анық көрсетіп тұр.

### Әдебиеттер:

1. Чепурной И.П. Сводные аминокислоты меда. Ж. Пчеловодство. №2003, 32-35 б.
2. Миньков С.Г., Плотников И.С. Справочник пчеловода. ». Алма-Ата, «Кайнар», 1983, 336 с
3. Плотников И.С. Пчеловодный инвентарь и пасечные постройки. Ульи и их устройство. В кн.: Справочник по пчеловодству. Алматы, 1983, С. 265-295.
4. Плотников И.С. Организация производства в пчеловодстве. В кн.: Справочник по пчеловодству. Алматы, 1983, С. 296-315

### Түйін

Осы корреляциялық байланыстар арқылы жалпы ара ұяларының қысқа төзімділігін анықтай отырып (0,51), көктемдегі бірінші ревизиядағы аналықтардың жұмыртқалауын жоспарлауға болатындығы айқын, яғни негізгі шырын жыйнау кезеңіне омартадағы ара сандарын болжауға мүмкіндіктерді береді

ӘӨЖ: 513.42.02

## САЛЫСТЫРУЛАР ТЕОРИЯСЫНЫҢ НЕГІЗГІ АНЫҚТАМАСЫ ЖӘНЕ ОНЫҢ ҚАСИЕТТЕРІ

**Орынбаева Г.Ә. – Шымкент университетінің магистранты.**  
**Ғылыми жетекшісі: доцент Медетбекова Р.А.**

Сандардың элементар теориясының маңызды мәселерінің бірі болып табылатын салыстырулар теориясының негізіне тоқталайық. Салыстыру жөніндегі ұғым, мұны ең алғаш рет қолданған Гаусс, бір санның екінші санға бөлінгіштігі ұғымымен тығыз байланысты. Бұл ұғым бізге әсіресе берілген сандардың бірі екіншісіне бөлінетінін-бөлінбейтінін және де қандай қалдық қалатынын білу керек болғанда аса қажет болмақ [1].

Мысалы,  $n$ -натурал сан болғанда,  $i^n$  мәнін табу үшін біз дәреже  $n$ -ді 4-ке бөлеміз де, тек қалдыққа ғана назар аударамыз.

Егер де  $n=4q+r$ ,  $r<4$  болса, онда

$$i^n = i^r$$

болады.

Ал енді  $\sin T^0$  мәнін табу керек болғанда да  $T^0$ -тың  $360^0$ -қа еселігін ескермей тек қалдықты ғана аламыз.

Осы сияқты есептерді шешкенде салыстырулар теориясының көптеген жеңілдік туғызатынын байқаймыз.

Айталық  $k$ - алдын ала белгіленген бүтін оң сан делік. Былайғы жерде мұны біз салыстыру модулы деп атайтын боламыз. Егер  $a-b$  ( не  $b-a$  ) айырмасы  $k$  санына бөлінетін болса, онда бүтін  $a$  мен  $b$  екі сан  $k$  модулы бойынша өз ара салыстырымды делінеді.

Гаусс қолданған белгілеу бойынша, салыстырымды сандарды былай жазады:

$$a \equiv b \pmod{k},$$

ал оқылуы былай:  $k$  модулы бойынша  $a$  саны  $b$  санымен салыстырымды.  $a$  мен  $b$  сандары салыстыру мүшелері деп атлады.

Мысалы, 27 мен 48 сандары 7 модулы бойынша өзара салыстырымды

$$27 \equiv 48 \pmod{7}$$

өйткені  $27-48=-21$  саны 7-ге бөлінеді. Алайда 37 мен 15 сандары 7 модулы бойынша өз ара салыстырымды емес,

$$37 \not\equiv 15 \pmod{7}$$

өйткені  $37-15=22$  саны 7-ге бөлінбейді.

Айталық  $a$  мен  $b$  сандары  $\pmod{k}$  бойынша өз ара салыстырымды делік:

$$a \equiv b \pmod{k}$$

а саны салыстырудың сол жақ бөлігі де, ал b саны —оң жақ бөлігі.

Салыстырылатын а мен b сандарының әрқайсысы k модулына бөлеміз:

$$a=kq_1+r_1$$

$$b=kq_2+r_2$$

мұнда

$$0 \leq r_1, r_2 < k$$

Шарт бойынша а мен b сандары k модулы бойынша салыстырымды, сондықтан  $a-b=k(q_1-q_2) + (r_1-r_2)$  айырмасы k-ға бөлінеді.

Бөлінгіштіктің бірінші қасиеті. Егер а мен b сандарының әрқайсысы үшінші с санына бөлінетін болса, онда олардың қосындысы не айырмасы  $a \pm b$  де сол с санына бөлінеді. Шынында, айталық а мен b сандары бірден с санына бөлінеді делік.

2-теорема

$$a=vq$$

шартын қанағаттандыратын q саны табылса, осы жағдайда, тек қана сол жағдайда а саны b-ге бөлінеді.

Олай болғанда 2-теорема бойынша бүтін  $q_1$  мен  $q_2$  сандары табылып,

$$a=cq_1, b=cq_2,$$

орындалады. Осы теңдігерді мүшелеп қосып не азайтып, мынаны табамыз:

$$a \pm b = c(q_1 \pm q_2), \text{ яғни } c/(a \pm b)$$

дәлелдемекшімізде осы болатын.

Бұдан бөлінгіштіктің бірінші қасиеті бойынша,  $r_1-r_2$  айырмасының k-ға бөлінетіндігі шығады, ал бұл жағдай тек  $r_1-r_2=0$ ,  $r_1=r_2$  болғанда ғана екені түсінікті.

Сөйтіп, салыстырылатын сандарды модульға бөлгенде шығатын қалдықтары бірдей болады, сондықтан салыстырылатын сандарды кейде тең қалдықты сандар деп те атайды.

Ал, керісінше, тең қалдықты сандардың өз ара салыстырымды болатындығы түсінікті.

Сонымен, екі а мен b санын k-ға бөлгенде бірдей қалдық шығатын болса, тек сонда ғана а мен b сандары k модулы бойынша салыстырымды болады.

Егер а-ны k-ға бөлгендегі қалдық r болса,

$$a=kq+r,$$

онда

$$a \equiv r \pmod{k}$$

болады.

Егер де а саны k-ға бөлінсе, яғни  $r=0$  болса, онда

$$a \equiv 0 \pmod{k}$$

болады. Демек k модулына еселік кез келген сан 0 санымен k модулы бойынша салыстырымды болады.

Анықтамаға қарағанда екі санның салыстырымдылық қатынасы дегеніміз осы сандардың модулы еселігіне дейінгі дәлдікпен алынған теңдігі болып отыр.

Салыстырулар қасиеттерінің теңдіктер қасиеттеріне толық дерлік ұқсастығы осы айтылып отырған жағдайға байланысты.

1-қасиет ( рефлексивтік қасиеті ). Кез келген сан өзімен өзі салыстырымды:

$$a \equiv a \pmod{k}.$$

Шынында да,  $a-a$  айырмасы қашанда k санына бөлінеді

2-қасиет (симметриялы қасиеті ). Егер  $a \equiv b \pmod{k}$  болса, онда

$$b \equiv a \pmod{k}$$

болады.

Шынында да,  $a-b$  мен  $b-a$  айырмалары  $k$  санына бірдей бөлінеді.

3-қасиет (транзитивтік қасиеті ). Егер

$$a \equiv b \pmod{k} \text{ және } b \equiv c \pmod{k}$$

болса, онда

$$a \equiv c \pmod{k}$$

болады.

Шарт бойынша  $a-b$  мен  $b-c$  айырмалары  $k$ -ға бөлінеді, демек, олардың  $(a-b) + (b-c)$  қосындысы да  $k$ -ға бөлінеді, яғни

$$a \equiv c \pmod{k}$$

4-қасиет Салыстырудың кез келген мүшесін бір жағынан екінші жағына кері таңбамен көшіруге болады.

