ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ

ШЫМКЕНТ УНИВЕРСИТЕТІ

**«Қазіргі заман жағдайындағы ғылым мен білім»
тақырыбындағы Халықаралық
ғылыми-тәжірибелік конференцияның**

ЕҢБЕКТЕР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК ТРУДОВ

**Международной научно-практической конференции
на тему
«Наука и образование в современных реалиях»**

IV том

Шымкент, 2021

ӘОЖ 378 (075.8)
ББК 78.58
Қ 22

Ұйымдастыру алқасы
Организационная коллегия

***Ұйымдастыру алқасының төрағасы*:** **Ғ.С. Пралиев** – э.ғ.д., Шымкент университетінің Басқарма Төрағасы

Председатель организационной коллегии: **Г.С. Пралиев** – д.э.н., Председатель Правления Шымкентского университета

Қ 22 «Қазіргі заман жағдайындағы ғылым мен білім» тақырыбындағы Халықаралық ғылыми-тәжірибелік конференцияның ЕҢБЕКТЕР ЖИНАҒЫ. IV том.
-*Шымкент: «Нұрлы Бейне» баспасы, 2021. -436 бет.*

СБОРНИК ТРУДОВ Международной научно-практической конференции на тему «Наука и образование в современных реалиях» том IV. **-***Шымкент: Издательство «Нурлы Бейне», 2021. -436 стр.*

ISBN 978-9965-554-38-2

Жинаққа «Қазіргі заман жағдайындағы ғылым мен білім» тақырыбындағы халықаралық ғылыми-тәжірибелік конференцияның ғылыми еңбектері енді. Еңбектер жинағын республиканың ЖОО студенттері, магистранттары мен жас ғалымдардың баяндамалары құрайды.

Баяндамалардың мазмұны ғылымның педагогика және психология, жаратылыстану, филология, математика және информатика, әлеуметтік ғылымдар, дене шынықтыру және спорт салалары бойынша жан-жақты мәселелерді қамтиды.

ӘОЖ 378 (075.8)
ББК 78.58

ISBN 978-9965-554-38-2

АЛҒЫ СӨЗ

Қазақстан Республикасының Президенті Қасым-Жомарт Кемелұлы Тоқаевтың 2021 жылы 5 қаңтарда жарық көрген «Тәуелсіздік бәрінен де қымбат» атты мақаласы негізінде болашаққа нық қадам басуға бағытталған, патриоттық рухы биік қазақстандық қоғам құру және 2021 жылы республика Тәуелсіздігінің 30 жылдығын мерекелеумен қатарлас, Президент мақаласындағы «Таным мен тағылым» бөлімінде атап өтілген «...Ел тарихын, ұлт шежіресі мен құндылықтарын сақтау мен дәріптеу» бағытын іске асыру үшін мерейлі іс-шаралардың ішінде халқымыздың батырларын ұлықтауда бар. Осы мақсатты жүзеге асыру үшін Шымкент университеті **«Қазіргі заман жағдайындағы білім мен ғылым»** атты республикалық ғылыми-тәжірибелік конференциясын ұйымдастырды.

Бүгін Шымкент университеті үшін дәстүрлі жыл сайынғы ғылыми-практикалық конференция екінші рет онлайн өтіп жатыр. Пандемия барлығымызды мәжбүрлеп оқшаулануымызға қарамастан, жас ғалымдар мен тәжірибелі мамандар арасында пікір және тәжірибе алмасуды тоқтатпады.

Конференцияның мақсаты: студенттер мен оқушылардың оқу-зерттеу жұмыстарының нәтижелерін талқылау; жастарды ғылыми-зерттеу қызметіне белсенді тарту; тәжірибе алмасу және білім беру мекемелерінің ынтымақтастығын орнату.

Біздің конференция ғылымның қазіргі даму кезеңіндегі көптеген өзекті мәселелерін қозғайды, атап айтқанда:

– Жаратылыстану ғылымдары (биология, экология, география, физика, химия);

– Педагогика және психология;

– Филология (шет тілдері, қазақ және орыс тілдері және әдебиеті);

– Математика. Информатика. Бағдарламалау;

– Әлеуметтік ғылымдар (тарих, құқықтану, экономика, саясаттану);

– Дене тәрбиесі.

Конференция маңызды оқиға болып табылады және сөзсіз ғылыми зерттеу үдерісін жақсартуға ықпал етеді және одан әрі жемісті жұмыс істеуге ынталандырады.

Сіздерге зор денсаулық, ғылыми және практикалық қызметіңізде сәттілік тілеймін!

Сейтқұлов Н.А.
- Шымкент университетінің ректоры,
п.ғ.д., профессор

4-СЕКЦИЯ.
МАТЕМАТИКА. ИНФОРМАТИКА. БАҒДАРЛАМАЛАУ

ГЕОГЕБРА БАҒДАРЛАМАСЫН ҚОЛДАНЫП ЖАЗЫҚТЫҚТАҒЫ САЛУ ЕСЕПТЕРІН ОРЫНДАУ МЫСАЛДАРЫ

Джапахова Ж.А.
Ғылыми жетекшісі –Кадирбаева Р.И., пед. ғыл.докт.
Шымкент университеті

Аннотация

Мақалада ГеоГебра интерактивті компьютерлік бағдарлама жайлы қарастырылған және оны жазықтықтағы салу есептерін орындауға арналған мысалдар келтірілген.

Қарқынды өзгеріп отырған әлемде жан-жақты дамыған баланы тәрбиелеу – бүгінгі күннің маңызды талаптарының бірі. Сондықтан да оқытудың жаңаша модельдерін іздеу және оларды қолдану білім беру жүйесіндегі өзекті мәселелер. Осы орайда білім беру үдерісінде компьютердің, ақпараттық технологиялардың кеңінен қолданылуы интерактивті жүйе құруға алып келді. Интерактивті жүйе көрнекілік пен кері байланысты қамтамасыз етеді. Арнайы интерактивті жүйелер, цифрлық ресурстар оқушыларға ерекше әсер етіп, берілген ақпараттарды бекітуде маңызды рөл атқарады. Цифрлық ресурстардағы бейнекөріністер сабақты қызықты етіп жандандыра түседі, олар оқушылардың қызығушылығын арттырып, шығармашылық қабілетін дамытуға септігін тигізеді.

Сондықтан да, математиканы оқытуда пайдалануға болатын цифрлық ресурстарды әзірлеу немесе арнайы қорлардан іздеп табу және оларды пайдалану әдіс-тәсілдерін игеру сияқты мәселелер білім беруді ақпараттандыру жағдайында математиканы оқытудың өзекті мәселелеріне айналып отыр.

Қазіргі таңда Интернет желісінде еркін таралған цифрлық ресурстарды әзірлеуге арналған бағдарламалар өте көп, олардың ішінде ең қолайлы, келешегі мол жүйе - ГеоГебра бағдарламасы.

ГеоГебра – бұл геометрия мен алгебраны, кестелерді, графиктерді, статистика және математикалық анализді бір ортаға әкелетін, білім берудің барлық деңгейіне арналған интерактивті компьютерлік бағдарлама. Ол бүгінде ғылым, технология, инженерия және математиканы үйренуге арналған алдыңғы қатардағы интерактивті бағдарламаға айналып келеді. Бағдарламаны Маркус Хохенвартер Java тілінде жазған. Қазіргі уақытта бағдарлама көптеген тілге аударылып, белсенді қолданылу үстінде [1].

«ГеоГебра» бағдарламасында**:** «жансыз фигуралар мен графиктерге жан бітеді; кез-келген фигураны анимациялауға болады; «Ойнау» батырмасы арқылы сабаққа керек сызбаны алдын-ала сызып алып, қайталап көрсетуге болады; компьютерлік сауаттылық артады.

ГеоГебра бағдарламасы көбіне геометрия үшін еркін таралған орта. Яғни, циркуль мен сызғыштың көмегімен салу есептерін орындауда таптырмайтын құрал. Ол геометриядағы салу есептерін көрнекі орындай отырып, оларды анимациялауға мүмкіндік береді.

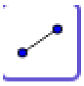
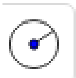
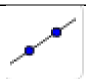
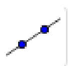
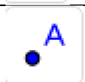
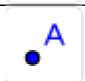
Жалпы алғанда, геометриялық *салу есебі* деген алдын ала берілген құралдарды пайдалана отырып, есепте берілген - салынған фигуралар жиынын және салынбақ фигураның олармен қатыстары туралы талаптарды ескере отырып, сол фигураны салу. Есеп шартын қанағаттандыратын әрбір салынған фигура сол салу есебінің *шешімі* делінеді. Ал салу есебін шешу – сол салу есебін шешудің жолын анықтау, анықталған жол бойынша оны салу және ол есептің шешімі қандай жағдайларда болады, болса қанша болады, қандай жағдайда есептің шешімі болмайды деген сұрақтарға жауап іздеуден тұрады. Қарапайым болып табылатын салу есебін шешудің өзі бірнеше қадамнан тұрады. Сондықтан салу есебін шешуде белгілі бір схеманы басшылыққа алған жөн. Қалыптасқан схема бойынша салу есебін шешу 4 кезеңнен: талдау, салу, дәлелдеу, зерттеуден тұрады. Әрине, салу есебін шешуде бұл схеманы барлық кезде қатаң қолдану міндетті емес, кейде бұдан өзге жолдарды пайдаланған тиімді болады. Дегенмен бұл схема геометриялық салу есебін шешуді жеңілдетеді [2].

Енді мектеп жазықтықтағы салу есептерін ГеоГебра бағдарламасында орындауға мысалдар келтірейік.

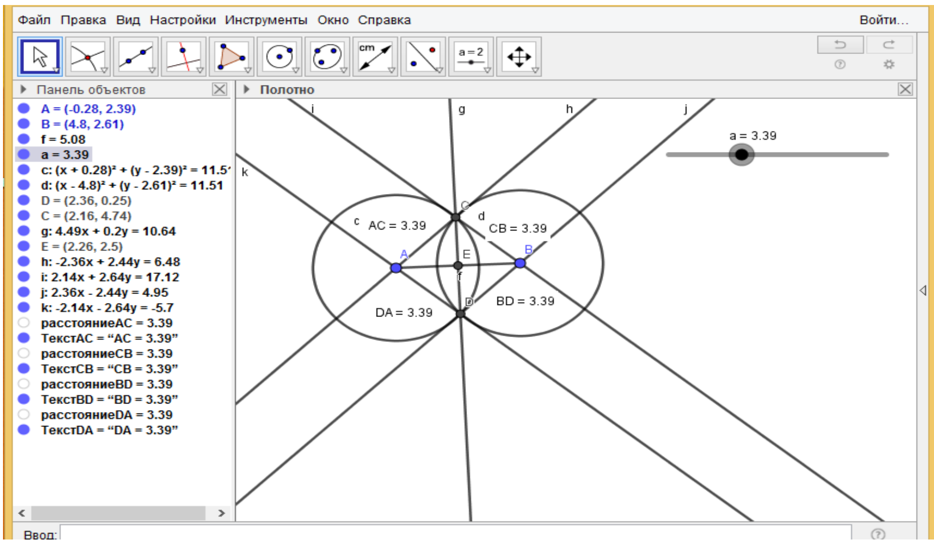
Мысал 1. GeoGebra бағдарламасының көмегімен кесіндіге орта перпендикуляр жүргізу.

Бұл мысалда орындалатын әрекеттерді арнайы кестеде көрсетейік (кесте 1).

Кесте 1 – Командалар тізбесінің сипатталуы

№	**Құрал**	**Орындалатын іс-әрекеттер**
1		GeoGebra бағдарламасын ашу
2		Екі нүкте арасындағы кесінді. Шеңбердің радиусын анықтайтын а слайдерін анықтаймыз, оның төменгі мәні кесіндінің ұзындығының жартысына тең, ал жоғарғы мәні кесіндінің ұзындығына тең.
3		Центр және радиус арқылы салынған шеңбер құралы арқылы А және В нүктелерінен екі шеңбер саламыз. Шеңберлердің радиусы АВ кесіндісінің ұзындығының жартысынан кем болмауы керек.
4		Екі шеңбердің қиылысқан нуктелерін тауып, оларды қосамыз. Бұл кесінді АВ түзуін қақ бөледі және АВ түзуіне перпендикуляр.
5		А нүктесі мен С нүктесін қосатын және А нүктесі мен D нүктесін қосатын түзулер жүргіземіз.В нүктесінен де түзулер жүргіземіз.
6		Берілген кесінді мен салынған түзудің қиылысун Е нүктесін белгілейміз.
7		АС және АД тең,ВС және ВД тең. Себебі,олар шеңбердің радиустары болып табылады. Сондықтан,екі үшбұрыш тең. Демек, АЕ кесіндісі ЕВ кесіндісіне тең болады. СД АВ-ны қақ бөліп тұр.

Жоғарыда көрсетілген іс-әрекеттерді орындау арқылы GeoGebra алаңында төмендегідей кескінді аламыз (сурет 2).

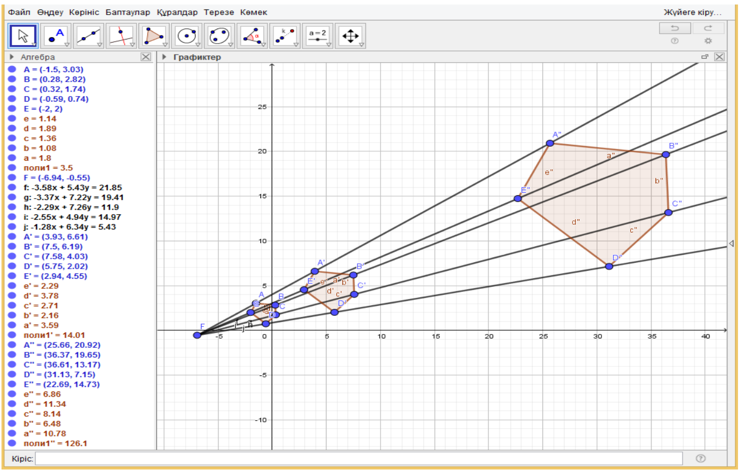


Сурет 1 – Кесіндіге орта перпендикуляр жүргізу.

Сонымен, GeoGebra бағдарламасындағы *Екі нүкте арасындағы кесінді* құралын пайдаланып, кесіндіге орта перпендикуляр жүргіздік. Мұндағы слайдер құралын жылжыту арқылы динамикалық кескіннің өзгерісін бақылауға болады.

Мысал 2. GeoGebra бағдарламасының көмегімен Ф фигурасына ұқсас Ф1 және Ф2 фигурасын салу.

Салу есебін GeoGebra бағдарламасында орындаймыз. Ол үшін GeoGebra бағдарламасын ашып, *Дұрыс көпбұрыш* құралын таңдап, кез келген бесбұрыш саламыз. Кез келген бір F нүкте аламыз. Осы нүктені салынған фигурамыздың барлық нүктелерімен қосамыз. Көбейткіш арқылы *Обьектіні нүктеден көшіру* құралын таңдап, Бесбұрышты және F нүктені басамыз да, Көбейткішке 2 санын енгіземіз. Сонда фигурамыздың екі есе үлкейген нұсқасын аламыз. Осы әрекеттерді бірнеше рет қайталап, басқа да ұқсас көшірмелерді алуға болады (сурет 3).



Сурет 2 – Гомотетия көрінісі.

Қорыта айтқанда, ГеоГебра бағдарламасын жазықтықтағы салу есептерін орындауда қолдану оқушылардың математикаға қызығушылығын тудырады, компьютерлік құзіреттіліктерін қалыптастырады және олардың шығармашылық қабілетін дамытуға әсер етеді.

Әдебиеттер

1. Байназаров Т.ГеоГебраға кіріспе. Әдістемелік құрал, Астана 2013.
2. Рахымбек Д. Геометрияны оқыту әдістемесі (планиметрия): оқу құралы. - Шымкент: М.Әуезов атындағы ОҚМУ, 2013. – 374 б.
3. Кадирбаева Р.И. Математиканы оқытуда компьютерлік технологияны пайдалану (оқу құралы) – Шымкент, 2020. -256 б.
4. http://www.geogebra.org

GEOGEBRA БАҒДАРЛАМАСЫН ГЕОМЕТРИЯЛЫҚ ТЕОРЕМАЛАРДЫ ДӘЛЕЛДЕУГЕ ПАЙДАЛАНУДЫҢ РӨЛІ

Жұмағұл А.А.
Ғылыми жетекшісі –Кадирбаева Р.И., пед. ғыл.докт.
Шымкент университеті

Аннотация

Мақалада Geogebra интерактивті геометриялық ортасында мектеп геометриясының теоремаларын дәлелдеудің динамикалық кескіндеріне мысалдар келтірілген.

Геометриялық тұжырымдарды дәлелдеуге үйрету мектеп геометрия курсының негізгі мақсаттарының бірі болып табылады, ол дәстүрлі түрде тұжырымдардың ақиқатын және қабылданған шешімдердің дұрыстығын дедуктивті сипаттағы логикалық тұжырымдармен растау дағдыларын қалыптастырумен байланысты. Бұл дәстүр математиканың даму кезеңінен басталады, тек логикалық тұжырым ережелеріне негізделген пайымдау сенімді және қатал болып саналды. Бүгінгі таңда математиктердің логикалық дәлелдерге қатынасы компьютерлік технологияның әсерінен біртіндеп өзгеруде [1].

Сондықтан да толық индукция схемасына сәйкес жүргізілген компьютерлік эксперименттің теоремалардың ақиқатын негіздеуде атқаратын рөлі туралы ойлануға тура келеді. Осы орайда геометриялық теоремаларды дәлелдеуде Geogebra бағдарламасын пайдаланудың өзіндік орны бар.

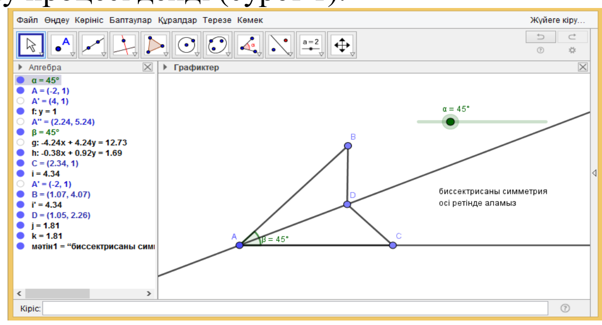
Geogebra – бұл геометрия мен алгебраны, кестелерді, графиктерді, статистика және математикалық анализді бір ортаға әкелетін, білім берудің барлық деңгейіне арналған интерактивті компьютерлік бағдарлама. Ол бүгінде ғылым, технология, инженерия және математиканы үйренуге арналған алдыңғы қатардағы интерактивті бағдарламаға айналып келеді. Geogebra бағдарламасында**:** «жансыз фигуралар мен графиктерге жан бітеді; кез-келген фигураны анимациялауға болады; «Ойнау» батырмасы арқылы сабаққа керек сызбаны алдын-ала сызып алып, қайталап көрсетуге болады; компьютерлік сауаттылық артады [2].

«ГеоГебра**»** бағдарламасында**:** «жансыз фигуралар мен графиктерге жан бітеді; кез-келген фигураны анимациялауға болады; «Ойнау» батырмасы арқылы сабаққа керек сызбаны алдын-ала сызып алып, қайталап көрсетуге болады; компьютерлік сауаттылық артады [3].

Geogebra интерактивті геометриялық ортасы планиметрияда берілетін теоремалардың дәлелдеулерін көрнекі түрде көрсетуде маңызды рөл атқарады. Өйткені, оқушылар теоремаларды дәлелдеу алдында оның сызбасын дұрыс сызуды және оның элементтерінің байланысын анықтауды жетік меңгергені жөн. Сол себепті, Geogebra бағдарламасын геометриялық теоремаларды дәлелдеуге пайдалану жолдарын көрсететін мысалдар қарастырайық.

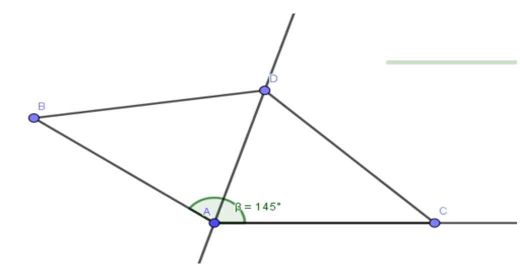
1-теорема. Бұрыштың жақтарында тең кесінділер белгіленген AB=AC. Оның биссектрисасынан D нүктесін белгілеп, алынған ABD және ACD үшбұрыштары тең.

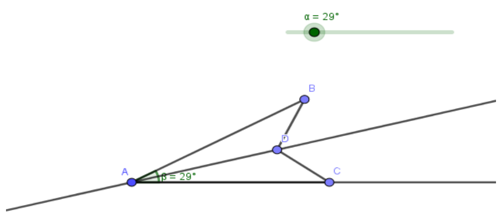
Теоремада айтылған ABD және ACD үшбұрыштары тең екенін көрсету үшін сызба жұмыстарын Geogebra интерактивті геометриялық ортасында орындайық. Бұл процесті динамикалық кескін салу процесі дейді (сурет 1).



Сурет 1 - Динамикалық кескін

Слайдерді жылжыту арқылы түрлі жағдайда төмендегідей кескіндерді аламыз.





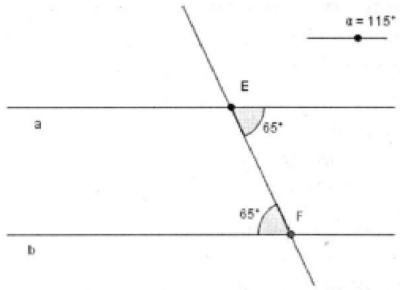
Қорытынды. ABD және ACD үшбұрыштары биссектриса түзуіне қарағанда симметриялы түрлендірулермен байланысқан нүктелер арқылы құрылғандықтан, олар тең.

2-теорема. Берілген екі параллель түзуді үшінші бір түзумен қиғанда пайда болған айқыш бұрыштар тең және керісінше.

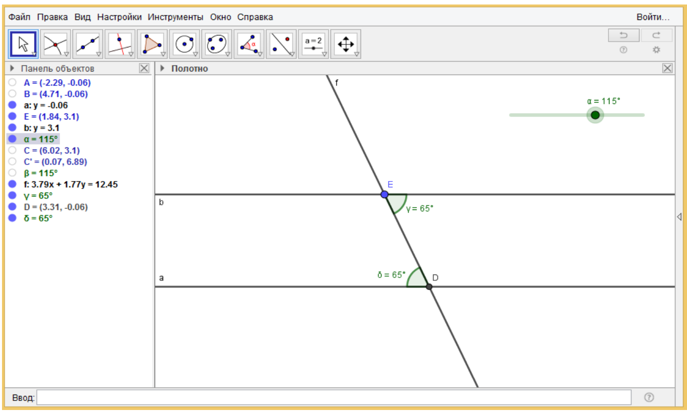
Берілгені: a||b

∠F және ∠E – ішкі айқыш бұрыштар

Дәлелдеу керек: ∠F және ∠E



Динамикалық кескінді салу (сурет 2) процесін Geogebra интерактивті геометриялық ортасында орындаймыз.



Сурет 2 –Динамикалық кескін

Алынған кескінді слайдер арқылы жылжытып, ұйғарымның дұрыстығына көз жеткізіледі. Дәл осылай керісінше ұйғарымды да дәлелдеуге болады.

Қорыта айтқанда, Geogebra интерактивті геометриялық ортасында теоремалардың дәлелдеулерін динамикалық кескіндермен сипаттай отырып, оның оқушылардың математикаға қызығушылығын тудыруға, компьютерлік құзіреттіліктерін қалыптастыруға және олардың шығармашылық қабілетін дамытуға мүмкіндік беретініне көз жеткіземіз.

Әдебиеттер

1. Сергеева Т. Ф. Основы динамической геометрии: монография - М. : АСОУ, 2016. - 152 с

2.Кадирбаева Р.И. Математиканы оқытуда компьютерлік технологияны пайдалану (оқу құралы) – Шымкент, 2020. -256 б.

3.Байназаров Т.ГеоГебраға кіріспе. Әдістемелік құрал, Астана 2013.

4.http://www.geogebra.org

MAPLE ЖҮЙЕСІН СЫЗЫҚТЫҚ АЛГЕБРАЛЫҚ ТЕҢДЕУЛЕР ЖҮЙЕСІН ШЕШУДЕ ПАЙДАЛАНУ

Курманалиева М.А.

Ғылыми жетекшісі –Кадирбаева Р.И., п.ғ.д.

Шымкент университеті, Шымкент қаласы

Аннотация

Сызықтық алгебралық теңдеулер жүйесін шешу үшін Maple математикалық пакетінің мүмкіндіктері көрсетілген.

Қолданбалы математикалық есептерді шешу кезінде компьютерлік математиканың ақпараттық жүйелері кең қолданыста болды. Ғалымдар мұндай компьютерлік бағдарламаларға әр түрлі аттар ұсынды. Осылайша, олар «компьютерлік алгебра жүйесі», «математикалық пакет», «аналитикалық есептеуіш жүйелері», «компьютерлік математикалық пакет» деген аттарды алып жүрді, ал соңғы кезде «компьютерлік математика жүйелері» деген ат бекітілді. Басында компьютерлік математикалық пакеттер екі әр түрлі класқа бөлінді: сандық және символдық (аналитикалық) есептеулер үшін жүйелер. Біріншісіне, әдетте Eurica, MATLAB, MathCAD, электрондық кестелер, мысалы, Microsoft Excel жүйелері қатысты. Ал екіншілерге Derive, MuPAD, Mathematica, Maple компьютерлік алгебра жүйелері енді [1].

Қазіргі кезде бұл компьютерлік математикалық пакеттер сандық та, аналитикалық та есептеуішті автоматтауды қамтамасыз ететін әмбебап математикалық жүйелері ретінде одан әрі дамуға бет алды. Әмбебаптардың ішінде MATLAB, MathCAD, Mathematica және Maple-ды атап өтсе болады. Бір жағынан қарағанда, оптималдық компьютерлік математикалық пакетті таңдау оны қолданудың соңғы тапсырмаларымен, оның көмегімен шешілетін есептер жинағымен, зерттеудің ғылыми бағытымен және басқаларымен анықталады. Басқа жағынан қарағанда, барлық математикалық пакеттер қолайсыз формулалық есептеулердің автоматтау үрдісін бірыңғай тағайындау және сандық, формулалы және графикалық түрде соңғы шешімді алу болып табылады, сонымен ол қолданушыны уақыттың ұтымсыз шығынынан босатады. Барлық компьютерлік математикалық пакеттер математиканың әр түрлі есептерін шешу үшін жеткілікті мықты құралдар қоры бар, көптеген кіріктірілген функциялармен, символды түрлендіру құралдарымен, визуализация және жандандырумен жабдықтандырылған.

Білім беру үшін аса қолайлы компьютерлік математикалық пакеттердің бірі Waterloo фирмасының Maple математикалық пакеті болып саналады. Maple математикалық пакеті білім беру ортасында қолдануға негізделген. Қазіргі кезде Maple математикалық пакеті кең көлемдегі есептерді шеше алатын мықты және әмбебап бағдарлама болып табылады және ол маңдай алды мүмкіндіктерге ие.

Maple жүйесі Microsoft Windowsтің кез-келген қолданбалы жүйесі сияқты стандартты бұйрықтар, панельдер пернелерімен қамтамасыз етілген. Бұл бұйрық және пернелер Maple жүйесінің ерекшілігін есепке алған болса да Windows программаларының жалпы интерфейсі сақталған болып, пайдаланушылар жүйемен жұмыс істеген кезде ерекше дайындығы болуы шарт емес.

Maple математикалық пакетінде жұмыс интерактивті түрде жүргізіледі, яғни пайдаланушы тек командаларды ғана енгізеді және бірден экранда олардың орындалуының нәтижесі немесе қателік туралы хабарлама көрінеді, себебі команданың дұрыс енгізілмеу ықтималдығы бар, сосын команданы қайта енгізу туралы ұсыныс беріледі. Maple математикалық пакетінің интерфейсі сандарды, әртүрлі символдарды және графиканы қамтитын электрондық кестелер түріндегі жұмыс өрісін кейіптейді. Жұмыс парақтарын иерархиялық түрде, бөлімдер мен ішкібөлімдер түрінде орындауға болады, оларды кеңейтуге де, жиыруға да болады, бұл үлкен көлемді есептерді шешу үшін ыңғайлы болып табылады. Maple математикалық пакетінің әралуан ішкі программаларды жылдам жүзеге асыруға арналған өз программалау тілі бар [2].

Maple жүйесінің негізгі бөлімінен басқа, арнайы функциялар жиынтығы орналасқан кеңейтілген пакеті де бар. Әрбір пакетте берілген тақырыптағы есептерді шешуге арналған функциялар орналасқан. Сызықтық алгебра есептерін шешуге арналған командалар **LinearAlgebra** және **VectorCalculus** пакеттерінде, сондай-ақ **linalg** пакетінде бар. Бұл пакеттерде негізгі командалардың ұқсас жиынтығы бар, сәйкес командалар арасындағы айырмашылықтар олардың синтаксисінде болады.

Maple математикалық пакетінде

$$\begin{cases} a_{11}\,x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}\,x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2, \\ \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \\ a_{m1}\,x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

сызықты теңдеулер жүйесінің екі түрлі жолмен шешілуін қарастырайық [3].

Бірінші әдісі: стандартты **solve(eq, per)** командасы кеңейтілген түрдегі сызықтық теңдеулер жүйесінің шешімін табады, мұндағы **eq -** теңдеулер жиыны, **per -** айнымалылар жиыны.

Мысал 1.

$$\begin{cases} 3x + 7y - 4z = -2 \\ 6x + 14y - z = 10 \\ -3x - 28y + 3z = -12 \end{cases}$$

теңдеулер жүйесінің шешімін табу керек.

> eq:= {3*x+7*y-4*z=-2, 6*x+14*y-z=10, -3*x-28*y+3*z=-12}:

> sheshimi:=solve(eq, {x,y,z});

$$sheshimi := \left\{x = \frac{2}{3}, y = \frac{4}{7}, z = 2\right\}$$

Ал енді **x** пен **y** жуық мәндерін табайық.

> evalf(subs(sheshimi, x), 4);

$$0.6667$$

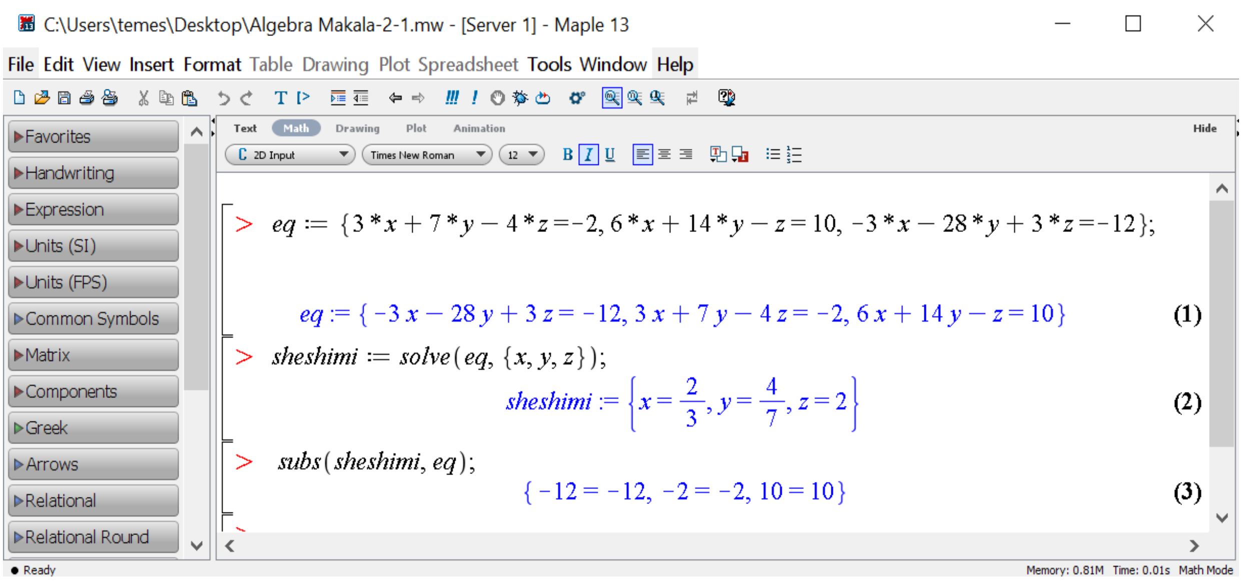
> evalf(subs(sheshimi, y), 4);

$$0.5714$$

Жүйе шешімінің дұрыстығын орнына қою әдісі бойынша тексерейік.

> subs(sheshimi, eq);

$$\{-12 = -12,\ -2 = -2,\ 10 = 10\}$$



Екінші әдісі: **LinearAlgebra** пакетінің **LinearSolve(A,b)** командасы (немесе **linalg** пакетінің **linsolve(A,b)** командасы) $Ax = b$ сызықтық теңдеулер жүйесінің шешімін табады. Бұл команданың аргументтері: A - матрица, b - вектор.

- **NullSpace(A, outopts)** –матрица өзегінің базисін іздеу, яғни біртекті теңдеулер жүйесінің шешіміне эквивалентті векторлар {x: Ax=0}.
- **GenerateEquations(A, v, B)** – $Av = \mathrm{b}$ сызықты теңдеулер жүйесін құру, мұнда A – m x n өлшемді коэффициенттер матрицасы, v – n өлшемді белгісіздер тізімі, B – оң жақтағы вектор. Команданы шақыру мысалы: **GenerateEquations(A,[x,y,z],b)**
- **GenerateMatrix(eqns, vars)** – eqns теңдеулерінің тізімінен (жиынынан) және vars белгісіздер тізімінен (жиынынан) коэффициенттер матрицасын құру. Команданы шақыру мысалы: **GenerateMatrix([eq1,e2,eq3],[x,y,z]).**

Мысал 2.

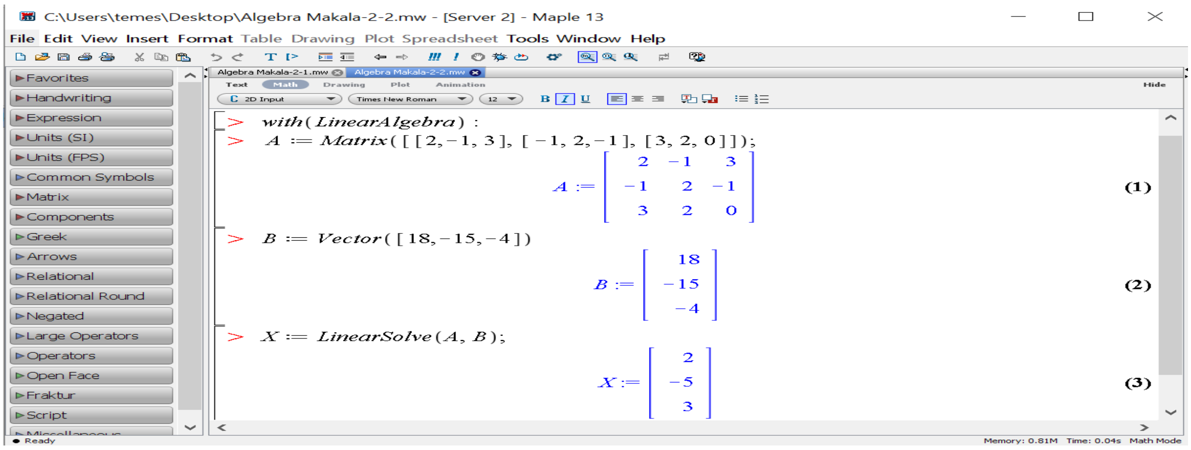
$$\begin{cases} 2x - y + 3z = 18 \\ -x + 2y - z = -15 \\ 3x + 2y = -4 \end{cases}$$

теңдеулер жүйесінің шешімін табу керек.

$\mathrm{A}x = b$ матрицалық теңдеуін шешу керек, мұндағы $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ -1 & 2 & -1 \\ 3 & 2 & 0 \end{bmatrix}$, b= $\begin{bmatrix} 18 \\ -15 \\ -4 \end{bmatrix}$.

> with(LinearAlgebra):
> A:=Matrix([[2,-1,3],[-1,2,-1],[3,2,0]]):
> B:=Vector([18,-15,-4]):
> X:=LinearSolve(A,B);

$$X := \begin{bmatrix} 2 \\ -5 \\ 3 \end{bmatrix}$$



Қорыта айтқанда, Maple математикалық пакетінде сызықтық алгебралық теңдеулер жүйесін шешу есептері қызықты болуы мүмкін, себебі ол біршама зияткерлік күш жұмсаудан және жөнсіз уақытты шығындаудан босатады.

Қолданылған әдебиеттер

[1] Молчанова Л.А. Введение в Maple. – Владивосток: Изд.ДВГУ, 2006. – 36с.

[2] Аладьев В.З. Системы компьютерной алгебры. Maple: Искусство программирования. –М.: БИНОМ, 2006. –792 с.

[3] Савотченко С.Е., Кузьмичева Т.Г. Методы решения математических задач в Maple: Учебное пособие. – Белгород: Изд. Белаудит, 2001. – 116 с.

ГЕОМЕТРИЯНЫ ОҚЫТУДА GEOGEBRA ОРТАСЫНЫҢ ДИНАМИКАЛЫҚ МОДЕЛЬДЕУ ЭЛЕМЕНТТЕРІН ҚОЛДАНУ

Урунбаева М.М.
Ғылыми жетекшісі –Кадирбаева Р.И., п.ғ.д.
Шымкент университеті

Түйіндеме
Мақалада мектеп геометриясын оқытуда Geogebra интерактивті геометриялық ортада динамикалық модельдеу элементтерін қолдану мәселелрі қарастырылған.

Евклидті геометрия адамдардың практикалық әрекет ету процесінде тарихи жинақталған. Сондықтан қарапайым геометрияның ұғымдық аппараты негізінен "модельдік табиғатқа" ие ғылыми ұғымдармен ұсынылған. Олардың қатарына геометриялық фигуралардың түрлері, олардың теңдігі мен ұқсастық қатынастары, фигуралардың жазықтықта және кеңістікте өзара орналасу қатынастарының түрлері, геометриялық шамалардың түрлері және геометриялық түрлендірулер туралы ұғымдар жатады. Олар қоршаған ортаның объектілері мен құбылыстарының сыртқы қасиеттерін, яғни олардың түрлерін, өлшемдерін, басқа объектілерге қатысты жағдайын, түрін өзгертуін сипаттауда геометриялық тілдің өрнектеу мүмкіндіктерін кеңейту қажеттілігінен пайда болды [1].

Эмпирикалық және теориялық оқытудың (визуалды және дедуктивті ойлаудың) арақатынасы мәселесі геометриялық білімнің пайда болуының басынан бастап бар және ол математикада көрнекілік принципін жүзеге асыру мәселесімен байланысты. В.А.Далингердің пікірінше, егер жемісті нәтижелерге қол жеткізу үшін оқушының көрнекі ойлау функцияларын қосуға мүмкіндік беретіндей іс-әрекеттің әдістемелік қамтамасыз етілуін табуға болатын болса, онда бұл мәселе түбегейлі жаңа шешімге қол жеткізе алады [2].

В.А.Далингер айтқан визуалды ойлау функцияларын қосуға қабілетті әдістемелік құрал, біздің ойымызша, интерактивті геометриялық орта болып табылады, өйткені олар геометриялық объектілердің виртуалды динамикалық модельдерін құру және оқытуда қолдану мүмкіндігін қамтамасыз етеді.

Демек, интерактивті геометриялық ортада геометриялық ұғымдарды қалыптастыру мақсатында динамикалық модельдеу элементтерін қолданудың маңызы зор. Сол себепті, оқушыларға ұғымның мазмұны мен көлемін ашу міндеттеріне барабар болатын нақты объектінің динамикалық моделін құру және оны іске қосу қызметімен айналысуға жағдай жасау қажет. Осындай жағдай туғызуға мүмкіндік жасайтын орта ол - Geogebra интерактивті геометриялық ортасы.

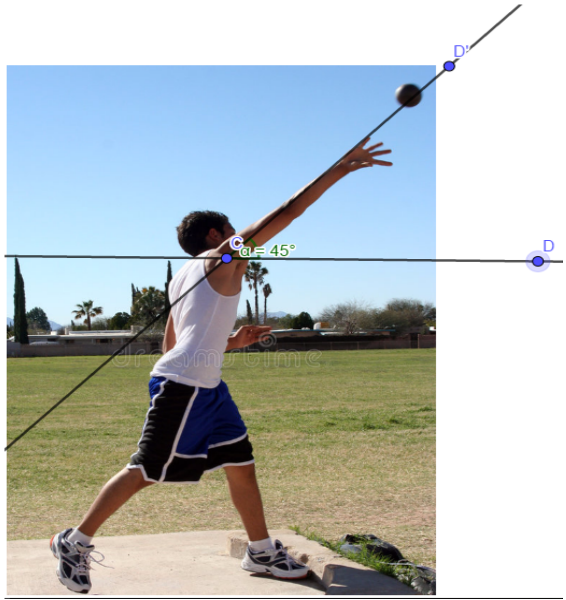
Geogebra – бұл геометрия мен алгебраны, кестелерді, графиктерді, статистика және математикалық анализді бір ортаға әкелетін, білім берудің барлық деңгейіне арналған интерактивті компьютерлік бағдарлама. Оның ерекшеліктері: «жансыз фигуралар мен графиктерге жан бітіреді; кез-келген фигураны анимациялауға мүмкіндік береді; «Ойнау» батырмасы арқылы сабаққа керек сызбаны алдын-ала сызып алып, қайталап көрсетуге болады; компьютерлік сауаттылықты арттырады [3].

Динамикалық модельдеуді қолдануды "бұрыш" ұғымын қалыптастыру мысалында қарастырайық.

1.Интуитивті модельді өзектендіру кезеңі. Оқушылар қандай да бір нақты объектіні "бұрыш" терминімен белгілеу үшін пайдаланатын көріністер жүйесін терминнің мағынасымен анықталатын нысанды көру тәсілінің интуитивті үлгісі деп атаймыз. "Бұрыш" ұғымын қалыптастыру процесі оқушыларды осы ұғымды өзектендіру қызметіне кірістіруден басталады. Осы мақсатта оларға "Допты 45° бұрышта лақтыр" сөйлемін қалай түсінетінін суреттегі кескіндер арқылы түсіндіру туралы тапсырма ұсынылуы мүмкін (сурет 1).

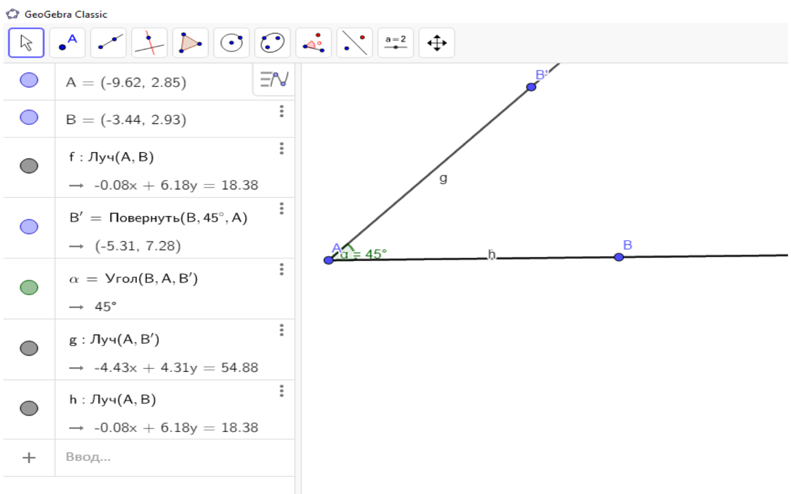
Кескіндерді салу үшін тапсырма анағұрлым күрделі жағдайларда сәйкесінше анимацияланған демонстрациямен ауыстырылуы мүмкін.

Осы жұмыстың нәтижесінде оқушы "бұрыш" терминімен белгіленген нақты нысанды оның моделі - геометриялық нысанмен ауыстырады. Ол үшін ортада қолданылатын құралдар: нүкте, сәуле, бұрыш. Бұл құралдарды пайдаланудың өзінен қарастырып отырған ұғымның бұрын белгілі ұғымдармен генетикалық байланыс орнататыны байқалады.



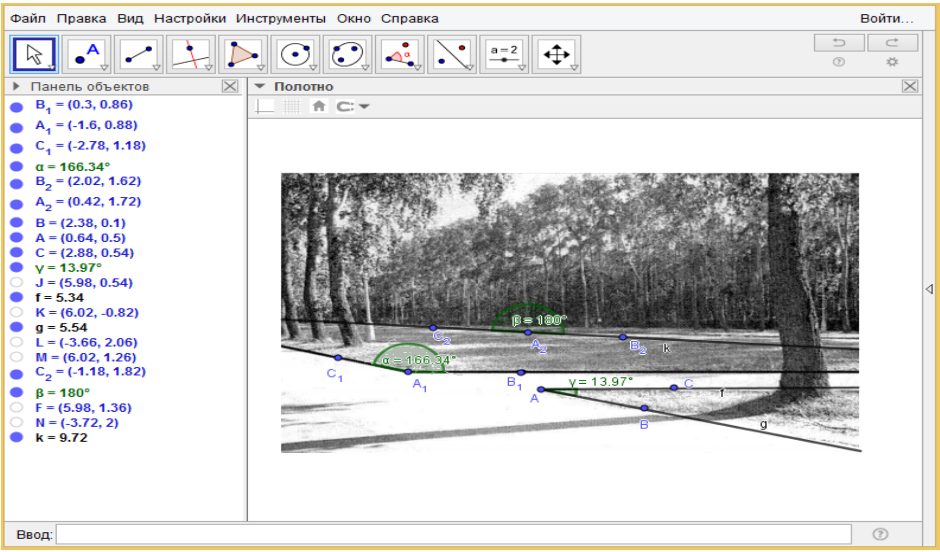
Сурет 1 – Визуалды кескін

2. Динамикалық модельді алу кезеңі. Салынған сурет бұрыштың шамасы мен оны анықтайтын нүктелердің жазықтықта орналасу позициясына қатысты динамикалық қасиетке ие. Бұл оны «бұрыш» терминін басқа нақты нысандарға тарату мүмкіндігін тексеру құралы ретінде пайдалануға мүмкіндік береді. Оқушыларды осындай тексеру қызметіне қосу нақты объектілердің суреттерін таңдауды талап етеді. Олардың арасында «бұрыш» терминін қолдану өте орынды болатын объектілер болуы және де олардың жазықтықта орналасуы, бұрыштың шамасы сияқты маңызды емес қасиеттері әр түрлі болуы керек (сурет 2, 3).



Сурет 2- Компьютерлік кескін

Бұл кезеңде жұмыс нәтижесі терминге геометриялық объектіні немесе олардың жиынтығын емес, жалпы қалыптасатын ұғымның көлемін қамтитын динамикалық бейнені бекіту болып табылады.



Сурет 3 - Визуалды кескін

Осы динамикалық бейнені терминнің таралу аймағының динамикалық моделі деп атаймыз. Сонымен қатар, осы кезеңде оқушылар мазмұн мен ұғым туралы білім алады:

- параметрлердің рұқсат етілген мәнімен танысады (мысалы, бұрыштың градустық өлшемі 0 °-ден 180° -қа өзгеруі мүмкін екенін біледі);

- екі сәулемен берілетін бұрыштардың түрлері туралы түсініктерді нақтылайды:

Ішкі (кіші бұрыш) және сыртқы бұрыш (үлкен бұрыш) ;

- жазыңқы бұрыш пен нөлдік бұрышты ерекше жағдай ретінде ажыратады;

-бұрыштарды олардың градустық өлшемдері бойынша жіктейді: сүйір, тік, доғал.

Теориялық модельді алу кезеңі. Кезеңнің мақсаты – объектіні ұғымға келтіру мүмкіндігі туралы мәселені бір мағыналы шешу үшін терминге қажетті және жеткілікті қасиеттерді бекіту, оның қасиеттері мен жаңа ұғымның мүмкіндіктері туралы білімді кеңейту. Осы кезеңде алынған тұжырымдар жиынын терминнің таралу саласының теориялық моделі деп атаймыз.

Қажетті және жеткілікті қасиеттер жиынтығы динамикалық сызбаны құру алгоритмін береді. Ол геометриялық нысанның кескінін құру протоколын экранға шығару процесінде ашылады. Хаттама оқушылардың ұғымның анықтамасын тұжырымдауға берілген тапсырманы орындауы үшін сөйлеу тірегі ретінде немесе оқулықта берілген анықтамалардың мағынасын түсіну үшін негіз ретінде пайдаланылуы мүмкін. Бұл жағдайда оқушыларға мынадай тапсырмалар беріледі:

1) анықтаманы интерактивті геометриялық ортада (ИГО) "бұрыш" салу алгоритміне түрлендіру;

2) алынған алгоритмді Салу хаттамасында ұсынылған алгоритммен салыстыру;

3) егер олар сәйкес келмесе, онда егерде алгоритмнен анықтамада ұсынылмаған қадамдарды алып тастаса (немесе жетіспейтін қадамдармен толықтырса) сызба қасиеттерінің қалай өзгеретінін зерттеу.

Мысалы, оқулықта келесі анықтама берілсін: "бұрыш – бұл бұрыштың төбесі болатын нүктеден және басы осы нүкте болатын екі сәулден пайда болған геометриялық фигура". Бұл анықтама ИГО-да бұрыш салудың келесі алгоритмін көрсетеді:

1) нүктені белгілеу;

2) осы нүктеде басталып, басқа, еркін таңдалған нүкте арқылы өтетін сәуле салу;

3) дәл сол нүктеде басталатын, еркін таңдалған үшінші нүкте арқылы өтетін басқа сәуле салу.

Бұл алгоритм Салу хаттамасындағы соңғы қадамды жоюды талап етеді.

Мұндай бұрыштың шамасын өлшеуге болмайтыны анық, өйткені ол сәулелер арасындағы жазықтықтың бөлігін қамтымайды.

Оқушыларға "анықтамадағы" нүктелер тәртібін өзгерту тапсырмасын беру олардың берілуінде белгілі бір ережелерді сақтаудың маңыздылығын көрсетеді .

"Сыртқы бұрышқа рұқсат ету" және "әрқашан сыртқы бұрыш" жолдарында жалаушаларды орнату не алып тастау тапсырмалары сәулелер арасындағы бұрыш түсінігін кеңейтудің бір жолын анықтауға мүмкіндік береді (0°-ден 360 °-ға дейінгі градустық шамалармен бұрыштарды белгілі бір бағдарда қарау) .

ИГО-да оқушылардың "бұрыш" ұғымы туралы білімдерін кеңейту бойынша жұмыс төмендегілермен байланысты болуы мүмкін:

* бұрышты берудің басқа тәсілдерін зерттеу (аспапты пайдалана отырып, берілген шамамен бұрыш салу);

* бұрыштың градустық шамасын анықтаудың рұқсат етілген саласын ұлғайту арқылы бұрыш ұғымын одан әрі кеңейту мүмкіндігін ашу (орнын ауыстыру құралы) ;

* бұрыш ұғымына сүйеніп басқа ұғымдарды енгізу: "Ох осіне қатысты тік көлбеу бұрышы" (тік көлбеу құралы), "нүктемен айналу бұрышы" (нүктемен бір бұрышқа бұрылу).

Қорыта айтқанда, Geogebra интерактивті геометриялық ортада динамикалық модельдеу элементтерін геометриялық ұғымдарды қалыптастыруда қолдану оқушылардың визуалды ойлау функцияларын қосады, компьютерлік құзіреттіліктерін қалыптастырады және олардың шығармашылық қабілетін дамытуға әсер етеді.

Әдебиеттер

5. Кадирбаева Р.И. Математиканы оқытуда компьютерлік технологияны пайдалану (оқу құралы) – Шымкент, 2020. -256 б.
6. Далингер, В. А. Когнитивно-визуальный подход и его особенности в обучении математике // Вестник Омского государственного педагогического университета : электронный научный журнал. 2006. - Режим доступа: www.omsk.edu
7. Байназаров Т.ГеоГебраға кіріспе. Әдістемелік құрал, Астана 2013.
8. http://www.geogebra.org

MAPLE МАТЕМАТИКАЛЫҚ ПАКЕТІНДЕ ГРАФИКТЕР ҚҰРУ МҮМКІНДІКТЕРІ

Шатырбекова Г.Х.
Ғылыми жетекшісі –Кадирбаева Р.И., п.ғ.д.
Шымкент университеті

Аннотация

Жұмыста екі өлшемді графиктерді құру үшін Maple математикалық пакетінің мүмкіндіктері көрсетілген.

Оқушыларды оқыту барысында пайдалануға болатын бірқатар компьютерлік математикалық пакеттер, Mathematica, MatLab, Maple, MathCad, Derive, Reduce және т.т. сияқты бағдарламалар бар. Бұл компьютерлік математикалық пакеттерді пайдалану нақты қолданыстардың ауқымын кеңейтуге мүмкіндік береді; көрнекі талдау жүргізу үшін күрделі функциялар мен беттердің графиктерін салуға мүмкіндік береді; әралуан теңдеулердің шешімдерін табуға мүмкіндік береді; теңдеулерді шешу кезінде кәсіби бағытталғандықты, ғылымилықты, жүйелілікті, көрнекілікті, интерактивтілікті, пәнаралық байланыстарды үйлестіруге мүмкіндік береді; кейбір теңдеулер үшін аналитикалық және жуықтау шешімдерін табуға мүмкіндік береді және т.б [1].

Maple математикалық пакетінің сипаттамасына тоқталайық. Maple көптеген пайдаланушыларға арналған компьютерлік математика жүйесі. Соңғы уақытқа дейін Maple жүйесінің символдық есептеулері мен түрлендірулерінің ерекше рөлін көрсетіп, оны компьютерлік алгебра жүйесі деп аталды. Бірақ бұл атау жүйенің көлемін тарылтады. Шын мәнінде, ол символдық ғана емес, сонымен қатар сандық есептеулерді де тез және тиімді орындай алады және оны графикалық визуализацияның және электронды құжаттарды дайындаудың тамаша құралдарымен біріктіреді.

Maple жүйесі 1984 жылдан бастап бағдарламалық күрделі математикалық есептеулерге, деректерді визуализациялауға және модельдеуге бағытталған өнімдермен айналысатын Waterloo Maple Software компаниясының өнімі болып табылады. Maple жұмыс парағында мәтін мен формулаларды өңдеу мүмкіндігімен сандық және аналитикалық есептеулерді жүргізуге мүмкіндік береді. Формулаларды полиграфиялық форматтауы, керемет екі және үш өлшемді графикасы мен анимацияларымен бірге Maple сонымен бірге қуатты ғылыми графикалық редактор болып табылады. Қарапайым және тиімді аудармашы тілі, ашық архитектура, Maple кодтарын С кодтарына түрлендіру мүмкіндігі оны жаңа алгоритмдерді құрудың өте тиімді құралы етеді. Maple жүйесінің интерфейсі, жұмыс ережелері қарапайым, және де ол кең функционалдылыққа ие [2].

Maple жүйесінде көптеген есептерді программаламай-ақ шығаруға болады, яғни мәселені шешу алгоритмін сипаттап және оны Maple жүйесі жауап бере алатын жеке сұрақтарға бөлу жеткілікті. Сонымен қатар, оларды шешу алгоритмдері жүйенің функциялары мен командалары түрінде жүзеге асырылған мыңдаған командалар бар. Дегенмен, бұл Maple-де бағдарламалау мүмкін емес дегенді білдірмейді. Шын мәнінде, Maple өзінің үш тілін қолдайды: енгізу, жүзеге асыру және бағдарламалау.

Maple жүйесі символдық және сандық есептеулерді, функциялармен жұмысты, сызықты алгебра сесептерін шешуді, есептеу нәтижелерін графикалық визуализациялауды, программалауды жүзеге асыра алады.

Maple жүйесінде есептеу нәтижелерін графикалық визуализациялау мүмкіндіктері:

- көптеген функциялардың графигін құру;
- осьтердің әр түрлі түрлері (сызықтық және логарифмдік масштабпен);
- декарттық және полярлық координаттар жүйелеріндегі функциялардың графигі;
- графиктердің арнайы түрлері (массивтер нүктелері, векторлық графиктер, деңгей диаграммалары және т. б.);
- пайдаланушы анықтайтын координаттар жүйесі;
- дифференциалдық теңдеулердің шешімдерін білдіретін графиктер;
- функционалды бояуы бар үш өлшемді беттердің графикасы;
- кеңістікте қиылысатын объектілерді салу;
- графиктерді басқа пакеттер мен бағдарламалық жүйелерден импорттау;
- графикалық анимация;
- анимациялық файлдарды жасау және ойнату.

Maple жүйесінде математикалық графиканың әр түрлі варианттарын іске асыруға болады. Мұнда Декарт координаттар жүйесі немесе поляр координаттар жүйесінде сызылатын қарапайым функциялардың графиктерінен бастап, күрделі фигуралардың қиылысуы нәтижесінен келіп шығатын графиктерді сызуға мүмкіндік бар. Сонымен қатар түрлі теңдеулер шешімдерінің графигін сызып көрсетуге де болады [3].

Математикада y(x) көрінісіндегі байланыстар көп қолданылады. Бұл байланыстардың графиктері жазықтықтағы $y_1(x_1)$ нүктелер тізбегін тұтастыру нәтижесінде сызылады. Демек, график сызу үшін сызықты интерполяция пайдаланылады. Екі өлшемді графиктерді сызу үшін **plot** функциясы қолданылады. Бұл функция plot(f, x, v) немесе plot(f, x, v, o) көріністерінде болады. Бұл жерде f - графигі сызылатын функция, x - айнымалының аты, v

- функция мәні жататын аймақ (оны көрсету шарт емес), о - график стилін анықтайтын бір немесе бірнеше параметрлер (сызық қалыңдығы, оның түсі тағы да басқа параметрлер).

Функция графигін сызған кезде сызықтың өзін сызудан басқа графиктің кейбір қасиеттерін де анықтау керек болады. Мысалы, осьтердің координаттарын, сызық типі және түсі т.б. Ол үшін графика параметрлерін қолдану керек. Maple жүйесінде екі өлшемді графика үшін төмендегі кейбір параметрлерді қолдануға болады [4]:

axes - әр түрлі координаттар типтерін шығару (**axes=NORMAL** - кәдімгі қарапайым осьтер, **axes=BOXES** — график рамка ішінде шығады, **axes=FRAME** — осьтер қиылысқан сызықтар көрінісінде болады, **axes= NONE** —осьтер көрінбейді);

color - сызық түсін таңдау: ағылшын түс атауы, мысалы, yellow – сары және т. б.;

coords -координаттар жүйесінің типін белгілеу, **coords=polar** полярлы координат жүйесін қолдану;

discont=true– шексіз үзілістерді құруға арналған нұсқаулық;

size - шрифт өлшемін белгілеу;

style - графикті құру стилін таңдау (POINT — нүктелі, LINE - сызықпен);

title - график басына сөз жазу (title="string", string — мәтін);

scaling - сурет масштабын орнату: **scaling=CONSTRAINED** – осьтер бойынша бірдей масштаб; **scaling=UNCONSTRAINED** – график терезенің өлшемі бойынша масштабталады;

numpoints=n - графиктің есептелген нүктелерінің саны (n=49);

xtickmarks = nx және **ytickmarks=ny** - сәйкесінше *Ox* осі мен *Oy* осі бойынша белгілер саны;

thickness=n, мұндағы n=1,2,3 ... - сызықтың қалыңдығы (әдепкі n=1);

linestyle=n – сызық түрі: үзіліссіз, нүктелі және т.б. (n=1 – үзіліссіз, әдепкі бойынша орнатылған);

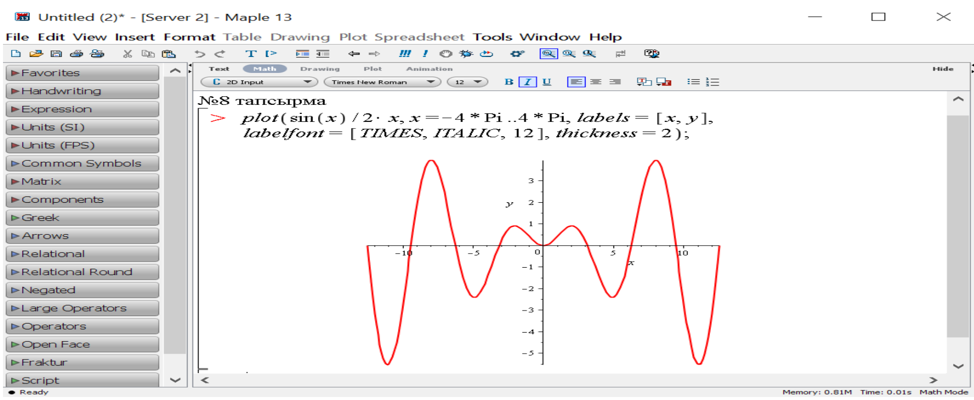
symbol=s - нүктелермен белгіленген таңба түрі: **BOX, CROSS, CIRCLE, POINT, DIAMOND**;

font=[F, style, size] – мәтінді шығару үшін каріп түрін орнату: **F** каріптердің атауын белгілейді: **TIMES, COURIER, HELVETICA, SYMBOL**; **style** каріп стилін орнатады: **BOLD, ITALIC, UNDERLINE**; **size** – pt-дегі каріп өлшемі;

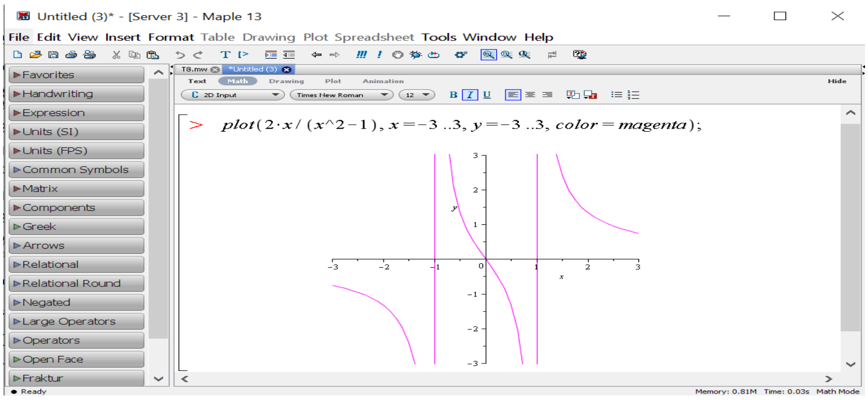
labels=[tx,ty] – координаталар осі бойынша жазулар: **tx** – *Ox* осі бойынша және **ty** – *Oy* осі бойынша.

plot командасын қолдана отырып, берілген **y=f(x)** функциясының графиктерінен басқа, **plot([y=y(t), x=x(t), t=a..b], parameters)** команданы пайдаланып **y=y(t), x=x(t)** параметрлік түрде берілген функция графиктерін де құруға болады.

Мысал 1. $[-4\pi, 4\pi]$ аралығында қалың сызықпен $y = \frac{\sin x}{2x}$ функциясының графигін салыңыз.

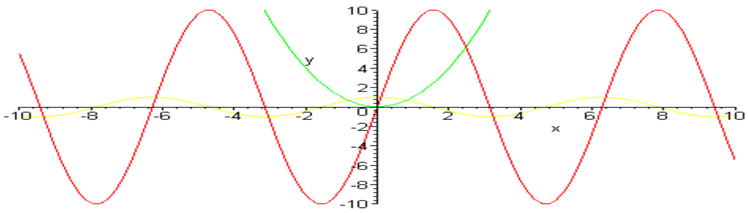


Мысал 2. $y = \frac{2x}{x^2-1}$ үзілісті функциясының графигін салыңыз.



Maple жүйесінде бірнеше функцияның графигін бірге шығару үшін бұл функциялардың аттары жазылып, олардың аргументтерінің өзгеру интервалы көрсетіледі. Мысалы үшін:

> plot([10*sin(x),x^2,cos(x)],x=-10..10,y=-10..10);



Maple жүйесінде теңсіздіктермен берілген екі өлшемді облысты тұрғызу.

Егер $f_1(x,y) > c_1$, $f_2(x,y) > c_2$,.... $f_n(x,y) > c_n$ теңсіздіктер жүйесімен берілген екі өлшемді облысты сызу керек болса, онда **plots** пакетіндегі **inequal** командасын қолдануға болады. **inequals({** $f_1(x,y) > c_1$**,…,** $f_n(x,y) > c_n$ **}, x=x1..x2, y=y1..y2, options)** командасында фигуралы жақшаның ішінде облысты анықтайтын теңсіздіктер жүйесі көрсетіледі және параметрлер мен координаталық осьтердің өлшемдері беріледі. Параметрлер ашық және жабық шекаралардың, ішкі және сыртқы облыстардың түстерін және де шекара сызықтарының қалыңдығын көрсетеді.

-optionsfeasible (color=red) – ішкі облыстың түсін беру

-optionsexcluded (color=yellow) – сыртқы облыстың түсін беру

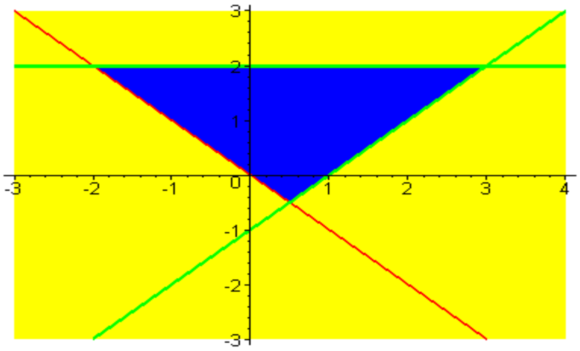
-optionsopen (color=blue, thickness=2) – ашық шекара сызығының қалыңдығын және түсін беру.

-optionsclosed (color=green, thickness=3) - жабық шекара сызығының қалыңдығын және түсін беру.

Мысал 3. y: $x + y > 0$, $x - y \le 1$, $y = 2$ сызықтармен шектелген облысты көрсету керек.

Ол үшін мына команданы орындаймыз:

```
> with(plots):
> inequal( { x+y > 0, x-y <= 1, y <=2 }, x=-3..4, y=-3..3,
  optionsfeasible= (color=blue),
  optionsopen=(color=red, thickness=2),
  optionsclosed= (color=green, thickness=3),
  optionsexcluded=(color=yellow));
```



Қорыта айтқанда, Maple математикалық пакетінің мүмкіндіктерін пайдаланып берілген функциялардың графиктерін тұрғызу оқушылардың пәнге деген қызығушылығы мен оқу процесінің тиімділігін арттырады.

Қолданылған әдебиеттер

1. Тарасевич Ю.Ю. Информационные технологии в математике. - М.: СОЛОН-Пресс, 2003. – 144 с.
2. Дьяконов В.П. Maple 9 в математике, физике и образовании. –М.: СОЛОН-Пресс, 2004. - 688 с.
3. Савотченко С.Е., Кузьмичева Т.Г. Методы решения математических задач в Maple: Учебное пособие – Белгород: Изд. Белаудит, 2001. – 116 с.
4. Кадирбаева Р.И. Математиканы оқытуда компьютерлік технологияны пайдалану (оқу құралы) – Шымкент, 2020. -256 б.

БЕЙІНДІК ОҚЫТУ, ОҒАН ҚОЙЫЛАТЫН ТАЛАПТАР МЕН МІНДЕТТЕР

Дуйсенбаев Р. А.
Шымкент университеті

Аннотация

Бейіндік оқытудың міндеті – мектептегі әрбір оқушы өзін табуы үшін, қандай қызмет саласына өзінің бейім екенін түсіну үшін оларға жағдай туғызу болып табылады. Мұндай таңдауды жасаған оқушы, әрине, сәйкес орта арнайы немесе жоғары оқу орнына түсе алатын дайындық деңгейі болатынын біледі. Сондықтан бейінді оқытудың енгізілуімен тағы да бір мақсат мектептің жоғары сатысының орта және жоғары кәсіптік білім беру ұйымдарымен сабақтастығын қамтамасыз ету, бұл оқу орындарына оқушыларды түсуге дайындау жатады[1].

Бейіндік сыныптар ұйымдастырылған мектептердегі жаратылыстану-математика пәндерін оқытудың қазіргі жағдайын зерделеу де оның тиімділігінің төмен екендігін көрсетеді. Бұл, ең алдымен, оқыту үдерісінің қазіргі кездегі педагогикалық тенденцияларға сәйкес келетін қажетті оқу-әдістемелік жағынан қамтамасыз етілмеуімен байланысты. Бағдарлы –бейіндік сыныптарда сабақ беретін көптеген мұғалімдер шығармашылық белсенділік көрсетіп, пәнді оқытуға өзгерістер енгізуде: жаңа қолданбалы бағытталған оқу бағдарламалары құрылып, дәстүрлі емес таңдау оқу курстары және т.б. ұйымдастырылуда. Алайда жеткілікті дәрежеде ғылыми негізделмеген мұндай өзгерістер қажетті нәтижеге әкелмеуде.

Жаратылыстану-математика пәндері бейінді болып табылмайтын қоғамдық-гуманитарлық бейіндік сыныптарда оларды оқыту ерекше назар аударуды талап етеді. Бұл сыныптарда сабақ беретін мұғалімдердің көпшілігі оқытылатын курстың кейбір тақырыптарын күрделі деп есептеп, оларды елеулі түрде қысқартады немесе тақырыптық жоспардан алып тастайды. Мұндай тұрғыдан қарау кезінде гуманитарлық сыныптардағы пәнді оқытудың мақсаттары мен оқушылардың оқу-танымдық іс-әрекеттерінің ерекшеліктері, олардың мүдделері ескерілмейді, ал бұл өз кезегінде оларда белгілі бір дәрежеде әлемнің жаратылыстану-ғылыми бейнесі туралы түсініктері мен жаратылыстану ойлай алуын қалыптастыруға мүмкіндік бермейді.

Гуманитарлық сынып оқушыларының жаратылыстану-математика пәндері бойынша білімді игеруі әдетте мектеп курсымен шектеледі және олардың, мысалы, кеңістік, уақыт, қозғалыс, импульс, энергия және т.б ұғымдар туралы мектепте қалыптасқан түсініктері де өзгеріссіз қалады. Сондықтан бейіналды және бейіндік сыныптарға арналған пәндердің білім мазмұнын құрудың ғылыми негіздерін (оқу пәні мен оқу материалы деңгейінде) анықтау қажет[2].

Бейіндік оқытудағы басты мәселелердің қатарына оқу жоспарының вариативті компонентінің оқу курстарының бағдарламаларын жасау және ұйымдастыру болып табылады. Қазіргі кезде вариативті компонент оқу курстарының оқу бағдарламалары жетіспейді. Бұл оларды жүзеге асыруды қиындатады. Республиканың мектеп мұғалімдері бұл оқу курстарын қамтамасыз етуге кірісті. Алайда бұл оқу бағдарламаларын дайындау күрделі іс және сәйкес құзыреттілікті талап етеді. Авторлық жұмыс бағдарламаларын талдау, мұғалімдермен сауалдама жүргізу және сұхбаттасу келесі қорытындыларды жасауға мүмкіндік береді:

– мұғалімдер бейіндік оқытудың мәнін орта мектептегі жеке пәндерді тереңдетіп оқуға мүмкіндік туғызу деп түсінеді;

– қолданбалы курстардың мақсаттарының ішінде ҰБТ-ға дайындық және оқушылардың ой-өрісін кеңейту деп есептейді.

Сонымен айтсақ, бейіндік оқыту бойынша анықталған кейбір факторлар оны жоғары деңгейде жүзеге асыруға бөгет болуда:

- бейіндік сыныптарға арналған оқулықтармен жеткілікті мөлшерде қамтамасыз етілмеуі;

- ауылдық мектеп жағдайында бейіндік оқытуды енгізудің толық жүзеге аспауы;

- мамандардың дайын болмауы (ең алдымен психологиялық);

- бейіндік оқыту бойынша оқу-әдістемелік құралдардың аздығы;

-бейіндік сыныптарда оқыту тәжірибесінің болмауы;

-оқушылардың білім деңгейін тексеруге, бақылауға арналған жасалған өлшеуіш материалдардың аздығы;

-мұғалімдердің бейінді сыныптарда жұмыс істеу әдістемесінің болмауы, нәтижесінде сабақтар негізгі мектептегідей құрылуда;

- рұқсат етілген қолданбалы курстар бағдарламалары банкінің кішігірім болуы;

- оқушылардың оқу бағдарын ойластырмай таңдауы.

Бейіндік оқытуда кездесетін қиындықтардың қатарына мұғалімдер әдістемелік көмектің аздығын (47%-ы), бос уақыттың өте аз болуын (35%-ы), көрнекілікті пайдалану проблемаларын (20%-ы) атап көрсетеді.

Жалпы алғанда, қазіргі кезде мұғалімдердің білім мазмұнын бағдарлы саралауды ұйымдастыру тәсілдері, оның мүмкіндіктері, оның міндеттері туралы түсініктерінің біртұтастық сипаты жоқ. Тәжірибе көбінесе сынақтар мен қателер түрінде жүргізілуде. Кейбір мектептерде бейіндік саралау қабілеттілік және қабілетсіздік бойынша жүргізіледі, оқушылар тестілеу, қабылдауға арналған бақылау жұмыстары, әңгіме-кеңес жүргізу негізінде қандай да бір бағдардағы сыныпқа қабылданады. Мысалы, физика-математикалық сыныпқа интеллектуалдық дамуы жоғары, ал гуманитарлық бағыттағыға төмендеу оқушыларды анықтайды. Алайда қабілеттілік немесе оқудағы жетістіктер динамикалық, бірқалыпсыз түрде көрініс табуы мүмкін. Қабілеттіліктің ертерек байқалуы, содан кейін тіпті байқалмауы да, немесе, керісінше, кейбір оқушылардың есейе келе бұрын байқалмаған алғырлығы пайда болуы мүмкін. Ондай жағдайда оқушылардың қандай да бір топқа жатуы күмән туғызады. Сонымен қатар оқушыларды бағдарламалық материалды игеруі бойынша ″күшті″, ″орташа″, ″нашар″ оқушы деп бөліп, үлгерімі негізінде бейіндік сыныптарды ұйымдастыру әр топ үшін оқшауланған біртекті мектеп ортасын құруға әкелуі мүмкін[3].

Оқушылар дами отырып, білімі және басқа балалардың тәжірибесін түсінуі есебінен өзінің шығармашылық тәжірибесін байытуға, оқу жұмысының ұтымды тәсілдеріне үйренуге мүмкіндігі болуы тиіс екендігі белгілі. Көптеген авторлар оқудағы нәтижелері төмен деңгейдегі белгілері бойынша топтастырылған оқушылар мектепте оқудағы мотивациясын төмендететіндігін, яғни күшті оқушылардың ынталандырушы әсері болмаса, төменгі үлгерім қалыпты жағдайға айналып, оларға ешқандай әлеуметтік мін тағылмайтындығын ескертеді.

Оқушылардың өздері оқу бағытын демократиялық анықтау жағдайындағы нақты тәжірибеде оқу бағдарламасын кездейсоқ (ата-аналарының талабы, жолдастарымен бірге болуға талпыныс, беделді жоғары оқу орнына түсуге бағытталуы және т.б.) таңдап алады. Сондықтан оқушылармен оқу бағдарларының балама нұсқаларынан бағдар таңдай ала білуге дайындық жүргізу олардың ойланып, қабылдаған шешімінің мүмкін салдарын көре білуін, қате таңдап алған жағдайда басқа бағдардағы сыныпқа көшуіне мүмкіндік туғызу қажет.

Оқушылардың оқуға қызығушылықтары орнықты емес. Кейбір оқушылар оларды бағдарлы сыныптарға қабылдау кезінде, жалпы алғанда, өздерінің қызығушылықтары байқатқандықтарымен, бейімділіктерін көрсеткендіктерімен (таңдап алынған пәндік білім саласында жақсы дайындығы болуы), әрі қарай бұл сыныпта оқу барысында қанағаттанбаушылық, оқу жүктемесінің артуын сезінуі, оқу бағдарын ауыстыруға ниет білдіреді. Бұл оқушылардың оқу мүдделерінің орнықты еместігін және өзгермелі екендігін көрсетеді, тек уақыт пен педагогикалық жағдайлар ғана олардың орнықтылығын тексеруге мүмкіндік туғызады. Бұл тұрғыдан білім мазмұнын бағдарлы саралауды ұйымдастырудың неғұрлым оңтайлы жолдары мен түрлерін жүзеге асыру орынды болмақ.