Шынында да, айталық

$$a \equiv b \pmod{k}$$

делік, сонда,  $a-b$  айырмасы  $k$  бөлінеді, олай болса  $b-a$  айырмасы  $k$  модулы бойынша 0 санымен салыстырымды,

$$a-b \equiv 0 \pmod{k}$$

Дәл солай

$$b-a \equiv 0 \pmod{k}$$

немесе

$$b \equiv a \pmod{k}$$

5-қасиет Модульдары бірдей екі не бірнеше салыстыруларды мүшелеп қосуға не азайтуға болады.

Айталық мына салыстырулар берілген болсын:  $a \equiv b \pmod{k}$  және  $c \equiv d \pmod{k}$ .

Сонда  $a-b$ ,  $c-d$  айырмалары, демек, олардың қосындысы

$$(a-b) + (c-d) = (a+c) - (b+d)$$

және айырмасы

$$(a-b) - (c-d) = (a-c) - (b-d)$$

де  $k$ -ға бөлінеді, сондықтан

$$a+c \equiv b+d \pmod{k} \text{ немесе } a-c \equiv b-d \pmod{k}.$$

Егер  $n$  салыстырулар берілген болса,

$$a_1 \equiv b_1 \pmod{k},$$

$$a_2 \equiv b_2 \pmod{k},$$

.....

$$a_n \equiv b_n \pmod{k},$$

онда да дәл былай жазуға болады:

$$a_1 + a_2 + \dots + a_n \equiv b_1 + b_2 + \dots + b_n \pmod{k}.$$

Дербес жағдайда, егер

$$a_1=a_2=\dots=a_n=a, \quad b_1=b_2=\dots=b_n=b$$

болса, онда  $a \equiv b \pmod{k}$  себепті былай болады:

$$na \equiv nb \pmod{k}.$$

#### Пайдаланылған әдебиеттер

1. Виленкин Н.Я., Дуничев К.И., Калужнин Л.А., Столяр А.А. Современные основы школьного курса математики. -М.: Просвещение, 1980.-240 с.
2. Әбілқасымов А., Кудакова Р. Алгебра және анализ бастамалары. – Алматы, 1991.
3. Галицкий М.Г. и др. Углубленное изучение курса алгебры и математического анализа. -М.:Просвещение, 1986. - 352 с
4. Рахымбек Д. Математикалық өрнектерді теңбе-тең түрлендіру: Оқу құралы, Шымкент, 2008
5. Бияров Т.Н. Элементар математика есептерінің жинағы/ Бияров Т.Н., Молдабеков М.М.. - Алматы: Кітап, 1992. - 347 с
6. Мұқашев Ә.Қ. 5-6 кластарда математиканы оқыту методикасының кейбір мәселелері. Алматы: Рауан,1991.–144 б
7. Нұғысова А., Сеитова С., Құнанбаева С. 5-сыныпта математиканы оқытудың кейбір ерекшеліктері. Алматы:РБК,2001.–73 б

#### Резюме

В статье изложены содержательно-методические линии чисел в школьном курсе математики.

#### Summary

The article presents the content-methodical lines of numbers in the school course of mathematics.

УДК 378(075.8):51

### ТҰРАҚТЫ КОЭФФИЦИЕНТТІ ЕКІНШІ РЕТТІ СЫЗЫҚТЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕНДЕУЛЕР

Әмірханова Ләззат Әмірханқызы  
Шымкент Университетінің 2 курс магистранты

**Анықтама.** Мына түрдегі тендеу

$$y'' + py' + qy = 0 \quad (1)$$

тұрақты коэффициентті 2 – ретті біртекті сызықты дифференциалдық тендеу деп аталады, егер коэффициенттер  $p$  мен  $q$  нақты тұрақты сандар болса.

Бізге белгілі, бұл тендеудің жалпы шешімін табу үшін оның сызықты тәуелсіз екі дербес шешімін табу жеткілікті.

(1) тендеудің дербес шешімін мына түрде іздейміз:

$$y = e^{kx}, \quad (2)$$

мұндағы  $k = \text{const}$ . Сонда  $y' = ke^{kx}$ ,  $y'' = k^2 e^{kx}$ .

Осыларды (1) тендеуге апарып қойып, мынаған келеміз:

$$e^{kx}(k^2 + pk + q) = 0.$$

Бұл жерден  $e^{kx} \neq 0$  екендігін ескерсек, мынау шығады:

$$k^2 + pk + q = 0 \quad (3)$$

Сондықтан, егер  $k$  саны (3) теңдеуді қанағаттандыратын болса, онда  $e^{kx}$  (1) теңдеудің шешімі болады. (3) теңдеу (1) теңдеуге сәйкес характеристикалық теңдеу деп аталады.

Характеристикалық теңдеу квадраттық теңдеу болып тұр. Сондықтан оның екі түбірі болады. Оларды  $k_1$  және  $k_2$  арқылы белгілейміз. Сонда олар:

$$k_1 = -\frac{p}{2} + \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}, \quad k_2 = -\frac{p}{2} - \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}.$$

Бұл жерде мынадай жағдайлар болуы мүмкін:

I.  $k_1$  мен  $k_2$  - нақты және әртүрлі ( $k_1 \neq k_2$ );

II.  $k_1$  мен  $k_2$  - комплекс сандар;

III.  $k_1$  мен  $k_2$  - тең нақты сандар ( $k_1 = k_2$ ).

Әрбір жағдайды жеке – жеке қарастырамыз.

I. Характеристикалық теңдеудің түбірлері нақты және әр түрлі:  $k_1 \neq k_2$ .

Бұл жағдайда дербес шешімдері мына функциялар болады:

$$y_1 = e^{k_1 x}, \quad y_2 = e^{k_2 x}$$

Бұл шешімдер сызықты тәуелсіз, себебі

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{e^{k_2 x}}{e^{k_1 x}} = e^{(k_2 - k_1)x} \neq \text{const}$$

Сондықтан, жалпы шешім мына түрде болады:

$$y = C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x}$$

**Мысал 1.**  $y'' + y' - 2y = 0$  дифференциалдық теңдеуі берілген.

**Шешу.** Характеристикалық теңдеу мына түрде болады:

$$k^2 + k - 2 = 0$$

Характеристикалық теңдеудің түбірлерін табалық:

$$k_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + 2} = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{9}{4}} = -\frac{1}{2} \pm \frac{3}{2};$$

$$k_1 = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 1, \quad k_2 = -\frac{1}{2} - \frac{3}{2} = -2$$

Бұл түбірлер нақты және әртүрлі. Сонда:

$$y_1 = e^x, \quad y_2 = e^{-2x}; \quad y = C_1 e^x + C_2 e^{-2x}$$

Оларды  $k_1 = \alpha + i\beta$ ,  $k_2 = \alpha - i\beta$  деп белгілейік, мұндағы

$$\alpha = -\frac{p}{2}, \quad \beta = \sqrt{q - \frac{p^2}{4}}$$

Дербес шешімдерді мына түрде жазуға болады:

$$y_1 = e^{(\alpha + i\beta)x}, \quad y_2 = e^{(\alpha - i\beta)x} \quad (4)$$

Бұл функциялар (1) дифференциалдық теңдеуді қанағаттандыратын нақты аргументті комплекстік функциялар.

**Тұжырым.** Егер қандай да бір нақты аргументті комплекстік функция

$$y = u(x) + i v(x) \quad (5)$$

(1) теңдеуді қанағаттандырса, онда ол теңдеуді  $u(x)$  пен  $v(x)$  функцияларының әр қайсысы да қанағаттандырады.

Шынында, (5) өрнекті (1) теңдеуге апарып қойып, мынаған келеміз:

$$\begin{aligned} [u(x) + iv(x)]'' + p[u(x) + iv(x)]' + q[u(x) + iv(x)] &\equiv 0 \\ (u'' + pu' + qu) + i(v'' + pv' + qv) &= 0 \end{aligned} \quad \text{немесе}$$

Бірақ, комплекстік функция тек сол кезде нольге тең болады, егер оның нақты бөлігі мен жорамал бөлігі нольге тең болса, яғни

$$u'' + pu' + qu = 0, \quad v'' + pv' + qv = 0.$$

Бұдан көреміз,  $u(x)$  пен  $v(x)$  - тің әрқайсысы (1) теңдеудің шешімі болып табылатынын.

Комплекстік шешімдер (4) – ті нақты және жорамал бөліктердің қосындысы түрінде жазып аламыз:

$$\begin{aligned} y_1 &= e^{\alpha x + i\beta x} = e^{\alpha x} \cdot e^{i\beta x} = e^{\alpha x} (\cos \beta x + i \sin \beta x) = e^{\alpha x} \cos \beta x + i e^{\alpha x} \sin \beta x, \\ y_2 &= e^{\alpha x - i\beta x} = e^{\alpha x} \cdot e^{-i\beta x} = e^{\alpha x} (\cos \beta x - i \sin \beta x) = e^{\alpha x} \cos \beta x - i e^{\alpha x} \sin \beta x, \end{aligned}$$

$$\text{яғни } y_1 = e^{\alpha x} \cos \beta x + i e^{\alpha x} \sin \beta x, \quad y_2 = e^{\alpha x} \cos \beta x - i e^{\alpha x} \sin \beta x. \quad (6)$$

Жоғарыда дәлелденген тұжырым бойынша (1) теңдеудің дербес шешім-дері болып мына нақты функциялар табылады:

$$\overline{y_1} = e^{\alpha x} \cdot \cos \beta x, \quad (6')$$

$$\overline{y_2} = e^{\alpha x} \cdot \sin \beta x. \quad (6'')$$

$\overline{y_1}$  мен  $\overline{y_2}$  функциялары сызықты тәуелсіз, себебі

$$\frac{\overline{y_1}}{\overline{y_2}} = \frac{e^{\alpha x} \cos \beta x}{e^{\alpha x} \sin \beta x} = \operatorname{ctg} \beta x \neq \operatorname{const}$$

Сондықтан, характеристикалық теңдеудің түбірлері комплекстік сандар болып келгенде (1) теңдеудің жалпы шешімі мына түрде болады:

$$y = C_1 \overline{y_1} + C_2 \overline{y_2} = C_1 e^{\alpha x} \cos \beta x + C_2 e^{\alpha x} \sin \beta x$$

немесе

$$y = e^{\alpha x} (C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x), \quad (7)$$

мұндағы  $C_1$  мен  $C_2$  - кез келген тұрақтылар.

(7) шешімнің мынадай дербес жағдайының маңызы үлкен. Ол жағдай мынау: характеристикалық теңдеудің түбірлері таза жорамал болған жағдай.

Егер (1) теңдеуде  $p = 0$  болса, онда осы дербес жағдай келіп шығады:

$$y'' + qy = 0.$$

Бұл дифференциалдық теңдеудің характеристикалық теңдеуі мына түрде болады:

$$k^2 + q = 0, \quad q > 0$$

Бұл характеристикалық теңдеудің түбірлері:

$$k_{1,2} = \pm i\sqrt{q} = \pm i\beta, \quad \alpha = 0$$

(7) шешім мына түрге келеді:  $y = C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x$ .

**Мысал 2.**  $y'' + 2y' + 5y = 0$  теңдеуі берілген. Жалпы шешімін және мына

$$y \Big|_{x=0} = 0, \quad y' \Big|_{x=0} = 1$$

бастапқы шартты қанағаттандыратын дербес шешімін тап.

**Шешу.** 1) характеристикалық теңдеуін жазалық:

$$k^2 + 2k + 5 = 0.$$

$$k_1 = -1 + 2i, \quad k_2 = -1 - 2i$$

Түбірлерін табалық:

. Сондықтан, жалпы шешімі мынадай

болады:  $y = e^{-x}(C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x)$ .

2) Енді дербес шешімін табамыз. Ол үшін бастапқы шартты пайдаланамыз:

$$y' = -e^{-x}(C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x) + e^{-x}(-2C_1 \sin 2x + 2C_2 \cos 2x) =$$

$$= e^{-x}(-C_1 \cos 2x - C_2 \sin 2x - 2C_1 \sin 2x + 2C_2 \cos 2x).$$

$$0 = e^0[C_1 \cos(2 \cdot 0) + C_2 \sin(2 \cdot 0)], \text{ бұдан } C_1 = 0.$$

$$1 = -C_1 + 2C_2, \quad 1 = 2C_2, \quad C_2 = \frac{1}{2}.$$

Сөйтіп, іздеп отырған дербес шешім мынау:  $y = \frac{1}{2} e^{-x} \sin 2x$ .

**Мысал 3.**  $y'' + 9y = 0$

теңдеуі берілген. Жалпы шешімін және мына

$$y \Big|_{x=0} = 0, \quad y' \Big|_{x=0} = 3$$

бастапқы шартты қанағаттандыратын дербес шешімін тап.

**Шешу.** Характеристикалық теңдеуін жазалық:  $k^2 + 9 = 0$ .

$$k_1 = 3i, \quad k_2 = -3i$$

Түбірлерін табалық:

Жалпы шешім мынадай болады:  $y = C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x$ .

Енді дербес шешімін табалық:

$$y' = -3C_1 \sin 3x + 3C_2 \cos 3x.$$

$$\begin{cases} 0 = C_1 \cos 0 + C_2 \sin 0, \\ 3 = -3C_1 \sin 0 + 3C_2 \cos 0 \end{cases} \quad C_1 = 0, \quad C_2 = 1.$$

Сонда дербес шешім:  $y = \sin 3x$ .

Характеристикалық теңдеудің түбірлері нақты және өзара тең, яғни  $k_1 = k_2$ .

Алдыңғы талқылау негізінде бір дербес шешімі мынау  $y_1 = e^{k_1 x}$ . Осы дер-бес шешіммен сызықтық тәуелсіз болатын екінші дербес шешімді табу керек. Екінші дербес шешім үшін  $e^{k_2 x}$  - ті алуға болмайды, себебі

$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{e^{k_1 x}}{e^{k_2 x}} = 1 = \text{const}$$

, яғни сызықтық тәуелді.

Екінші дербес шешімді мына түрде іздейміз:

$$y_1 = u(x) \cdot e^{k_1 x}$$

мұндағы  $u(x)$  - белгісіз функция, табуды талап етеді.  $y_2$  - ден екі рет туынды аламыз:

$$y_2' = u' \cdot e^{k_1 x} + u \cdot k_1 e^{k_1 x} = e^{k_1 x}(u' + k_1 u)$$

$$y_2'' = k_1 e^{k_1 x}(u' + k_1 u) + e^{k_1 x}(u'' + k_1 u') = e^{k_1 x}(u'' + 2k_1 u' + k_1^2 u)$$

Осы  $y_2$ ,  $y_2'$ ,  $y_2''$  - тің өрнектерін (1) теңдеуге апарып қойып, мынаған келеміз:

$$e^{k_1 x}(u'' + 2k_1 u' + k_1^2 u) + p \cdot e^{k_1 x}(u' + k_1 u) + q \cdot e^{k_1 x} = 0$$

$$e^{k_1 x}[u'' + (2k_1 + p)u' + (k_1^2 + pk_1 + q)u] = 0.$$

$k_1$  - характеристикалық теңдеудің еселі түбірі болғандықтан  
 $k_1^2 + pk_1 + q = 0$  және  $2k_1 + p = 0$ .

Осыларды ескерсек, жоғарыдағы тік жақшаның іші мына түрге келеді:  $e^{k_1 x} \cdot u'' = 0$ .  
 Бұдан  $e^{k_1 x} \neq 0$  болғандықтан  $u'' = 0$ . Бұл теңдеуді интегралдасақ, мынаған келеміз:  
 $u = Ax + B$ . Бізге  $u'' = 0$  теңдеуінің кез келген дербес шешімі жеткілікті. Сондықтан,  $A = 1$ ,  
 $B = 0$  деп алсақ та болады. Олай болса,  $u = x$  болады да,  $y_2$  үшін мынаны аламыз:  $y_2 = xe^{k_1 x}$ .  
 Бұл  $y_2$  мен  $y_1$  сызықтық тәуелсіз, себебі

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{xe^{k_1 x}}{e^{k_1 x}} = x \neq \text{const}$$

Олай болса бұл жағдайда жалпы шешім мына түрде болады:

$$y = C_1 e^{k_1 x} + C_2 \cdot xe^{k_1 x} = (C_1 + C_2 x)e^{k_1 x}.$$

**Мысал 4.**  $y'' - 4y' + 4y = 0$  теңдеуі берілген.

**Шешу.** Характеристикалық теңдеуін жазалық:

$$k^2 - 4k + 4 = 0.$$

Оның түбірлерін табамыз:  $k_{1,2} = 2 \pm \sqrt{4 - 4} = 2$ , яғни  $k_1 = k_2 = 2$ .