Қазіргі кездегі мектеп тәжірибесінде бейіндік сыныптарда оқытылатын "бағдарлы" және "бағдарлы емес" пәндердің ары қатынасы туралы мәселе жеткілікті дәрежеде негізделмеген. "Бағдарлы" пәндерді тереңдетіп оқытудан "бағдарлы емес" пәндер жеңілдетілген бағдарламалар бойынша оқытылуда (тіпті кейде оқытылмайды да). "Бағдарлы" оқу пәндерін тереңдетіп оқытудан оқушылар "бағдарлы емес" пәндерге тіпті назар аудармайды. Ал бұл жеке тұлғаның әр түрлі салада өзін көрсете білу мүмкіндігін төмендетуге, оқушы мүддесі аясының тар болуына әкеледі. Көптеген оқушылар өздері қызығатын пәндерге ғана мән беріп, негізгі білім салалары бойынша жүйелі әрі терең білім ала алмайды[4].

Бейіндік сыныптардың көпшілігі нақты жоғары оқу орнына, соған түсуге дайындыққа бағытталған. Олардағы пәндер бағдарламалары жоғары оқу орнының талаптарын ескере отырып құрылады. Алайда оқытуды мұндай тұрғыдан саралау жалпы білім беретін мектептің басты мақсаттарына - тұлғаның даралығын ашу негізінде оны дамытуды, әрбір оқушының тұлға ретінде өзінің қажеттілігі мен мүмкіндігін іс жүзінде көрсету үшін қажетті психологиялық-педагогикалық жағдайлар туғызуға бағынбайды. "Бейіндік" пәндерді тереңдетіп оқытудан және оқушылардың жүктемесін арттырмау үшін "бейіндік емес" пәндерді оқуға бөлінген уақыт тіпті азайтылған. Бейіндік пәндерді жүргізілетін мұғалімдердің тым артық талаптарынан оқушылар сабақтан бос кездерін осы пәндермен айналасуға арнайды (қосымша тапсырмалар жасау, конкурс, олимпиадаларға және т.б.қатынасу), бұл олардың үйлесімді дамуын тежейді.

Оқушылардың өздері де тереңдетіп оқу үшін таңдап алған "бейіндік" пәндері жолдастарымен қарым-қатынаста болуға, спортпен айналасуға және т.б. мүмкіндік бермейтінін көрсетеді. Білім мазмұнын бағдарлы саралауды жүзеге асырудың тәжірибесі жоғарыда көрсетілген кемшіліктерді жоюға бағытталған бірқатар шараларды жүргізу қажеттілігін көрсетеді. Пәндерді тереңдетіп оқыту оқушылардың жеткілікті деңгейдегі жоғары білім деңгейін ескереді және сәйкес нәтижелерге жетуге мүмкіндік береді, сонымен қатар оқушылар санын шектейді. Деңгейлі саралау мектептің жоғары сыныптарындағы неғұрлым демократиялық түрдегі оқыту ретінде түсініледі. Әрбір бағдарда бейіндік пәндер тобына елеулі көңіл бөлініп, жалпы жүктеменің негізгі бөлігі арналады.

Зерттеу барысында оқушыларды бейіналды дайындауда оны жүзеге асыратын ғылыми негізделген тетіктердің жеткіліксіз жасалғаны; жоғары сыныптағы оқушылардың кәсіптік мағлұматтарға қажеттіліктері мен кәсіптік кеңестер және оларды жүргізетін ұйымдастыру-педагогикалық жағдайлардың жасалмауы анықталды.

Жоғарыда көрсетілген мәселелер білім беруді басқарудың барлық деңгейлерінде көрініс тауып отыр. Олардың басты себебіне мектептердегі бағдарлы оқытуды ұйымдастыру іс-шараларының дұрыс ұйымдастырылмауы, басқару қызметіндегілердің өз өкілеттігіндегі бағдарлы оқытуға қатысты бірқатар іс-шараларды мектеп ұжымдарына бермеуі, оқушылар мен педагогтарға курстарды таңдау еркіндігінің берілмеуі жатады.

Оқушылар оқыту бағдарын дұрыс таңдап алуы үшін олардың білім алуға деген қажеттіліктерін ескере отырып, оларға көмектесу қажет. Осыған байланысты оқушылардың бағдаралды дайындығын ұйымдастыру мәселелерін шешу өзектілігі арта түседі. Бағдаралды дайындық жоғары сыныптарда оқу бағдарын таңдауларына қатысты, кәсіби білім беру жүйесінде оқуын жалғастыруы үшін оқушыларға бағдар беру болып табылады. Таңдау курстарын оқу нәтижесінде негізгі мектеп түлектері: «Әрі қарай білімімді қалай жалғастырғым келеді?» және «Таңдап алған бағдар бойынша оқуымды жалғастыра алам ба, мен бұған дайынмын ба?» деген сұрақтарға жауап беруге дайын болуы тиіс.

Бейіналды дайындықтың бағдарламаларын талдау барысында оларды енгізудің мақсаттары мен міндеттерінің дұрыс түсіндірілмейтіндігі байқалды. Оқушыларды бейіналды дайындауды негіздеудің жеткіліксіз болуы бейінді білім берудің толыққанды жүзеге асуына кедергі жасайтын маңызды факторлардың қатарына жатады. Қазіргі кезеңде: 1) кәсіптік бағдарлау жүйесіз сипат алған; 2) бейіндік сыныптар оқушылардың үлгерімі негізінде құрылады; 3) мектептегі кәсіптік бағдар жүйесі ұйымдастыру-әдістемелік жағынан қамтамасыз етілмеген.

Сонымен, қазіргі уақытта бейіналды дайындықты ұйымдастыру бойынша бірнеше негізгі мәселелер анықталды. Біздің пікірімізше, ең негізгісі, мектеп басшылары мен мұғалімдердің бейіналды дайындықтың түп негізін түсінбеуіне байланысты. Мұндай түсінбеушіліктің нәтижесінде бейіндік сыныптарды ұйымдастыруда келеңсіз жағдайлар орын алуы мүмкін. Осылай, мысалы, сыныптарды оқушылардың оқуға қабілеттілік және оқып-үйренгендік деңгейлері бойынша жасақтау принципін де бейіндік мектепке тікелей көшіре салуға болмайды. Екінші мәселе – бейіндік сыныпты бітіргеннен кейін кәсіптік білім беретін оқу орнын таңдау мәселесі. Оқушының бағдарды дұрыс таңдамауы мектеп түлегінің әрі қарай білім алуы мен кәсіптік қызметін жалғастыруына біршама қиындық туғызуы мүмкін. Сондықтан мектептің негізгі деңгейін бітіретін түлектерді мүмкін болатын кері салдарлардан барынша қорғау қажет [5].

Бейімдік оқыту кезінде мыналар іс-жүзіне асырылуы керек.

- оқушының болашақ мамандығын дұрыс таңдауына мүмкіндік туғызу;
- жалпы білім беру бағдарламасы шеңберінде кейбір пәндерді тереңдетіп оқыту;
- оқушының қабілеті, икемділігі және қызығушылығына қарай оқытуды ұйымдастыру;
- оқушының мүмкіндіктерін ескеріп, оқуын әрі қарай жалғастыру ниетін жүзеге асыруға жағдай жасау, яғни жоғары профессиональдық білім бағдарламасын еркін меңгеретіндей етіп дайындау;
- жоғарғы оқу орындары мен мектепте оқыту оқу процесін ұйымдастыру арасындағы сабақтастықты жүзеге асыру.

Сонымен бейіндік оқыту бірінші кезекте ЖОО-дағы оқу материалдарын студент еркін меңгеретіндей болуын қамтамасыз ету және оқу процесін ұйымдастырудағы қиыншылықтардың алдын алу. Сондықтан мектептен бастап белгілі бір мамандық бағытындағы пәндерді терең білуді қажет етеді. Бұл өз кезегінде метептің жоғары сыныптарда мамандандыруға, бейімдік оқытуға алып келеді.

Қазіргі кездегі жалпы білім беретін мектептердің түлектері жоғары оқу орындарының талаптарын қанағаттандыра алмайтындай дәрежеде екендігін көрсетуде. Бұл дәстүрлі мектеп пен жоғары мектеп арасындағы сабақтастықтың бұзылуының нәтижесінде ЖОО-дағы дайындық курстары, ақылы дайындық курстар, репиторлар жалдау кең етек алуда.

Бірақ бейімдік оқытуды ЖОО-дағы оқылатын оқу материалдарын мектепке алып келіп оқыту деп түсінбеу керек. Бейіндік оқытуда да орта білім беруді негізгі мақсат етіп қоя отырып, оқушының таңдаған бағытындағы пәндерден тереңдетіп білім алуына мүмкіндік жасайды.

Жалпы орта білім стандарты бойынша бейіндік оқу 3 бағытта жүзеге асырылу көзделген:

1 Жаратылыстану-математика;.

2 Қоғамдық-гуманитарлық.

3 Технологиялық.

Бейіндік деңгейде оқытуда физика-математикалық, филологиялық, индустриалды-техникалық, көркемсурет-өнер, әскери-спорттық т.б. бағыттардың болуы мүмкін екендігін жоққа шығаруға болмайды.

Жоғарыдағыдай үш бағытта пәндерді тереңдетіп оқыту қазір жүзеге асырылып жатыр.

Ал жаратылыстану-математика, техникалық бағыттағы мектептердің жоғарғы сыныптарында математика, физика т.б. пәндерді тереңдетіп оқыту тәжірибесі тәп-тәуір жинақталған. Тереңдетіп оқытуға арналған оқулықтар да бізде бар (мысалы, математиканы тереңдетіп оқытуға арналған Ә.Н.Шыныбековтің алгебрасы мен геометриясы). Сондықтан да, шын мәніндегі бейіндік оқытуға көшу біз үшін айтарлықтай таңсық емес.

Пәндерді тереңдетіп оқытатын сыныптар мен мектептерді дәл анықтап, сол мектептердің негізінде бейіндік оқытуды жүзеге асыруға толық болады. Қазіргі пәндерді тереңдетіп оқытатын мектептердің 10-11 сыныптары 12 жылдықтың бейіндік сыныптарының негізін қалайды.

12 – жылдық оқу жүйесіне өтуде мектеп математикасын оқыту ерекшеліктері. Бүгінгі күні қазақстандық мектеп өз дамуының жаңа кезеңінің табалдырығынды тұр. Ол 12-жылдық білім жүйесіне көшу. 12 жылдық білім беру үлгісіне көшуге дайындық бұл – білім беру сапасын жақсарту мен мазмұнын өзгертуге бағытталған үлкен мәні бар қадам.

Жалпы қазақстандық мектептің 12 жылдық білім беру үлгісіне көшуі болашақ мектептің дамуында республиканың жас азаматтарына білім алу мүмкіндіктерін кеңейту, әрі отандық білім беру жүйесін халықаралық жүйемен интеграциялаудың келешегін кеңейту мақсатын қойып отыр. 12 жылдық білім беру үлгісіне көшуде білім беру нәтижесінің жаңа түрі білім беру мақсаты ретінде – құзіреттілік басты назарға алынған[6].

Библиографиялық тізім

1 Қазақстан Республикасы "Білім туралы" Заңы. //Алматы: Юрист, 2007.– 42 б.

2 Қазақстан Республикасында білім беруді дамытудың 2005-2010 жылдарға арналған Мемлекеттік бағдарламасы. //Егеменді Қазақстан.– 2004.–3 б.

3 Қазақстан Республикасының 2015 жылға дейінгі білім беруді дамыту тұжырымдамасы. // Қазақстан мұғалімі, 20 қаңтар.– 2004. – 3-4 б.

4 Салимбаев О. Научные основы формирования общеучебных умений и навыков школьников в естественнонаучном образовании: дисс... докт. пед.наук.– 13.00.01. –Алматы, 1997. – 299 с. – 0597РК00140

5 Сейтешев А.П. Профессиональная направленность личности. – Алматы: Наука, 1990. – 336 с.

6 Әбілқасымова А. Познавательная самостоятельность в учебной деятельности студента. – Алматы, 2003. – 128 б.

ТЕҢДЕУЛЕРГЕ ҚАТЫСТЫ НЕГІЗГІ ҰҒЫМДАР

Жумамуратова М.Б.
Шымкент университеті

Аннотация

Теңдеуді шешу кезінде көбінесе теңдеуді түрлендіріп, қарапайымымен алмастыру түрлендіру жиі кездеседі.

Теңдеулерді түрлендіру кезінде есте ұстайтын ереже яғни түбірлерді жоғалтуға алып келетін түрлендірулерді орындауға болмайды [1].

$$f(x) = g(x) \tag{1}$$

түріндегі теңдікті бір x белгісізі бар (бір x айнымалысы бар) теңдеу деп аталады. Мұндағы $f(x)$ пен $g(x)$ - қандай да бір функциялар.

Егер (1) теңдеудің екі жағында $x = a$ болып анықталып, және $f(a) = g(a)$ теңдігі дұрыс болса, онда а санын (1) теңдеудің түбірі (немесе шешімі) деп аталады. Демек, (1) теңдеудің әрбір түбірі $f(x)$ және $g(x)$ функциясының анықталу облыстарының қиылысуы болып табылып жиынға тиісті болады да, (1) теңдеудің мүмкін мәндер жиыны (облысы) деп аталады.

Теңдеуді шешу – оның барлық түбірлерін табу, немесе түбірлері жоқ екенін дәлелдеу.

Егер есептің берілгенінде теңдеуді қай жиында шешу керектігі көрсетілмесе, онда шешімді осы теңдеудің мүмкін мәндер жиынынан іздеу қажет.

Теңдеуді шешу кезінде көбінесе теңдеуді түрлендіріп, қарапайымымен алмастыру түрлендіру жиі кездеседі. Теңдеулерді түрлендіру кезінде есте ұстайтын ереже яғни түбірлерді жоғалтуға алып келетін түрлендірулерді орындауға болмайды.

(1) теңдеуді түрлендіруді мүмкін деп атаймыз, егер бұл түрлендіру кезінде түбір жоғалту орындалмаса, яғни

$$f_1(x) = g_1(x) \tag{2}$$

теңдеуі пайда болса. Бұл теңдеудің шешімдері (1) теңдеудің шешімімен бір болуы мүмкін, немесе (2) теңдеудің (1) теңдеуі үшін бөгде болатын және ең болмағанда 1 түбірі бар болады. Осыған байланысты келесі ұғымдар пайдаланылады.

Егер (1) теңдеудің әрбір түбірі (2) теңдеудің де түбірі болса, онда (2) теңдеу (1) теңдеудің салдары деп аталады. Егер (1) мен (2) теңдеу бір-бірінің салдары болса, онда оларды эквивалентті деп аталады. Басқаша айтқанда егер (1) теңдеудің әрбір түбірі (1) теңдеудің түбірі болса, онда (1) мен (2) теңдеу эквивалентті болады[2].

Егер (1) мен (2) теңдеулер эквивалентті болса, онда

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow f_1(x) = g_1(x) \text{ немесе } (1) \Leftrightarrow (2)$$

деп жазады. Ал егер (2) теңдеу (1) теңдеудің салдары болса, онда

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow f_1(x) = g_1(x) \text{ немесе } (1) \Rightarrow (2)$$

деп жазады.

Егер бастапқы теңдеуді мүмкін түрлендірулер көмегімен басқа теңдеумен алмастырылса және түрлендіру кезінде теңдеу кемінде бір рет оған эквивалентті емес салдармен ауыстырылса, онда табылған түбірлерді бастапқы теңдеуге қойып тексеру міндетті болып саналады.

Ал егер әрбір түрлендіру кезінде теңдеу эквивалентті теңдеумен ауыстырылып отырса, онда тексеру қажет емес.

Теңдеуді шешуге байланысты тағы бір ұғымды қарастырайық. Егер келесі шарттар орындалса: онда (1) теңдеу

$$f_1(x) = g_1(x),..., f_n(x) = g_n(x), \qquad (3)$$

теңдеулер жиынына эквивалентті деп аталады.

1) (1) теңдеудің әрбір түбірі (3) теңдеулердің кемінде біреуінің түбірі болады;

2) (3) теңдеулердің әрбіреуінің кез келген түбірі (1) теңдеудің түбірі болады.

Егер осы шарттар орындалса, онда (1) теңдеудің түбірлер жиыны (3) теңдеулердің түбірлер жиындарының бірігуі болып табылады.

Егер теңдеу

$$f(x)\varphi(x) = 0 \qquad (4)$$

түрінде жазылса, онда бұл теңдеудің шешімі

$$f(x) = 0 \ \ \varphi(x) = 0 \qquad (5)$$

теңдеулерінің кемінде біреуінің шешімі болады.

Алайда (5) теңдеулердің әрқайсысының кез келген түбірі (4) теңдеудің түбірі деп кесіп айтуға болмайды.

Мәселен, егер $f(x) = x\sqrt{2-x}$, $\varphi(x) = x^2 - 3x$ болса, онда $\varphi(x) = 0$ теңдеуінің түбірі $x = 3$, бірақ 3 саны (4) теңдеудің түбірі бола алмайды, себебі $f(x)$ функциясы $x = 3$ нүктесінде анықталмаған.

Осылайша, жалпы жағдайда (4) теңдеу (5) теңдеулер жиынына эквивалентті деп айтуға болмайды.

(4) теңдеуді шешу үшін $f(x) = 0$ және $\varphi(x) = 0$ теңдеулерінің түбірлерін тауып, сонан соң (4) теңдеудің мүмкін мәндер жиынына кірмейтін шешімдерді, яғни $f(x)$ және $\varphi(x)$ функцияларының анықталу облысына жатпайтын түбірлерді алып тастау керек. (4) теңдеудің мүмкін мәндер облысы (5) теңдеулер жиынына эквивалентті. Келесі жалпы тұжырым дұрыс болып есептеледі: егер $\varphi(x) = 0$ болатын барлық x үшін $f(x)$ функциясы анықталған болса, ал $f(x) = 0$ болатын барлық (x) үшін $\varphi(x)$ функциясы анықталса, онда (4) теңдеу үшін (5) теңдеулер жиынына эквивалентті болады.

Теңдеулерді түрлендірудің ең маңызды тәсілдері

Теңдеулерді түрлендірулердің барлығын екі типке бөлуге болады:

1) Эквивалентті, яғни оны қолданған соң бастапқы теңдеуге тең қуатты теңдеу шығады.

2) Эквивалентті емес, яғни оны қолданған соң бөгде түбірлер пайда болуы мүмкін немесе түбірлерді жоғалтуымыз мүмкін[3].

Теңдеулерді түрлендірудің кейбір түрлерін қарастырып, олардың қандай типке жататынын анықтайық.

а) Теңдеудің мүшелерін бір бөлігінен екінші жағына өткізу, яғни

$$f(x) = \varphi(x) + g(x) \qquad (1)$$

теңдеуінен

$$f(x) - \varphi(x) = g(x) \qquad (2)$$

теңдеуіне өту.

Бұл түрлендіру тек эквивалентті теңдеуге келтіреді, яғни $(1) \Leftrightarrow (2)$. Дербес жағдайда $f(x) = g(x) \Leftrightarrow f(x) - g(x) = 0$. Мұнда теңдеу мүшелерін оның бір жағынан екінші жағынан, әрі қарай ұқсас мүшелерін ықшамдамай, тек өткізетінімізді ескере кетейік.

ә) Ұқсас мүшелерді біріктіру, яғни

$$f(x) + \varphi(x) - \varphi(x) = g(x) \qquad (3)$$

теңдеуден

$$f(x) = g(x) \tag{4}$$

теңдеуіне өту.

Келесі тұжырым дұрыс болып саналады: кез келген $f(x), g(x), \varphi(x)$ функциялары үшін (4) теңдеу (3) теңдеудің салдары болады, яғни $(3) \Rightarrow (4)$.

(3) теңдеуден (4) теңдеуге өтуге болады, мұнда түбірлер жоғалмайды, бірақ бөгде түбірлер пайда болуы мүмкін. Осылайша, ұқсас мүшелерді ықшамдап, теңдеудің оң және сол жақ бөліктеріндегі бірдей қосылғыштарды алып тастағанда бастапқы теңдеудің салдары болатын теңдеу шығады. Мәселен, егер

$$x^2 + \sqrt{x-2} = 2x + \sqrt{x-2}$$

теңдеуінің оң жақ және сол жақ бөліктерінен $\sqrt{x-2}$ қосылғышын сызып тастасақ,

$$x^2 = 2x$$

теңдеуі пайда болады. Бұл теңдеу бастапқы теңдеудің салдары болады: екінші теңдеудің $x_1 = 0$ және $x_2 = 2$ екі түбірі бар, ал бастапқы теңдеудің түбірі жалғыз: $x = 2$.

Сонымен қатар (4) теңдеудің мүмкін мәндер облысы $\varphi(x)$ функциясының анықталу облысына кіретін болса, онда (3) және (4) теңдеулер эквивалентті болады.

б) *Теңдеудің екі бөлігін де бірдей функцияға көбейту*, яғни (4) теңдеуден

$$f(x)\varphi(x) = g(x)\varphi(x) \tag{5}$$

теңдеуіне өту.

Онда келесі тапсырымдар дұрыс:

1) Егер (4) теңдеудің мүмкін мәндер облысы, яғни $f(x)$ және $g(x)$ функцияларының анықталу облыстарының қиылысуы $\varphi(x)$ функциясының анықталу облысына кірсе, онда (5) теңдеу (4) теңдеудің салдары болады;

2) Егер $\varphi(x)$ функциясы (4) теңдеудің мүмкін мәндер облысында анықталған және нольден өзгеше болса, онда (4) және (5) теңдеулер эквивалентті.

Жалпы жағдайда (5) теңдеуден (4) теңдеуге өту мүмкін емес екенін ескереміз, себебі бұл түбірлерді жоғалтуға алып келуі мүмкін.

Әдетте (5) түрдегі теңдеулерді шешу үшін оған эквивалентті теңдеумен ауыстырады:

$$[f(x) - g(x)]\varphi(x) = 0,$$

сонан соң

$f(x) - g(x) = 0$ және $\varphi(x) = 0$

теңдеулерінің барлық түбірлерін табамыз, соңында бұл түбірлердің қайсысы (5) теңдеуді қанағаттандыратынын тексереміз[4].

в) Теңдеудің екі бөлігін де натурал дәрежеге шығару, яғни

$$f(x) = g(x) \tag{6}$$

теңдеуінен

$$[f(x)]^n = [g(x)]^n, \quad n \in N, n \geq 2 \tag{7}$$

теңдеуіне өту.

Олай болса, келесі тұжырымдар дұрыс:

1) кез келген $n \in N, n \geq 2$ үшін (7) теңдеу (6) теңдеудің салдары болады;

2) егер $n = 2k + 1$ (n - тақ сан) болса, онда (6) мен (7) теңдеулер эквивалентті.

3) егер $n = 2k$ (n - жұп сан) болса, онда (7) теңдеу

$$|f(x)| = |g(x)| \tag{8}$$

теңдеуіне эквивалентті, ал (8) теңдеу

$$f(x) = g(x), \;\; f(x) = g(x) \tag{9}$$

теңдеулер жиынына эквивалентті болады.

Дербес жағдайда

$$[f(x)]^2 = [g(x)]^2 \tag{10}$$

теңдеуі (9) теңдеулер жиынына эквивалентті болады.

Демек, 1 мен 2 тұжырымнан көріп отырғанымыздай, теңдеудің екі бөлігін де тақ дәрежеге шығарып, теңдеудің екі бөлігінен де тақ дәрежелі түбір табу – тек эквивалентті түрлендіру болып табылады.

1 мен 3 тұжырымнан теңдеудің екі жақ бөлігін де бірдей жұп дәрежеге шығару немесе бірдей жұп дәрежелі түбір алу эквивалентті емес түрлендіру болып табылатыны шығады, бұл кезде бастапқы теңдеудің салдары болып табылатын теңдеу шығады.

г) $n = 2k + 1$ болғанда $\sqrt[n]{f(x)} \cdot \sqrt[n]{g(x)} = \sqrt[n]{f(x) \cdot g(x)}, \quad n \in N$ формуласын қолдану эквивалентті түрлендіру болады, ал $n = 2k$ болса, эквивалентті емес түрлендіру болады [5].

Библиографиялық тізім

1 Сборник задач по математике для поступающих в вузе. Под редакцией Сканави М.И. «Просвещение», 2010.

2 Литвиненко В.Н., Мордкович А.Г. «Практикум по элементарной математике». Алгебра. Тригонометрия. М.: Просвещение, 1995.

3 Кулагин Е.Д. «3000 конкурсных задач по математике». М.: Айрисс-пресс, 2006г. - 624с

4 Крамер В.С. Повторяем и систематизируем школьный курс алгебры и начала анализа. –М.2001

5 Егоров А. Иррациональные неравенства [Текст] / Егоров А // Математика. Первое сентября. – 2002. – №17. – С. 13-14.

ФУНКЦИЯНЫҢ ҚАСИЕТТЕРІ

Имамалиев А.А.

Шымкент университеті

1. Функцияның өсуі мен кемуі. Экстремум Егер (a, b) аралығынан алынған $x_2 > x_1$ болатындай кез келген x_1 және x_2 үшін $f(x_2) < f(x_1)\left(f(x_2) > f(x_1)\right)$ теңсіздігі орындалатын болса, онда $f(x)$ функциясы (a,b) аралығында **кемиді (өседі).**

Функция өсуінің (кемуінің) жеткілікті шарты Егер (a,b) аралығында $f'(x) > 0\left(f'(x) < 0\right), \;\; \forall x \in (a,b)$ болса, онда $f(x)$ функциясы (a, b) аралығында өседі (кемиді).

Функцияның туындысы нольге тең немесе туындысы бар болмайтын анықталу облысының ішкі нүктелері **функцияның сындық нүктелері** деп аталады.

Егер $f(x)$ функциясының саны арқылы сындық нүктелері болса, онда біркелкі болу аралықтарын табу үшін мынадай ережені қолданған жөн:

1) Функцияның анықталу облысын табу.

2) Анықталу облысына тиісті бірінші ретті туынды бойынша сындық нүктелерді анықтау.

3) Табылған сындық нүктелер анықталу облысын бірнеше аралықтарға бөледі. Ол аралықтардың әрқайсысында $f'(x)$ өзінің таңбасын өзгертпейді. Сондықтан, ол аралықтар функцияның біркелкілік аралықтары бола алады. Ол аралықтардың әрқайсысында туындының таңбасы өзгермейтіндіктен, оны қарастырып отырған аралықтың қандай да бір нүктесіндегі $f'(x)$ -тың таңбасын анықтап алып, функцияның өсуі $(f'(x)>0)$ және кемуі $(f'(x)<0)$ жөнінде қорытынды жасау .

Егер анықталу облысының ішкі x_0 нүктесінің қандай да бір төңірегіндегі аймағынан алынған барлық x үшін $f(x)\geq f(x_0)(f(x))\leq f(x_0)$) теңсіздігі орындалатын болса, онда x_0 нүктесі $f(x)$ функциясының **минимум (максимум)** нүктесі деп аталады. Функцияның максимум және минимум нүктелерін бір сөзбен **экстремум нүктелері** деп атайды [1].

Функцияның бұл нүктелердегі мәндерін сәйкесінше функцияның **максимумдары мен минимумдары** (жалпы функцияның **экстремумы**) деп атайды.

Экстремумның қажетті белгісі Егер x_0 нүктесі $f(x)$ функциясының экстремум нүктесі болса, онда $f'(x)=0$ немесе $f'(x)$ бар болмайды, яғни x_0 сындық нүкте болады.

Экстремумның жеткілікті белгілері

1) Егер x_0 нүктесінің δ төңірегінде $f(x)$ функциясы үздіксіз және $(x_0-\delta, x_0)$ аралығында $f'(x)>0$ $(f'(x)<0)$, ал $(x_0, x_0+\delta)$ аралығында $f'(x)<0$ $(f'(x)>0)$ болса, онда x_0 нүктесі $f(x)$ функциясының максимум (минимум) нүктесі болады. Егер $f'(x)$, $\forall x\in(x_0-\delta, x_0+\delta)$, $x\neq x_0$ таңбасын өзгертпесе, онда x_0 нүктесінде экстремум болмайды.

2) $f(x)$ функциясы сындық x_0 нүктесінде және оның төңірегінде екі рет дифференциалданатын болсын. Егер $f''(x_0)<0$ $(f''(x_0)>0)$ болса, онда x_0 нүктесі $f(x)$ функциясының максимум (минимум) нүктесі болады. Егер $f''(x_0)=0$ болса, онда қосымша зерттеуді қажет етеді[2].

М ы с а л $f(x)=x+\dfrac{1}{x}$ функциясының біркелкі аралықтарын және экстремумын табу керек.

Ш е ш у і

1) Функция $x\neq 0$ нүктелерде анықталған, демек $D(f)=(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$.

2) Функцияның туындысын есептейік

$$f'(x)=1-\frac{1}{x^2}=\frac{x^2-1}{x^2}=\frac{(x-1)\cdot(x+1)}{x^2}\ .$$

Функцияның сындық нүктелерін анықтайық

$$f'(x)=0\Leftrightarrow\left(\frac{(x-1)\cdot(x+1)}{x^2}=0\right)\Rightarrow x_1=-1, x_2=1\,;$$

$f'(x)$ бар болмайды $\Leftrightarrow (x^2=0)\Rightarrow(x=0)$, бірақ $x=0\overline{\in} D(f)$.

Сонымен, $x_1=-1, x_2=1$ функцияның сындық нүктелері болады.

3) Табылған сындық нүктелер функцияның анықталу облысын төрт аралыққа бөледі. Ол аралықтардың әрқайсында байқау әдісімен $f'(x)$ таңбасын анықтаймыз

$$x=-2\in(-\infty,-1) \text{ үшін } f'(-2)=\frac{(-)\cdot(-)}{(+)}=\frac{(+)}{(+)}>0,$$

$$x=-0{,}5\in(-1{,}0) \text{ үшін } f'(-0{,}5)=\frac{(-)\cdot(+)}{(+)}=\frac{(-)}{(+)}<0,$$

$$x=0{,}5\in(0{,}1) \text{ үшін } f'(0{,}5)=\frac{(-)\cdot(+)}{(+)}=\frac{(-)}{(+)}<0,$$

$$x=2\in(1,+\infty) \text{ үшін } f'(2)=\frac{(+)\cdot(+)}{(+)}=\frac{(+)}{(+)}>0.$$

Алынған нәтижелер бойынша кесте құрастырамыз:

x	(-∞; -1)	-1	(-1; 0)	(0; 1)	1	(1; +∞)
$f'(x)$	+	0	-	-	0	+
$f(x)$	$\nearrow$	-2	$\searrow$	$\searrow$	2	$\nearrow$
		max			min	

Функцияның экстремумын анықтаймыз:

$$f_{\max}(-1)=-1+\frac{1}{-1}=-2\,, \qquad f_{\min}(-1)=1+\frac{1}{1}=2.$$

2. Функцияның ең үлкен және ең кіші мәндері $f(x)$ функциясы $[a,b]$ кесіндісінде үздіксіз болса, онда Вейерштрасс теоремасы бойынша ол кесіндіде функцияның ең үлкен және ең кіші мәндерін қабылдайтыны белгілі. Үздіксіз $f(x)$ функциясының $[a,b]$ кесіндісіндегі ең үлкен және ең кіші мәндерін іздеп табу ережесі:

1) (a,b) аралығына тиісті функцияның бірінші ретті туындысы бойынша сындық нүктелерін табу.

2) Табылған сындық нүктелерде және $[a,b]$ кесіндісінің ұштарындағы функцияның мәндерін анықтау.

3) Алынған мәндердің арасынан ең үлкенін және ең кішісін таңдап алу.

Мысал $f(x)=x^4-2x^2+5$ функциясының [-2; 0,5] кесіндісіндегі ең үлкен және ең кіші мәнін анықтайық[3].

Шешуі

1) Функцияның туындысын есептейік

$$f'(x)=4x^3-4x=4x\cdot(x^2-1).$$

(-2;0,5) аралығына тиісті сындық нүктелерді анықтайық:

$$f'(x)=0\Leftrightarrow\left(4x\cdot(x^2-1)=0\right)\Leftrightarrow\left(x_1=-1, x_2=0, x_3=1\right).$$

Бірақ, $x_3=1\ \overline{\in}\ (-2;\ 0{,}5)$. $f'(x)$ бар болмайтын нүктелері жоқ.

2) (-2;0,5) аралығына тиісті сындық нүктелердегі және [-2; 0,5] кесіндісінің ұштарындағы функцияның мәндерін есептейміз:

$$f(-1)=(-1)^4-2\cdot(-1)^2+5=4; \quad f(0)=5;$$
$$f(-2)=(-2)^4-2\cdot(-2)+5=13;$$
$$f(0{,}5)=(0{,}5)^4-2(0{,}5)^2+5=4{,}5625.$$

3) Табылған сандарды салыстырсақ функцияның ең үлкен және ең кіші мәндері:

$$f_{е.у.}=\max_{x\in[-2;\,0.5]} f(x)=f(-2)=13; \quad f_{е.к.}=\min_{x\in[-2;\,0.5]} f(x)=f(-1)=4,$$

болады.

3.Қисықтың дөңестік бағыты. Иілу нүктесі Егер дифферен-циалданатын $f(x)$ функциясының графигі (a,b) аралығындағы кез келген нүктеге жүргізілген жанамадан жоғары (төмен) жатса, онда $f(x)$ функциясының графигі (a,b) аралығында **дөңестігі төмен (жоғары)** бағытталған, қысқаша **ойыс (дөңес) функция** деп аталады.

Функция графигінің дөңестігінің жеткілікті белгісі Егер $[a,b]$ аралығында үзіліссіз функция (a,b) аралығында екі рет диффе-ренциалданатын және $f''(x)<0$ $(f''(x)>0)$, $\forall x\in(a,b)$ болса, онда функцияның графигі (a,b) аралығында дөңес (ойыс) болады [8].

$f''(x)=0$ немесе $f''(x)$ бар болмайтын нүктелерді функцияның **екінші ретті туындысы бойынша сындық нүктелері** деп атайды.

Егер $f(x)$ функциясының екінші ретті туындысы бойынша саны арқылы сындық нүктелері болса, онда функцияның ойыстық, не дөңестік аралықтарын табу үшін, мынадай ережені қолданған жөн:

1) Функцияның анықталу облысын табу.

2) Анықталу облысына тиісті екінші ретті туынды бойынша сындық нүктелерді анықтау .

3) Табылған сындық нүктелер анықталу облысын бірнеше бөліктерге бөледі. Ол аралықтардың әрқайсысында $f''(x)$ өзінің таңбасын өзгертпейді. Қарастырып отырған аралықтардың белгілі бір нүктесіндегі $f''(x)-$тың таңбасын анықтап, функцияның дөңестігі, не ойыстығы туралы қорытынды жасау [4].

Иілу нүктелері $f(x)$ функциясы (a,b) аралығында анықталған және үзіліссіз болсын. Егер $x_0\in(a,b)$ нүктесінің белгілі бір оң және сол жақты төңірегінде $f(x)$ функциясының дөңестік бағыттары қарама-қарсы бағытталған болса, онда $M(x_0,f(x_0))$ нүктесі $f(x)$-тың графигінің **иілу нүктесі** деп аталады.

Иілу нүктесінің қажетті белгісі (a,b) аралығында $f(x)$ функциясы дифференциалданып, x_0 нүктесінде екінші ретті туындысы $f''(x)$ бар болсын. Егер $M(x_0,f(x_0))$ нүктесі иілу нүктесі болса , онда $f''(x_0)=0$ болады.

Иілу нүктесінің жеткілікті белгісі Егер $f(x)$ функциясы x_0-нүктесінің белгілі бір δ-төңірегінде үзіліссіз болып, екі рет дифференциалданатын болса, онда $x_0-\delta<x<x_0$ үшін $f''(x)>0$ $(f''(x)<0)$, ал $x_0<x<x_0+\delta$ үшін $f''(x)<0\,(f''(x)>0)$ шарттары орындалса, онда $M(x_0,f(x_0))$ иілу нүктесі болады[5].

М ы с а л $y=\frac{5}{9}x^2-\sqrt[3]{x^5}$ функциясының дөңестік аралықтарын және иілу нүктесін табу керек.

Ш е ш у і

1) Берілген функция x-тың барлық мәндерінде анықталынған, яғни $D(y)=(-\infty;+\infty)$.

2) Екінші ретті туындыны есептейік

$$y'=\frac{10}{9}x-\frac{5}{3}x^{2/3}\ ; \quad y''=\frac{10}{9}-\frac{10}{9}x^{-1/3}=\frac{10}{9}-\frac{10}{9\cdot\sqrt[3]{x}}=\frac{10\cdot\left(\sqrt[3]{x}-1\right)}{9\cdot\sqrt[3]{x}}.$$

Функцияның екінші туындысы бойынша сындық нүктелерін табайық

$$y''=0 \Leftrightarrow \left(\frac{10}{9}\cdot\frac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt[3]{x}}=0\right)\Leftrightarrow\left(\sqrt[3]{x}-1\right)=0\Leftrightarrow(x=1).$$

y'' бар болмайтын нүкте $\Leftrightarrow\left(\sqrt[3]{x}=0\right)\Leftrightarrow(x=0)$.

Сонымен, $x_1=0$, $x_2=1$ нүктелері екінші туынды бойынша сындық нүктелер.

3) Табылған сындық нүктелер функцияның анықталу облысын үш аралыққа бөледі. Ол аралықтардың әрқайсысында байқау әдісімен $f''(x)$ таңбасын анықтаймыз, алынған нәтижелер бойынша кесте құрастырамыз:

x	(-∞, 0)	0	(0, 1)	1	(1; +∞)
$f''(x)$	+	жоқ	–	0	+
$f(x)$	$\cup$	и.н. 0	$\cap$	и.н. –4/9	$\cup$

Сонда, иілу нүктелерінің координаттары $M_1(0,0); M_2\left(1,-\frac{4}{9}\right)$ болады .