Жалпы шешімі  $y = C_1 e^{2x} + C_2 x e^{2x}$ , яғни  $y = (C_1 + C_2 x)e^{2x}$  болады.

#### Әдебиеттер.

1. Н.С. Пискунов «Дифференциальное и интегральное исчисления». Том 2, 1985.
2. Н.М. Матвеев «Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений». 1974.
3. К.К. Паномерев «Специальный курс высшей математики». 1974.
4. Л.Э. Эльсгольц «Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление». 1969.
5. Б. Тілеубердиев «Дифференциалдық теңдеулер» 1 - бөлім 2004.

#### Түйіндеме

Тербелістердің дифференциалдық теңдеулерін құрудың өзі маңызды мәселе. Ал құрылған дифференциалдық теңдеулерін шешіп және оны талдау, яғни зерттеу екінші бір өзекті мәселе. Сонда шешімдер қандай жағдайда тербелісті береді және қандай жағдайда тербеліс болмайды. Мінеки, осыларды анықтау өте маңызды мәселе болып табылды.

#### Резюме

Важнейшая проблема построения дифференциальных уравнений колебаний. А решение построенных дифференциальных уравнений и их анализ, то есть исследование является другой актуальной проблемой. Тогда решения при каких условиях дают колебания и в каких случаях колебаний не бывает. Вот и определение этого явилось очень важным вопросом.

## ШЕТТІК ШАРТТАРЫ ПЕРИОДТЫ БОЛАТЫН ТЕҢДЕУІ ҮШІН АРАЛАС ЕСЕПТІ ФУРЬЕ ТӘСІЛІМЕН ШЕШУ

**Бегимбаев Амир Орманович- Шымкент Университетінің 2 курс магистранты**

Квадратуралық формуланы пайдаланып функцияны қалыпқа келтіргенде алдымен сол функцияның Фурье коэффициенттеріне жуықтап содан соң барып функцияны қалыпқа келтіреді.

$r > 0$ ,  $1 \leq q, \theta \leq \infty$  сандары берілсін және  $r = \rho + \alpha$ ,  $0 < \alpha \leq 1$ , болсын. Мұнда  $\rho \in \mathbb{Z}$ ,  $\rho \geq 0$ .  $B_{q,\theta}^r(0,1)^s(B_{q,\infty}^r \equiv H_q^r)$  –Никольский-Бесов класы деп әр айнымалысы бойынша, 1 периодты және келесі теңдіктерді қанағаттандыратын

$$\|f\|_{B_{q,\theta}^r} \equiv \|f\|_{L^q(0,1)^s} + \sum_{\substack{t \in \mathbb{Z}^s, t_j \geq 0 \\ t_1 + \dots + t_s = \rho}} \left( \int_{\mathbb{R}^s} |u|^{-s-\theta(r-\rho)} \|\Delta_u^2 f^{(t)}(\cdot)\|_{L^q(0,1)^s}^\theta du \right)^{\frac{1}{\theta}} \leq 1,$$

функциялар жиынын айтамыз. Мұндағы  $|u| = \sqrt{u_1^2 + \dots + u_s^2}$ ,  $f^{(t)}(x) = \frac{\partial^{t_1+\dots+t_s} f}{\partial x_1^{t_1} \dots \partial x_s^{t_s}}(x)$  және  $\Delta_u^2 f^{(t)}(x) = f^{(t)}(x+2u) - 2f^{(t)}(x+u) + f^{(t)}(x)$ .

$N$  ( $N = 1, 2, \dots$ ),  $b = (b_1, \dots, b_N) \in \mathbb{R}^N$ ,  $x^{(n)} \in [0,1]^s$  ( $n = 1, \dots, N$ ) сандары берілсін және  $F$  –әр айнымалысы бойынша 1-периодты және тригонометриялық Фурье-Лебег қатары жинақталатын үзіліссіз функциялардан тұратын кез келген класс болсын. Мыналар

$$\delta_N(F; \{x^{(n)}\}_{n=1}^N, b) \equiv \sup_{f \in F} \left| \int_{[0,1]^s} f(x) dx - \sum_{n=1}^N b_n f(x_n) \right|,$$

$$\delta_N(F; \{x^{(n)}\}_{n=1}^N) \equiv \inf_b \delta_N(F; \{x^{(n)}\}_{n=1}^N, b),$$

$$\delta_N(F) \equiv \inf_{\{x^{(n)}\}_{n=1}^N} \delta_N(F; \{x^{(n)}\}_{n=1}^N, b),$$

болсын деп алайық. Онда ( $N = 2^q q^{s-1}$ )

$$S_N = \left\{ \zeta^{(n)} = \left( \frac{n_1}{2^{v_1}}, \dots, \frac{n_s}{2^{v_s}} \right), n \in \mathbb{Z}^s, 0 \leq n_j < p \ (j = 1, \dots, s) \right\} \quad (1)$$

торы үшін келесі шарт орындалады:

$$\delta_N(B_{q,\theta}^r; S_N) \asymp \frac{(\ln N)^{2(s-1)}}{N^{-\frac{r}{s}}}.$$

Бұл жұмыстың негізгі бөлімінде оң жағы  $B_{q,\theta}^r(0,1)^s$  Никольский-Бесов функциялар класында жататын көп өлшемді Пуассон теңдеуінің  $u_w(x, f)$  шешімін Смоляктың түйіндерін пайдалана отырып Шерниязовтың әдісімен функционалдардың тензорлық көбейтіндісі арқылы  $L^2(0,1)^s$  және  $L^\infty(0,1)^s$  нормаларында дискретизациялау есебін қарастырамыз. Дербес туындылары эллиптикалық типті дифференциалды теңдеу болатын

$$\Delta u \equiv \frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} + \dots + \frac{\partial^2 u}{\partial x_s^2} = f \quad (2)$$

түріндегі теңдеуді Пуассон теңдеуі дейміз.

Егер  $f = 0$  болса онда Пуассон теңдеуі Лаплас теңдеуіне айналады (Лаплас теңдеуі Пуассон теңдеуінің дербес түрі болып табылады):

$$\Delta u = 0.$$

Бұл жағдайда (2) теңдеуіміз сансыз көп шешімдерге ие болуы мүмкін.

$F$  –әр айнымалысы бойынша 1- периодты және тригонометриялық Фурье-Лебег қатары жинақталатын  $f(x) = f(x_1, \dots, x_s)$  түріндегі функциялар жиынынан тұратын класс болсын. Егер  $\hat{f}(0) \neq 0$  болса, онда әрбір шекаралық шарт үшін  $[0,1]^s$  жиынында жататын

$w(x)$  функциясы табылады.  $[0,1]^s$  жиынында жататын функциясы шекаралық шартқа байланысты  $\Delta w \equiv 1$  болғанда (2) теңдеуіміздің түрі мынадай болады

$$u_w(x, f) = w(x) \cdot \hat{f}(0) - \frac{1}{4\pi^2} \sum_{m \in \mathbb{Z}^s} \frac{\hat{f}(m)}{(m, m)} e^{2\pi i(m, x)} \quad (3)$$

Мұнда жұлдызшаның білдіретіні мынадай, мұнда  $m = (0, \dots, 0)$  болғанда  $\frac{\hat{f}(m)}{(m, m)}$  қосындыға кірмейді, себебі оның мағынасы болмай қалады.

Егер  $f(x_1, \dots, x_s)$  функциясы  $x_1, \dots, x_s$  әр айнымалысы бойынша тақ болатын болса, онда функция

$$u(x, f) = -\frac{1}{4\pi^2} \sum_{m \in \mathbb{Z}^s} \frac{\hat{f}(m)}{(m, m)} e^{2\pi i(m, x)} \quad (4)$$

Дирихле есебі үшін  $[0,1]^s$ -те жататын және бастапқы шартты қанағаттандыратын Пуассон теңдеуінің шешімі болып табылады (қараңыз./3, 187-бет/).

Бұл мақаланың мақсаты да сол  $u_w(x, f)$  Пуассон теңдеуінің шешімін келесі

$$(T_N f)(x) \equiv \varphi_N(f(x^{(1)}), \dots, f(x^{(N)}), x), \quad (5)$$

қалыпқа келтіру операторы арқылы дискретизациялау болып табылады. Мұнда  $x^{(n)} (n = 1, \dots, N) [0,1]^s$  –тегі нүктелер,  $\varphi_N(z_1, \dots, z_N, x)$  функциясы  $\mathbb{C}$  комплекс мәнді және  $\mathbb{C}^N \times [0,1]^s$ , ( $\mathbb{C}^N = \mathbb{C} \times \dots \times \mathbb{C}$ ) жиынында анықталған үзіліссіз функциясы.

Қалыпқа келтіру есебін нақты анықтамалар бере отырып жалпы түрін келтірейік.

$N$  және  $s$  ( $N, s = 1, 2, \dots$ ) натурал сандары берілсін,  $\Omega = \Omega_s = [0,1]^s$ ,  $a = (a_1, \dots, a_N) \in \mathbb{R}^N$ ,  $t_k \in \Omega_s$  ( $k = 1, \dots, N$ ),  $t = (t_1, \dots, t_N)$  және мынадай белгілеулер енгізейік:

$$\delta_N(F; t, a) \equiv \sup_{f \in F} \left| \int_{[0,1]^s} f(x) dx - \sum_{k=1}^N a_k f(t_k) \right|, \quad (6)$$

$$\delta_N(F) = \inf_{a, t} \delta_N(F; t, a) \quad (7)$$

мұнда интеграл Риман мағынасында қолданылуда, ал ақырлы қосындысы

$$\Lambda(f; t, a) \equiv \sum_{k=1}^N a_k f(t_k) \quad (8)$$

квадратуралық формула деп аталып,  $a$  және  $t$ - сәйкесінше оның салмағы мен түйіндері;  $F$  – белгілі бір шарттарды қанағаттандыратын  $[0,1]^s$  анықталған функциялар жиыны.

(6-7)-дегі  $\int_{\Omega} f(x) dx$ , интегралы  $\Omega = [0,1]^s$  анықталған  $f(x)$  функциясына тәуелді, (6-7)-дегі  $\int_{\Omega} f(x) dx$ , интегралы (8) ақырлы қосындысымен жуықталады.  $f(t_1), \dots, f(t_N)$  мәліметтерін (8)-тен өзгеше түрде пайдалануға болады.

$$\Lambda(f; t, \varphi_N) = \varphi_N(f(t_1), \dots, f(t_N)), \quad (9)$$

мұндағы  $\varphi_N(\tau_1, \dots, \tau_N)$  –нақты мәнді,  $N$  айнымалы,  $\varphi_N(0, \dots, 0) = 0$  болатын функция. (8)-тегі  $\Lambda(f; t, a)$  орнына  $\Lambda(f; t, \varphi_N)$  – ді апарып қойсақ:

$$\delta_N(F; \varphi_N, t) = \sup_{f \in F} \left| \int_{[0,1]^s} f(x) dx - \varphi_N(f(t_1), \dots, f(t_N)) \right|, \quad (10)$$

$$\delta_N(F) = \inf_t \inf_{\varphi_N} \delta_N(F; \varphi_N, t) \quad (11)$$

Көрініп тұрғандай, (8)- формуласы (9)-тің дербес түрі.  $\varphi_N$  –дегеніміз  $\varphi_N(\tau_1, \dots, \tau_N) = \sum_{k=1}^N \tau_k a_k$  сызықты функция. (10-11) қателігінің оптимальді бағалануы қызығушылықтуғызады, (6-7) есебінің де өзіндік ерекшеліктері бар.

Көп айнымалы жағдай теориялық жағынан күрделі бірақ практикалық есептерде көп қолданылады. Жоғарыда айтып өткендей кейбір жағдайларда ғана (7) өрнегі дәл табылған. (7) өрнегін дәл табу күрделі мәселе болғандықтан, сол есеп жоғарыдан бағалау және төменнен бағалау болып екіге бөліп қарастырылады. Яғни

$$\psi_1(N; F) \ll \delta_N(F) \ll \psi_1(N; F)$$

Егер  $\psi_1, \psi_2$  функциялары дәл беттесе,  $F$  класында есептің оптимальді шешімі табылған болады.

1) Төменнен бағалау-дегеніміз кез келген  $a = (a_1, \dots, a_N)$  жүктемесі мен  $t = (t_1, \dots, t_N)$  түйіндері үшін тек функциялар класына ғана тәуелді  $c_1(F) > 0$  саны мен  $f_{a,t} \in F$  функциясы табылып,

$$\left| \int_{\Omega} f_{a,t}(x) dx - \sum_{k=1}^N a_k f_{a,t}(t_k) \right| \geq c_1(F) \psi_1(N; F),$$

қатынасы орындалуын айтамыз.

2) Жоғарыдан бағалау-дегеніміз  $c_2(F) > 0$  саны мен кез келген  $N (N = 1, 2, \dots)$  саны үшін  $(a_1^0, \dots, a_N^0)$  жүктемесі мен  $(t_1^0, \dots, t_N^0)$  түйіндері табылып, кез келген  $f \in F$  үшін

$$\sup_{f \in F} \left| \int_{\Omega} f(x) dx - \sum_{k=1}^N a_k^0 f(t_k^0) \right| \leq c_2(F) \psi_2(N; F)$$

қатынасы орындалуын айтамыз.

Енді өзіміздің есептің қойылуы.  $X$  және  $Y$  нормаланған нақты мәнді функциялар кеңістіктері берілсін де олар сәйкесінше  $\Omega, \Omega_1$  жиындарында анықталсын.  $F \subset X$  болып,  $Tf = u(y; f)$  —  $F$  жиынының  $Y$  кеңістігіндегі бейнесі болсын.

$Tf = u(y; f)$  функциясын  $Y$  метрикасында  $\varphi_N(l_1(f), \dots, l_N(f); y)$  функциясы арқылы қалыпқа келтіреміз. Әрбір  $N$  — оң бүтін саны үшін  $\{(l^{(N)}, \varphi^{(N)})\}$  арқылы  $(l^{(N)}, \varphi^{(N)})$  жұптарын анықтаймыз. Мұнда  $l^N = (l_1, \dots, l_N)$  —  $F$  жиынында берілген функционалдар  $l_j: F \rightarrow \mathbb{C} (j = 1, \dots, N)$  тобы, ал  $\varphi_N(\tau_1, \dots, \tau_N; y)$  функциясы  $C^N \times \Omega_1, (C^N = \mathbb{C} \times \dots \times \mathbb{C})$  жиынында анықталған нақты мәнді функция және кез келген  $y \in \Omega_1$  үшін  $\varphi_N(0, \dots, 0; y) = 0$  шарттарын қанағаттандыруы керек.

$\{l^{(N)}\}$  және  $\{\varphi^{(N)}\}$  — сәйкесінше  $l^{(N)}$  және  $\varphi^{(N)}$  функционалдарының мүмкін болған топтарының жиыны, және  $D_N \subset \{l^{(N)}\} \times \{\varphi^{(N)}\}$ , яғни  $(l^{(N)}, \varphi^{(N)})$  жұптарының жиыны.