4. Асимптота Егер $y=f(x)$ қисығының $M(x,f(x))$ нүктесінен L түзуіне дейінгі ара қашықтық М нүктесі координаттар жүйесінің бас нүктесінен шексіз алыстағанда нольге ұмтылса, онда L түзуі $y=f(x)$ **қисығының асимптотасы** деп аталады [6].

$y=f(x)$ қисығының $x=a$ түзуі **вертикаль асимптотасы** болу үшін $\lim\limits_{x\to a-}f(x)=\infty$ немесе $\lim\limits_{x\to a+}f(x)=\infty$, не кем дегенде бірінің орындалуы қажетті және жеткілікті.

Үзіліссіз функцияның вертикаль асимптотасы болмайды.

$y=f(x)$ қисығының $y=kx+b$ түзуі **көлбеу асимптотасы** болу үшін $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}=k$ және $\lim\limits_{x\to\infty}(f(x)-k\cdot x)=b$ шектерінің нақты мәндері болуы қажетті және жеткілікті [6].

Мұнда $x\to-\infty, x\to+\infty$ болғанда шектердің мәндері әр түрлі болуы мүмкін. Егер осы екі шектің біреуі бар болмаса, онда қисықтың көлбеу асимптотасы болмайды.

Библиографиялық тізім

1 Калнин Р.А. «Алгебра и элементарные функции» Издательства «Наука» Москва 1967, 34 с

2 Болтянский В.Г., Сидоров Ю.В., Шабунин М.И. «Лекции и задачи по элементарной математике» Издательства «Наука» Москва 1974, 234 с

3 Зайцев В.В., Рыжков В.В., Сканави М.И. «Элементарная математика» Издательства «Наука» Москва 1974, 65 с

ГРАФТАР ТЕОРИЯСЫ

Каримкулов С. К.
Шымкент университеті

Аннотация

Графтар теориясы Л.Эйлердің 1736 жылы «Кенигсберг көпірлері» мақаласынан бастап қолға алына бастады.

Граф өзінің төбелері $X=\{x_1, \ldots, x_n\}$ және қабырғалары $A=\{a_1, \ldots, a_m\}$ арқылы беріледі. Мұнда төбелердің барлығы a_i қабырғалар арқылы қосылуы шарт емес.

Графты анықтаудың екінші жолы оның төбелері жиыны X-ті беру және бұл төбелерді қандай жолмен қосатын сәйкестік G-ні беру.

Демек, графты келесі жолмен беруге болады екен:

Х жиын және оның ішкі жиыны $G(x)$ арасындағы сәйкестік G беріледі.

Мысал $X=\{x_0, x_1, \ldots, x_5\}$.

$G(x_0)=\{x_1, x_2\}$

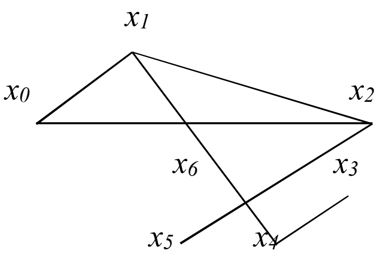
$G(x_2)=\{x_0, x_1, x_5\}$

$G(x_3)=\{x_4\}$

$G(x_4)=\{x_1, x_3\}$

$G(x_5)=\{x_2\}$

$G(x_6)=\varnothing$ болса, графтың көрінісі:



Графтың қырлары (қабырғалары) сызықтар (кесінділер).

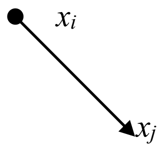
$g(x_i, x_j)$ – g қабырға x_i, x_j төбелермен инцидент деп аталады.

x_i және x_j төбелер графтың қабырғасын анықтаса, онда оларды сыбайлас деп атайды.

Егер қабырғалар ортақ төбелерге ие болса, оларды да сыбайлас деп атайды. Жоғарыдағы мысалда x_1, x_2 – сыбайлас, x_0, x_6 – сыбайлас емес. Егер графтың төбесі еш бір қабырғамен инцидент болмаса, онда оны ажыратылған төбе деп атайды. Егер граф тек ажыратылған төбелерден түзілген болса, онда оны ноль-граф деп атайды.

Ориентирленген және ориентирленбеген графтар. Шынжыр, цикл, контур

A_1) Егер графтың қабырғаларындағы төбелер реттелмеген болса, онда қабырға ориентирленбеген деп аталады. Кері жағдайда қабырға ориентирленген деп аталады. Ориентирленген қабырғаны графтың доғасы деп атайды.



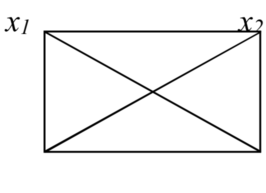
– доға

A_2) Егер графтың әрбір қабырғасы ориентирленген болса, граф ориентирленген деп аталады. Кері жағдайда граф ориентирленбеген деп аталады.

A_3) Егер графта ориентирленген және ориентирленбеген қабырғалар бар болса, онда граф аралас граф деп аталады.

Әрбір $G(x)$ граф үшін кері граф $G^{-1}(x)$ бар. Бұл граф $G(x)$ графтағы әрбір қабырғада ориентацияны керіге ауыстыру арқылы пайда болады.

A_4) Қабырғалары $g(x_i, x_j)$-дің $(i\neq j)$ бірі болатын граф ориентирленбеген толық граф деп аталады. Мысал:

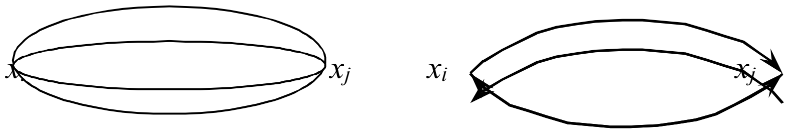


x_3 x_4

A_5) Егер кез келген екі төбесі кемінде бір бағыт бойынша қосылған болса, онда граф толық ориентирленген граф деп аталады (ориентирленген тола граф).

A_6) Егер $g(x_i, x_j)$ қабырғаның төбелері беттессе, онда қабырғаны петля (шалу) деп атайды.

A_7) Егер графтың екі төбесі бірнеше қабырғамен немесе доғамен қосылған болса, онда граф мультиграф деп аталады. Мультиграфты екіге бөлеміз: ориентирленбеген мультиграф және ориентирленген мультиграф.



ориентирленбеген мультиграф | ориентирленген мультиграф

A_8) Егер $G(x)$ және $G_k(x)$ графтардың қабырғалары бірге толық $U(x)$ графты құрса, онда $G_k(x)$ граф $G(x)$ графтың толықтаушысы деп аталады.

Ориентирленбеген графтар үшін келесі ұғымдар орынды:

A_9) Шекті немесе шексіз қабырғалар тізбегі $(...g_1,\ g_2,\ ...)$ цепь (шынжыр) деп аталады.

Мұнда әрбір g_k қабырғаның бір төбесі g_{k-1} қабырғаның төбесі болады, екінші төбесі g_{k+1} қабырғаның төбесі болады.

A_{10}) Егер шынжырдың әрбір қабырғасы әр түрлі болса, онда жай шынжыр деп аталады. Кері жағдайда күрделі шынжыр деп аталады. Жай шынжырда мәндер қайталануы мүмкін (төбелері, қабырғалары). Егер шынжырдың ешбір төбесі қайталанбаса, онда элементар шынжыр деп аталады.

A_{11}) Егер шынжырдың басы да, соңы да бір x_i төбе болса және шекті болса, онда цикл деп аталады. Жай, күрделі, элементар циклдердің анықтамасы шынжырдағы анықтамаларға ұқсас болады. Ориентирленген графтар үшін келесі қосымша ұғымдар енгізілген.

A_{12}) Егер $(g_1,\ g_2,\ ...)$ доғалар тізбегінде әрбір алдыңғы доғаның кейінгі төбесі, кейінгі доғаның бастапқы төбесі болса, онда $(g_1,\ g_2,\ ...)$ доғалар тізбегі $G(x)$ графтың жолы деп аталады.

A_{13}) Бастапқы және соңғы төбелері беттесетін жолды графтың контуры деп атайды.

A_{14}) $L(S)$ доғалар саны жолдың ұзындығы деп аталады ($L(S)$ – жолдағы доғалар саны).

Егер доғалар саны шексіз болса, онда жолдың ұзындығы $L(S)=\infty$ деп алынады.

A15) Егер кез келген $x_i,\ x_j$ төбелер үшін $x_i\in G(x_j)\Rightarrow x_j\in G(x_i)$, яғни кез келген екі сыбайлас төбелер кері ориентирленген доғалармен қосылған болса, онда граф симметриялы граф деп аталады.

A_{16}) Егер кез келген $x_i,\ x_j;\ x_i\in G(x_j)\Rightarrow x_j\in G(x_i)$, яғни кез келген екі сыбайлас төбелер тек бір бағыт бойынша қосылған болса, онда граф антисимметриялы граф деп аталады.

Шекті және шексіз графтар

A_1) Егер графтың төбелер саны шекті болса, шекті граф деп аталады.

A_2) Егер кез келген $x\in X$ үшін $G(x)$ шекті болса, онда $G(x)$ граф G – шекті деп аталады.

Егер графтың төбелері шексіз болса, шексіз граф деп аталады.

Егер $|X|$ – X жиынының элементтері саны болса, онда егер $|X| < \infty$ болса, $G(x)$ шекті граф.

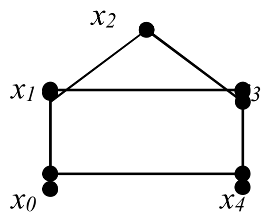
Егер кез келген $x \in X$ $|G(x)| < \infty$ болса, $G(x)$ граф G – шекті граф.

Егер кез келген $x \in X$ $|G^{-1}(x)| < \infty$ болса, $G(x)$ граф G^{-1} – шекті граф.

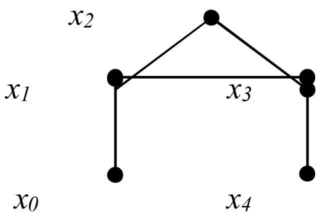
A_3) Егер $G(x)$ граф бір уақытта G және G^{-1} шекті граф болса, онда $G(x)$ локал шекті граф деп аталады. Айқын кез келген шекті граф локал шекті.

Егер $H(X)$ графтың әрбір қабырғасы $G(X)$ графтың да қабырғасы болса және $H(X)$-тың төбелері $G(X)$-тың төбелерімен беттессе, онда $H(X)$ граф $G(X)$ графтың бөлігі деп аталады.

Демек, кез келген $x \in X$ үшін $H(X) \subset G(X)$.



$G(X)$

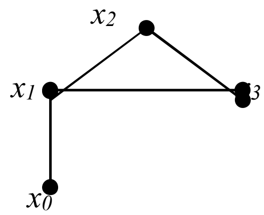


$H(X)$

Бөліктенген графта қабырғалардың (доғалардың) бір бөлігі болады. Берілген графқа қатыс ориентирленген немесе ориентирленбеген болуы мүмкін, яғни берілген граф ориентирленген болса, онда ориентирленген, ориентирленбеген болса, онда ориентирленбеген болады.

$G(X)$ графтың ноль графын $G(X)$-тің бөлікті графы деп есептейміз. $G(X)$-тің барлық бөліктенген графтарын $G(X)$-тің барлық ішкі қабырғаларын алумен аламыз. X – жиын, $A \subset X$ ішкі жиын болсын.

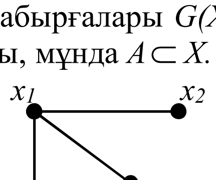
A_4) Төбелері A жиынның элементтері болып, қабырғалары G-ның барлық қабырғалары болатын $G_A(A)$ графты ішкі граф деп атайды.



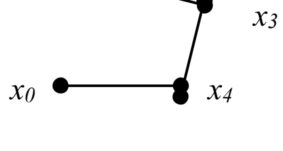
Демек, жоғарыдағы анықтамадан көрінеді, ішкі графтың төбелері A жиынының төбелерінің бір бөлігі болады екен. Егер $A=\{a\}$ бір төбеден тұрса, онда ішкі граф шалу болады. Егер $A \subset X$ $G(X)$ графтың ажыратылған нүктелері болса, онда $G_A(A)$ ноль-граф болады.

Графтың ориентирленген немесе ориентирленбегендігіне қарай ішкі графта ориентирленген немесе ориентирленбеген болады.

Қабырғалары $G(X)$-тің бірер қабырғалары болатын $H_A(A)$ графты бөлікті ішкі граф деп атайды, мұнда $A \subset X$.



Қабырғалары $G(X)$ графтың бірер қабырғалары болатын және $H_A(A)$ бөлікті ішкі графқа тиісті болмайтын $H(A)$ графты қосымша бөлікті граф деп атайды.



Бір төбесі x-те жататын $G(X)$-тің барлық қабырғаларынан тұратын графты жұлдызды граф деп атайды.

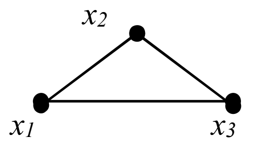
Графтағы байланыстар

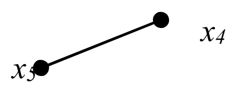
Ұйғарым: $G(X)$ – ориентирленбеген граф. Егер x_i, x_j төбелерді қосатын шынжыр (цепь) бар болса, x_i, x_j төбелер байланысты деп аталады.

Егер S шынжыр x_k төбеден бірден көп рет өтсе, онда x_k төбедегі циклді S шынжырдан шығарып тастауға болады. Бұдан шынжырмен байланысты болатын төбелер элементар шынжыр арқылы байланыста болады.

Егер ориентирленбеген графтың кез келген бір жұп екі төбесі байланысты болса, онда ориентирленбеген графты байланысты деп атайды.

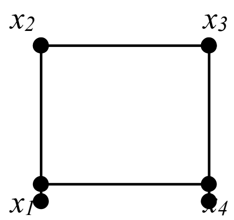
Графтағы байланысты қатынас эквивалент қатынас: $(x_i \sim x_j,\ x_j \sim x_k \Rightarrow x_i \sim x_k)$, $A \subset X$ болсын, $x_i \in A$ және $X - A$ жиынының ешбір төбесімен сыбайлас емес. $G(X)$ – ориентирленбейтін граф болсын. Онда A-да болатын қабырғалары $G(X)$-те болатын $H_A(A)$ ішкі графты $G(X)$ графтың байланысты компонентасы деп атайды.

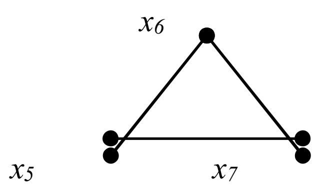




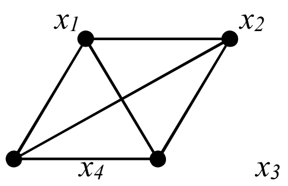
Егер ориентирленетін графтың кез келген екі төбесін қосатын жол бар болса, онда ол күшті байланыста деп аталады.

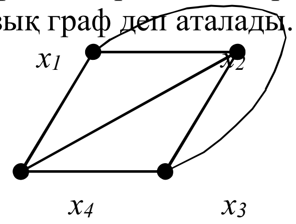
$A \subset X$ болып, $x_i \in A$ және $x_j \in X - A$ төбелердің ешқайсысы сыбайлас болмасын. $G(X)$ – ориентирленген граф болсын. Онда $H_A(A)$ ішкі графты $G(X)$ графтың күшті байланысты компонентасы деп атайды.

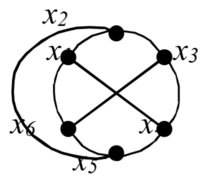




А) Егер $G(X)$ графтың барлық қабырғаларының қиылысқан нүктелері оның төбелері болса, онда $G(X)$ жазық граф деп аталады.







жазық граф жазық емес граф

Библиографиялық тізім

1 Игошин А.А. Математическая логика, теория алгоритмов - М.: Академия, 2004, 340 с.

2 Нұрсұлтанов Қ. Дискретті математикалық логика. Семей, 2002-420б.

3 Ерусалимский Я.М. Дискретная математика: теория, задачи, приложения. М., Вузовская книга, 1998. -410с.

4 Жетпісов Қ., Түсіпов Ж.А. Математикалық логика. Тараз, 2000 -290 б.

5 Тасқараев А., Оразов И. Математикалық логика және дискреттік математика. Шымкент, 2008. -380б.

6 Яблонский С.Б. Введение в дискретную математику. М.: Высшая школа, 2001. -380с.

ТІРЕК ЕСЕПТЕРМЕН ЖҰМЫС ІСТЕУ ТӘСІЛДЕРІ

Тұрғанбай М.А.
Шымкент университеті

Аннотация

Тәжірибе көрсеткендей, стереометриялық есептермен жұмыс істеудің ең бір тиімді тәсілдері тірек есептермен жұмыс істеу тәсілдері болып табылады.

«Тірек» стереометриялық есептерді ажырату тәсілдері, қиын есептерді шешуде пайдалану мен шешу, оқушылардың ойлау қабілеттерін дамытуға, тәжірибе мен білімдерін өз бетінше өзектендіру шеберлігін қалыптастыруға, алгоритмдік және эвристикалық қызметтерін үйлестіруге, есептер элементтері арасында бар байланыстарды айқындатуға, жаңа жағдайларға білімдерді тасымалдауға, есептерді қайта қалыптастыруға, ойша есептеуді іске асыруға, шешуге бағытталған [1].

Жоспарды орындау кезеңіндегі қиын есептерді шешуге оқушыларды үйреткенде «тірек» есептері жүйесін қолданған жөн. Мұнда ең қажетті көрсеткіш болып келесі: «Бұл есепті бұрын «тірек» әдісімен шешілген есеппен салыстырыңыз. «Тірек» есептерін ажыратыңыз, осы жағдайға ұқсас. Есепті шешкенде олар қалайша көмектесе алады? Суретті толықтырыңыз. «Тірек» есептерін ажыратып шешкен еептерді қайта қалыптастырыңыз. Осы есепті шешіп көріңіз».

Тірек есептермен жұмыс істегенде келесі кезеңдерге сәйкес түзген жөн:

а) біртипті есептердің бірнешеуін шешу;

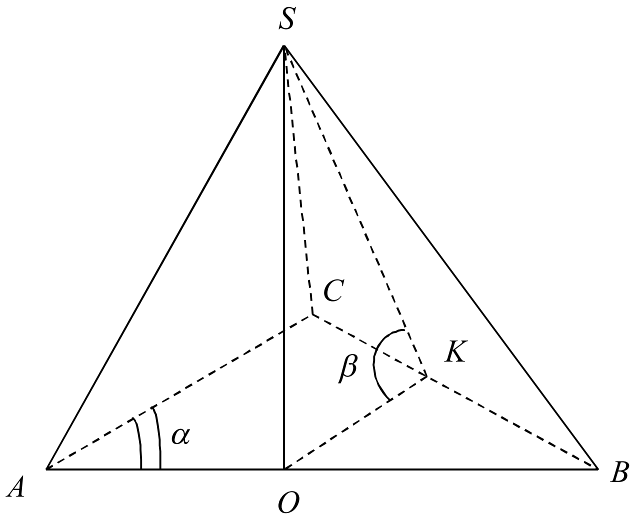
б) оларды шешкенде ортақ үйлесімін табу;

в) олардың ортақ үйлесімін белгілеу түрінде көрсету;

г) алынған белгілеуді осы топтаманың басқа да есептерін шешуге қолдану.

Төменде келтірілген мысалда, есептің қарапайым түрге келтіру арылы шығарылғанын көрсетеміз.

Есеп 1 SABC пирамидасының табаны - үшбұрыш, оның $\angle C = 90^0, \angle A = \alpha, AB = c$ (1-сурет). Пирамиданың бүйір қабырғалары оның табан жазықтығына бірдей көлбеген. SBC қыры мен табан жазықтығы арасындағы бұрыш β – ға тең. Пирамиданың көлемін табыңдар.



1-сурет

Бұл есепті шешу үшін қарапайым есептерге бөлу схемасын құрастырамыз (2-сурет).

Бұл есептің толығырақ шешімін келтіреміз.

1) Пирамиданың биіктігі ΔABC төңірегінде суреттелген шеңбер центрі арқылы өтеді. Бүйір қабырғалары табан жазықтығына бірдей көлбегенгендіктен,

$\Delta SOA = \Delta SCO = \Delta CBO$ нәтижесінде, $OA = OC = OB = r - \Delta ABC$ төңірегінде бейнеленген шеңбердің радиус.

2) SBC қыры мен табан жазықтығы арасындағы сызықтық бұрышты саламыз, $OK \parallel AC$ жүргіземіз, онда $OK \perp BC\left(\angle C = 90^0\right)$ және $SK \perp BC$ болады, нәтижесінде $\Delta SKO - BC$ және $\Delta SKO = \beta$ қабырғалары арасындағы сызықтық бұрыш.

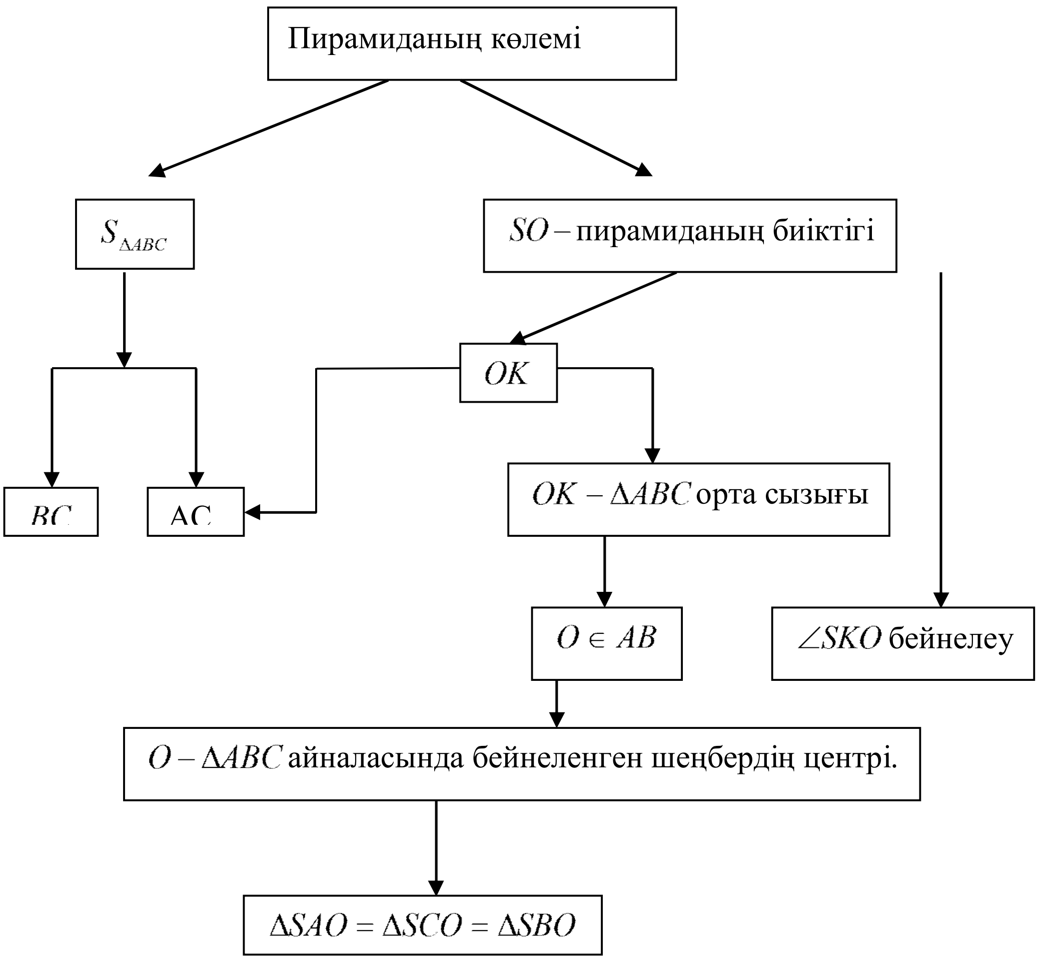
3) $\Delta ABC : AC = AB\cos\alpha -$ дан, AC табамыз, яғни $AC = c \cdot \cos\alpha$.

4) $OK -$ табамыз, ΔABC шеңбер төңірегінде $O -$ центрі және $\angle C = 90^0$, онда $AB -$ диаметрі және OK - ΔABC орта сызығы болады. Бұдан, $OK = \dfrac{c \cdot \cos\alpha}{2}$.

5) $\Delta OSK -$ нан $SO -$ ны табамыз, $SO = OK \cdot tg\beta$ болғандықтан, яғни $SO = \dfrac{c \cdot \cos\alpha \cdot tg\beta}{2}$.

6) $S_{таб} = S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{2} AC \cdot DC = \dfrac{1}{2} c \cdot \cos\alpha \cdot c \cdot \sin\alpha = \dfrac{c^2 \sin 2\alpha}{4}$

7) $V_{пир} = \dfrac{1}{3} S_{\Delta ABC} \cdot SO = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{c^2 \sin 2\alpha}{4} \cdot \dfrac{c \cdot \cos\alpha \cdot tg\beta}{2} = \dfrac{c^3 \sin 2\alpha \cdot \cos\alpha \cdot tg\beta}{24}$



2- сурет

Тірек есептерінің жүйесін алдын ала білу және олардың әрқайсысын пайдалану қажеттілігін дәл білу керек. Бұл берілген күрделі есепті жеңілдеу-құрамдас есептерге «жіктеу» арқылы оқушыларды есеп шығаруға үйретуге мүмкіндік береді. (күрделі есептерді шығаруға байланысты бұл тәсіл бұрыннан белгілі).

Мұндай тәсіл оқушылардың мынадай мәселелерді саналы түсінуге не көмектеседі:

а) берілген есептің шешімі қандай жеке есептер шешімінен тұратынын;

б) әртүрлі есептердің «жіктелуінде» қандай есеп құрамы қайталанатынын;

в) қандай есептерде құрамдық есептер әдістері, шешімі нәтижелері алдағы уақытта пайдалануға болатынын.

Сабаққа есептерді таңдап алуда алдымен олардың қандай үйретушілік, дамытушылық және тәрбиелеушілік маңыздары болатынын анықтап алу керек:

Үйретуші есептер, әдетте, теорияға қатысты ұғымдар мен ақиқаттар бойынша оқушылар білімін тексеру қажеттілігіне және олардың дұрыс түсінуі мен қолдана алуын бақылауға байланысты.

Дамытушы есептердің мақсаты кеңістік түсініктерді, практикалық түсініктерді және логикалық ойлауды қалыптастыру болады.

Тәрбиелеуші есептер пәнге деген ынтасын ояту және қолдап отыру, оқушының творчестволық күшін ояту, сөйтіп оның жеке басының дамуына әсер етуге бағытталады.

Үйретуші есептерге қандайда болмасын фигура кескінін сызуды талап ететін әдеттегі есептерге шығаруға арналған есептер жатады: Көпжақтың, айналу денелерінің кескіндерін көрнекі етіп салу; көпжақтар комбинациясының, айналу денелерінің комбинациясының, және т.б. көрнекі кескіндерін салу[2].

Үйретуші есептерге сонымен қатар дайын сызбалардағы есептер де жатады: Планиметрияда-жазық сызбаларда, стереометрияларда-проекциялық сызбаларда. Сонымен қатар мұндай есептің түрлеріне: «Осы дұрыс па...?», «Дәлелдей (не жоққа шығара) аламыз ба ...?» сияқты жобалау түріндегі есептер де жатады.

Дамытушы есептерге – шешімдері кеңістіктік түсініктерді қалыптастыруға және кеңістік ойға елестетуді дамытуға ықпал жасайтын есептер жатады. Оқушылардың мұндай сапасының алғы шарттарын дамытуды әртүрлі есептерден табуға болады. Мысалға, фигуралардың кеңістікте өзара орналасуы ұғымына байланысты есептер; Үшбұрыштарды қарастыруға келтірілген есептер; геометриялық фигуралардың комбинациясына (бұрыннан қарастырылып келген) байланысты есептер; көпжақтар мен айналу денелерінің проекциялық сызбалардағы әртүрлі қималарын салуға арналған есептер.

Жеткілікті мазмұнды есептерде осы мақсаттардың бәрі де қатар іске асырылады, мұндай жағдайдың пайдасы болмаса зияны жоқ.

Дамытушы есептерге сонымен қатар затты нақты жағдайда білуге көиектесетін есептер де (мысалға, «нақты шардың радиусын қалай табуға болады?» Берілген нақты пирамиданың көлемін есептеу үшін оның бетінде қандай өлшемдер жасау керек?), белгілі бір жағдайды математикаландыру қажеттілігіне байланысты есептер, яғни есепті нақты тілден математикалық тілге аудару.

Дамытушылыққа бұдан басқа оқушылардың логикалық ойлауына бағытталған есептер де жатады. Мұндай есептердің түрлері: Дәлелденілген тұжырымнан салдарлар алуды қарастыру, мүмкіндігінше оны жалпылау, кері тұжырымды құру және оны тексеру екі тұжырымның мәндестігін тексеру, мүмкін болатын жағдайларды толық қарастыруды іске асыру.

Тәрбиелеуші есептер - өзінің мазмұнымен, шығару әдісімен геометрияға қызықтыратын есептер. Бұған тұжырымдардың қалыпты еместігі (стандартты еместігі), ойындық формасы, жағдайлардың әртүрлілігі, кейде тіпті «ерсілеу-тосын» (провокация) сұрақтардың болуы; Ойын ретінде, мысалға, тек бөлікті сызғыштың көмегімен шырпы қорабының диагоналін есептеусіз анық табу.

Тәрбиелеу бағытына сонымен қатар есепті шешуге қажетті берілгендердің «артығымен» және «жеткіліксіз анықталған» мағлұматтары бар есептерді де жатқызуға болады.

Артығымен анықталған «есептерде берілгендер қажеттіліктен артық болады және олар кейбір жағдайларда біріне бірі қайшы келіп жатады, онда есептің шешуі болмайды. «Жеткіліксіз анықталған» есептер көбіне: «Жасай аласыз ба?... деген сөздерден басталады. Егер берілгендері аз болса, жеткіліксіз мәндерді енгізіп есеп шығаруды аяқтайды [3].

Есептердің осындай түрлерін пайдалану оқушыларды есеп шартын тиянақты талдауға үйретеді.

Оқушыларды есеп шығаруға үйрете отырып пән аралық байланысты іске асыруға ұмтылу керек. Мысалға, ішкі математикалық және басқа іргелес пәндермен (физика, сызу т.б.)

Геометрияның сызу курсымен байланысын ерекше атаған жөн. Ол мынадай екі бағытта іске асырылуы мүмкін: геометриядан сызуға және керісінше сызудан геометрияға қарай. Бірінші бағыт – ол сызуда қабылданған, яғни ең алдымен фигуралардың қандай да болмасын проекцияда дұрыс кескінделуі жөніндегі ережелерді түсіндіретін геометриялық есептерді шығару. Екінші бағыт - қандай да болмасын фигураның өзінің ортогональдық проекцияларымен ерілген есептерді пайдалану. Ондай есептер кеңістіктік түсініктерді дамытуда ұтымды да табиғи материал болып табылады. Сонымен фигуралардың берілуі бас қатыратын сөздік сипаттамадан арылады.

«Көпқырлы» тақырыбы бойынша тірек есептер топтамасын қарастырамыз.

А тобы Негізгі, қиынырақ есептердің құрамдас бөлігі болып табылатын есептер.

1 Пирамиданың табанындағы екі жақты бұрыштары тең болса, оның төбесі табанына іштей сызылған шеңбер центріне проекцияланатынын дәлелдеу керек.

2 Пирамиданың бүйір қырлары табанына бірдей бұрышпен көлбеген не өзара тең болса, оның төбесі табанын сырттай сызылған шеңбердің центріне проекцияланатынын дәлелдеу керек.

3 Пирамида биіктігінің кез келген нүктелерінен бүйір жағына жүргізілген перпендикуляр табаны осы бүйір жақтың биіктігінде жататынын дәлелдеу керек.

4 $\angle ASB = \angle ASC = \alpha$. $\angle BSC = \beta$ болатын үшжақты $SABC$ бұрышы берілген.

а) SA қыры $\angle BSC$ бұрышының биссектрисасына проекцияланатынын дәлелдеу керек.

б) SA қырының BSC жазықтығына көлбеу бұрышын табу керек[4].

В тобы Күрделі есептерді шешу үшін қажетті тәсілдер мұнда да қолданылады.

5 Дұрыс төртбұрышты пирамиданың кескіні берілген. Мына кескіндерді салыңыздар.

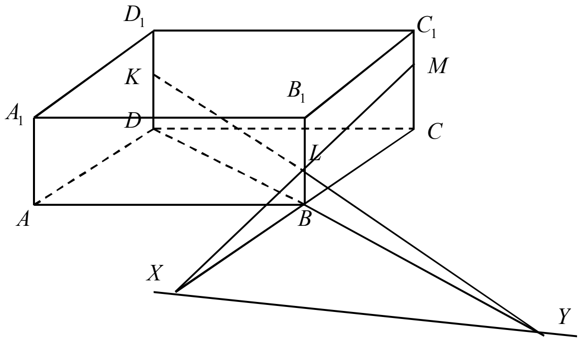
а) пирамида биіктігінің; б) апофеманың және оның пирамида табанына проекциясының; в) бүйір қырының пирамида табан жазықтығына еңкер бұрышының; г) пирамида табанындағы екі жақты бұрыштың сызықтық бұрышының кескіндерін салу керек.

6 $ABCDA_1B_1C_1D_1$ параллелепипедінде K, L, M нүктелері сәйкес $DD_1BB_1CC_1$ қырларында жатады және $KM \neq DC, KL \neq DB$ KLM және ABC жазықтықтарының қиылысу сызығын салу керек. $XY-$ізделінді KLM және ABC жазықтықтарының қиылысу сызығын (3-сурет).

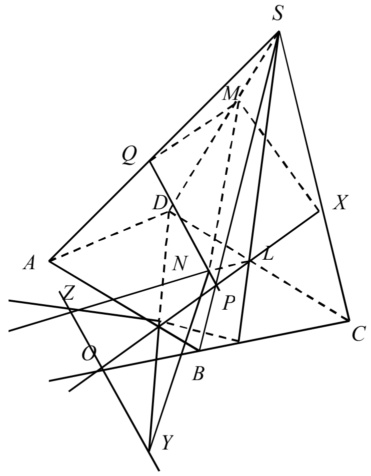
7 $SABCD$ төртбұрышты пирамидасы берілген. MNL жазықтығының SC бүйір қырымен қиылысу нүктесін салу керек. Мұнда $M \in DS$ ал L және N нүктелері сәйкес BSC және ASC қырларында жатады. $X-$ізделінді нүкте (4-сурет).

8 $ABCDA_1B_1C_1D_1$ параллелепипеді берілген. Мұнда $AB = a$, $BB_1 = c$, $\angle ABC = \alpha$, $\angle B_1BC = \gamma$.

9 Нөлдік емес $\vec{n} = (a, b, c)$ векторларына перпендикуляр және $M(x_1, y_1, z_1)$ нүктесі арқылы өтетін жазықтықтың теңдеуін құру керек.



3-сурет



4-сурет

10 $A(x_1, y_1, z_1)$ нүктесінен $ax + by + cz + d = 0$ теңдеуімен берілген жазықтыққа дейінгі қашықтықты есептеп шығару керек.

В тобы Күрделі есептерді шешуде есептердің жауаптары қолданылады [5].

11 Берілген жазықтыққа берілген нүкте арқылы жалғыз ғана перпендикуляр түзу жүргізуге болатынын дәлелдеу керек.

12 Егер $\overrightarrow{AB} = \lambda \cdot \overrightarrow{CD}$ болса, онда $AB \parallel CD$ немесе $AB = CD$ және $AB = \lambda \cdot CD = ?$

13 $\overline{AB} = \alpha \overline{BC}$, мұндағы $\alpha \in R$ теңдігіндегі A, B, C үш нүктенің бір түзу болатыны жеткілікті шарт екенін дәлелдеңдер.

14 Егер M нүктесі қиындының ортасы, ал AB және $O-$жасаушы нүктелері болса, онда $\overline{OM} = \frac{1}{2}(\overline{OA} + \overline{OB})$ теңдігі орындалатынын дәлелдеңдер.

15 Егер $M-$нүктесі ABC үшбұрышының медианаларының қиылысу нүктесі және $O-$кеңістіктегі кез келген нүкте болса теңдігі орындалатынын дәлелдеу керек. $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{3}\left(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}\right)$

16 $\vec{a} = (x, y, z)$ векторының ұзындығын табу керек.

17 $\vec{a} = (x_1, y_1, z_1)$ және $\vec{b} = (x_2, y_2, z_2)$ нөлдік емес векторлардың арасындағы φ бұрышын табу.

18 $A(x_1, y_1, z_1)$ және $B(x_2, y_2, z_2)$ нүктелері белгілі болғанда $\overrightarrow{AB}$ векторының координаталарын табу.

Стереометрия курсының әр түрлі тақырыптарын талдай отырып, оқушы нақты есепті шешу үшін немесе осы тақырыптың тірек есептерін шешуге мүмкіндік беретін ережелер жиынтығына ие болу керек[6].

Библиографиялық тізім

1 Погорелов А.В. Геометрия: Издательство, Просвещение, 1995, 58-67с.

2 Александров А.Д., Вернер А.Л., Рыжик В.И., Стереометрия. Геометрия в пространстве, Висагинас: Альфа,1998, 152-160с.

3 Медяник А.И. Учителю о школьном курсе геометрии. М., Просвещение, 1984, 181-183с.

4 Епишова О.Б. Деятельностный подход как теоретическая основа проектирования методической системы обучения математике. Изд:Тобольского госпединститута, 1999, 25-33с.

БАҒДАРЛАМАЛЫҚ ЖӘНЕ АППАРАТТЫҚ КЕШЕНДЕРДІ НЕГІЗДЕУ МЕН ТАҢДАУ

Султанбеков Б.Ж.
Жетекшісі: Ескендиров Ш.З. т.ғ.д.,профессор.
Шымкент университеті

Аннотация

Фунционалды бағдарламалық кешенді таңдау

Басты бағдарламалық модуль Inprise компаниясының Delphi 7 бағдарламалау ортасында жасалды.

Delphi 7 -бұл бірнеше технология комбинациясы :

- *машиналық кодта жоғары компиляция жасау жоғарлығы;*
- *компоненттердің объектілі-бейімді моделі;*
- *бағдарламалық прототиптерден алынған қосымшалардың визуальді құрылуы;*
- *мәліметтерді құруда құру үшін масштабтайтын құралдар.*

Delphi ядросы – бағдарламалау тілі Delphi Pascal, онда IDE мен VCL қолдайтын кілттік сөздері құрамында бар. Паскаль тілілнің қарапайымдылығымен қоса қазіргі заман талабына сай объектілі-бейімді тіл қасиеттері бар.

«Клиент-сервер» архитектурасын құру үшін қосымша құруда Delphi компиляторына жоғары жасаушылық қамтамасыз етілген.

Delphi компиляциялау кезінде машиналық кодқа аударады. Ал, дәл сол кезде кейбір компиляторлар бар p-кодқа айналдыратын кейін оны виртуальді p-машиналыққа айналдыруға мүмкіндік береді.

Бағдарламалық компонет объектілі-бейім моделі:

Барлығы Delphi-де жасалған құрастырушылар ондағы компонетті оңай өзгерте алады. Delphi ортасы (RAD-rapid application development) қосымшаларды дайындауда визуальді құралдар жиынтығы бар. Қолданушылық интерфейс құруда қолқабыс береді, корпоративті мәліметтер қорына қосылуды қамтамасыз етеді. Визуальді компонеттер кітапханасы-VCL қолданушылық интерфейсін құру, мәліметтерді басқару объектісі, графикалық объектілер, мультимедия объектілері, диалогтар мен файлдарды басқару объектілері, DDE мен OLE басқару компонеттерінен тұрады. Delphi-де визуальді компонеттер объектілі Паскаль тілінде жазылады, осы Паскальда қосымшаның алгоритмдік бөлігі де жазылады. Delphi-дің визуальді компонеттері түзету мен қайта жазу үшін ашық болып келеді.

Мәліметтерді құруда құру үшін масштаптайтын құралдар:

Delphi –де МҚ объектілері SQL негізделген және Borland Database Engine толық қуатын игерген. Delphi құрамына сонымен қатар Borland SQL Link енгізілген, сол себепті Oracle,Sybase, Informix және InterBase МҚБЖ-не рұқсат жоғары эффективті тұрғыда өтеді. Delphi-де InterBase локальді сервері SQL серверіндегі қосымшаны офлайндық режимде жасап шығаруға мүмкіндік береді. Delphi ортасындағы локальді машина үшін ақпараттық жүйені құрастырушы ақпаратты сақтау үшін .dbf (dBase Clipper) немесе .db (Paradox) форматтағы файлдарды қолданса болады. Егер ол локальді InerBase for Window 4.0 қолданса, онда оның қосымшасы ешбір өзгеріссіз жұмыс істейтін болады және клиент-сервер архитектурасымен бірге үлкен жүйе құрамында да.

Delphi-дің екі нұсқасы шығарылған бірі (Delphi Client-Server) «клиент-сервер» архитектурасында қосымша жасауға арнап шығарылған, ал келесі (Delphi for Windows) нұсқасы қалған бағдарламашылар үшін шығарылған. Delphi көмегімен жасалған қосымшаларды Royalty-пайызсыз және runtime–лицензиясыз қолдануға болады.

Delphi клиент-сервер нұсқасы

Клиент-сервер нұсқасы келесідей ерекшеліктерден тұрады:

SQL Links: Oracle,Sybase, Informix, InterBase үшін арнайы драйверлер жазылған. Локальді сервер InterBase: SQL сенрвері Windows 3.1. МҚБЖ үшін локальді торапқа жалғанбаған компьютерде корпоративті қосымша үшін жасалған. reportSmith Client/server Edition: SQL-сервері үшін есеп беру генераторы.

Team Development Support: Intersolve компаниясының PVCS көмегімен нұсқалық қадағалауды ұсынады немесе басқа бағдарламалық нұсқалық қадағалау тауарлары көмегімен.

Vusual Query Builder- бұл SQL –сұраныстарының визуальді жасау кешендері.

Windows үшін Delphi

Delphi Client-Server көпшіліктен тұрады және жоғары жасаушы құрастырушылар қосымшалары үшін арналған. Олар dBase пен Paradox типті локальді МҚБЖ-мен жұмыс істейді. Delphi Desktop Edition тез құрастыруда осындай орта мен мықты компилятор ұсынады (Client/Server Edition) клиент-сервер нұсқасы сияқты. Бұл орта құрастырушы үшін мамандырылған қосымша дайындауға мүмкіндік береді. Олар dBase пен Paradox типті МҚБЖ-мен жұмыс істейді. Delphi құрастырушыға Paradox, dBase, C++ немесе басқада дайын бағдарламалардан шақырылатын DLL жасауға мүмкіндік береді.

Delphi Client-Server

Delphi for Windows –тағы Delphi Client-Server-дегідей:

Object Pascal компиляторы (бұл Borland Pascal 7.0 тілінің кеңейген түрі)

ReportSmith 2.5 есеп беру геннераторы (SQL-серверлерімен жұмыс істеу қабілеті шыныменен жоқ)

Қосымшаны визуальді құру ортасы

Визуальді компонеттер кітапханансы

InterBase локальді сервері

RAD Pack for Delphi

Delphi кейбір еерекшеліктері:

InterBase локальді сервері – бұл құрал қосымшаны автономды түрде ғана түзетулер енгізуге мүкіндік береді. Team Development Support- топ ішінде жобалау құралы.

Машиналық кодқа айналдыратын жоғары жасаушы компилятор Delphi-де көптеген p-кодқа ауыстыратын Паскаль - компиляторларынан айырмашылығы программалық мәтін машиналық кодқа ауыстырылады.

Интерфейстерді визуальді құрушы (Visual User-interface builder) клиент-серверлі қосымшаларды визуальді тез құруға мүмкіндік береді. Сәйкес палитрадан компонетті таңдау керек.

Құрылымды объектілі-бейімді бағдарламалау

Құрушының Delphi ортасын машықтау:

Delphi –ді іске қосқаннан кейін жоғарғы терезеде горизонтальді компонент палитрасының иконалары орналасқан. Курсор иконада тұрып қалса, төменгі жағында сары тіктөрбұрышта көмекші сөз көрінеді.

Объект инспекторы:

Бұл құрал өз бетінше жеке терезе, мұнда сіз бағдарлама жасау барысныда қасиеттер мен оқиғалар мәнін (Properties & Events) анықтай аласыз.

Проект менеджері:

Құрастырушыға сәйкес проектідегі барлық модульдерді көру мүмкіндігін береді және де проектілерді басқарудың ыңғайлы механизмімен қамтамасыз етеді. Проект менеджері таңдалған форма мен проектінің уақыты мен күнін және файл атауын көрсетеді.

Объектілер навигаторы:

Рұқсат етілген объектілер кітапханасын көрсетеді. Сіздің қосымшаңыз бойынша навигацияны іске асырады. Объектілер иерархиясын көруге болады. Кітапханада компиляцияланған модульдерді, сіздің кодыңыздың глобальді тізімін көруге де болады.

Бағдарлама интерфейсі:

Бағдарламада қолданылатын экрандық форманы бейнелеу толық кешені, қодanушының бағдарламалық интерфейсі деп аталады. Қолданушы интерфейсінде барлық мәзірді құрады, олар диалогты терезелер, батырмалар, объектілер мен суреттер, бұларды қолданушы қосымша жұмыс істеу барысында көреді.

Мәзірде Windows қосымшасына рұқсат етілген командалар бар, олар диалогты терезелер, батырмалар мен бағдарламаны орындау барысында қолданушыға керекті ақпаратты көруге мүмкіндік беретін тышқан көрсеткіші; ал қолданушыға терезелер мен жүгіртпе жолдар экранға шығарылатын ақпаратты көруге мүмкіндік береді.

Әдебиеттер тізімі

1. Автоматизированное рабочее место в системе управления предприятием –Санкт-Петербург: Сборник научных трудов, 2011.

2.Аппак М.А. Автоматизированные рабочие места на основе персональных ЭВМ - Москва: Радио и связь, 2012.

3. В. Гофман, А. Хомоненко. Работа с базами данных в Delphi. - Санкт-Петербург, БХВ, 2000.

ЭЛЕКТРОНДЫ ОҚЫТУ ЖҮЙЕЛЕРГЕ ШОЛУ ЖӘНЕ АНАЛИЗДЕУ

Махулбек Б.Т.

Жетекшісі – Ескендиров Ш.З.,т. ғ.д., профессор

Шымкент университеті

Аннотация

Ғылыми және тәжірибелік іс әрекеттердің әр түрлі салаларында әр түрлі жаңа технологиялар жасауға компьютерлердің жасалуы мен олардың дамытылуы алып келді және алып келерін жалғастыруда.

Осындай саланың бірі болып білім беру табылады, бұл бір ұрпақтан екінші ұрпаққа жүйеленген білімнің, шеберліктің берілу процесі. Өз алдына қуатты ақпараттық сала бола отырып және әртүрлі классикалық ақпаратты жүйелерді қолдану тәжірибесіне ие болып, білім беру қазіргі заман техникасының мүмкіндіктеріне үн қатты[1].

Қуатты Control Data Corporation ЭЕМ фирмасының негізінде жасалған алғашқы PLATO оқыту жүйесі АҚШ – та 50 – жылдардың соңында жасалып 20 – жыл көлемінде дамытылды. Оқыту бағдарламалардың көптеп жасалуы мен қолданылуының нағыз қызған шағы 80 – ші жылдардың басы болды, ол кезде дербес компьютерлер (ДК) пайда болып тарала бастаған еді. Компьютерлік оқытулардың компьютерлік оқыту бағдарламаларын құру үлгілері пайда болуына байланысты оған әр түрлі білім аймақтарынан ондаған мың мамандар қосылды. Оқыту бағдарламаның құрылуы творчествалық процесс, ол тек ойлауды ғана емес сезімді де қажет етеді. Бұл процесс әлі толық зерттелмеген сондықтан қатаң жазба нормативтерімен жазыла алмайды[1,2].

Оқыту бағдарламаны жасаушыларды көптеген қауіптер мен қақпандар қарсы алады. Педагогтар үшін ең үлкен қауіп – топтағы оқыту ерекшіліктерін компьютерлік оқытуға механикалық аустыру, педагогтық жұмысын анағұрлым дәлірек көшіруге ұмтылыс. Негізгі ұстаным бойынша механикалық ауыстыру келесі себептерге байланысты мүмкін емес екендігін атап өткізіп өткіміз келеді.

Тіпті ең тәжірибелі педагог, өз ісінің шебері әрқашан өзінің іс әрекетін толық жазып көрсете алмайды (көптеген шешімдерді педагог ішкі сезіміне сүйеніп қабылдайды, олар толығымен түсінілмейді және неге дәл бұл шешім қабылданды деген сұраққа көптеген жағдайларда үнемі тәжірибелі осылай кеңес берді немесе бұл тәжірибеден белгілі деген жауаптар беріледі және т.б).

Педагог тәжірибе жинақтайтын топтық, кластық оқыту компьютерлік адекватты моделі бола алмайды, ол топтық оқытудан ерекшеленетін көптеген жеке оқыту ерекшеліктеріне ие.

Компьютер оқу процесінің жүзеге асуына тек анықталған шектеулерді ғана қоймайды, ол оқу іс - әрекетінің басқаруындағы жаңа мүмкіндіктерді ашады. Бұл ең алдымен материалды ұсынудың шектеусіз мүмкіндіктері есебінен жүреді, әр түрлі оқулық тапсырмаларын қолдану, үлкен мәліметтер ағымының жинақталуы мен өнделуі жолымен оқытатын модельді құру, берілген пәндік аймаққа қатысты білім қорының таусылмайтын көлемі есебі де бар. Одан бөлек оқытушы бағдарламасын жасау бұл тәжірибелікпен салыстырғанда анағұрлым сапалы педагогтың іс - әрекеті екенін атап өту керек[1,3].

Тапсырманы шеше алуға, ал алгоритм құрастыра алмауға болады. Ал оқыту бағдараламаны жасау кезінде компьютер жұмысының алгоритімін құру керек, ал ол педагогтың іс - әрекетін көшірмейді, ол модель дейді және тіпті сол функциялардың өздерін басқа тәсілдермен жүзеге асырады. Одан бөлек оқытушы бағдарламаларының жасалынуы тек бір аймақтық пәнде ғана емес, оқушылар мен оқу процесі туралы терең білімді талап етеді. әлемдік тәжірибе нақты көрсеткеніндей, тіпті өте тәжірибелі жұмысшылар арнайы дайындықтан өткеннің өзінде, тіпті нашар оқыту бағдарламаларды жасайды, олар дәстүрлі оқытудан деңгейі әлдеқайда төмен қорытындылар беруі мүмкін. әділдік үшін айтып өту керек оқыту аймағындағы мамандар құрастырған барлық бағдарламалар нәтижиелі болған жоқ [1]. Олардың көбісі іш пыстырар қызық емес болғандықтан оларды көп мұғалімдер мен оқушылар қабылдамай тастады[1,2,3].

Оқыту бағдарламаның құрылуы – бұл ғылым және өнер. Ол өте терең білім мен талантты талап етеді.

Бағдарламашылар үшін бағдарламалар пакетін жасау ұстанымдарын механикалық түрде бағдарламалық педагогикалық өнімді жасауға талпыныс маңызды қауіп туғызады. Бұл бағдарламалар ерік жігері бар, қызығушылықтары бар және оқыту барысына өте үлкен назар аударатын тірі адамдардың іс - әрекетін басқаратынын ұмытпау керек.

Компьютердің нәтижиелі қолданылуын қамтамасыз ету үшін, тіпті өздерінше дұрыс сілтемелер жүйесін салу жеткіліксіз. Оқушылар осы сілтемелерге еретіндей жағдайларды жобалау қажет. Тек жасаушылары қажетті жағдайда адамдық факторларды есепке алған оқытушылық бағдарлама ғана әсерлі оқытуды бере алады[3].

ЭОЖ классификациясы[1,2]. Классификация үшін, бағдарламалармен жұмыс істеу кезінде оқытылатын оқу іс - әрекетінің ерекшеліктері негіз болады. Оқытушы бағдарламаның төрт түрі ерекшеленеді:

- жаттығулық және бақылаушылық;
- талап етушілік;
- модельдеуші және қайталаушы;
- дамытушы ойындар;

Бірінші түрдің бағдарламалары шеберлік пен тәсілдерді нығайтуға арналған. Теоретикалық түрде материал зерттеліп қойған деп есептеледі. Бұл бағдарламалар кездейсоқ ретпен оқушыға сұрақтар мен тапсырмаларды беріп дұрыс және дұрыс емес шешілген тапсырмаларды санайды.

Екінші түрдегі бағдарламалар оқушыға зерттеу үшін теоретикалық материалды ұсынады. Осы жағдайда оқытудың басты элементі болып кепілдемелердің реттелген реті табылады. Талап етушілік оқытудың негізі болып бағдарламалық оқыту табылады.

Бағдарламалық оқытудың бірнеше түрі бар:

1. Сызықтық оқыту (негізін салған АҚШ – тағы Гарвард университетінің профессоры Б.Ф.Скиннер). Материал қадамдар деп аталған шағын мөлшерлерге бөлінеді, оларды оқушы әр қадам сайын игеріп отырады. Оқушы жұмысқа деген қызығушылығын жоғалтпас үшін сұрақтар қиын болмау керек. Оқыту барысында оқушыларға жауаптарының дұрыс немесе қате екндігі лезде хабарланып отырылады.

2. Бұтақталған бағдарлама (авторы Норман А. Кроудер) бірнеше тарсырмалар жауаптарының ішінен бір дұрыс жауапты таңдап алуға негізделген.

Егер сызықтық бағдарламаның негізі қателерді болдырмаудан тұрса, ал бұтақталған бағдарлама қателерді жоюға бағытталмаған. Кроудер қателер оқушылардың біліміндегі жетіспеушіліктерді анықтауға және оқушылар қандай мәселені толық түсіндірілмегенін анықтауға көмектеседі деп айтқан.

Үшінші түрдегі бағдарламалар компьютердің графикалық – үйлестірушілік мүмкіндіктеріне негізделген.

Төртінші түрдегі бағдарламалар оқушының назарына бір қатар ойдан шығарылған ортаны, қандай да бір мүмкіндіктер топтамасымен оларды жүзеге асыру құралдарын ұсынады.

Онша күрделі еместігіне байланысты бірнеше және екінші оқыту бағдарламалары кеңінен таралған. (RAD) қосымшаларының тез жасалу құралдарының пайда болуына байланысты 3 – 4 ші түрлердің де дамуы басталды.

Сонымен компьютерлердің пайда болуы және дамытылуы жаңа технологиялар жасауға әкелді және әкелуді жалғастырып жатыр, оның ішінде білім беру аймағында да. Компьютер материалдарды шектецсіз ұсыну мүмкіндігі есебінен, әр түрлі оқулық тапсырмаларды қолдану және оқушының моделін құру арқылы оқу іс - әрекетін басқарудағы жаңа мүмкіндіктерді ашады [2,3]. Компьютерлік оқытылуыдың ендірілуімен оқуға деген тұрып қалған көзқарастар мен талғамдар өзгере бастады, және де адам іс - әрекетінің дәстүрлі аясы да өзгере бастады.

Қолданған әдебиеттер тізімі

1. Голицына И.Н. Вопросы эффективности внедрения компьютерных технологий в профессиональное образование // Educational Technology & Society. – 2011. – 3 (3). – С. 538 – 547.

2. Джуринский А.Н. Развитие образования в современном мире. М.: Мир, 2014.

3. Шолохович В.Ф. Информационные технологии обучения // Информатика и образование. – 2019. – № 2. – С. 5 – 13.

C, TURBO C++ ТІЛДЕРІНЕН ПРАКТИКАЛЫҚ ПРОГРАММАЛАРДЫ ДАЙЫНДАУ WEB ТҮЙІНІН ҚҰРУ ТЕХНОЛОГИЯСЫ

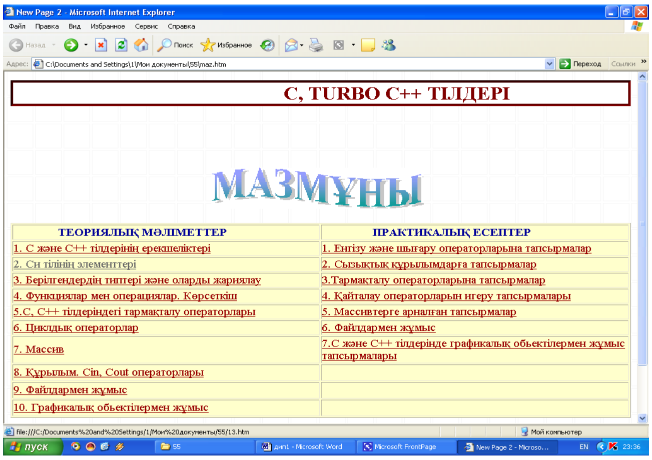
Алимханова Н.А.
Жетекшісі – Ескендиров Ш.З. т.ғ.д., профессор
Шымкент университеті.

Аннотация

С және Turbo C++ тілдерінен web түйіні FrontPage редакторы арқылы іске асырылды.

FrontPage редакторы Web беттер мен Web түйіндер құруға арналған Microsoft Office 2000 құрамына кіретін программа. Аспаптар тақтасы мен мәзірдегі командаларды пайдаланып бетке мәтіндік және графикалық информациялар, навигациялар тақтасы мен бір беттен екіншісіне өту үшін қолданылатын сілтемелер орналастыруға болады.

FrontPage-дің басқа да кестелерді, фреймдерді, жүгіртпе жолдарын, түрлі анимацияларды және т.б. мүмкіндігі бар. Web беттер мен Web түйіндерді құруды жылдамдату үшін шаблондар мен шеберлерді пайдалануға болады. FrontPage программасы Web түйінге Microsoft Office-тің құрамына кіретін Word, Excel, Accses, PowerPoint программада дайындалған құжаттарды енгізуге мүмкіндік береді.



Негізгі бет болып табылатын бұл беттте С, Turbo C++ тілдерінің мазмұны жазылған. Бет екі фреймге

бөлінген. Бетті фреймдерге бөлу үшін File→New Page, шыққан терезеге Frame Page түймесін таңдап, ол жерден фреймдердің түрлерін таңдауға болады. Бірінші фреймді тақырып жолы деп атаса да болады. Өйткені, бұл web түйіні С және Turbo C++ тілі жайлы екенін көрсетеді. Көріп отырғанымыздай, бұл фреймде жүгіртпе жолы ұйымдастырылған. Жүгіртпе жолды қою үшін Insert→ Component→ Marquee… командасын орындаймыз. Сол кезде Marquee Proporties диалогтық терезесі ашылады. Ол жерге жүгіртпе жолдың мәтінін жазып, оның жылдамдығын, оң, сол жақтан шығуын, түсін ұйымдастыра аламыз [9].

Екінші бетте(фреймде) мазмұны қарастырылған. Мазмұнда пайдаланушыға ыңғайлы түрде кесте құрылып, теориялық мәліметтер және практикалық есептер деп бөлінген. Теориялық мәліметтерде: С және Turbo C++ тілдерінің ерекшеліктері, элементтері, айнымалылар және олардың типтері, т.б тақырыптары қамтылған. Әр тақырыпқа алдын-ала web бет дайындалып, оған сілтеме жасалынған. Практикалық есептер бөлімінде осы тақырыптарға байланысты мысалдар келіріліп, тапсырмалар дайындалған.

Негізгі Web беттердің дизайнын жасау жолдары

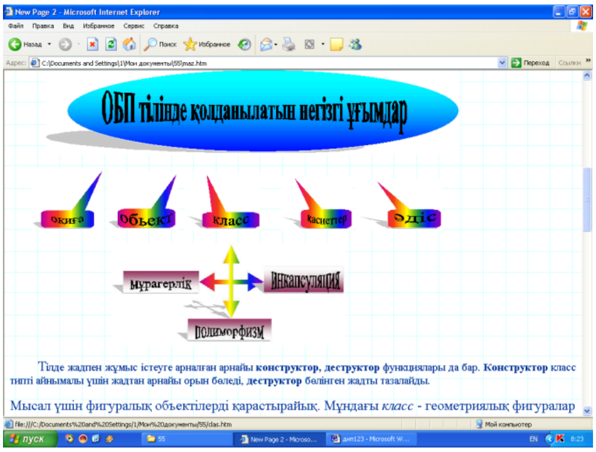
Web беттердің дизайнын жасау үшін түрлі фондар, суреттер таңдалып, анимациялар мен жүгіртпе жолдар ұйымдастырылды. FrontPage редакторында фон қою үшін From=>Theme… командасын орындау қажет. Шыққан терезеден фон түрін таңдауымызға болады.

Кей web беттердің фондары мен суреттері Paint, Photoshop, PageMaker, MS PowerPoint программаларында алдын ала дайындалды. Оны FrontPage редакторына шақыру үшін мәзір жолдарының Format=> Background командасын орындау және шыққан терезеден Browser түймесін шерту керек. Дайындалған суретті файлдардың ішінен тауып алып, ОК түймесін шертсе болғаны.

Ал, суреттерді кірістіру үшін:

1) Insert=>Picture=>Form File командасын орындаймыз.
2) Шыққан сұхбаттық терезеден іздеу түймесін шертіп, сурет орналасқан жолды көрсетеміз.
3) ОК түймесін шертеміз.

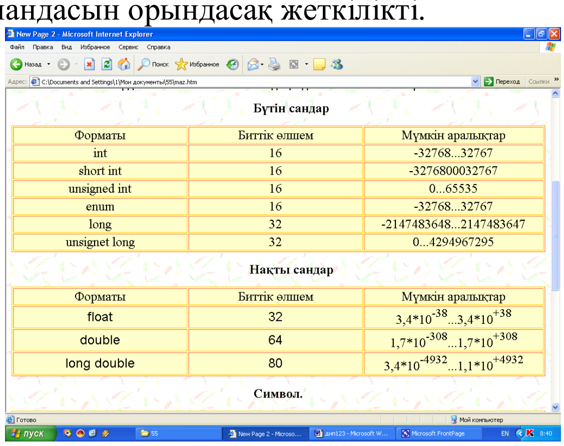
Мысалы үшін төмендегі бетті алайық:



бұл бетте суреттер MS Word-та алдын-ала дайындалып, FrontPage редакторына шақырылған. Беттегі *оқиға, обьект, класс, қасиеттер, әдіс* суреттеріне сілтемелер жасалынған. Сілтеменің жасалу жолы төмендегіше:

1) Insert=>Hyperlink… командасын орындау
2) Шыққан сұхбаттық терезеге сілтеме жасалатын беттің адресін көсету қажет.

Немесе суретті не мәтінді белгілеп алып, тышқанның оң жақ батырмасын басып, Hyperlink Properties… командасын орындасақ жеткілікті.



Бүтін сандар

Форматы	Биттік өлшем	Мүмкін аралықтар
int	16	-32768...32767
short int	16	-3276800032767
unsigned int	16	0...65535
enum	16	-32768...32767
long	32	-2147483648...2147483647
unsignet long	32	0...4294967295

Нақты сандар

Форматы	Биттік өлшем	Мүмкін аралықтар
float	32	$3,4*10^{-38}...3,4*10^{+38}$
double	64	$1,7*10^{-308}...1,7*10^{+308}$
long double	80	$3,4*10^{-4932}...1,1*10^{+4932}$

Символ.

Бұл беттің ерекшелігі кестелердің болуында. Кесте құру үшін:

1) Мәзір қатарынан Table=>Insert=>Table… командасын орындаймыз.
2) Шыққан терезенің Rows жолына жолдар санын, ал Columns жолына баған санын енгіземіз.
3) Дәл осы терезенің сол жақ төменгі бұрышында Style… батырмасын таңдасақ, Modify Style терезесі пайда болады. Ол жерден Format батырмасын шертіп, кестенің түсін, жазудың қаріптерін өзгерте алмыз.

Сонымен қатар, беттердегі мәтіндердің шрифтерін, түстерін, орналасуын өзгертуге болады. Ол үшін, мәтінді белгілеп алып, Format=>Font… командасын орындаймыз. Шыққан сұхбаттық терезе төрт Font, Color, Effects, Preview бөлінген. Font бөліміне мәтіннің шрифтін, қалыңдығын(жирный, курсив, полужирный, т.б) бере аламыз. Мәтіннің түсін Color бөлімінде өзгертеміз. Effects бөлімінде мәтіннің жазылу стилін өзгерте аламыз. Ал Preview бөлімінде осы өзгертулер көрсетіледі.

Пайдаланылған әдебиеттер

1. О. Камардинов. С және Turbo C++ тілдерінде программалау. Түркістан-2005
2. Н. Культин C\C++ в задачах и примерах. Санк-Петербурк 2011. 277 бет
3. Р.І.Қадырбаева, О.Ә.Сүлейменова Microsoft Front Page.Шымкент 2012. 71 бет.

ТРИГОНОМЕТРИЯЛЫҚ ТЕҢДЕУЛЕРДІ ШЕШУ ТӘСІЛДЕРІ

Халмуратова М.
Ғылыми жетекшісі: п.ғ.к., аға оқытушы Өтебаева Ш.К.

Аннотация

В этой статье рассматривается решение задачи тригонометрические уравнении

Тригонометриялық теңдеулерді шешу үшін , алгебра курсынан белгілі тригонометрияға қатысты төменгі сыныптарда оқыған тепе-теңдіктерді , формулаларды , тригонометриялық функциялардың қасиеттерін , алгебралық теңдеулерді шешу әдістерін пайдаланамыз.

Тригонометриялық теңдеулерді шешу дегеніміз - берілген теңдеуді тура тепе-теңдікке айналдыратын аргументтің барлық мәндерін табу.

Тригонометриялық теңдеулерді шешудің өзіне тән ерекше әдістері бар:

1.тригонометриялық теңдеудің бір түбірі бар болса, онда оның шексіз түбірлері болады;

2.тригонометриялық теңдеуді оның екі жақ бөлігіне ортақ көбейткәіш болатын тригонометриялық функцияға бөлуге болмайды, себебі теңдеудің ең болмағанда бір шешімі жоғалады.

Кез-келген тригонометриялық теңдеу тепе-тең түрлендірулерден кейін мына түрдегі теңдеулердің біреуіне келеді.

sinx=a. cosx=a. tgx=a. ctgx=a [1]

Енді теңдеулерді шешіп қарастырайық:

1. $2\sin^3 x + 2\sin^2 x \cos x - \sin x \cos^2 x - \cos^3 x = 0$

Шешуі: Теңдеудің әрбір мүшесін $\cos^3 x$ -ке бөлеміз

Сонда: $2tg^3 x + 2tg^2 x - tgx - 1 = 0; tgx = z$

$2z^3 + 2z^2 - z - 1 = 0$

Сонда: $(2z^3 + 2z^2) - (z+1) = 0 \Rightarrow (z+1)(2z^2 - 1) = 0$

$z + 1 = 0 \Rightarrow z = -1; tgx = -1 \Rightarrow x_1 = -\frac{\pi}{4} + k\pi; x_1 = \frac{\pi}{4}(4k-1)$

$2z^2 - 1 = 0 \Rightarrow 2z^2 = 1 \Rightarrow z^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow z = \pm\frac{1}{\sqrt{2}} = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$

$tgx = \pm\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow x_2 = \pm arctg\ \frac{\sqrt{2}}{2} + k\pi$

2. $ctgt - \sin t = 2\sin^2\frac{t}{2}$.

$$\frac{\cos t}{\sin t} - \sin t = 1 - \cos t$$

$$\frac{\cos^2\frac{t}{2} - \sin^2\frac{t}{2}}{2\sin\frac{t}{2}\cos\frac{t}{2}} - 2\sin\frac{t}{2}\cos\frac{t}{2} = 2\sin^2\frac{t}{2}$$

$$\cos^2\frac{t}{2} - \sin^2\frac{t}{2} - 4\sin^2\frac{t}{2}\cos^2\frac{t}{2} = 4\sin^3\frac{t}{2}\cos\frac{t}{2}$$

$$\cos t - \sin^2 t = 2\sin^2\frac{t}{2} * 2\sin\frac{t}{2}\cos\frac{t}{2}$$

$$\cos t - \sin^2 t = (1 - \cos t)\sin t$$

$$\cos t - \frac{1 - \cos 2t}{2} = \sin t - \sin t\cos t$$

$$2\cos t - 1 + \cos 2t = 2\sin t - 2\sin t\cos t$$

$$2\cos t - 1 + \cos 2t = 2\sin t - \sin 2t$$

$$2\cos t - 2\sin t + (\cos 2t + \sin 2t) - 1 = 0$$

$$2(\cos t - \sin t) + (\cos^2 t) - \sin^2 t + 2\sin t + \cos t - \sin^2 t - \cos^2 t = 0$$

$$2(\cos t - \sin t) + 2\sin t\cos t - 2\sin^2 t = 0$$

$$2(\cos t - \sin t) + 2\sin t(\cos t - \sin t) = 0$$

$$2(\cos t - \sin t) * (1 + \sin t) = 0$$

$$\cos t - \sin t = 0 \Rightarrow 1 - \frac{\sin t}{\cos t} = 0 \Rightarrow tgt = 1; t_1 = \frac{\pi}{4} + k\pi; t_1 = \frac{\pi}{4}(4k + 1);$$

$$1 + \sin t = 0 \Rightarrow \sin t = -1 \Rightarrow t_2 = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi; t_2 = \frac{\pi}{2}(4k - 1);$$

3. $\sin^4 2x + \cos^4 2x = \sin 2x\cos 2x$

Шешуі:

$$(\sin^4 2x + 2\sin^2 2x\cos^2 2x + \cos^4 2x) - 2\sin^2 2x\cos^2 2x = \sin 2x\cos 2x$$

$$(\sin^2 2x + \cos^2 2x)^2 - 2\sin^2 2x\cos^2 2x = \sin 2x\cos 2x$$

$$1 - 2\sin^2 2x\cos^2 2x - \sin 2x\cos 2x = 0 /* 2$$

$$2 - 4\sin^2 2x\cos^2 2x - 2\sin 2x\cos 2x = 0$$

$$2 - \sin^2 4x - \sin 4x = 0 /* (-1)$$

$$\sin^2 4x + \sin 4x - 2 = 0$$

$$\sin 4x = z$$

$$z^2 + z - 2 = 0 \Rightarrow z_1 = 1, z_2 = -2$$

$$\sin 4x = 1 \Rightarrow 4x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi; x_1 = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}; x_1 = \frac{\pi}{8}(4k + 1)$$

$$\sin 4x \neq -2$$

4.

$$2\sin^3 x - 2\cos 2x - \sin x = 0$$

$$2\sin^2 x\sin x - \cos 2x - \sin x = 0$$

$$2\frac{1 - \cos 2x}{2}\sin x - \cos 2x - \sin x = 0$$

$$(1 - \cos 2x)\sin x - \cos 2x - \sin x = 0$$

$$\sin x - \cos 2x\sin x - \cos x - \sin x = 0$$

$$\sin x\cos 2x + \cos 2x = 0 \Rightarrow \cos 2x(\sin x + 1) = 0$$

$$\sin x + 1 = 0 \Rightarrow \sin x = -1; x_1 = -\frac{\pi}{2} + 5k\pi; x_1 = \frac{\pi}{2}(k - 1)$$

$$\cos 2x = 0 \Rightarrow 2x = \frac{\pi}{2}k\pi; x_2 = \frac{\pi}{2} + \frac{k\pi}{2}; x_2 = \frac{\pi}{4}(2k + 1)$$

5. $\sin 3x + \sin 5x = \sin 6x$

Шешуі:

$$\sin 5x + \sin 3x = \sin 4x$$
$$2\sin 4x\cos x - \sin 4x = 0$$
$$\sin 4x(2\cos x - 1) = 0$$
$$\sin 4x = 0 \Rightarrow 4x = k\pi; x_1 = \frac{k\pi}{4}$$
$$2\cos x - 1 = 0 \Rightarrow \cos x = \frac{1}{2}; x_2 = \frac{\pi}{3} + 3k\pi; x_2 = \frac{\pi}{3}(6k \pm 1)$$

6. $4\sin x\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 4\sin(\pi + x)\cos x + 2\sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)\cos(\pi + x) = 1$

Шешуі:

$$4\sin x\sin x + 4(-\sin x)\cos x + 2\left[\sin\frac{3\pi}{2}osx - \cos\frac{3\pi}{2}\sin x\right](-\cos x) = 1$$
$$4\sin^2 x - 4\sin x\cos x + 2\cos^2 x = 1$$
$$4\sin^2 x - 4\sin x\cos x + 2\cos^2 x = \sin^2 x + \cos^2 x$$
$$3\sin^2 x - 4\sin x\cos x + \cos^2 x = 0$$

Соңғы теңдікті әрбір мүшесін $\cos^2 x$-ке бөлеміз. Сонда

$3tg^2 x - 4tgx + 1 = 0; tgx = z$ деп белгілейміз. Сонда

$$3z^2 - 4z + 1 = 0$$
$$z_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{4-3}}{3} = \frac{2 \pm 1}{3}; z_1 = 1; z_2 = \frac{1}{3}$$
$$tgx = 1 \Rightarrow x_1 = \frac{\pi}{4} + k\pi$$
$$tgx = \frac{1}{3} \Rightarrow x_2 = arctg\frac{1}{3} + k\pi$$

Оқушылардың танымдық қызығушылығын дамытудың негізгі құралдардың бірі - тригонометриялық есептер. Бұл оқушыларда математикалық мәдениеттің маңызды элементтерін қалыптастыруға жүйелі бағыт береді, сонымен қатар оқушыларда ғылыми-теориялық көзқарасты қалыптастыруда да үлкен рөл атқарады.

Әдебиеттер:

1. Асқарова М. Тригонометриялық теңдеулерді шешу әдістері. А,1987
2. Воробейчик И.Я., Математ ика 1-3 т. СпБ—2005
3. Стойлова Л.П. Математика . Уч. пособие для студентов в педвузов. М.,2000.
4. Кыдырбаева А.А. Математика . Опорный курс математики. – А., 2005.

АНЫҚТАЛМАҒАН ТЕҢДЕУЛЕР ЖҮЙЕСІН АНЫҚТАУЫШТАР ӘДІСІМЕН ШЕШУ

Жорабай Н.

Ғылыми жетекшісі: п.ғ.к., аға оқытушы Өтебаева Ш.К.

Аннотация

В этой статье рассматривается решение задачи сметодоми неопределенные системы уравнении.

Анықталған теңдеулерді теңдеулер жүйесіне келтіру мүмкіндігін және теңдеулер жүйесін анықталмаған теңдеулерге келтіру мүмкіндігін пайдаланып, анықталмаған теңдеуді шешудің анықтауыш әдісін келтіріп шығаруға болады. Осылардан пайдаланып кейбір есептеудің дербес және жалпы түбірлерін табуға мысалдар келтірейік:

$$ax + by = c, \qquad [1]$$

мұндағы: $a,b,c-$ тұрақты $a \neq b$ сандар.

Осы теңдеуді анықтауыш әдісімен шешейік.

$\Delta = a-b$ болғанда, $\Delta x = \begin{vmatrix} c & b \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = c$, ал $\Delta y = \begin{vmatrix} a & c \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = -c$ болады. Сөтіп, теңдеудің дербес шешімі:

$$x_0 = \frac{c}{a-b}, \quad y_0 = -\frac{c}{a-b} \text{ болады.}$$

Олай болса, оның жалпы шешімі

$$x = \frac{c}{a-b} + bt, \quad y = -\frac{c}{a-b} - at$$

болатындығын табамыз.

Мысал 1. $54x + 37y = 1$ теңдеу берілген.[1]

$\Delta = a - b = 54 - 37 = 17; \quad \Delta = 17.$

$$\Delta x = \begin{vmatrix} c & b \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 37 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1, \quad \Delta y = \begin{vmatrix} a & c \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 54 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = -1;$$

$$x = \frac{\Delta x}{\Delta} = \frac{1}{17}, \quad y = \frac{\Delta y}{\Delta} = \frac{-1}{17}.$$

Тексеру: $54 \cdot \frac{1}{17} - 37 \cdot \frac{1}{17} = \frac{1}{17} \cdot 17 = 1;$

Жауабы: $x = \frac{1}{17}, \quad y = -\frac{1}{17}.$

Мысал 2. $27x - 40y = 1$ теңдеу берілген.