Мынадай белгілеулер енгізейік:  $(l^{(N)}, \varphi^{(N)}) \in \{(l^{(N)}, \varphi^{(N)})\}$

$$\delta(T, l^{(N)}, \varphi_N; F)_Y = \sup_{f \in F} \|u(\cdot; f) - \varphi_N(l_1(f), \dots, l_N(f); \cdot)\|_Y \quad (12)$$

және кейбір  $D_N \subset \{(l^{(N)}, \varphi^{(N)})\}$  үшін

$$\delta(T, D; F)_Y = \inf_{(l^{(N)}, \varphi_N) \in D_N} \delta(T, l^{(N)}, \varphi_N; F)_Y. \quad (13)$$

Есептің қойылымы (13) түрдегі өлшемнің жоғарғы және төменгі бағалауын (дәлдікпен сәйкес келгені жөн) алуға негізделген. Сонымен қатар,  $D_N$  — нан жоғарғы бағалауды орындау үшін  $(l^{(N)}, \varphi^{(N)})$  жұбын көрсету де есептің қойылымына кіреді.

(12)- өрнегіндегі  $T$  операторын,  $D_N$  жиынын,  $X$  және  $Y$  кеңістіктерін,  $F (F \subset X)$  класын нақты алсақ, әртүрлі есептердің қойылуын аламыз.

$l(f)$  функционалдарының мысалдары:

1.  $l(f) = f(\xi)$  — нүктедегі мәні;

$$l(f) = \langle f, g \rangle = \int_{\Omega} f(x) \bar{g}(x) d\mu(x)$$

2. — скаляр көбейту, дербес жағдайда нормаланған жүйе және ортогонал жүйе бойынша Фурье коэффициенттері;

3.  $l(f) = F$

жиынының сызықтық абықшасында анықталған барлық сызықтық функционалдар;

4.  $l(f)$  — сызықты болуы міндетті емес қандай да бір функционалдар.

$Tf$  операторының мысалдары:

$$Tf = \int_{\Omega} f(x) dx$$

1. — интегралдау;

2.  $T(f(x)) = f(x)$  - функцияны қалыпқа келтіру;

3.  $Tf = u(y, f)$  - дербестуындылы теңдеулердің шешімдерін дискретизациялау;  
 $D_N$  жиынының көп тараған нақтылауы

$I^N = I^{(N)}(f) = (I_1(f), \dots, I_N(f))$  функционалы ретінде белгілі бір  $\{\xi_j\}_{j=1}^N$  түйіндеріндегі функцияның мәндері алынуы, яғни  $(I_j(f) = f(\xi_j))$  ( $j = 1, \dots, N$ ). Бұл жұмыста дәл осы нақтылауды қарастырамыз,  $D_N$  жиынын, (13)-дің ішіндегі  $\delta(T, D; F)$  орнына  $\delta(T; F)$  деп жазатын боламыз.

$X = Y$  және  $Tf = f$  болған жағдайда (12)-(13) есебі  $F$  класында функцияны қалпына келтіру есебі болады. Ал басқа жағдайы дербес туындысы арқылы теңдеудің шешімін қалыпқа келтіру, ал  $f(x)$ -функциясына байланысты шегаралық, бастапқы шарттарымен  $Tf = u(y, f)$  есебі теңдеудің шешімін дискретизациялау деп аталады.

Функцияны қалпына келтірудің кең таралған түрін қарастырайық.

$Tf$  функциясын ( $y = (t, x)$ )

$$\varphi_N = \sum_{k=1}^N f(\xi_k) \cdot K_N(t, x - \xi_k), \quad (14)$$

Қосындысымен жуықтау, яғни  $f$  функциясының ақырлы қабыршақтары және  $K_N$  арқылы,  $\xi \equiv (\xi_1, \dots, \xi_N)$  ( $\xi_k \in \Omega$ ) сеткасына қарап  $K_N(y) = K_N(t, x)$  анықталады,  $\xi \equiv (\xi_1, \dots, \xi_N)$  ( $\xi_k \in \Omega$ ) сеткасы берілсе

$$I_k(f) = f(\xi_k), I_{\xi}^{(N)} \equiv I^N = (f(\xi_1), \dots, f(\xi_N)),$$

$$\varphi_{N, \xi, K_N} \equiv \varphi_N(\tau_1, \dots, \tau_N; y) = \sum_{k=1}^N \tau_k \cdot K_N(t, x - \xi_k),$$

соңында  $B$  түйіндер тобында және  $K$  — ядро кластарында  $D_N = D_{B, K} = ((I_{\xi}^{(N)}, \varphi_{N, \xi, K_N}) : \xi \in B, K_N \in K)$  болады.

Әртүрлі облыста қолданылатын болғандықтан түйінге (сетка) қосымша талаптар қойылады:

1. Түйіннің берілуі қарапайым болуы,
2. Түйінді құру алгоритімінің қарапайым болуы,
3. Қателіктің оптимальді шешімінің қателігіне барынша жақын болуы.

$$\xi_k(a) = \left( \left\{ \frac{k}{N} a_1 \right\}, \dots, \left\{ \frac{k}{N} a_s \right\} \right) \quad (k = 1, \dots, N), \quad (15)$$

түріндегі  $(\{ \dots \} - \text{бөлшек бөлігі})$  түйін теориялық көп зерттелген және практикалық жағынан қолданылуы аз емес, мұндағы  $a_1 = a_1(N), \dots, a_s = a_s(N)$  сандары  $N$  мен өзара жай бүтін сандар. Оларды оптимальді коэффициенттер деп атайды.

### Пайдаланылған әдебиеттер тізімі

1. Темірғалиев Н. Математикалық анализ.-Алматы: Ана тілі, 1991.-Т.2.-400 б.
2. Темірғалиев Н. Математикалық анализ.- Алматы: Ана тілі, 1997.-Т.3.-432 б.
3. Никольский С.М. приближение функций многих переменных и теоремы вложения.- М.:Наука, 1977.-455 б.

### Түйіндеме

Квадратуралық формуланы пайдаланып функцияны қалыпқа келтіргенде алдымен сол функцияның Фурье коэффициенттеріне жуықтап содан соң барып функцияны қалыпқа келтіреді.

### Резюме

При нормализации функции с использованием квадратурной формулы сначала приблизительно к коэффициентам Фурье данной функции и затем нормализует функцию.

## СИСТЕМА ЧЕБЫШЕВА И РЯД ФУРЬЕ-ЧЕБЫШЕВА

Камаш Шолпан Шакенқызы – магистрант 2 курса  
Шымкентского Университета.

Многочлены Чебышева первого рода (обозначаемые  $T_n$ ) и второго рода (обозначаемые  $U_n$ ) определяются посредством следующих формул:

$$T_0(x) = 1, T_1(x) = x \quad (1.2)$$

$$T_n(x) = 2xT_{n-1}(x) - T_{n-2}(x), n = 2, 3, \dots \quad (1.3)$$

$$U_0(x) = 1, U_1(x) = 2x \quad (1.4)$$

$$U_n(x) = 2xU_{n-1}(x) - U_{n-2}(x), n = 2, 3, \dots \quad (1.5)$$

Очевидно, что рекуррентные формулы (1.3) и (1.5) идентичны, а различия между родами многочленов Чебышева являются лишь следствием начальных условий (1.2) и (1.4).

Из формул (1.2)-(1.5) следует, что

$$T_0(x) = 1$$

$$T_1(x) = x$$

$$T_2(x) = 2x^2 - 1$$

$$T_3(x) = 4x^3 - 3x$$

$$T_4(x) = 8x^4 - 8x^3 + 1$$

$$T_5(x) = 16x^5 - 20x^3 + 5x$$

$$T_6(x) = 32x^6 - 48x^4 + 18x^2 - 1$$

$$\dots\dots\dots (1.6)$$

$$U_0(x) = 1,$$

$$U_1(x) = 2x$$

$$U_2(x) = 4x^2 - 1$$

$$U_3(x) = 8x^3 - 4x$$

$$U_4(x) = 16x^4 - 12x^2 + 1$$

$$U_5(x) = 32x^5 - 32x^3 + 6x$$

$$U_6(x) = 64x^6 - 80x^4 + 24x^2 - 1$$

$$\dots\dots\dots (1.7)$$

Из этих формул следует, что  $T_n$  и  $U_n$  являются многочленами  $n$ -ой степени с коэффициентом при  $x^n$ , равным соответственно  $2^{n-1} (n \geq 1)$  и  $2^n (n \geq 0)$ .