$\Delta = 27 + 40 = 67; \quad \Delta = 67.$

$$\Delta x = \begin{vmatrix} c & b \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -40 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1; \quad \Delta y = \begin{vmatrix} a & c \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 27 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = -1;$$

$$x = \frac{\Delta x}{\Delta} = \frac{1}{67}; \quad y = \frac{\Delta y}{\Delta} = -\frac{1}{67}.$$

Тексеру: $27 \cdot \frac{1}{67} + 40 \cdot \frac{1}{67} = \frac{1}{67} \cdot 67 = 1;$

Жауабы: $x = \frac{1}{67}, \quad y = -\frac{1}{67}.$

1-әдіс:

$$\begin{cases} x^2y + 3xy + 2y + 3 = 0, \\ 2xy - 2x + 2y + 3 = 0; \end{cases} \qquad \begin{cases} y(x^2 + 3x + 2) + 3 = 0, \\ y(2x + 2) + (3 - 2x) = 0; \end{cases} \qquad [2]$$

$$f(x) = \begin{vmatrix} x^2 + 3x + 2 & 3 \\ 2x + 2 & 3 - 2x \end{vmatrix} = 0; \quad x(2x^2 + 3x + 1) = 0.$$

$x = 0$ болғанда, $y = -1{,}5$ (0; –1,5); $x = -0{,}5$ болғанда $y = -4$ (–0,5;–4).

Жауабы: (0; –1,5); (–0,5;–4).

2-әдіс:

$$\begin{cases} x + y + 2xy = 7, \\ xy + 2(x + y) = 8; \end{cases} \qquad \begin{matrix} x + y = u \\ xy = \upsilon \end{matrix} \text{ деп белгілесек,} \qquad [2]$$

$$\begin{cases} x + y + 2xy = 7, \\ xy + 2(x + y) = 8; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u + 2\upsilon = 7, \\ 2u + \upsilon = 8. \end{cases} \quad \Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 1 - 4 = -3; \ \Delta = -3.$$

$$\Delta u=\begin{vmatrix}7 & 2\\ 8 & 1\end{vmatrix}=7-16=-9,\quad \Delta \upsilon=\begin{vmatrix}1 & 7\\ 2 & 8\end{vmatrix}=8-14=-6;$$

$$u=\frac{\Delta u}{\Delta}=\frac{-9}{-3}=3;\quad \upsilon=\frac{\Delta \upsilon}{\Delta}=\frac{-6}{-3}=2;\quad \begin{cases}x+y=3,\\ xy=2,\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x_1=1,\ \ x_2=2,\\ y_1=2,\ \ y_2=1.\end{cases}$$

Жауабы: (1;2), (2;1).

n-ші дәрежелі анықталған теңдеулерді теңдеулер жүйесіне ауыстыру әдісі және оның ерекше жолдары

$x^2-5x+6=0$ теңдеуді Виет теоремасы бойынша теңдеулер жүйесіне айналдыруға болады:

$$\begin{cases}x_1+x_2=5,\\ x_1\cdot x_2=6.\end{cases} ,\qquad [3]$$

Осы жүйенің коэффициенттерін алайық: $\begin{matrix}1 & 1 & 5\\ 1 & 1 & 6\end{matrix}$ сандары пайда болады.

5 санын екі санның қосындысы түрінде былай жазуға болады:

$5=1+4$

$5=2+3$

6 санын екі санның көбейтіндісі түрінде былай жазуға болады:

$6=1\cdot 6$

$6=2\cdot 3$

Осы екеуінен жауаптың 2 және 3 болатындығын табуға болады.

$x^2-8x+15=0$ теңдеуін анықтауыш әдісімен шешейік. Теңдеулер жүйе-сіне айналдырсақ, ол былай болады:

$\begin{cases}x_1+x_2=8,\\ 3x_1-4x_2=3.\end{cases}$ Виет теоремасымен іріктеу әдістері арқылы осы жүені шығаруды жалғастырамыз.

Бұл жүйені анықтауыш әдісімен шешейік:

$$\Delta=\begin{vmatrix}1 & 1\\ 3 & -4\end{vmatrix}=-4-3=-7;\quad \Delta=-7.$$

$$\Delta x_1=\begin{vmatrix}8 & 1\\ 3 & -4\end{vmatrix}=-32-3=-35,\quad \Delta x_1=-35;$$

$$\Delta x_2=\begin{vmatrix}1 & 8\\ 3 & 3\end{vmatrix}=3-24=-21,\quad \Delta x_2=-21.$$

$$x_1=\frac{\Delta x_1}{\Delta}=\frac{-35}{-7}=5,\ \ x_1=5;\quad x_2=\frac{\Delta x_2}{\Delta}=\frac{-21}{-7}=3,\quad x_2=3.$$

Жауабы: $x_1=5$; $x_2=3$.

Жалпы анықталмаған теңдеулерді шешуді жоғары сыныптарда таңдау компоненті арқылы енгізу математика курсының ғылыми деңгейін көтереді, оқушыларда математикалық мәдениеттің маңызды элементтерін қалыптастыруға жүйелі бағыт береді, сонымен қатар оқушыларда ғылыми-теориялық көзқарасты қалыптастыруда да үлкен рөл атқарады.

Әдебиеттер:

1. Потапов М.К. и др. Математика. Методы решения задач. Для поступающих в вузы. М., 2005.
2. Сканави М.И. Сборник задач по математике для поступающих в вузы: В 2 кн. Кн. 1. М., 2002.
3. Шарыгин И. Ф. Факультативный курс по математике. Решение задач: Учебное пособие для 10 класса средней школы, М.: Просвещение, 2009.

ТРИГОНОМЕТРИЯЛЫҚ ТЕҢДЕУЛЕРДІ ШЕШУДІҢ НЕГІЗГІ ТӘСІЛДЕРІ

Кабулжанова М.
Ғылыми жетекшісі: п.ғ.к., аға оқытушы Өтебаева Ш.К.

Аннотация

В этой статье рассматривается решение задачи тригонометрических уравнений и неравенства.

Кез келген тригонометриялық теңдеуді шеше беруге болатын әмбебаб тәсіл жоқ. Есеп типтерінің көптігі ондай тәсілдерді анықтауға мүмкіндік бермейді. Бірақ, әрбір тригонометриялық теңдеуді түрлендіру нәтижесінде оны қарапайым (жай) тригонометриялық теңдеуге келтіруге болатын бірнеше тәсілдербар. Төменде практикада көп тараған сондай әдістер туралы сөз болады.

а) **Бірдей аргументті тригонометриялық теңдеулерді шешу.**

Тригонометриялық теңдеулерді шешудің мынадай әдістері бар:

1) көбейткіштерге жіктеу әдісі;
2) жаңа айнымалы енгізу әдісі;
3) универсал ауыстыру;
4) көмекші аргумент енгізу әдісі.

Енді әр әдіске мысалдар келтіру арқылы тоқталайық.

1-мысал $\sin 5x + \sin x + 2\sin^2 x - 1 = 0$ [1]

түрлендіруді орындап, теңдіктің сол жағын көбейткіштерге жіктейміз. $\sin 5x + \sin x$ қосындысына синустардың қосындысы формуласын қолданамыз және $2\sin^2 x = 1 - \cos 2x$ екенін пайдаланамыз. Сонда берілген теңдеу $2\sin 3x \cos 2x + (1 - \cos 2x) - 1 = 0$ түрінде келеді де әрі қарай $\cos 2x(2\sin 3x - 1) = 0$ болады. Енді есеп $\cos 2x = 0$, $2\sin 3x = 1$ теңдеулері жиынын шешуге келтіріледі. $\cos 2x = 0$ теңдеуінен $2x = \frac{\pi}{2} + n\pi$, яғни $x = \frac{\pi}{4} + \frac{n\pi}{2}$, $n \notin Z$ екенін табамыз. $2\sin 3x = 1$ теңдеуін $\sin 3x = 0.5$ әрі қарай

$3x = (-1)^m \arcsin(0.5) + \pi m$ екенін табамыз. $\arcsin(0.5) = \frac{\pi}{6}$ болғандықтан, $3x = (-1)^m \frac{\pi}{6} + \pi m$, $x = (-1)^m \frac{\pi}{18} + \frac{\pi m}{3}$, $m \notin Z$. Сонымен, берілген теңдеудің шешімі мынадай болады:

$$x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2};\ x = (-1)^m \frac{\pi}{18} + \frac{\pi m}{3},\ n \notin Z,\ m \notin Z.$$

2-мысал $2\cos^2 x + 14\cos x = 3\sin^2 x$ теңдеуін шешу керек. [2]

Шешуі: $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$ болғандықтан, теңдеуді $2\cos^2 x + 14\cos x - 3(1 - \cos^2 x) = 0$ түрінде жазуға болады, әрі қарай $5\cos^2 x + 14\cos x - 3 = 0$. $y = \cos x$ деп ұйғарып, $5y^2 + 14y - 3 = 0$ квадраттық теңдеуін аламыз. Бұл теңдеуді шешіп, $y_1 = 0.2$, $y_2 = -3$ екенін табамыз. Олай болса, не $\cos x = 0.2$, бұдан $x = \pm \arccos(0.2) + 2\pi n$ не $\cos x = -3$ бұл теңдеудің шешімдері жоқ, өйткені $|\cos x| \le 1$.

2) Жаңа айнамалы енгізу әдісі біртекті деп аталатын теңдеулерді, яғни $a\cos x + b\sin x = 0$ (1-дәрежелі біртекті теңдеу), $a\sin^2 x + b\sin x\cos x + c\cos^2 x = 0$ (2-дәрежелі біртекті теңдеу) түріндегі теңдеулерді шешкенде пайдалы болады. $a \ne 0$ болған жағдайды қарастырайық. Бірінші теңдеудің екі жағын да $\cos x$-ке, ал екінші теңдеудің екі жағын да $\cos^2 x$-ке бөлеміз. Соның нәтижесінде tgx-ке қатысты алгебралық болатын, сондықтан $tgx = y$ ауыстыруы арқылы шешілетін келесі теңдеулерді аламыз: $atgx + b = 0$, $atg^2x + btgx + c = 0$. $a \ne 0$ болғанда біртекті теңдеуді $\cos x = 0$ болатындай x-тің мәндері қанағаттандырмайды. Сондықтан $\cos x$-ке (немесе $\cos^2 x$-ке) біртекті теңдеудің екі жағын да бөлу $a \ne 0$ болған жағдайда түбірлер жоғалтуға әкелмейді.

3-мысал $8\sin x - 7\cos x = 0$ теңдеуін шешу керек. [2]

Шешуі Теңдеудің екі жағын да $\cos x$-ке мүшелеп бөліп. $8tgx - 7 = 0$ теңдеуін аламыз. Әрі қарай $tgx = \frac{7}{8}$ болады, бұдан $x = arctg\left(\frac{7}{8}\right) + \pi n$, $n \notin Z$

4-мысал $5\sin^2 x + \sqrt{3}\sin x\cos x + 6\cos^2 s = 5$ теңдеуін шешу керек. [2]

Шешуі $5\sin^2 x + \sqrt{3}\sin x\cos x + 6\cos^2 s = 5(\sin^2 x + \cos^2 x)$; $\sqrt{3}\sin x\cos x + \cos^2 x = 0$. Алынған теңдеуде $a\sin^2 x$ түріндегі мүше жоқ, яғни $a = 0$. Бұл жерде теңдеудің екі жағын да $\cos^2 x$-ке бөлуге болмайды, өйткені $\cos x = 0$ болатындай x-тің мәндері берілген теңдеуді қанағаттандырады, сондықтан $\cos^2 x$-ке бөлу түбірлердің жоғалуына әкеледі. Бақаша әрекет жасаймыз: алынған теңдеудің сол жақ бөлігін көбейткіштерге жіктеп, $\cos x(\sqrt{3}\sin x) + \cos x = 0$ теңдеуін аламыз.

Енді есеп $\cos x = 0$, $\sqrt{3}\sin x + \cos x = 0$ теңдеулері жиынтығын шешуге келтіріледі. Жиынтықтың бірінші теңдеуінен $x = \frac{\pi}{2} + m\pi$, $m \notin Z$ екенін табамыз. $\sqrt{3}\sin x + \cos x = 0$ бірінші дәрежелі біртекті теңдеуінің екі жағын да $\cos x$-ке бөліп, $tgx = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ екенін, бұдан $x = arctg\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) + n\pi$, яғни $x = -\frac{\pi}{6} + n\pi$, $n \notin Z$ екенін аламыз. (Соңғы теңдеуді былай шешуге болады: $\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x + \frac{1}{2}\cos x = 0$ $\cos\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$ болғандықтан, $\cos\frac{\pi}{6}\sin x + \sin\frac{\pi}{6}\cos x = 0$ теңдеуін алмыз. Бұдан $\sin\left(x + \frac{\pi}{6} = 0\right)$; $x + \frac{\pi}{6} = \pi n$; $x = -\frac{\pi}{6} + \pi n$).

Сөйтіп, шешімдердің екі сериясы табылды.: $x = \frac{\pi}{2} + \pi m$, $x = -\frac{\pi}{6} + \pi n$, $m \notin Z$, $n \notin Z$.

3) Универсал ауыстыру Егер $x \neq \pi + 2\pi n$ бокса, онда келесі тепе-теңдік орынды: $\cos x = \dfrac{1 - tg^2 \frac{x}{2}}{1 + tg^2 \frac{x}{2}}$; $\sin x = \dfrac{2tg \frac{x}{2}}{1 + tg^2 \frac{x}{2}}$. Шынында да,

$$\frac{1 - tg^2 \frac{x}{2}}{1 + tg^2 \frac{x}{2}} = \frac{1 - \dfrac{\sin^2 \frac{x}{2}}{\cos^2 \frac{x}{2}}}{\dfrac{1}{\cos^2 \frac{x}{2}}} = \cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2} = \cos x;$$

$$\frac{2\, tg \frac{x}{2}}{1 + tg^2 \frac{x}{2}} = \frac{2 \dfrac{\sin \frac{x}{2}}{\cos \frac{x}{2}}}{\cos^2 \frac{x}{2}} = 2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} = \sin x.$$

Сөйтіп, $\sin x$ пен $\cos x$ $u = tg \frac{x}{2}$ арқылы рационал өрнектеледі, сондықтан $tg \frac{x}{2} = u$ ауыстыруы универсал ауыстыру деп аталады. Ол $R(\sin x; \cos x) = 0$ түріндегі теңдеулерге қолданыла алады, мұнда $R(\sin x; \cos x)$ $\sin x$ пен $\cos x$-ке қатысты рационал функция. Универсал ауыстыруды пайдалану $x \neq \pi + 2n\pi$ үшін ғана мүмкін болатындықтан, $x = \pi + 2n\pi$ түріндегі сандар берілген теңдеудің шешімі болу мәселесін тексеру керек.

Тригонометриялық теңдеулерді шешу тәсілдері

1. $\sin 2x = \cos^4 \frac{x}{2} - \sin^4 \frac{x}{2}$ [3]

Шешуі:

$$\sin 2x = \left(\cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2}\right)\left(\cos^2 \frac{x}{2} + \sin^2 \frac{x}{2}\right)$$

$$\sin 2x = \cos x$$

$$2\sin x \cos x - \cos x = 0$$

$$\cos x(2\sin x - 1) = 0 \Rightarrow \cos x = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{\pi}{2} + k\pi; x_1 = \frac{\pi}{2}(2k+1)$$

$$2\sin x - 1 = 0 \Rightarrow \sin x = \frac{1}{2}; x_2 = (-1)^k \frac{\pi}{6} + k\pi;$$

2. $(1 + \cos 4x) * \sin 2x = \cos^2 2x$

Шешуі:

$$\left(1+\cos 4x\right)*\sin 2x=\frac{1+\cos 4x}{}2$$

$$2\left(1+\cos 4x\right)*\sin 2x=\left(1+\cos 4x\right)$$
$$2\left(1+\cos 4x\right)*\sin 2x-\left(1+\cos 4x\right)=0$$

$$\left(1+\cos 4x\right)*\left(2\sin 2x-1\right)=0\Rightarrow 1+\cos 4x=0;\cos 4x=-1;4x=\pi+2k\pi;x_1=\frac{\pi}{4}+\frac{k\pi}{2};x_1=\frac{\pi}{4}\left(2k+1\right)$$

$$2\sin 2x-1=0\Rightarrow \sin 2x=\frac{1}{2};2x=\left(-1\right)^k\frac{\pi}{6}+k\pi;x_2=\frac{\pi}{12}+\frac{k\pi}{2}$$

3. $1-\sin 3x=\left(\sin\frac{x}{2}-\cos\frac{x}{2}\right)^2$ [4]

Шешуі:

$$1-\sin 3x=\sin^2\frac{x}{2}-2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}+\cos^2\frac{x}{2}$$
$$1-\sin 3x=1-\sin x$$
$$-\sin 3x+\sin x=0\Rightarrow \sin 3x-\sin x=0;2\cos 2x-\sin x=0\Rightarrow \sin x*\cos 2x=0$$
$$\sin x=0\Rightarrow x_1=k\pi;\cos 2x=0\Rightarrow 2x=\frac{\pi}{2}+k\pi;x_2=\frac{\pi}{4}+\frac{k\pi}{2};x_2=\frac{\pi}{4}\left(2k\right)+1$$

Орта мектепте жоғары математика элементтерін оқыту әрбір бітірушіде белгілі бір жалпы математикалық білім, білік, дағды қалыптастырылып, шындық өмірдегі обьектілерді бейнелеудегі математиканың мәнін ұғынып, маңызды практикалық есептердің математикалық моделін құрайтындай, математикадан алынған жалпы білім басқа пәндерді оқып-үйренуге, өздігінен білім алуға, білімін жалғастыруға жеткілікті болу керек. Сондықтан бұл мақаланың өзектілігі жалпы орта мектеп оқушыларының тригонометриялық теңдеулер мен теңсіздіктерді шешудегі түрлі тәсілдерді қолдану әдістемесін жасау қажеттілігін анықтауда болып табылады.

Пайдаланылған әдебиеттер:

1. Шыныбеков Ә.Н. Алгебра және анализ бастамалары. Жалпы білім беретін мектептің 10 сыныбына арналған оқулық. Алматы: Атамұра, 2007 – 256ет
2. Айдос Е.Ж., Балықбаев Т.О. «Математика пәні бойынша жоғарғы оқу орнына түсушілерге арналған оқу құралы» ЖШСРПБК Дәуір

К-МӘНДІ ЛОГИКАЛЫҚ ФУНКЦИЯЛАР ҮШІН ИНТЕРВАЛДАР ӨЛШЕМІН АНЫҚТАУ ТӘСІЛІ

Көпбаева А.А.

Байжуманов А.А., ф.-м.ғ.к.

Аннотация

Рассматривается некоторые проблемы минимизации к-значных логических формул полученных от функции обшей формы и оценки их сложности.

Дискреттік математиканың жаңа ғылыми облыстарындағы қосымша болып келетін және соңғы кездері өте оптимал жолдармен логикалық формулалар құрылымының минимал шешімдеріне алып келетін объекттер жиынымен және құбылыстарды танып – білу проблемалары [1], медициналық немесе техникалық диагностикалары [2], қазіргі кездегі автоматтардың құрылуы [3], тестік мәселелерді тексеру, дискреттік құрылымдардағы қателіктерді табу және жөндеу , функционал элементтердің синтез мәселелері және т.б. салалар болып табылады.

Айталық $X = \{x_1, x_2, \dots x_m, \dots\}$ - бастапқы айнымалылар алфавиті берілген болсын. Логикалық алгебрасында немесе бульдік функцияларда осы алфавитте анықталған $f(x_1, x_2, \dots, x_n) x_i \neq x_j, i \neq j$ функцияны қарастырамыз .

Белгілеу енгіземіз:

$$x^{\delta} = \begin{cases} \bar{x}, \text{егер } \delta = 0 \\ x, \text{егер } \delta = 1 \end{cases}.$$

Мұнда $x^{\delta} = 1$ болатынын тек $x = \delta$ жағдайдағана дұрыс екенін көру қиын емес. Логикалық алгебраның n айнымалыға байланысты кез келген f функциясы формула ретінде терістеу, конъюнкция және дизъюнкция арқылы төмендегідей жазылуы мүмкін:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \bigvee_{\substack{(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n) \\ f(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n) = 1}} x_1^{\delta_1} \cdot x_2^{\delta_2} \cdot \dots \cdot x_n^{\delta_n} \qquad (1)$$

Бұл формула символдар саны аз болған қысқартылған формула алұға көп септігін тигізеді. Бұл формуланы кемел дизъюнктивті қалыпты форме(к.д.қ.ф.) деп атауға келісеміз.

1-анықтама. $K = x_{i_1}^{\delta_1} \& x_{i_2}^{\delta_2} \& \dots \& x_{i_r}^{\delta_r}$ логикалық көбейтінді элементарлық коньюнкция (э.к) деп аталады (бұдан былай оны қолайлық үшін $K = x_{i_1}^{\delta_1} x_{i_2}^{\delta_2} \dots x_{i_r}^{\delta_r}$ ретінде жазуға келісеміз), бұл жерде x_{i_j} әртүрлі айнымалылар, ал r саны коньюнкцияның рангі деп аталады.

2-анықтама . Элементар конъюнкциялары әртүрлі болған $D = K_1 \vee K_2 \vee \dots \vee K_m$ логикалық қосындыны дизъюнктивті қалыпты форма(д.қ.ф.) деп аталады. (1) түріндегі д.қ.ф. кемел дизъюнктивті қалыпты форме(к.д.қ.ф.) деп аталады, ал m санын д.қ.ф.нің ұзындығы деп атауға келісеміз.

3-анықтама . f функцияның минимал(төте) д.қ.ф.сы деп f функцияны іске асыратын және басқа д.қ.ф.лармен салыстырғанда ең кем санды айнымалылар(элементар конъюнкциялар) қатысатын д.қ.ф.ны айтамыз.

Логикалық алгебра функциялары E^n кубтағы n – өлшемді бірлік төбелер жиынында анықталған. Әрбір f функцияға барлық $\acute{\alpha} \in E^n$ төбелер үшін f(ά)=1 болған $N_f \subseteq E^n$ ішкі жиындарды сәйкес қоямыз.

4-анықтама. $N_к \subseteq E^n$ ішкі куб r - рангілі интервал деп аталады, егер ол r-рангілі К э.к.ға сәйкес келетін болса.

Бұл r-рангілі интервал 2^{n-r} нүктелерден құралады, ал d=n-r шамасы $N_к$ интервалдың өлшемі деп аталады (dim $N_к$).

Мұнда f функцияның кез келген $K_1 \vee K_2 \vee \dots \vee K_m$ д.қ.ф.сы үшін $N_f = \bigcup_{j=1}^{m} N_{k_j}$ қатынас орындалады, сондықтан f функцияның әрбір д.қ.ф.сы N_f жиынның қапталуына сондай $N_{k_1}, N_{k_2}, \dots, N_{k_m}$ интервалдармен $N_{k_j} \subseteq N_f$ (j=$\overline{1,m}$) шарт бойынша байланыста болады. Бұндай интервалдар f функциясы үшін жарамды деп аталады.

5-анықтама. $N_к$ интервалы f функциясы үшін максимал деп айтылады, егер $N_к \subseteq N_f$ болып $N_к \subset N_{k`} \subseteq N_f$ қатынаста болатын $N_{k`}$интервалы табылмаса.

Егер ρ-өлшемді $N_{\mathfrak{R}}$ интервал κ-өлшемді N_K интервалмен қиылысатын болса, онда t-өлшемді интервалдың қиылысуы $0 \leq t \leq \rho$ шекарасында, ал N_K өлшемі $t \leq \kappa \leq n - \rho + t$ аралықта болады.

1.3-теорема .Логикалық алгебраның n айнымалыға байланысты дерлік барлық fфункциялар үшін бірінші ретті аймақтағы кез келген $\mathfrak{R}(N_{\mathfrak{R}} \subseteq N_K)$ конъюнкциялардың интервалдар саны

$$n^{(1-\theta_n^{`})loglogn} \leq l(f) \leq n^{(1+\theta_n^{``})loglogn},$$
$$lim\theta_n^{`} = lim\theta_n^{``} = 0.$$

аралықта жатады.

Дәлелдеуі. Төмендегі шаманы бағалаймыз:

$$\bar{l}_p(n) = \sum_{g=0}^{t} \sum_{k=t}^{n-t+g} \bar{l}_{p,k,t}(n)$$

Белгілеп алынған t да k бойынша ең үлкен мәнге $\bar{l}_{p,k,t}(n)$өрнегі не $k^{`} = [loglogn]$,не $k^{`} + 1$болғанда (оның үшін $\bar{l}_{p,k,t}(n) / \bar{l}_{p,k+1,t}(n)$ қатынасын тексереміз) ие болады және сонда 1.1 теоремадағыдай k бойынша $\bar{l}_{p,k,t}(n)$ шаманың максимумын табамыз. Төмендегі қатынас

$\frac{\bar{l}_{p,k+1,t}(n)}{\bar{l}_{p,k,t}(n)} = \frac{(p-t)(k-t)2^{2^t}}{(n-p-k+t+1)(t+1)2}$

n жетерліктей үлкен болғанда бірден кіші (мұнда $t \le \min(p,k)$, $p,k \le loglogn + logloglogn$ екендігін ескеру қажет) және $t = 0$ болғанда $\bar{l}_{p,k,t}(n)$ максимумға ие болады, сондықтан

$\bar{l}_p(n) = \sum_{g=0}^{t} \sum_{k=t}^{n-t+g} \bar{l}_{p,k,t}(n) \le (p+1)(n-p)(\max_{k,t} \bar{l}_{p,k,t}(n)) \le \quad \le (p+1)(n-p)(\max_{k} \frac{C_{n-p}^{k} 2^p}{2^{2^{k}-1}}) \le n^{(1+\theta_n)loglogn} 2^p$, $lim\theta_n = 0$.

f функциясының n айнымалысына байланысты болғандағы үлесі $l_p(f) \le \frac{1}{\varepsilon} \bar{l}_p(n)$ үшін $(1-\varepsilon)$ нан кем емес. Ал $\varepsilon = \frac{1}{n}$ болғанда төмендегіні аламыз:

$l_p(f) < n\bar{l}_p(n) = n^{(1+\theta_n)loglogn} 2^p, \qquad lim\theta_n = 0.$

Еді интерлдың өлшемі $[logn + 1]$ ден аспайтын логикалық алгебра функцияларын қарастырамыз (мұнда [10]- жұмыстан n нің өскендігінен қалған функциялардың үлесі нөлге үмтылатындығын білеміз). Онда кез келген $N_{\mathfrak{R}} \subseteq N_f$ интервал үшін төмендегі қатынас орынды:

$$l(f) \le n^{(1+\theta_n^{``})loglogn}, lim\theta_n^{``} = 0.$$

Төменгі бірлерді алу үшін I.2 теоремасының нәтіжесін пайдаланамыз:

$$l(f) = \sum_{g=0}^{t} \sum_{k=t}^{n-t+g} l_{p,k,t}(f) \ge \max_{k,t} l_{p,k,t}(f) = n^{(1-\theta_n^{`})loglogn},$$

$$lim\theta_n^{`} = 0.$$

Теорема дәлелденді.

Салдар. Логикалық алгебраның nайнымалыға байланысты дерлік барлық f функциясы үшін бірінші ретті аймақтағы кез келген $\mathfrak{R}$ конъюнкцияның $\mathfrak{J}(f)$ максимал интарвалдар саны

$$n^{(1-\varepsilon_n^{`})loglogn} \le \mathfrak{J}(f) \le n^{(1+\varepsilon_n^{``})loglogn},$$
$$lim\varepsilon_n^{`} = lim\varepsilon_n^{``} = 0$$

аралығында жатады.

Дәлелдеуі. Әлбетте, кез келген конъюнкцияның бірінші ретті аймақтағы к-өлшемді интервалдардың саны осы конъюнкцияға тиісті болған кейбір нүктелерден өтетін к-өлшемді интервалдар санынан улкен, сондықтан кез келген f функциясы үшін $\mathfrak{J}(f) \ge \mathfrak{J}_{\mathfrak{J}}(f)$ теңсіздік орындалады.

Кез келген конъюнкцияның бірінші ретті аймақтағы максимал интервалдар саны сол аймақтағы жарамды интервалдар санынан көп емес, сондықтан $\mathfrak{J}(f) \ge l(f)$ қатынас орынды.

Жоғарыда алынған $\mathfrak{J}_{\mathfrak{J}}(f)$ және $l(f)$ үшін бағалауларды қолдана отырып $\mathfrak{R}$ конъюнкция таңдауының еркіндігін дәлелдеген боламыз.

1.4-теорема. Логикалық алгебраның n айнымалыға байланысты дерлік барлық fфункциясы үшін N_fжиынын максимал интервалдармен қапталудағы негізгі үлесі өзінің бірінші ретті аймағындағы бір нүктеде қиылысатын интервалдар болып есептеледі.

Дәлелдеуі. [9]–дан белгілі, логикалық алгебраның nайнымалыға байланысты дерлік барлық f функциялары үшін максимал интервалдардың ρ өлшемі $loglogn - 1 \le \rho \le \log\big((1 + +\varepsilon)logn \cdot loglogn\big), \varepsilon > 0$аралығында жатады , ал интервалдардың қиылысу өлшемі үшін $t \le \min(p,k)$ қатынас орынды.

k және ρ мәндерін белгілеп қояймыз. $\mathfrak{J}_{p,k,t}(n)$ функцияны t аргументке байланысты ретінде қарастырамыз.

$$\frac{\overline{\Im}_{p,k,t+1}(n)}{\overline{\Im}_{p,k,t}(n)} = \frac{2^{2^k} \cdot 2^{2^p} \cdot (p-t)(k-t) \cdot 2^{2^t}}{(2^{2^p - 2^{t+1}} - 1)(2^{2^k - 2^{t+1}} - 1)(n-p-k+t)(t+1) \cdot 2} \qquad (I.4)$$

қатынас $t \leq loglogn - 1$ болғанда бірден кіші, ал $t \geq loglogn$ болғанда бірден үлкен болады.

$t = 0$ және $t = loglogn + logloglogn - 1$ болғанда $\overline{\Im}_{p,k,t}(n)$ ның мәндерін салыстырамыз($\overline{\Im}_{p,k,t}(n)$ функция$t = loglogn - 1$ мәніне дейін кемиді және $t = loglogn$ мәнінен бастап өседі, сондықтан екі максимал мәнге ие болады). Максимал мәнге $t = 0$ нүктесінде ие болады, себебі (1.4) қатынас барлық уақыт $n \to \infty$ болғанда 0 ге умтылады, егер бөлімінде $\overline{\Im}_{p,k,t}(n) t = 0$, ал алымында кез келген $\overline{\Im}_{p,k,t}(n) t \neq 0$ болса.

Теорема дәлелденді.

Әдебиеттер:

1. А.Л.Горелик, В.А.Скрипкин. Методы распознования. Москва «Высшая школа» 1987.
2. Журавлев Ю.И, Платоненко И.М, «Об экономном умножении булевых уравнений». - ЖВМ и МФ, том-24, 1984 г.
3. А.А.Байжуманов. Ибрагимов О.М. Дискреттік математика және математикалық логика. Оқулық, ЭСПИ, Алматы-2020.

ЕКІНШІ ДӘРЕЖЕЛІ ЛОГИКАЛЫҚ ТЕҢДЕУЛЕР ЖҮЙЕСІН ШЕШУДІҢ ЛОКАЛ ӘДІСІ

Уалиханова А.Т.

Ғылыми жетекшісі: Байжуманов А.А., ф.-м.ғ.к.

Аннотация

Рассматривается некоторые проблемы минимизации и решения систем специальных классов дизъюнктивных нормальных форм полученных от полинома Жегалкина второй степени специального вида.

Summary

It is considered some problems of minimization of special disjunctive normal forms received from polynom Gegalkine of the second of special classes.

Логикалық алгебраның әдістері көптеген ғылыми облыстарда: биология, медицина, әскери қызметтерде, автоматтарды басқаруда, тәжірибелерді жоспарлау және т.б. бірнеше актуал мәселелерді зерттеу үшін, маңызды шамалар арасындағы санды қатыстыруға ғана емес, қарастырылып отырған процестерді сипаттауға және олардың логикалық тәуелділігін байланыстыруда да, жалпы барлық жерде қолдануын тапқан сала болып есептеледі[1,2].

Логикалық алгебраның жаңа ғылыми облыстарындағы қосымша бағыты болып келетін және соңғы кездері өте оптимал жолдармен логикалық теңдеулер жүйесінің шешіміне алып келетін объекттер жиынымен құбылыстарды танып-білу проблемелары, медициналық немесе техникалық диагностикаларды, қазіргі кездегі автоматтардың құрылуы, тесттік мәселелерді тексеру, дискреттік құрылымдағы қателіктерді табу және жөндеуі [3] т.б. салалар болып табылады.

Айталық Ģ :

$$\begin{cases} F_1(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \alpha_1 \\ F_2(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \alpha_2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ F_m(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \alpha_m \end{cases}$$

сызықты болмаған бульдік теңдеулер жүйесі болсын.

Мүнда $F(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ функциясы Ģ жүйеден алынған және кезектегідей көріністе жазылады:

k+3 l+3

$$F_1 (x_1, x_2, \; . \; . \; . \; , x_n) = \sum_{i,j=k,i<j} a_{ij} x_i x_j \;\text{╬}\; \sum_{i,j=l,i<j} b_{ij} x_i x_j \;\text{╬}$$

$$\sum_{i,j=p,i<j}^{p+3} c_{ij} x_i x_j \;\text{╬}\; \sum_{i,j=q,i<j}^{q+3} d_{ij} x_i x_j \;\text{╬}\; \sum_{i=t}^{t+3} e_{ij} x_i \; ,$$

бұл жерде $k + 3 < l$, $l + 3 < p$, $p + 3 < q$, $q + 3 < t$,

$$\sum_{i,j=k}^{k+3} a_{ij} = \sum_{i,j=l}^{l+3} b_{ij} = \sum_{i,j=p}^{p+3} c_{ij} = \sum_{i,j=q}^{q+3} d_{ij} = 4$$

Ескерту: Формулада ╬ , $\sum$ - белгілер mod 2 бойынша қосу амалы және оның жиынтығын білдіреді.

Мұндағы $\sum_{i,j=w}^{w+3} q_{ij} x_i x_j$ және $\sum_{i=v}^{v+3} e_{ij} x$ түрдегі қосындыларды F функциялардың элементтер тобы деп атаймыз. Сонымен бірге Ģ жүйесінің функцияларға байланысты әр түрлі тобы жұбымен сәйкес келмейді.

Ģ жүйесінің шешу әдісі F_i функцияларға ықшам түрдегі жаңа айнымалыларды енгізу арқылы элементтерді топтастыру, айнымалыларды ДҚФ(дизьюнктивті қалыпты форма)-ға түрлендіруінде және өрнектеуіде жатады. Ģ жүйесінің функцияларындағы элементтер топтасуы тек ішкі жеке топтарында ғана пайдалану байқау қиын емес. Ģ системасының шешімдері сызықты бульдік теңдеулер системасы негізіндегі алгоритм арқылы табылады. Әр түрлі топтар элементтерінің топтаспайтыны айқын.

Элементтерді топтастыру кезінде екі жағдай болуы мүмкін:

а) әрбір айнымалы топтағы элементтердің тек екуінде қатысады.

б) бір айнымалы үш элементте, ал төртінші элементте қалған үш айнымалының екеуі қатысуы мүмкін;

в) екі айнымалы екі элементте жұбымен қатысуы мүмкін.

Бір теңдеудегі топтардың қиылысуына байланысты топтастыруды және жаңа айнымалылардың енгізілуін мына түрде амалға асыруға болады:

1) $x_i x_j \oplus x_i x_l \oplus x_k x_j$ ╬ $x_l x_j = (x_i$ ╬ $x_j)(x_k$ ╬ $x_l) = Y_{ij} Y_{kl}$;
2) $x_i x_j$ ╬ $x_i x_l$ ╬ $x_k x_i$ ╬ $x_i x_j = x_i (x_j$ ╬ x_l ╬ $x_k)$ ╬ $x_k x_l = x_i Y_{jlk}$ ╬ $x_k x_l$;
3). $x_i x_j$ ╬ $x_i x_l$ ╬ $x_i x_k$ ╬ $x_k x_l = x_i (x_j$ ╬ $x_l)$ ╬ $x_k (x_i$ ╬ $x_l) = x_i Y_{jl}$ ╬ $x_k Y_{il}$,
бұл жерде $Y_{v1v2....vz} = x_{v1}$ ╬ x_{v2} ╬ ….. ╬ x_{vz} .

Сонымен әрбір топта айнымалы екі реттен қатысқанда топтастыру жалғаз бір тәсілде орындалады. (I-жағдай).

Кері жағдайды топтастыруды екі тәсілмен орындауға болады. (II-III жағдайлар).

Ģ жүйден алынған функциялардың айнымалыларын ауыстыру арқылы топтастыру элементтерінің кез келген α системасындағы функционалын төмендегідей белгілейміз:

$$\Psi_\alpha = \sum_{Y \in \{Y]} \varphi_y | Y |$$

бұл жерде { Y } жүйесіндегі айнымалылар жиынтығы.

φ_y - Y тегі айнымалылар саны, | Y | - Y тегі элементтер саны.

Мысалы: $Y_{v1v2....vz} = x_{v1}$ ╬ x_{v2} ╬ ….. ╬ x_{vz}
үшін $| Y_{v1v2....vz} | = z$.

Берілген класстағы Ģ жүйесінің топтастыру алгоритмінің мәні төмендегідей:

Ģ жүйеде функцияның элементтер тобы ажыратып алынады. Топтардағы түрлі мүмкін болған топтастырулар амалға асырылады және жаңа айнымалылар енгізіледі. Ģ жүйедегі амалға асырылған топтастыруларға сәйкес келетін β системадағы барлық Ψ_β функционалдар арасынан α система үшін Ψ_α функционал минимал болатын топтар әрбір топтастырулар жиынынан таңдап алынады. Сонымен бірге G жүйедегі F функциялардың элементтерін топтастыру және жаңа айнымалылар енгізілгеннен кейін функцияларды элементтер конъюнкциялар саны тоғыздан аспауын көру қиын емес. (бастапқы F функцияда 17 элементар конъюнкция қатысады).

Енді алдын-ала белгілі болған әдіс арқылы кез келген

$Q(x_1, x_2, \ldots, x_n) = U_1 ╬ U_2 ╬ \ldots ╬ U_t$

(бұл жерде U_i элементар конъюнкция, $i= 1,2,\ldots, t$) Жегалкин полиномын төмендегі формула негізінде

$$U_1 ╬ U_2 ╬ \ldots ╬ U_t = \underset{\sigma_1 ╬ \sigma_2 ╬ \ldots ╬ \sigma_t = 1}{\mathbf{V}} U^{\sigma 1}{}_1 \,\&\, U^{\sigma 2}{}_2 \,\&\, \ldots \,\&\, U^{\sigma t}{}_t \quad (1)$$

$\{ \neg x,\ x_1 \,\&\, x_2,\ x_1 \vee x_2 \}$ логикалық жүйеге ауыстырамыз.

бұл жерде $\sigma_j \in \{ 0, 1\}$

$$U^{\sigma 1} = \begin{cases} U, & \text{егер } \sigma = 1 \text{ болса}, \\ \neg U, & \text{егер } \sigma = 0 \text{ болса}. \end{cases}$$

Сонымен бірге (1) теңдіктен аналитикалық ауыстырулардан пайдаланып q функциясын іске асыратын ДҚФ алу мүмкіндігін көру қиын емес. Айталық топтастыру және айнымалыларды ауыстыру нәтижесінде G -дан алынған F -функциясы мына түрде болсын:

$$F(z_1, z_2, \ldots, z_l) = \sum_{i=1}^{m} z_i z'_i = \sum_{i=1}^{m} U_i ;$$

бұл жерде $m < 10$, $l <= 20$, $z_i, z'_i \in \{ x_1, x_2, \ldots, x_n\}, \{ Y_{vw}\}$;

$| v- w | <= 3$; $v, w = \{ 1,2, \ldots, n \}$, $U_i = z_i z'_i$; $z_i z'_l € \{ z_1, z_2, \ldots, z_l)$, $i = 1,2, \ldots, m$.

Сонымен бірге логикалық көбейтіндіні күрделі конъюнкция (к.к) деп атауға келісеміз.

Енді күрделі конъюнкциялардан құралған Жегалкин полиномынан күрделі ДҚФ-ға өтуді қарастырамыз. Оның үшін ЭЕМ де пайдалану өте тиімді болған, яғни конъюнкцияларды ондық сандарда бейнелеу тәсілдерінен пайдаланамыз.

$U_i (i = 1,2, \ldots, m)$ күрделі конъюнкцияларды (b_i , c_i) сандар арқылы бейнелейміз.

Бұл жерде

$$c_i = 0,\ b_i = \sum_{i=1}^{l} \alpha_i 2^{n-1}, | \alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_l | = 2.$$

екендігін көру қиын емес. Сонымен $F(z_1, z_2, \ldots, z_l)$ функцияны ДНФ-ке ауыстыру тәсілі томендегідей болады:

1) $U_i (i = 1,2, \ldots, m)$ күрделі конъюнкицяларда ондық сандар көрінісінде бейнелейміз.

2) Әрбір $U^{\sigma 1}{}_1, U^{\sigma 2}{}_2, \ldots, U^{\sigma m}{}_m$ күрделі конъюнкция үшін $(\sigma_1, \sigma_2, \ldots, \sigma_m)$ набордардың ақиқат болатын, яғни бірге тең болған $(\sigma_{i1}, \sigma_{i2}, \ldots, \sigma_{ik})$ барлық наборлар координатасын жазып функцияны төмендегі логикалық формаға алып келеміз:

$$F(z_1, z_2, \ldots, z_l) = \underset{\sigma_1 ╬ \sigma_2 ╬ \ldots ╬ \sigma_t = 1}{\mathbf{V}} U^{\sigma 1}{}_1 \,\&\, U^{\sigma 2}{}_2 \,\&\, \ldots \,\&\, U^{\sigma t}{}_t$$

бұл жерде $\sigma_i \in \{ 0,1 \}$, $t= 1,2,\ldots, m$.

Енді $b_{i1}, b_{i2}, \ldots, b_{ik}$ сандар арқылы $U_{i1}, U_{i2}, \ldots, U_{ik}$ конъюнкциялардың ондық бейнелеуін есептейміз.

$(\sigma_1, \sigma_2, \ldots, \sigma_m)$ набордың σ_{ij} ($j=k+1, \ldots, m$) нольдік координаталары үшін күрделі конъюнкциялардың ондық бейнелеуі болған C_{ij} санды жазамыз. Сонымен $\neg z_t$ және $\neg z_k$ күрделі конъюнкцияларға сәйкес келетін $C^{ij}{}_1 = 2^t$ және $C^{ij}{}_2 = 2^k$ бейнелеулерді $b_{ij} = 2^t + 2^k$ өрнектеп анықтаймыз.

3) $U_i = \{\neg z_t , \neg z_k \}$, $i = 1,2, \ldots, n-k$ арқылы мүмкін болған барлық $U_{ij}, \neg z_i$ күрделі конъюнкциялар жұптығын жазып аламыз, бұл жерде $\neg z_i \in Û_i$ және C_i бейнелеу

$\neg z_1$, $\neg z_2$, … , $\neg z_{n-k}$ күрделі конъюнкцияларға сәйкес келеді.

4) (b, c) ондық бейнелеулер үшін соларға сәйкес күрделі конъюнкцияларды жазамыз.

Нәтижеде $F(z_1, z_2, \ . \ . \ . \ , z_l)$ функцияның қысқартылған ДНФ-ын аламыз.

Әдебиеттер:

1. Журавлев Ю.И. Платоненко И.М, Об экономном умножений булевых уравнении – Москва: ЖВМ и МФ, том-24, 1984 г.
2. Яблонский С. В. Введение в дискретную математику. Москва , «Наука», Главная редакция физико-математической литературы, 1979 г.
3. Байжуманов А.А. Об одном эффективном представлений высказываний системы булевых уравнений второй степени – Материалы научной конференций «Проблемы прикладной математики» (19-20 мая 2006 г.), Шымкент, 2006 г.

АҚПАРАТТЫҚ – КОММУНИКАЦИЯЛЫҚ ТЕХНОЛОГИЯНЫ ҚОЛДАНУ-ЗАМАН ТАЛАБЫ

Бегімжан Н.

Ғылыми жетешісі – Жолбарыс Е. Н., магистр оқытушы

Шымкент университеті

Аннотация

Қазіргі кездегі шапшаң жүріп жатқан жаһандану үрдісі әлемдік бәсекелестікті күшейте түсуде. Елбасы Н.Ә.Назарбаев Қазақстанның әлемдегі бәсекеге қабілетті 50 елдің қатарына кіру стратегиясы атты жолдауында «Білім беру реформасы Қазақстанның бәсекеге нақтылы қабілеттілігін қамтамасыз етуге мүмкіндік беретін аса маңызды құралдарының бірі» деп атап көрсетті.

XXI ғасыр – бұл ақпараттық қоғам дәуірі, технологиялық мәдениет дәуірі, айналадағы дүниеге, адамның денсаулығына, кәсіби мәдениеттілігіне мұқият қарайтын дәуір.

Қазіргі заман талабына сай адамдардың мәлімет алмасуына, қарым-қатынасына ақпараттық — коммуникациялық технологиялардың кеңінен қолданысқа еніп, жылдам дамып келе жатқан кезеңінде ақпараттық қоғамды қалыптастыру қажетті шартқа айналып отыр. Осы орайда келешек қоғамымыздың мүшелері — жастардың бойында ақпараттық мәдениетті қалыптастыру қоғамның алдында тұрған ең басты міндет.

Елбасы Нұрсұлтан Назарбаев «Болашақта еңбек етіп, өмір сүретіндер бүгінгі мектеп оқушылары, мұғалім оларды қалай тәрбиелесе Қазақстан сол деңгейде болады. Сондықтан ұстазға жүктелетін міндет ауыр» деген болатын. Қазіргі заман мұғалімінен тек өз пәнінің терең білгірі болуы емес, тарихи танымдық, педагогикалық-психологиялық сауаттылық, саяси экономикалықбілімділік және ақпараттық сауаттылық талап етілуде. Бүгінгі күні білім беру жүйесі жаңа педагогикалық-психологияға негізделуін және ақпараттық құралдарын кеңінен қолданылуын қажет етеді. Осылайша оқу-тәрбие үрдісінде жаңа ақпараттық технологияларды пайдалану заман талабынан туындап отыр.

Ақпараттық технология – бұл компьютерлер арқылы жан -жақты ақпаратты – бағдарлама жүйесінде оқыту, ақпараттық үрдістерді компьютердің көмегімен жүзеге асыру. Оқытудың ақпараттық технологиясы – бұл ақпаратпен жұмыс жасау үшін арнайы тәсілдер, педагогикалық технологиялар, бағдарламалық және техникалық құралдар (кино, аудио және видео құралдар, компьютерлер, телекоммуникациялық желілер).

Ақпараттық–коммуникациялық технология электрондық есептеуіш техникасымен жұмыс істеуге, оқу барысында компьютерді пайдалануға, модельдеуге, электрондық оқулықтарды, интерактивті тақтаны қолдануға, интернетте жұмыс істеуге, компьютерлік оқыту бағдарламаларына негізделеді. Ақпараттық әдістемелік материалдар коммуникативтік байланыс құралдарын пайдалану арқылы білім беруді жетілдіруді көздейді.

Ақпараттық технологияның негізгі мақсаты – қолданушыны керекті мәліметті өздігінен іздеп табуға талпындыру, яғни ізденімпаздыққа үйрету. Ақпараттық технологияны барлық деңгейлерде жүйелі пайдалану арқылы сабақтарда алынған ақпаратқа талдау жасай білуге, ақпаратты дұрыс таңдау жауапкершілігін қалыптастыруға дағдыландыру.

Ақпаратты технология – төмендегідей үш бағытта өзінің септігін тигізеді.

• I – жаңа идеяны іздеу (жеке тақырып бойынша компьютерді қолдану, жеке дидактикалық есептер бөлімі)

• II – Анықтау,оның ішіндегі ақпараттық бөлікті қолдану

• –Монотехнология (барлық оқыту түрлері оқу үрдісінің бағыты, диагностикалық барлық түрлерін қосу, мониторинг) бәрі компьютерді қолдануды талап етеді**.**

Ақпараттық- технология негізінде - оқытудың жаңа моделін құруға жол ашып отыр. Ақпараттық коммуникациялық технология сабақты түрлендірудің, ерекшелендірудің, дараландырудың тәсілі ғана емес, сонымен қатар сабақты жаңаша ұйымдастырудың мүмкіндігі. Бүгінгі күні кез-келген оқытушы қазақ тілі пәні болсын, басқа пәндер болсын ақпараттық және коммуникативтік технологияны пайдалану арқылы әртүрлі сабақтарға әзірлемелер дайындап және оны жоғары деңгейде өткізе білсе, сабақтың тартымды әрі қызық болатыны анық. Сабақта жаңа технология ретінде ақпараттық-коммуникациялық технологияларды пайдалануда өткізілетін сабақтарды жоспарлаудың негізгі талаптары:
- ақпараттық технолгиялармен жұмыс істей білуге үйрету;
- өзіндік пікір, идеялар, тұжырым, түсінік келтіру;
- пікірін, тұжырымын, идеясын дәлелдей және қорғай білуге дағдыландыру;
- өз бетінше орындауға берілген жұмыстарға үлкен жауапкершілікпен қарауға, шығармашылықпен орындауға үйрету;
- оқушылардың бірлескен таным процессіне белсенді араласуына мүмкіндік жасау;

Осы мақсатқа жету үшін оқытушының әрекеті:
- материалдардың өмірмен байланыстылығы әрі тәрбиелік мәнінің маңызды болуы;
- әр пікірді, идеяны тыңдай білу, оны сыйлау және онымен санасу;
- ерекше идеяларға қолдау жасап отыру;
- сабақта ақпараттық-коммуникативтік технолгияларды қолдану арқылы үнемі жаңалықтар енгізіп отыру;
- сабақтың жүйелігі.

Бастауыш мектептегі дидактикалық жүйеде компьютерді қолданудың басты бағыты төмендегідей:

1. Есептеуіш техника мен ақпаратты оқып үйрену.
2. Оқу үрдісінде ақпараттық технологияны енгізу.
3. Ақпараттық технологияларды қолдану.

Жаңа ақпараттық технологияның басты тиімділігі - бұл мұғалімге бастауыштағы оқу үрдісінің құрылымын түбегейлі өзгертуге, оқытудағы пәнаралық байланысты күшейте отырып, оқушылардың дүниетанымдарын кеңейтуге жоне жеке қабілеттерін көре біліп, оны дамытуға толық жағдай жасауы.

Жаңа ақпараттық технологияның негізгі ерекшелігі - бұл оқушыларға өз бетімен немесе бірлескен түрде шығармашылық жұмыспен шұғылдануға, ізденуге, өз жұмысының нәтижесін көріп, өз-өзіне сын көзбен қарауына және жеткен жетістігінен ләззат алуға мүмкіндік беруі.

Бастауыш сыныпта ақпараттық технологияны қолдану мұғалімге технологиялық жағынан көмек беріп, оқушымен байланысын өзара жақындастырады.

Компьютер оқушыға өз темпінде, өз ритмінде жұмыс жасауға мүмкіндік береді.

Оқыту-баланың компьютермен қарым қатынасы

• Басқару: кез-келген уақытта оқу кезінде мұғаліммен қатарласуы
• компьютермен жұмыс үстінде баланың психологиялық ұстанымдылығы
• Баланың компьютермен жұмыс үстінде барлық типтердің кездесуі
• Бейімделу принципі –баланың компьютерге белгілі бір әрекетінің бейімділігі

Мұғалім кластағы оқушылардың жағдайын толық көріп, әрбір оқушының қабілетіне қарай онымен жеке жұмыс жасауына мүмкіндік ашылады. Ақпараттық технологиялардың ішіндегі мультимедиялық құралдарда сабақ кезеңдерінде пайдалану кезіндегі бұл құралдардың тиімді тұстарын атап көрсетсек, олар:
-Оқушының пәнге деген жеке қызығушылығын оятады;
-Танымдық қабілетін қалыптастырады;- Оқушыны шығармашылық жұмысқа баулиды;
- Оқытушының уақытын үнемдейді;
- Оқулықтан тыс, қосымша мәліметтер береді;
- Оқу материалын терең түсінуге; оқу мотивациясының артуына; алған білімнің ұзақ уақыт есте сақталуына;
- Білім беруге жұмсалатын уақыттың азаюына ықпал етеді.

Қазіргі кезде белгілі бір білім көлемімен қамтамасыз ету жеткіліксіз. Оқушыны білім алуға, оқуға, үйретуге көп мән берілуі тиіс.Оқушыларды кәсіптік білім алуымен қатар шешендік шеберлігі мен баяндау жүйелілігі қалыптасқан, өз пікірін ашық білдіретін саналы ұрпақ етіп тәрбиелеу керек. Ақпараттық – коммуникативтік технологиялардың келешек ұрпақтың жан-жақты білім алуына, іскер әрі талантты, шығармашылығы мол, еркін дамуына жол ашатын педагогикалық, психологиялық жағдай жасау үшін де тигізер пайдасы аса мол.

«Қазіргі заманда жастарға ақпараттық технологиямен байланысты әлемдік стандартқа сай мүдделі жаңа білім беру өте қажет» деп, Елбасы атап көрсеткендей, жас ұрпаққа білім беру жолында ақпараттық технологияны оқу үрдісінде оңтайландыру мен тиімділігін арттырудың маңызы зор деп білемін.

Ақпараттық бірлікті қалыптастыру: мектептің материалдық -техникалық базасына; ақпараттық қоғам саясатының мақсаты мен міндеттеріне; оқушылардың ақпараттық мәдениетін қалыптастыру жүйесіне; оқушылардың жас ерекшеліктері мен меңгеру қабілеттеріне, педагог мамандардың информатикадан білім деңгейлерінің сапасы мен шеберліктеріне, оқу — тәрбие бағытының ақпараттық қоғам бағытымен өзара байланысына тәуелді.

Қазіргі уақытта әсіресе, жаратылыстану — ғылыми білім беруде сабақ барысында интерактивті құралдарды қолдануда. Интерактивті құралдардың көмегімен мұғалімнің, оқушының шығармашылықпен жұмыс істеуіне жол ашылып отыр.

Сабақтың қызықты, сапалы өтуі тікелей мұғалімнің шеберлігіне байланысты болады. Осы орайда белгілі ғалым Ахмет Байтұрсынұлы «Шеберліктің белгісі – түрлі әдісті білу. Мұғалім әдісті көп білуге тырысуы керек. Олар өзіне сүйеніш, қолғабыс нірсе есебінде қолдануы керек» — деген өткен ғасырда айтылған сөздері ойға оралады. Бір сабақтың әр кезеңдері түрлі әдістері орнымен пайдалану арқылы көп нәтижеге жетуге болады.

Әр түрлі ғылыми зерттеулер мен алдыңғы қатарлы ұстаздардың тәжірибесі дәлелдегендей, оқытудың интерактивті әдістерін пайдалану, оқыту-тәрбиелеу үрдісін толық жетілдіруге, педагогикалық еңбектің тиімділігін арттыруға, оқушылардың білім, білік, дағды сапаларының жақсаруына септігін тигізеді. Интерактивті оқыту құралдары, мұндағы интерактивті сөзі- «inter-бірлесу», «act-әрекет жасау»-бұл нақты уақыт режимінде қолданушы мен ақпараттық жүйе арасында диалог құрушы құралдар. Сонымен, Интерактивті тақта дегеніміз -бұл компьютердің қосымша құрылғыларының бірі және де дәріс берушіге немесе баядамашыға екі түрлі құралдарды: ақпараттың кескіні мен қарапайым маркер тақтасын біріктіретін құрал болып табылады.

Қорытынды

Ақпараттық технологиялардың мазмұны, көп жағдайда, оның ақпарат нарығындағы әрекетінің стратегиясы мен тактикасына байланысты. Ең негізгілері ретінде мемлекеттің ақпараттық әрекеттеріне және оның органдарының, басқару бөлімдерінің жұмысына сапалық шектеу қоятын төмендегідей ұстанымдарды атауға болады:

- мемлекеттің алға қойған мақсаттарына халықтың жаппай бұқаралық қолдау көрсетуі және оларды жүзеге асыруда жұртшылықты жұмылдыру ("талаптандыру", "сезімді ояту" стратегиясы);
- оны орындауға аса күш жұмылдырмай-ақ, қандай да бір мәселенің шешімін қабылдауда ұстанған өз ұстанымы жайынан қоғамды хабардар ету ("қоғаммен байланысты үзбеу" стратегиясы);
- бағыныңқы төменгі құрылымдарға және басқару органдарына қызметтік тұрғыдағы шешімдерді жүзеге асыру үшін арнайы нұсқауларды тарату ("қызметтік" стратегия);
- қабылданған және жүзеге асырылып жатқан шешімдерді бақылау ("бақылау" стратегиясы);
- қандай да бір әлеуметтік мәселелерді талқылауда мемлекеттік, саяси және қоғамдық ұйымдар мен бірлестіктер белсенділігін үйлестіру ("күштер тепе-теңдігі" стратегиясы);
- саяси тәртіп және басқару түрінің жағымды бейнесін қалыптастыру, соған сәйкес оппозицияның сыны ("имидж қалыптастыру" стратегиясы);
- қоғамдық пікірді тәртіпке қолайсыз әлеуметтік мәселелерді талқылауға барғызбай, көңілін аулау ("назарын басқаға аудару" стратегиясы).

Іс жүзінде мемлекет қызметіне ақпараттық стратегиялар және олармен байланысты техникалық міндеттер кедергі туғызуы да мүмкін.

Библиографиялық тізімі

1. Назарбаев Н.Ә. «Қазақстан – 2030». Ел Президентінің Қазақстан халқына жолдауы. – Алматы. «Білім баспасы», 1998.
2. “Информатика негіздері” журналы №1, 2020 жыл.
3. Білім технологиялары -2010.-№ 2
4. «Информатика негіздері» журналы №4-2018 жыл – Ж. Садыбекова «Оқу – тәрбие үрдісінде ақпараттық – коммуникациялық технологияны қолдану қажеттілігі»

ОҚУШЫ ЖЕТІСТІГІН КРИТЕРИАЛДЫ БАҒАЛАУ

Жусупбекова Б. Б.
Шымкент университеті

Аннотация

Қазақстан Республикасының білім беру саласында үлкен өзгерістер болып жатыр. Білім берудің әлеуметтік құрылымы маңызды элементтердің біріне айналды. Сондықтан берілетін білім сапасын арттыру мақсатында оның бағалау жүйесін дамытудың жаңа жолдарын іздестіру басты мәселелердің бірі болып табылады.

Бағалау – алуан түрлі көзқарастағы құбылыс болып, оқу үдерісінің түрлі қырларын бейнелейді. Бағалау құбылысы ақиқатты анықтайтын, оқушының психологиялық ерекшеліктеріне сәйкестендірілген: адамгершіл, ашық және көрнекі; уәждеуші; оқытушы; дамытушы; өзін-өзі бағалай білу қызметтерін орындайтын болуы керек. Қоғамда білімгердің білімін бағалау үдерісі білім беруді жүзеге асырумен қатар пайда болып, тарих тізбегінде түрлі сатылардан өтті.

Алғашқы үшұпайлы бағалау жүйесін орта ғасырда Германияда пайдаланды, мұнда ең жоғарғы ұпай бірінші разряд болып есептелді.

Ал, Я.Коменский (1592-1670) оқушының білімін, білігін және дағдысын бағалаудың бесұпайлық жүйесін енгізіп, оның критерийлерін жасап шығарды.

1917 жылдан Кеңестер одағында оқытудың баға қойылмайтын жүйесі құрылды., бірақ ол оқушының білімдік сапасы мен тәрбиесіне пайдасыз болғандықтан, алынып тасталды. Сөйтіп бақылаудың негізгі тәсілі оқушының өзін-өзі бағалаудың шешуші түрі–тесттік тапсырмаларды орындау болды да, оқушыларды сыныптан–сыныпқа көшіру мұғалімдердің пікірі арқылы жүргізілді.

1935 жылы бүкіл елде оқушының білімін бағалаудың бесұпайлық ауызша жүйесі енгізілді («өте жақсы», «жақсы», «қанағаттанарлық», «нашар», «өте нашар»). Бұл бағалау сол кездегі қоғам сұранысына сәйкес келіп, мектепте социалистік жарыс идеясын енгізуге аса қолайлы болды. 1950 жылдың аяғында, бұл жүйенің түрі өзгертіліп, білімді бағалаудың цифрлік жүйесіне көшірілді. («5», «4», «3», «2», «1»). Бағалаудың бұл жүйесі қазірге дейін қолданылып келеді. [1]

Кейінгі кездері оқушы білімін бағалау жүйесінің қазіргі қоғам сұранысына сай келмейтін кемшіліктері айқын біліне бастады. Сондықтан білім сапасын бағалаудың жаңартылған түрі қажет болды. Оның себептерін мыналармен түсіндіруге болады:

- бес балдық жүйе білімді бағалаудың тұрпайылау түрі, ол оқушы білімін нақты айқындап көрсетіп бере алмайды;
- бірдей баға, оқушы білімінің түрліше сапалық қасиеттеріне қойылып отырады. Мысалы, «төрт» деген баға оқулықтағы тапсырманы ауызша айтып бергенге де, күрделі есепті шығарған оқушыға да қойылады;
- қорытынды баға, тепе-тең емес түрлі іс-әрекеттің арифметикалық ортасы ретінде қорытылып шығарылады (ауызша жауап, зертханалық жұмыс, есеп шығару, жоба қорғау т.с.с.). Бұл әрине объективті емес, субъективті ғана;
- субъективті қойылған бағаның дұрыс немесе бұрыс екендігін салыстыратын үлгінің болмауы;
- оқушы танымындағы өзгерістер мен білім саласында қалыптасқан қарым-қатынастар сипаты арасындағы қайшылықтардың болуы;
- білім беру жүйесіндегі болып жатқан өзгерістер мен осы жүйені басқарудың сипаты арасындағы сәйкессіздіктердің тереңірек байқалуы;
- білімгерлерге деген әлеуметтік сұраныстың өзгеруі.

Қазіргі білім беру жүйесінің ерекшеліктерінің бірі, ол оның негізгі тауары – құзыреттіліктің болуы, яғни білім алушының қандай да бір іс-әрекетке құзыреттілігін дамыту, арттыру, қалыптастыру. Біз оқушының білімін, біліктілігін, дағдысын бағалаудан оның құзыреттілік қасиеттерінің қалыптасуын бағалауымыз керек. Қазіргі басты мәселе: оқушының жеке тұлғалық қасиеттерін дамыту, қоршаған ортамен дұрыс қарым-қатынас жасауы, өзін-өзі дамытуы, өзбетінше білімін көтеруі, ізденуі т.б.

Міне, сондықтан қазіргі кезде оқушы білімінің нақты сапалық деңгейін

бағалаудың жаңа, әрі тиімді тәсілдерін іздестіру проблемалық мәселеге айналды.

Бағалаудың жаңа жүйелерін енгізу туралы мәселелер Ш.А. Амонашвили, В.Ф.Шаталов, Л.В.Занков, В.Л.Беспалько, Б.Г.Ананьев, А.Б.Воронцов т.б. еңбектерінде қарастырылған.

Нәтижеде В.Ф.Шаталовтың оқытуды қарқындату жүйесі, білімді бағалаудың рейтингтік жүйесі, Л.В.Занковтың дамыта оқыту жүйесі, ал 70-жылдары білім беруді гуманитарландыру мақсаттылығын дамыту бағыты ұсынылды.

Ал, кейінгі кездері М.В.Золотованың, А.Н.Майоровтың, А.А. Найдин-нің т.б. еңбектерінде білімді бағалаудың жаңа сипаттағы әдістері ұсынылды. Әрбір ұсынылған жүйеде білімді бағалаудың өзіндік құнды да ерекше жақтары айтылып, оны іске асырудың әдіс-тәсілдері қарастырылған. Сондай-ақ бұлардың барлығына ортақ бір пікір – ол оқушылардың білімін критериалды бағалау тәсілін қолдану туралы ойлардың айтылуы және оны оқыту практикасына енгізу жолдарының ұсынылуы.

Әлемдегі бағалау жүйелерінің көпшілігі – нормативті, яғни қандай да бір белгіленген нормамен салыстыру арқылы бағаланады. Демек, критериалды бағалау жүйесі нормативті бағалау жүйесіне жатады.

Критериалды бағалауға түрлі әдебиеттерде берілетін анықтамалар арасында өзгешеліктер бар. Мысалы:

Критериалды бағалау – білім алушының негізгі құзыреттілігін қалыптастырушы білім алудағы нәтижелерін алдын-ала анықталған, бірлесіп жасалған, барлығына белгілі критерийлермен салыстыру үдерісі.

Критериалды бағалау – бұл білімнің мақсаты мен мазмұнына сәйкес келетін, оқушылардың оқу-танымдық біліктілігін қалыптастыруға себепші болатын, айқын анықталған, ұжыммен бірлесе жасалған, білім үдерісінің барлық қатысушыларына алдын-ала белгілі критерийлермен білім алушылардың оқу жетістіктерін салыстыруға негізделген іс-әрекет.

Критериалды бағалау - білім мақсаты мен мазмұнына сәйкес келіп, оқушының оқу-танымдық құзыреттілігін қалыптастыруға мүмкіндік туғызатын, ұжымдық түрде жасалған және барлық критерийлер үдерісі қатысушылардың әрқайсысына алдын-ала белгілі болып, оқушылардың оқу жетістіктерін салыстыруға негізделген үдеріс.

Оқушылардың оқу жетістіктерін критериалды бағалау жүйесі туралы Ы.Алтынсарин атындағы Ұлттық білім академиясы да әдістемелік құрал дайындап, таратты. [2]

Критериалды бағалаудың басты міндеттері.

Жалпы жағдайда:

- оқушылардың танымдық қабілеттерін, сыни ойлауын, есте сақтауын оқу-танымдық әрекеттерді орындауға икемдеу;
- оқушылардың оқуға деген ынталарын арттыру, бағалау туралы теріс ұғымдарды жою, оқу барысындағы жауаптарды талдау мен сараптау мақсатындағы белсенділігін арттыру;
- оқушылардың білімдерін жүйелеу, бекіту, тереңдету;
- оқушыларды шыдамды болуға және өзін-өзі ұстай білуге үйрету;
- оқушының сабаққа қызығушылығы мен белсенділігін арттыру;
- оқушы білімінің жүйеленуі, тереңдеуі, есте сақтауының ұзаруы;
- білім алу барысындағы қиындықты, қателікті білім олқылықтарын және оның себептерін дер кезінде анықтау;
- оқушының білім алу үдерісін қадағалап, дәл және жедел түрде сапалы білім алғаны жөнінде кері байланыс ақпаратын алу;
- оқушының барлық жұмыс түрлерінің бағалануын қамту (өзіндік жұмыс, ағымдағы бағалау, тренинг, үй жұмысы, жоба жұмысы, шығармашылық жұмысы т.б.);
- оқушының білімін ағымдық және қорытынды бағалау, баға сапасын арттыру.

Мұғалімдер үшін:

- сапалы нәтиже алуға бағытталған критерийлерді әзірлеуге;
- өзінің іс-әрекетін жоспарлау және талдау үшін қажетті ақпаратты жедел түрде алуға;
- білім беру сапасын жақсартуға;
- әр оқушының жеке ерекшеліктері мен қабілеттерін ескере отырып, жеке оқыту траекториясын құруға;
- бағалаудың түрлі тәсілдері мен құралдарын қолдануға;
- оқу бағдарламасын жетілдіруге ұсыныстар енгізуге мүмкіндік береді.

Оқушылар үшін:

- өзінің түсінігі мен қабілетін көрсету үшін оқытудың түрлі формаларын және ойлау әрекетінің әр түрін қолдануға;
- өз нәтижелерін болжау арқылы табысқа жету үшін бағалау критерийлерін білуге және түсінуге;
- өзінің және өз құрдастарының жетістіктерін бағалап, рефлексияға қатысуға;
- шынайы міндеттерді шешу үшін өз білімдерін қолдануға, түрлі көзқарастарды білдіруге, сын тұрғысынан ойлауға мүмкіндік береді.

Ата-аналар үшін:

- өз баласының оқытылу деңгейі туралы шынайы дәлелдер алуға;

- баланың оқудағы жетістіктерін қадағалауға;
- оқу үдерісінде оқушыларға қолдау көрсетуге;
- мектеп әкімшілігімен, жалпы мұғалімдермен кері байланыс орнатуға;
- баласының сыныпта және жалпы мектепте өзін жайлы сезінуіне сенімді болуына мүмкіндік береді.

Критериалды бағалаудың **қызметтері:** *оқытушылық, бақылаушылық, дамытушылық, тәрбиелеушілік, диагностикалық және негіздеушілік.* [3] Мысалы, диагностикалық қызметі, бұл білім беру үдерісіне қатысушы оқушылардың мазмұндық және эмоционалдық рефлексиямен мұғалімдердің педагогикалық рефлексиясы арасындағы негізге алынған байланыс кезеңдерін қамтиды. Шын мәнінде бағалау, ол жеке оқушының, жеке сыныптың оқушылары арасында білім беру нақты жағдайда қалай өтіп жатқандығын анықтауға бағытталған болуы тиіс. Сол сияқты критериалды бағалаудың әрбір қызметінің осындай өзіндік мақсаты мен міндеттері болады.

Критериалды бағалау жүйесіне қойылатын **талаптар**: [4]

1. Оқу материалдарының қаншалықты табыспен меңгергендігін, практикалық дағдының қай дәрежеде қалыптасқандығын анықтауға мүмкіндік беруі керек. Басқаша айтқанда, берілген курс бойынша ең төменгі талап деңгейінде оқушының жеткен жетістігін салыстыруға мүмкіндіктің болуы. Бұл жағдайда бастапқы нүкте ретінде міндетті минимумды алу керек, өйткені сол ғана біршама айқын анықталған құжат болып табылады.
2. Бағалау жүйесі әрбір оқушының дайындық деңгейінің жалпы өзгерісін және оның танымдық іс-әрекет аймағындағы түрлі жетістіктер динамикасын (ақпаратты меңгеруі, ақпаратты өңдеуі, өз ойы мен бейнелеулерін шығармашылықпен көрсетуі т.б.) есепке алуы керек. Өйткені бұлар оқушының білім алу жолындағы табыстары мен сәтсіздіктерінің бет-бедерін көрсете алады.
3. Бағалау ақпаратында ол туралы дәлме-дәл түсініктеменің бар болуы, өйткені бағалау аса ашық түрде өтіп, ағымдағы және қорытынды бағалардың қойылу себептері түсіндірілген болуы керек.
4. Бағалау жүйесінде оқушының өз жетістіктерін және оқу үдерісінде болып жатқан рефлексиясын мадақтайтын және өзіндік бағалауын дамытатын механизмге негізделген болуы тиіс. Бұл жағдайда өзін бағалауда оқушы өз нәтижесін мұғалім бағасымен салыстыруға мүмкіндігі болады.
5. Бағалау жүйесінде мұғалім, оқушы, ата-ана, сынып жетекшісі және мектеп әкімшілігі мен педагогикалық ұжым арасындағы тұрақты байланысты ескеруі және қамтамасыз етуі керек. Мұндай байланыссыз оқу үдерісін толық қалыптастыру туралы сөз болуы мүмкін емес.
6. Бірыңғай білім беру кеңістігі туралы сөз болғандықтан, бағалау жүйесі нақты мектеп сыныбы үшін қолдануға мүмкіндігі болуы тиіс. Басқаша айтқанда, түрлі сабақтағы бағалау жүйесі түрлі ұстанымға негізделіп жасалса, тиімді нәтиже беруі мүмкін емес.
7. Бағалау жүйесі оқушының психологиялық ерекшіліктерін ескере отырып, соған сай жүргізілуі қажет. Оқушының жанын жаралаудан аулақ болу керек.

Критериалды бағалаудың мынадай негізгі **практикалық мәнділіктері** бар:

- оқушының жеке бас сапасы емес, оның оқу жетістіктері бағаланады;
- оқушы жұмысы, оларға бұрыннан белгілі – дұрыс орындалған үлгі жұмыстарымен салыстырылады;
- оқушыға баға қорытудың айқын алгоритімі белгілі, сондықтан оқушы өз жұмысының деңгейін өзі де анықтай алады және оны ата-анасына хабарлау мүмкіндігі бар;
- оқушыға не үйретілген болса, соны ғана бағалауға болады.

Критериалды бағалау жүйесінің **ерекшеліктері:**

- оқушының нақты қиындық тудыратын сұрақтарын білу және оны жою мүмкіндігінің болуы;

- оқушының бағалау туралы теріс ішкі сезімінің болмауы, психологиялық жайлы ортаның болуы;
- бағалаудың шынайылығы, анықтылығы және ашықтығы;
- оқушының даму үдерісін анықтау мүмкіндігі;
- оқушының қиындықтарды жеңуге деген құштарлығының жоғары деңгейінің қалыптасуы;
- кері байланыстың жиілігі, рефлексия;
- ішкі және сыртқы бақылаулардың болуы;
- оқу-тану әрекетіне оқушыны ынталандырудың болуы;
- сын тұрғысынан ойлау қабілетіне көңіл бөлінуі. [5]

Пайдаланылған әдебиеттер

1. Браверман Э. М. Проблемы проверка и оценки работ учащихся: виды, содержание, тенденции развития. //Физика в школе. 2008, №6. - С. 9-16.
2. Система критериального оценивания учебных достижений учащихся. Методическое пособие. - Астана, НАО им. Алтынсарина, 2013. - 80 с.
3. Краснобородова А.А. Технология критериального оценивание и логика компотентностного и личностьно-ориентированного подходов. Дисс. к.п.н. – Москва, 2011.
4. Макарова Е. Г. Критериальное оценивание достижений учащихся по физике. г.Актөбе.
5. Жұмабаев Р., Чултуков Н. Критериалды бағалау жүйесі. //Математика және физика, 2011, №3. – Б. 20-22.

БАҒДАРЛАМАЛАУ ТІЛДЕРІНІҢ НЕГІЗІНДЕ ДЕРЕКТЕР ҚОРЫН БАСҚАРУ ЖҮЙЕЛЕРІНДЕ ЕСЕПТЕУ ПРОЦЕСТЕРІН ҮЛГІЛЕУ

Өскенбай М.Қ.

Шымкент университеті

Аннотация

В статье рассматривается вопросы разработки линейных программ и конкретных примерах для развития навыков программирования студентов.

Қазіргі кезде Қазақстан өнеркәсіптерінде үлгілеу әдістері кеңінен пайдаланылуда, және есептеу процестерін үлгілеудің бірнеше әдістері бар. Есептеу процестерін үлгілеудің заманауи кең қолданыс тапқаны әдісі-бұл Марков процестері мен тізбектері болып табылады. Әрине бұл мәселе толығымен зерттелмеген. Марков әдістертерінің ішінде жасырын Марков әдістері де ерекше орын алады. Олар бейнені сегменттеу үшін, қандай да бір бейнені тану үшін қолданылады.

Қазіргі сәтте инженерлік есептеулер үшін көптеген математикалық пакеттер бар: MathCAD, MATLAB, VisSim, Mathematika және т.б. Алдымызға қойылған есептерді барынша түсінікті әрі жоғары деңгейде шешу үшін MatLAB және MathCAD пакетінің барлық мүмкіндіктерін оқып-үйрену үшін осы MatLAB және MathCAD пакеттері таңдалды.