С целью сокращения записи большого числа формул, прежде чем перейти к изучению свойств и применений многочленов Чебышева, распространим их определение на целые отрицательные значения  $n$ . Полагаем, что многочлены Чебышева с такими индексами вычисляются по начальным условиям (1.2) или (1.4) по рекуррентным формулам (1.3) и (1.5), записанным в виде

$$T_{n-2}(x) = 2xT_{n-1}(x) - T_n(x), n = 1, 0, -1, \dots (1.8)$$

$$U_{n-2}(x) = 2xU_{n-1}(x) - U_n(x), n = 1, 0, -1, \dots (1.9)$$

Связь многочленов, имеющих отрицательные индексы, с многочленами, имеющими неотрицательные индексы, является очень простой.

**Теорема 1.1** Для произвольного целого  $n$  справедливы формулы

$$T_n = T_{-n} \quad (1.10)$$

$$U_n = -U_{-(n+2)} \quad (1.11)$$

Доказательство. Из (1.7) следует, что  $T_{-1}(x) = 2xT_0(x) - T_1(x) = x = T_1(x)$ . Многочлены  $T_{-2}, T_{-3}, \dots$  получаются из многочленов  $T_0, T_{-1} = T_1$  точно так же, как многочлены  $T_2, T_3, \dots$  из  $T_0, T_1$ . Отсюда вытекает (1.10).

Из (1.9) следует, что

$$U_{-1}(x) = 2xU_0(x) - U_1(x) = 0$$

$$U_{-2}(x) = 2xU_{-1}(x) - U_0(x) = -U_0(x)$$

$$U_{-3}(x) = 2xU_{-2}(x) - U_{-1}(x) = 2xU_0(x) = -U_1(x)$$

.....

Следовательно, многочлены  $U_{-2}, U_{-3}, \dots$  только знаком отличаются соответственно от  $U_0, U_1, \dots$ .

Многочлены Чебышева можно представить в нескольких явных видах. Первый из них хотя и кажется по форме искусственным, так как использует тригонометрические и обратные им функции, применяется наиболее часто. Если ограничиться действительной областью, то этот вид многочленов Чебышева и некоторые последующие законны только при дополнительных предположениях о переменной.

**Теорема 1.2** Если  $|x| \leq 1$ , то  $T_n(x) = \cos(n \arccos x)$ ,  $n = 0, \pm 1, \dots$

$$\text{если } |x| < 1, \text{ то } U_n(x) \frac{\sin((n+1) \arccos x)}{\sin(\arccos x)} = (1-x^2)^{-\frac{1}{2}} \sin((n+1) \arccos x), n = 0, \pm 1, \dots \quad (1.12)$$

Для произвольного  $x$  верна формула

$$U_n(x) = \frac{1}{n+1} T'_{n+1}(x), n \neq -1 \quad (1.14)$$

Доказательство. В этой теореме (и в других аналогичных) достаточно доказать согласованность этих формул соответственно с формулами (1.2), (1.3), либо (1.4), (1.5). Для многочленов первого рода проверяем, что

$$\cos(0 \arccos x) = \cos 0 = 1 = T_0(x)$$

$$\cos(1 \arccos x) = x = T_1(x)$$

Справедливость рекуррентной формулы (1.3) следует из тригонометрического тождества  $\cos nt + \cos(n-2)t = 2 \cos t \cos(n-1)t$  после подстановки в него  $t = \arccos x$ .

Аналогично проверяется равенство (1.13). Поскольку

$$\arccos x = \begin{cases} \pi - \arcsin(1-x^2)^{\frac{1}{2}}, & -1 \leq x \leq 0, \\ \arcsin(1-x^2)^{\frac{1}{2}}, & 0 \leq x \leq 1, \end{cases}$$

то

$$\sin(\arccos x) = (1-x^2)^{\frac{1}{2}},$$

$$\sin(2 \arccos x) = 2 \sin(\arccos x) \cos(\arccos x) = 2x(1-x^2)^{\frac{1}{2}}$$

Тот факт, что функция (1.13) удовлетворяет рекуррентной формуле (4), следует из тождества  $\sin nt + \sin(n-2)t = 2 \cos t \sin(n-1)t$

Равенство (1.14) получается в результате дифференцирования обеих частей формулы  $T_{n+1}(x) = \cos((n+1)\arccos x)$

Из того, что равенство (1.14) выполняется при  $|x| < 1$ , следует тождественность соответствующих коэффициентов многочленов  $U_n$  и  $(n+1)^{-1}T'_{n+1}$ , поэтому формула (1.14) верна для произвольного  $x$ .

Свойства многочленов Чебышева

Наиболее важное свойство многочленов Чебышева было обнаружено самим Чебышевым. Оно заключается в следующем.

1<sup>0</sup>. Многочлены Чебышева образуют ортогональную систему многочленов на отрезке  $[-1, 1]$  с весовой функцией  $\omega(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ .

*Доказательство.* Сделав замену  $x = \cos \varphi$ , получим

$$\int_{-1}^1 T_n(x) T_m(x) \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \int_0^\pi \cos n\varphi \cos m\varphi d\varphi = \\ = \int_0^\pi \frac{\cos(m+n)\varphi + \cos(m-n)\varphi}{2} d\varphi.$$

Остается заметить, что

$$\int_0^\pi \cos k\varphi d\varphi = 0 \quad \text{при } k \neq 0.$$

2<sup>0</sup>. Многочлены Чебышева образуют ортонормированную систему многочленов на отрезке  $[-1, 1]$  с весовой функцией  $\omega(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ .

*Доказательство.* Сделав замену  $x = \cos \varphi$  при  $n=m$ , получим

$$\int_{-1}^1 T_n(x) T_m(x) \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi \cos^2 n\varphi d\varphi = \\ = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi \frac{1+\cos 2\varphi}{2} d\varphi = 1.$$

3<sup>0</sup>. Связь многочленов Чебышева с тригонометрической системой

$T_n(x) = \cos(n \arccos x)$   $n=0, 1, 2, \dots, x \in [-1, 1]$ ;

Докажем, что при любом  $n=0, 1, 2$

$n=0$ :  $T_0(x) = \cos 0 = 1$ ;

$n=1$ :  $T_1(x) = \cos(\arccos x) = x$ ;

$n=2$ :  $T_2(x) = \cos(2 \arccos x)$ ;

Обозначим  $\varphi = \arccos x$

$T_n(x) = \cos 2\varphi$ ;

$T_{n+1}(x) = \cos((n+1)\varphi)$ ;

$T_{n-1}(x) = \cos((n-1)\varphi)$ ;

$\cos((n+1)\varphi) + \cos((n-1)\varphi) - 2\cos(2n\varphi)\cos(2\varphi) = 2\cos n\varphi \cos \varphi$ ;

$T_{n+1}(x) + T_{n-1}(x) = 2T_n(x)$ ;

$T_{n+1}(x) = 2xT_n(x) - T_{n-1}(x)$ ;

4<sup>0</sup>. Многочлены  $T_n(x)$  при четных  $n$  выражаются через четные функции при нечетных  $n$  через нечетные функции.

Проверим:

$T_2(x) = 2x^2 - 1$

$T_3(x) = 2x(2x^2 - 1) = 4x^3 - 2x$

$T_4(x) = 2x(4x^3 - 3x) - 2x^2 + 1 = 2^3x^4 - 3x^2 + 1$

5<sup>0</sup>. На отрезке  $[-1, 1]$  многочлен  $T_n(x)$  имеет ровно  $n$  различных действительных корней, которые рассчитываются по формуле:

$$x_k = \cos\left(\frac{(2R+1)\pi}{2n}\right); x = 0, 1 \dots n-1$$

Докажем:

$$\cos(n \arccos x) = 0;$$

$$\arccos x = \frac{T_1(1+2k)}{n};$$

Так как  $\arccos x \in [0; \pi]$ ;  $k=0, 1, \dots, n-1$ , чтобы туда попадал  $\arccos x$

$$x = \cos \frac{2k+1}{2n} \pi$$

Преобразование

$$\theta = \arccos x$$

можно рассматривать как проекцию пересечений полукруга с множеством прямых, имеющих равные углы между собой (Рис. (1)). Таким образом, множество точек  $x_j$ , на котором система чебышевских многочленов  $T_n(x)$  ортогональна, таково:

$$x_j = \cos \frac{\pi}{N} j \quad (j = 0, 1, \dots, N-1) \quad (1.17)$$

Это неравномерное расположение, у которого  $x_j$  сгущаются к обоим концам интервала  $-1 \leq x \leq 1$ , компенсируется в непрерывном случае (см. 1.16)) весовой функцией  $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ . Таким образом, почти выполняются свойство 2 рядов Фурье, пришлось только отказаться от равномерного расположения узловых точек. Поскольку многочлены  $T_n(x)$  есть, по существу,  $\cos n\theta$ , то они тоже являются равноколеблющимися функциями, и поскольку они многочлены, они обладают всеми свойствами ортогональных многочленов.

**Определение 1** Пусть

$$T_0(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}}, \quad T_n(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cos(n \arccos x), \quad n = 1, 2, \dots$$

есть ортонормированная система многочленов Чебышева в пространстве  $L_2$

Ряд вида

$$f(x, y) = \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} c_{ij}(f) T_i(x) T_j(y)$$

где

$$c_{ij}(f) = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{(1-x^2)(1-y^2)}} f(x, y) T_i(x) T_j(y) dx dy$$

называется двойным рядом Фурье-Чебышева функции  $f \in L_2$ .

#### Список использованных источников

1. Пашковский С. Вычислительные применения многочленов и рядов Чебышева. М.: Наука, 1983.
2. Темиргалиев Н. Теоретико-числовые методы и теоретико-вероятностный подход к

задачам анализа. Теория вложений и приближений, абсолютная сходимость и преобразование рядов Фурье // Вестник Евразийского университета. 1997. №3. С.90-144.

3. Коробов Н.М. Теоретико-числовые методы в приближенном анализе. – М.: Физматгиз, 1963.

4. Рябенский В.С. О таблицах и интерполяции функций из некоторого класса // Докл. АН СССР. – 1960. Т.131. - №5. – С.1025-1027.

### Резюме

В данной статье изучается метод восстановления функции по значениям ее коэффициентов Фурье-Чебышева. Оператор восстановления строится с помощью квадратурной формулы Смоляка, полученной путем применения метода тензорного произведения функционалов к системе Чебышева.

УДК 378(075.8):51

## КОМПЛЕКС САНДАРҒА АМАЛДАР ҚОЛДАНУ

Шалхарова Балжан Өмірбекқызы - 2 курс магистранты  
Шымкент Университетінің

1. Комплекс сандарды қосу.

Анықтама.  $x_1 + y_1 i$  және  $x_2 + y_2 i$  екі комплекс санның қосындысы деп  $(x_1 + x_2) + (y_1 + y_2)i$  комплекс санын айтады:  
 $(x_1 + y_1 i) + (x_2 + y_2 i) = (x_1 + x_2) + (y_1 + y_2)i$ .

Басқаша айтқанда, комплекс сандарды қосқанда олардың нақты бөліктері өз алдына және жорымал бөліктерінің коэффициенттері өз алдына қосылады.

Нақты сандар облысында 0-саны бар; Оны қандай нақты санға қосса да, ол сан өзгермейді:  $x + 0 = 0$ .

Комплекс сандар облысында осы сияқты сан  $0 + 0i$  саны болып табылады. Шындығында,  $x + yi$  қандай комплекс сан болса да:  
 $(x + yi) + (0 + 0i) = (x + 0) + (y + 0)i = x + yi$ .

Қосындысы нольге тең  $x$  және  $-x$  екі нақты сан қарама-қарсы сандар деп аталатыны белгілі. Осы сияқты қосындысы нольге тең  $x + yi$  және  $-x - yi$  екі комплекс сан да қарама-қарсы сандар деп аталады.

2. Комплекс сандарды азайту.

Анықтама.  $z_1 = x_1 + y_1 i$  және  $z_2 = x_2 + y_2 i$  екі комплекс санның айырмасы деп  $z_2$  санын қосқанда  $z_1$  саны шығатын  $z_3 = x + yi$  комплекс санын айтады:

Басқаша айтқанда, нақты сандардағы сияқты, комплекс сандар үшін де  $z_3 = z_1 - z_2$  теңдігі анықтама бойынша  $z_3 + z_2 = z_1$  екендігін білдіреді.

Көрсетілген анықтамадан әрбір комплекс саннан кез келген басқа комплекс санды шереруге болады деген қорытынды шықпайды. Бұлай шегерудің мүмкіндігі және оның бір мәнді болатындығы мына теорема бойынша тағайындалады.

Теорема. Кез келген  $z_1 = x_1 + y_1 i$  және  $z_2 = x_2 + y_2 i$  комплекс сандар үшін  $z_3 = z_1 - z_2$  айырмасы анықталған және де бір мәнді анықталған.

Дәлелдемесі. Біз шындығында  $z_2$  санын қосқанда  $z_1$  саны шығатын  $z_3 = x + yi$  комплекс саны болатынын және оның жалғыз екендігін дәлелдеуіміз керек:

$$(x_2 + y_2 i) + (x + yi) = x_1 + y_1 i. \quad (1)$$

Комплекс сандар қосындысының анықтамасы бойынша:

$$(x_2 + y_2 i) + (x + yi) = (x_2 + x) + (y_2 + y)i.$$

Сондықтан (1) теңдеуді мына түрде қайта жазуға болады:

$$(x_1 + x) + (y_2 + y)i = x + yi.$$

Екі комплекс сан, олардың нақты бөліктері және жорымал бөліктерінің коэффициенттері тең болған жағдайда, тек сол жағдайда ғана өз ара тең болады. Сондықтан

$$\begin{cases} x_2 + x = x_1, \\ y_2 + y = y_1. \end{cases}$$

Бұл теңдеулер жүйесінің әр уақытта да шешуі болады және ол жалғыз ғана болады:

$$x = x_1 - x_2, \quad y = y_1 - y_2.$$

Сондықтан (1) теңдеуді қанағаттандыратын нақты сандардың  $(x, y)$  пары болады және ол пар жалғыз ғана болады. Сонымен теорема дәлелденді. Шын мағынасында біз

$$(x_1 + y_1 i) - (x_2 + y_2 i) = (x_1 - x_2) + (y_1 - y_2)i.$$

екенін дәлелдедік.

Бір комплекс саннан екінші комплекс санды азайту үшін, олардың нақты бөліктерін өз алдына, жорымал бөліктерінің коэффициенттерін өз алдында азайтса болғаны.

3. Комплекс сандарды көбейту.  $(x_1 + y_1 i)$  және  $(x_2 + y_2 i)$  комплекс сандарын көбейту коэффициенттері нақты екімүшелікті көбейту сияқты орындалсын деу орынды, атап айтқанда:

$$(x_1 + y_1 i)(x_2 + y_2 i) = x_1 x_2 + x_1 y_2 i + y_1 x_2 i + y_1 y_2 i^2 = x_1 x_2 + (x_1 y_2 + y_1 x_2)i + y_1 y_2 i^2.$$

Бірақ  $i$  санының анықтамасы бойынша  $i^2 = -1$ . Сондықтан

$$y_1 y_2 i^2 = -y_1 y_2, \text{ демек,}$$

$$(x_1 + y_1 i)(x_2 + y_2 i) = (x_1 x_2 - y_1 y_2) + (x_1 y_2 + y_1 x_2)i. \quad (2)$$

Бұл формула екі комплекс санның көбейтіндісінің анықтамасының негізі етіп алынады.

Анықтама.  $x_1 + y_1 i$  және  $x_2 + y_2 i$  екі комплекс санның көбейтіндісі деп  $(x_1 x_2 - y_1 y_2) + (x_1 y_2 + y_1 x_2)i$  комплекс санын айтады.

Комплекс сандарды бір-біріне көбейте білу үшін (2) формуланы есте сақтау міндетті емес. Мұнда тек  $x_1 + y_1 i$  және  $x_2 + y_2 i$  комплекс сандарын екімүшелікті өзара көбейткен сияқты көбейтіп,  $i^2$ -ты -1 санымен алмастырса болғаны.