Үлгінің көмегімен мәселелерді шешу барысында абстракцияларды пайдалану қандай да бір математикалық модельді қолданудан тұрады. Қарапайым математикалық модельдер-алгебралық қатынастар болып табылады және модель анализі осы теңдеулердің аналитикалық шешіміне алып келеді. Кейбір динамикалық жүйелерді тұйық формада сипаттауға болады, мысалы, сызықтық дифференциалдық және алгебралық теңдеулер жүйесі түрінде және шешімдерді аналитикалық түрде алуға болады. Аналитикалық үлгілеу кезінде зерттелетін жүйенің функциялау процестері алгебралық, интегралдық, дифференциалдық теңдеулер және логикалық қатынастар түрінде жазылады және кейбір жағдайларда осы қатынастардың анализін аналитикалық түрлендірулер көмегімен орындауға болады. Аналитикалық үлгілеуді қолдаудың заманауи құралы MS Excel типті электронды кестелер болып табылады.

Алайда, нақты жүйелерді үлгілеу кезінде таза аналитикалық әдістерді пайдалану айтарлықтай қиындықтарға кездеседі: аналитикалық шешімдерге рұқсат ететін классикалық математикалық үлгілер көптеген жағдайларда нақты есептерге қолданылмайды. Мысалы, мұнай құю порты үлгісінде жабдықты пайдалану коэффициентін бағалау үшін аналитикалық формула құру мүмкін емес, өйткені жүйеде стохастикалық процестер болады, өңделетін ішкі жүйелердегі ішкі параллелизм, ресурстарды пайдалануға байланысты сұраныстарды өңдеу приоритеттері және т.б. бар.

Тіпті нақты жүйелер үшін аналитикалық үлгіні тұрғызған күнде, олар көбіне сызықтық емес болып табылады және олардағы таза математикалық қатынастар әдетте логика-семантикалық операциялармен толықтырылады, ал олар үшін аналитикалық шешім болмайды. Сондықтан, жүйелерді талдау барысында аналитикалық түрде шешілмейтін нақты ситуация аналогы болып табылатын үлгі мен математикалық анализ мүмкін емес адекватты емес қарапайым үлгі арасында таңдау жасау керек болады.

Имитациялық үлгілеу барысында үлгіленетін жүйе құрылымы-оның ішкі жүйелері мен байланыстары-үлгі құрылымымен тікелей берілген, ал ережелер мен теңдеулер түрінде өрнектелген, айнымалыларды байланыстыратын ішкіжүйелердің функциялау процесі компьютерде имитацияланады [1].

AnyLogic бұл-имитациялық үлгі ортасы болып табылады. AnyLogic ортасында нәтижелерді талдау және спецификациялаудың түрлі құралдары адекваттықтың кез келген қажетті дәрежелі модельденетін жүйе жұмысын имитациялайтын үлгілер тұрғызуға және аналитикалық түрлендірулер жүргізбей-ақ компьютерде үлгі анализін орындауға мүмкіндік береді.

Имитациялық үлгі өзара әрекеттесетін элементтердің күрделі жүйесінің тәртібін көрсетеді. Имитациялық үлгіге келесі жағдайлардың болуы тән (бірмезгілде барлығы немесе олардың кейбіреуі):

- үлгілеу объектісі - күрделі біртекті емес жүйе;
- үлгіленетін жүйе құрамында кездейсоқтық тәртіп факторы болады;
- уақыт бойынша дамитын процесс сипаттамасын алу талап етіледі;
- компьютерді пайдаланбай модельдеу нәтижелерін алу принципиальді түрде мүмкін емес.

Үлгіленетін жүйенің әрбір элементінің жағдайы компьютер жадында кесте түрінде сақталатын параметрлер жинағымен сипатталады. Жүйе элементтерінің өзара әрекеттері алгоритмдік түрде сипатталады. Үлгілеу қадамдық режим бойынша іске асырылады. Үлгілеудің әрбір қадамында жүйе параметрлерінің мәні өзгеріп отырады. Имитациялық үлгіні іске асыратын бағдарлама оның ізделінді параметрлерінің мәндерін уақыт қадамы бойынша кесте түрінде немесе жүйеде болатын оқиғалар тізбегі түрінде бере отырып жүйе күйінің өзгерісін бейнелейді. Үлгілеу нәтижелерін визуализациялау үшін көбіне графикалық түрде беру, соның ішінде анимациялау пайдаланылады.

Имитациялық үлгі нақты процеске (имитацияға) ұқсауға (еліктеуге) негізделген. Мысалы, колониядағы микроағзалар санының өзгерісін (динамикасын) үлгілей отырып, көптеген жеке объекттерді қарастыруға және олардың тіршілік ету, көбеюі үшін белгілі-бір шарттар қоя отырып олардың әрқайсысының тағдырын бақылауға болады. Бұл шарттар әдетте вербальді формада беріледі. Мысалы: қандай да бір уақыт аралығы өткенде микроағза екі бөлікке бөлінеді, және тағы біршама уақыттан кейін-өледі. Сипатталған шарттардың орындалуы модельде алгоритмдік түрде іске асырылады [1,2].

Есептеу жүйелерінің өнімділігі мен сенімділігі функционирлеудің уақыттық аспектілерімен байланысты. Өнімділікті бағалағанда ең бірінші деңгейлі мәнге есептеу процестерінің ұзақтығы ие болады. ал сенімділікті бағалағанда құрал-жабдықтардың бұрыс жұмыс істеуі мен жұмыс істеу қабілетін әрі қарай қалпына келтіру есебінен өзгеріп тұратын әртүрлі жағдайларда жүйенің болу ұзақтығы зерттеледі. Жүйелік деңгейде қарастырылатын есептеу жүйелері үшін процестің жүру сипатына ықпал ететін кездейсоқ факторлардың болуы керек.

Есептеу жүйелерінде болып жатқан процестер үлгілерде үздіксіз немесе дискретті кездейсоқ процестер ретінде беріледі. Есептеу жүйелерін зерттегенде жағдайлардың соңғы жиынында анықталған дискретті кездейсоқ процестермен жұмыс істеуге тура келеді, сонымен бірге, процесстер үздіксіз немесе дискретті уақытта қарастырылады [3].

Есептеу жүйелерін функционирлеуді сипаттауға ықтимал жүгіну зерттеу әдістерінің математикалық базасы ретінде математикалық статистика мен ықтималдықтар теориясының аппараттарын пайдалануға алып келеді.

Үлгінің сипаттамаларына, параметрлеріне және басқа да элементтеріне сәйкес келетін кездейсоқ шамалар әртүрлі деңгейлерде берілуі мүмкін, олардың ішінде ең көп қолданыс тапқандыры келесілер: 1) кездейсоқ процестің қандай да бір іске асырылуында орын алған мәнер жиынынын кездейсоқ шамасын анықтайтын $a_1,...,a_n$ статистикалық таңдау; 2) кездейсоқ шаманың таратылу заңы; 3) математикалық күту мен дисперсия; 4) математикалық күту. Бірінші деңгейде кездейсоқ шама аса толық анықталады, ал соңғы деңгейде-аса бөлшектеп анықталады.

Есептеу жүйелері теориясының негізін қалаушы–бұл Марков процесі теориясының аппараттары мен үлгілері. Кезекті $t+\delta$ уақыт мезетінде жағдайы тек қана ағымдағы t уақыт мезетінен тәуелді кездейсоқ процес *Марков процесі* деп аталады. Бұл дегеніңіз алдағы уақытта Марков процесінің тәртібі процестің ағымдағы жағдайымен анықталады және процестің бұрыңғы тарихына (t уақыт мезетіне дейін процестің болған жағдайлары) тәуелді болмайды.

Марков процестерінің кластарында марков тізбектері деп аталатын дискретті жағдайларымен процестерді бөліп атауға болады. Процестің жағдайларының жиыны $S=\{s_1,...,s_k\}$ аяқталған болса, онда Марков тізбектерін аяқталған немесе ақырғы деп атайды [4].

Ақырғы марков тізбегі үзіліссіз және дискреттік уақыт мезетінде анықталуы мүмкін. Бірінші жағдайда процестердің бір жағдайдан екінші жағдайға өтуін кез-келген $t_0,t_1,t_2,...$ уақыт мезеттерімен байланыстырып, тізбекті үзіліссіз деп атайды; екіншіде- $t=0,1,2,...$ деп реттік номірлермен белгіленетін тек қана фиксирленген уақыт мезеттерімен және тізбекті дискретті деп атайды.

Дискреттік Марков тізбегі келесілермен анықталады:

1) $S=\{s_1,...,s_k\}$ жағдайлар жиынтығымен

2) процестің ағымдағы s_i жағдайымен келесі s_j жағдайға өту ықтималдықтарын сипаттайтын өтулер ықтималдықтарының матрицасымен.

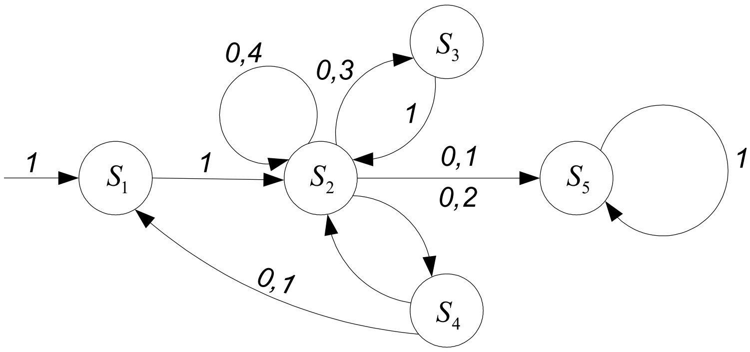
$$P=[pij]=\begin{array}{c|cccc} & s_1 & s_2 & \cdots & s_{1K} \\ \hline s_1 & p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1K} \\ s_2 & p_{21} & p_{12} & \cdots & p_{2K} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ s_K & p_{K1} & p_{K1} & \cdots & p_{KK} \end{array} \qquad (1.1)$$

3) бастапқы t=0 уақыт мезетінде процесс S_i жағдайында болғандығымен $p_i^{(0)}$ ықтималдықтарын анықтайтын алғашқы ықтималдықтар векторымен $\pi_0=\left\{p_1^{(0)},...,p_K^{(0)}\right\}$.

Марков тізбегі төбелері тізбек пен доғаның жағдайына, яғни жағдайлар арасындағы өтулерге, сәйкес болатын граф түрінде бейнеленеді. s_t және s_j төбелерін байланыстыратын (i, j) доғалар p_{ij} өтулер ықтималдықтарымен ерекшеленеді. 1.1 суретте Марков тізбегінің графы көрсетілген, ол келесілермен берілген: $S=\{s_1,...,s_k\}$ жағдайлар жиынымен, өтулер ықтималдықтарының матрицасымен

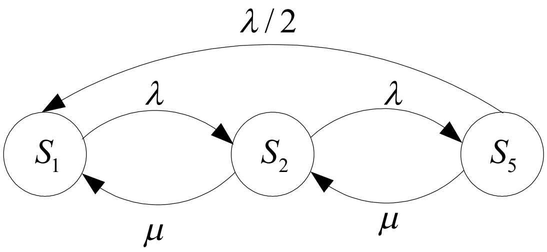
$$P=\begin{array}{c c} & \begin{array}{ccccc} s_1 & s_2 & s_3 & s_4 & s_5 \end{array} \\ \begin{array}{c} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ s_4 \\ s_5 \end{array} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}4 & 0{,}3 & 0{,}2 & 0{,}1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

және $\pi_0=\{1{,}0{,}0{,}0{,}0\}$ алғашқы ықтималдықтар векторымен.



Сурет 1.1 – Марков тізбегінің графы

1.2 суретте үзіліссіз Марков тізбегінің графы көрсетілген



Сурет 1.2 - Үзіліссіз Марков тізбегінің графы

Марков тізбегінен t=0,1,2,... уақыт мезеттеріне сәйкес келетін $f(t)=f_0,f_1,f_2,...,f(t)\in S$ жағдайлар реттілігімен берілетін *f(t)* кездейсоқ процесінің бірнеше іске асырылуы шығады. Бастапқы $f_0=s_i$ жағдайы π бастапқы ықтималдықтар векторымен анықталады. Келесі $f_1=s_j$ жағдай *P* өтулер ықтималдықтары матрицасының *i* жолымен анықталады: *f(t)* процесі P_{ij} ықтималдығымен $f_1=s_j$ жағдайына өтеді. Одан кейін процесс S_j жағдайына сәйкес келетін P_{ik} ықтималдықтарымен анықталатын $f_2=s_k$ жағдайына өтеді, және т.с.с. Процесс *n* қадам нәтижесінде сәйкесінше $\pi_n=\{P_1^{(n)},...,P_K^{(n)}\}$ ықтималдықтарымен $s_1,...,s_k$ жағдайларына өтеді [5].

Марков тізбектері бір жағдайдан екінші жағдайға өту мүмкіндігіне тәуелді жіктеледі. Негізгілері болып келесі екі клас табылады: жұтынушы және эргодикалық тізбектер.

Жұтынушы Марков тізбегі жұтыну жағдайынан тұрады, процесс оған жеткенде оны ешқаан да тастап кетпейд, яғни шын мәнінде тоқтатылады. Жұтыну жағдайын s_0 деп белгілейік. Өту ықтималдығы $p_{00}=1$ және, сәйкесінше, қалған барлық ықтималдықтар $p_{0j}=0, j=1,...,K$. Жұтыну Марков тізбегінің өтулер ықтималықтарының матрицасы келесі түрге ие:

$$P=[p_{ij}]=\begin{array}{c c} & \begin{array}{cccc} s_0 & s_1 & \dots & s_K \end{array} \\ \begin{array}{c} s_0 \\ s_1 \\ \dots \\ s_K \end{array} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ p_{10} & p_{11} & \cdots & p_{1K} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_{K0} & p_{K1} & \cdots & p_{KK} \end{bmatrix} \end{array} \tag{1.2}$$

Процесс қандай жағдайдан басталса да , $n \to \infty$ ықтималдығы 1 болғанда ол s_0 жұтыну жағдайында болып қалады. Жұтыну Марков тізбегімен құрылған кездейсоқ процестің негізгі сипаттамасы-бұл жұтыну мезетіне дейінгі $s_1,...,s_k$ жағдайларындағы процестің болу саны. Әрбір жағдайда S_i, i=1,..., K және қайтымсыз $\{ s_1,...,s_k \}$жағдайлар жиынында болу саны-орта мәндерімен, дисперсиямен және таратылулармен сипатталатын кездейсоқ шамалар. Аталған сипаттамаларды анықтау үшін марков тізбектерінің алгебралық теориясының әдістері пайдаланылады.

Жұтынушы Марков тізбектері есептеу процестері мен бағдарламалардың уақытша үлгілері ретінде кеңінен пайдаланылады.

Бағдарламаны үлгілегенде тізбектердің жағдайлары бағдарламаның блоктарымен сәйкестендіріледі, ал өтулер ықтималдықтарының матрицасы мәндері есептеу процесінің дамуына кедергі жасамайтын, бастапқы деректердің таратылуы мен бағдарламаның құрылымына тәуелді блоктар арасындағы өтулердің ретін анықтайды. Нәтижеде бағдарламаны жұтыну тізбегімен көрсеткенде бағдарламаның блоктарына барулар саны мен бағдарламаның орындалу уақытысын (орта мәнгдермен, дисперсиямен және қажетті кезде таратылулармен бағаланатын) есептеп шығуға мүмкіндік бередлі. Сәйкесінше, бағдарламамен анықталатын реттегі жүйе ресурстарына барулар реттілігіне алып келетін есептеу процесін жұтыну Марков тізбектерімен көрсетуге болады. Осының салдарынан, есептеу процесі процестің сипаттамаларын талдауға ыңғайлы түрде беріледі.

Эргодикалық Марков тізбегі өтулер ықтималдықтарының матрицасымен процесс қандай жағдайдан басталса да, бірнеше қадамнан кейін ол кез-келген жағдайда болуы мүмкін деген түрде байланысқан жағдайлардың жиынынан тұрады. Бұл дегеніңіз, эргодикалық тізбектің кез-келген жағдайынан бірнеше қадам ішінде кез-келген басқа жағдайына өтуге болады дегенді білдіреді. Сол себепті эргодикалық тізбектің жағдайларын эргодикалық (қайтымды) деп атайды. Эргодикалық тізбектен туындайтын процесс қандай да бір жағдайда басталып, ешқашан аяқталмайды, ал өтулер ықтималдықтарына тәуелді әртүрлі жиілікпен әртүрлі жағдайларға түсіп бір жағдайдан екінші жағдайға рет-ретінмен өтеді. Сондықтан, эргодикалық тізбектің негізгі сипаттамасы-процестің $S_j, j=1,...,K$ жағдайларында болу ықтималдықтары-процестің S_j жағдайына түсуінің қатысты жиіліктері және әрбір жағдайдағы процестің өткізетін уақыт бөлігі. Эргодикалық тізбектің қосымша сипаттамалары ретінде математикалық күту мен S_i жағдайынан S_j жағдайына алғашқы түсуінің және S_i және S_j жағдайларына түсу санының шектік корреляциясы ның уақыттық дисперсиясын жатқызуға болады. Бұл сипаттамалар марков тізбектерінің алгебралық теория әдістерімен анықталады.

Эргодикалық тізбектер жүйенің сенімділік үлгілері ретінде кеңінен пайдаланылады. Сонымен бірге, істегі және істен шыққан құрал-жабдықтардың құрамымен ерекшелінетін жүйенің жағдайлары жүйенің жұмыс істеуін сақтау үшін жүргізілетін олардың арасындағы байланыстарын қайта құру және құралдарды қайта қалпына келтіру мен теріс жауап алумен арқылы арасындағы өтулері байланысқанэргодикалық тізбектің жағдайлары ретінде қарастырылады [5]. Эргодикалық тізбектің сипаттамаларының бағалары жалпы жүйенің өзін көрсетуінің сенімділігі туралы көрініс береді. Сонымен бірге, эргодикалық тізбектер өңдеуге түсетін есептер мен құралдардың өзараәрекеттесуінің базалық үлгілері ретінде пайдаланылады.

Арасындағы өтулері кез-келген уақыт мезетінде рұқсат етілетін дискретті $s_1,...,s_k$ жағдайларымен марковтық процесс үзіліссіз марковтық процесс деп аталады.

Өтулердің интенсивтілігі келесідей анықталады:

$$q_{ij} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{p_{ij}(\Delta t) - 1}{\Delta t};; \qquad q_{ij} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{p_{ij}(\Delta t)}{\Delta t};$$

мұндағы $p_{ii}(\Delta t) - \Delta t$ уақыт ішіндегі процестің s_i жағдайынан s_i жағдайына өту ықтималдығы.

Бұл дегеніңіз, егер процесс *Si* жағдайында тұрса, онда Δt уақыт аралығында *Si*-ға тең емес *Sj* жағдайына өту ықтималдығы $-q_{ii}\Delta t$ тең. Сәйкесінше, процестің Δt уақыт аралығында *Si* жағдайынан *Sj* жағдайына өту ықтималдығы $q_{ij}\Delta t$ тең. Өтулер интенсивтілігі келесі шартты қанағаттандыруы керек

$$\sum_{j=1}^{K} q_{ij} = 0, \quad i = 1,...,K \tag{1.3}$$

1.2 суретте үш жағдайлы *S1, S2, S3* үздіксіз Марков тізбегінің графы келтірілген. Графтың доғалары өтулердің интенсивтілігімен салмақ түсірілоген. Графқа келесі өтулер интенсивтілігінің матрицасы сәйкес келеді:

$$Q = [q_{ij}] = \begin{array}{c c} & \begin{array}{ccc} s_1 & \quad s_2 & \quad s_3 \end{array} \\ \begin{array}{c} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{array} & \begin{bmatrix} -\frac{3}{2}\lambda & \lambda & \lambda/2 \\ \mu & -(\mu+\lambda) & \lambda \\ 0 & \mu & -\mu \end{bmatrix} \end{array} \tag{1.4}$$

Матрицаны тұрғызғанда q_{ii}, $i = 1,...,K$ мәндері (1.3) формулаға сәйкес келесі түрде анықталады:

$$q_{ii} = -\sum_{\substack{j=1 \\ (j \ne i)}}^{K} q_{ij}$$

Үздіксіз Марков тізбегінің негізгі қасиеті- $\alpha = \{a_1,...,a_K\}$ (мұндағы $a_1,...,a_K$ – сәйкесінше $s_1,...,s_k$ жағдайларындағы процестің болу ықтималдықтары) жағдайларықтималдықтарының стационарлы (финалдық) таратылуы. Таратылу сызықтық теңдеулер жүйесін ықтималды шешуімен беріледі

$$\alpha Q = 0 \tag{1.5}$$

(1.5) формуланың ашық түрі:

$$\sum_{j=1}^{K} q_{ij} a_j = 0, \quad i = 1,...,K \tag{1.6}$$

(К-1) теңдеуінен (1.6) және $a_1 + ... + a_K = 1$ теңдеуінен құрылған жүйенің шешуі $\alpha = \{a_1,...,a_K\}$ ықтималдықтарының мәндерін анықтайды. (1.5), (1.6) теңдеулерін *теңсалмақты теңдеулер* деп атайды. Олар Марков тізбегінің графы бойынша оңай құрылады, есепке алатыны - әрбір жағдайда кіріс ағыны шығыс ағынына тең болуы қажет.

1.2 суреттегі тізбек үшін:

Жағдай	Кіріс ағынының интенсивтілігі	Шығыс ағынының интенсивтілігі
s_1	$\mu\alpha_2$	$\left(\frac{\lambda}{2} + \lambda\right)a_1$

s_2	$\lambda\alpha_1+\mu\alpha_3$	$(\mu+\lambda)a_2$
s_3	$\frac{\lambda}{2}a_1+\lambda\alpha_2$	μa_3

Кіріс және шығыс ағынының интенсивтіліктерінің теңдігін ескере отырып:

$$\begin{cases} \mu a_2 = (\lambda/2+\lambda)a_1; \\ \lambda a_1+\mu a_3 = (\mu+\lambda)a_2; \\ \frac{\lambda}{2}a_1+\lambda a_2 = \mu a_3; \end{cases}$$

Алынған жүйе 1.2 суретте келтірілген және (1.4) матрицасымен берілген тізбек үшін теңсалмақты теңдеулер жүйесі болып табылады.

Марковтық қасиетке сәйкес процестің барлық алдыңғы тарихы оның тек қана процестің әрі қарайғы жүрісін анықтайтын ағымдағы жағдайы арқылы болашақтағы процестің тәртібінен көрінеді. Осылай, процестің ағымдағы жағдайда қаншалықты көп болғанын білу аса қажет емес. Бұдан шығатыны, s_j жағдайдағы процестің болу уақытысының қалғанының таратылуы ондағы болуы уақытысынан емес, ал тек жағдайдың өзінен ғана тәуелді болуы керек.

Бұндай қасиетке тек қана бір таратылу ие-экспоненциалды, оның ықтималдығы тығыздығы функциясы келесі түрге ие: $p(t)=1/\tau\exp(-t/\tau)$, мұндағы τ-кездейсоқ t шамасының математикалық күтуін анықтайтын таратылу параметрі. Сонымен, үзіліссіз марков процесінің ең бір қажет қасиеті-әрбір жағдайдағы процестің болу уақытысының экспоненциалдық таратылуы.

Процестің $s_1,...,s_k$ жағдайларда болу уақытысы кезінде көрсетілген шектеуді алсақ, яғни процестің болу уақытысының таратылуын кез-келген етсек, онда процесс жартылай марковтік болып қалады.

1.1.1.1.1.1.1.1.1 Әдебиеттер тізімі

1. Строгалев В. П., Толкачева И.О.Имитационное моделирование. - МГТУ им. Баумана, 2008. - С. 697-737.
2. Карпов Ю. Имитационное моделирование систем. Введение в моделирование с AnyLogic 5. - СПб.: БХВ-Петербург, 2005. - 400 с: ил.
3. Советов Б.Я., Яковлев С.А. Моделирование систем: Учебник для вузов. Издательство: Высшая школа, 2001г. -343 с: ил.
4. Дынкин Е.Б. Марковские процессы. Государственное издательство физико-математической литературы. Москва, 1963.
5. Портенко Н.И., Скороход А.В., Шуренков В.М. Марковские процессы. Итоги науки и техн.Соврем., пробл.матем. Фундам.направления. – ВИНИТИ, 1989, - 46, 2С.5-248
6. «BPM для начинающих. Моделирование бизнеса с ARIS Design Platform». Роб Дэвис и Эрик Брабендер\. Пер с англ.,2008.-436 с. Цена 1000 руб.
7. «Моделирование бизнеса. Методология ARIS. Практическое руководство». М. Каменнова, А. Громов, М. Ферапонтов, А. Шматалюк. Весть-МетаТехнология, Москва, 2001. - 327 с: ил.
8. С. В. Маклаков. BPwin и ERwin. CASE - средства разработки информационных систем. Издательство: Диалог-МИФИ, 256 с: ил.
9.

ИНТЕРБЕЛСЕНДІ ӘДІСТЕРДІ БІЛІМ БЕРУ ҮДЕРІСІНДЕ ПАЙДАЛАНУ ЗАМАН ТАЛАБЫ

Әбдібай Ә. Ә.
Шымкент университеті

Аннотация
Применение интерактивных методов в процессе обучение в современном мире.
In clause application of interactive methods in process training in the modern world.

Мұғалім білімін көтермей, кәсіби шеберлігін шыңдамай, өскелең ұрпаққа тәлім-тәрбие береміз деу қазіргі заман талабына сай келмейді.

«Ұстазы жақсының ұстамы жақсы» - деген бүгінгі тәуелсіз мемлекетіміздің ертеңі біз тәрбиелеп отырған жас ұрпақтың меңгерген біліміне, алған тәжірибесіне байланысты екеніне еш күмән жоқ. Бала мектеп табалдырығын «білсем» деген үлкен ынтамен аттайды. Осы бала бойындағы ынта мен ерік, жігерді ары қарай ұштай білу әр ұстаздың алдында тұрған үлкен міндеті. Ұстаз балалардың танымдық оқу іс-әрекетін инновациялық әдістерді, ақпараттық технологиялады қолдану арқылы сауатты ұйымдастыра, басқара білуі тиіс.

Қазіргі білім беру саласындағы оқытудың озық технологияларын меңгермейінше сауатты, жан-жақты маман болу мүмкін емес, өйткені инновациялық технологиялар өзі дамытып, оқу тәрбие үдерісін тиімді ұйымдастыруына көмектеседі.

Қазақстан Республикасы «Білім туралы» Заңында оқыту формасын, әдістерін, технологияларын таңдауда көп нұсқалық қағидасына мұғалімдердің өзіне ыңғайлы нұсқаны қолдануына мүмкіндік береді. Сонымен қатар білім сапасының алдында шығармашылық бағытта жұмыс істейтін, тың жаңалықтар ашатын ойлау қабілетімен ерекшеленетін жеке тұлға қалыптастыру міндеті тұр.

Шығармашылық әрекет – оқушының өз жеке шығармашылық бағытын таңдау қажеттілігін және шығармашылық өнім, нәтиже туғызуға бағытталған жауапкершілігін қамтитын әрекет.

Сондықтан оқыту әрекетінде мұғалім мен оқушының тығыз байланысы болуы, мұғалім бар күш-жігерін, педагогикалық шеберлігін оқушы бойындағы табиғи мүмкіндіктерді ашуға, оқушының өз тарапынан белсендік, дербестік көрсетуі өзіне деген сенімділігі арқылы ғана шығармашылық әрекетті қалыптастыруға болады.

Интербелсенді оқыту моделін пайдалану - өмірлік ситуацияларды моделдеуді, ролдік ойындарды қолдануды, мәселені бірлесіп шешуді қарастырады. Оқу үдерісінің қандайда бір қатысушысын немесе (яғни, жақсы оқитындарға ғана назар аудару сияқты) ерекшелеуді шектейді. Бұл моделге адамгершілікпен, демократиялық жолмен келуді үйретеді. Интербелсенді оқыту технологиясы – бұл ұжымдық, өзін-өзі толықтыратын, барлық қатысушылардың өзара әрекеіне негізделген, оқу үдерісіне оқушының қатыспай қалуы мүмкін болмайтын оқытуды ұйымдастыру.

Интербелсенді оқыту технологиясына:
Жұптасып жұмыс істеу.
Ротациялық (ауыспалы) үштік.
Шағын топтармен жұмыс.
Аяқталмаған сөйлем.
Есептеу ағашы.
Өз атынан сот.
Азаттық тыңдау.
Ролдік /іскерлік/ ойын.
Өз позицияңды ұстан.
Пікірталас.
Дебаттар.

Интербелсенді оқыту технологиясының аса көп мөлшері белгілі. Әр ұстаз өз бетінше сыныппен жұмыстың жаңа формаларын ойлап таба алады. Оқушылар бір-біріне сұрақ қойып және оған жауап беруді үйрететін, жұптасып жұмыс істеу әдісін сабақтарда жиі қолданады. Мысалы: Броундық қозғалыста оқушылар бүкіл сынып ішінде қозғалы жүріп берілген тақырыбы бойынша ақпарат жинайды. Есептеу ағашы - сынып сандары бірдей үш немесе төрт топқа бөлінеді. Әр топ өз сұрақтарын талдап, ағаштың өздеріне тиісті тармағына (батман парақ) жауап жазады, содан соң топтар орындрынан ауыстырып көршісінің ағашына өз ойларын жазады.

«Өз позицияңды ұстан» - деп аталатын интеграцияның да пайдасы бар. Қандай да бір ұйғарым, көзқарас оқылады, содан кейін оқушылар «Ия» немесе «Жоқ» деген аймаққа бөлінген тақтаға (плакатқа) барады. Мүмкіндігінше олар өз позицияларын түсіндіргені дұрыс.

Осыған орай біздің мақсатымыз интербелсенді оқыту технологиясының (ИОТ) бірі ретінде кейінгі кезде қолданысқа ене бастаған, жобалап оқыту технологиясына тоқталып өтейік.

Жоба – Пәнаралық және шығармашылықпен кіріктірілген бағдарлы жұмыс.

Жобалау технологиясы қазіргі таңдағы білімнің мақсат, міндеттеріне сәйкес табиғаттың шынайы заңдылықтарын танып білуде мәселені өзінжік жоспарлап жоба ретінде шешімін табады. Бұл технологияның оқу үдерісіндегі ерекшелігі, ол әрбір топ өз жобасын құрып, әрекетін ұйымдастырып шығармашылықпен айналысуда.

Жобалау әдісі ең алғаш 1920 жылы АҚШ – тың ауылшаруашылық мектептеріне жүзеге аса бастады. Бұл әдістің негізінде Д.Дьюи, У.Килпатрик, Э.Торндайк сынды американдық ғалымдардың ойлары алынған. Кейіннен түрлі елдерде кеңінен танымал болып, қолданысқа ие болды.

Жобалап оқыту технологиясының мәні төмендегі кестеде көрсетілген

Мұғалім іс-әрекеті	**Жобаны орындау кезеңдері**	**Оқушы іс-әрекеті**
• Тақырып ұсынады; • Алдына проблема қояды; • Кеңес береді; • Бақылайды; • Көмектеседі; • Тексереді; • Толықтырады; • Жобаны бағалауға қатысады.	Жобалық тапсырманы дайындау Жобаны құру Нәтижелерді шығару Қоғамдық таныстыру	• Проблеманы талдайды; • Салыстырады; • Зерттейді; • Ойларын нақтылайды; • Құрастырады; • Көркемдейді; • Жобаны қорғайды.

Педагогикалық әдебиеттерде көпшілік жағдайда жобалау технологиясы теориялық тұрғыдан негізделуіне байланысты әрбір мұғалімге оның практикалық мазмұны қажет.

Жобалап оқыту үдерісінің құрылымында мына кезеңдерді бөліп көрсетуге болады:

Бағыттау. Ойынға қатысушылар мен экспериментті дайындау кезеңі. Мұғалім жұмыс тәртібін ұсынады, оқушылармен бірге сабақтың басты мақсаты мен тапсырмаларын жасайды, оқу проблемасын құрастырады.

Ойын – сабақты өткізуге дайындық. Бұл ситуация, нұсқаулар, қойылымдар мен басқа да материалдарды оқыту кезеңі. Мұғалім сценарий жасайды, ойын тапсырмаларына, ережесіне, ролдерге, ойын бөлімдеріне, ұпай санау тәртібіне тоқталады. Оқушылар қосымша ақпарат жинайды, мұғаліммен ақылдасады, ойын барысы және мазмұны туралы өзара талқылайды.

Ойынды өткізу. Бұл кезеңде ойын үдерісінің өзі жүзеге асады. Ойын басталғаннан кейін ешкімнің оған араласуға және бағытын өзгертге қақысы жоқ. Егер ол бастапқы мақсаттан ауытқып бара жатса, тек жүргізуші ғана қатысушының әрекетін бағыттап отырады. Мұғалім ойынды бастағаннан кейін, аса қажет болмаса оған қатыспауы керек. Бұл жерде мұғалімнің міндеттері: ойын әрекеттері, нәтижелерін, ұпай санауды бақылау және түсініспеушілік болған жағдайда түсіндіру, оқушылардың сұрағына жауап беру немесе өтініш бойынша оның жұмысына көмектесу.

Ойынды талқылау. Ойын нәтижесін талдау, талқылау және бағалау кезеңі. Мұғалім талқылау жүргізеді, оның барысында экспериментатор сөйлейді, қатысушылар өз пікірлерін айтады, өзпозицияларын және шешімдерін қорғайды, қорытынды жасайды, таңқалыстарны айтады, ойын барысында туындаған қиындықтар туралы әңгімелейді.

Мұғалім мен оқушының интербелсенді шығармашылығы шектелмейді. Оны қойылған мақсатқа дұрыс бағыттай білудің маңызы зор.

Интербелсенді оқыту – бұл ең алдымен оқушы мен мұғалімнің қарым қатынасы тікелей жүзеге асатын сұқбаттасып оқыту болып табылады. «Интербелсенді» оқытудың негізгі сипаттамалары қандай? Интербелсенді оқыту- бұл танымдық әрекеттің арнаулы ұйымдастыру формасы. Ол толық айқындалған және мақсатын алдын – ала болжауға болатын оқыту түрі. Осындай мақсаттардың бірі оқушы өзінің жетістіктерін, интелектуалдық белсенділігін сезінетіндей, оқу барысының өнімділігін арттыратын оқытудың жинақы шарттарын жасау. Интербелсенді оқытудың мәнісі сыныптағы барлық оқушы таным үдерісі мен қамтылады, олар өздерінің білетін жне ойлайтын нәрселері арқылы түсінуге және қарсы әсер етуге мүмкіндік алады. Таным үдерісінде, оқу материалын игеруді, оқушылардың біріккен әрекеттері мынаны білдіреді: Әр оқушы өзіне тән ерекше еңбегін сіңіреді, білім, ой, әрекет ету тәсілдерін алмасу үздіксіз жүреді. Сонымен қатар, бұл үдеріс өзара қолдау және қайырымдылық жағдайда жүреді. Оқушы жаңа білім алып қана қоймай, танымдық үдерістің өзін дамытады, оны әлдеқайда жоғары топтасумен еңбектесу дәрежесіне көтереді

Пайдаланылған әдебиеттер:

1. Қазақстан Республикасының Білім туралы Заңы. Астана, 2000.
2. Қазақстан Республикасының Мемлекеттік жалпыға міндетті Білім беру стандарты Астана, 2006.
3. Әбілқасымова Ә. Мектеп реформасы: 12 жылдық білім беруге көшу қажет пе? // 12жылдық білім, 2004. № 1.
4. Әлімов А. Интербелсенді әдістерді жоғарғы оқу орындарында қолдану. Алматы, 2009.
5. Бұзаубақова Қ.Ж. Жаңа педагогикалық технология. Тараз, 2003.
6. Смаңқұлова Ж.Е. Оқытудың интерактивті әдісі. Алматы, 2006.
7. Селевко Г.К. Современные образовательные технологии. Учебное пособие. Москва, 1998.
8. Мясоед Т.А. Интерактивные технологии обучения. Москва, 2004.

ШТОЛЬЦ ТЕОРЕМАСЫ ЖӘНЕ ОНЫҢ ҚОЛДАНЫЛУЫ

Әбдіматова Ж.С.
Шымкент университеті

Аннотация $\frac{\infty}{\infty}$ *түріндегі анықталмағандығы* $\frac{x_n}{y_n}$ *қатынасына бірден шекке көшкенде пайда болатыны белгілі (әрине, егер* $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \infty$ *және* $\lim\limits_{n\to\infty} y_n = \infty$ *болса).*

Бұл түрдегі анықталмағандықты әртүрлі әдіспен ашуға болады. Олар:

1) *Бөлшектің алымын да және бөлімін де олардың ең үлкен дәрежесіне бөліп жіберіп, кейін шекке көшсек болғаны.*

2) *Лопиталь ережесін қолдану арқылы, яғни бөлшектің алымы мен бөлімінен туынды алып, кейін шекке көшсек болғаны.*

*Бірақ кейбір шектер бар, яғни есептер бар,бұл жоғарыдағы екі әдісті қолдануға болмайтын.Алайда бұндай есептер Штольц теоремасының көмегімен оңай шешіледі. Олай болса сол теореманы келтірел*ік.

Indefinite type $\frac{\infty}{\infty}$ is appeared by passage to limit from expression. $\frac{x_n}{y_n}$, if $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \infty$ and $\lim\limits_{n\to\infty} y_n = \infty$.

This indefinite express with different methords, but only:

1) To devide numerals and denominator expression $\frac{x_n}{y_n}$ in most step of numerals and denominator.
2) On right lapitai. But there is way, which don't use the up two methods, ideast used only theorem shtolsa.

<u>Теорема</u> (О.Штольц). Айталық, айнымалы шама $y_n \to \infty$, сонымен бірге n-нің өсуімен және y_n өседі, яғни $y_{n+1} > y_n$. Сонда

$$\lim_{n\to\infty}\frac{x_n}{y_n} = \lim_{n\to\infty}\frac{x_n - x_{n-1}}{y_n - y_{n-1}}$$

болады, егер тек оң жақтағы шек бар болса.

<u>Дәлелдеу.</u> $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{x_n - x_{n-1}}{y_n - y_{n-1}} = l$ болсын деп ұйғарамыз (l - ақырлы сан). Сонда кез келген берілген $\varepsilon > 0$ бойынша сондай N нөмірі табылып, n>N үшін

$$\left|\frac{x_n - x_{n-1}}{y_n - y_{n-1}} - l\right| < \frac{\varepsilon}{2}$$

Немесе

$$l - \frac{\varepsilon}{2 <}\frac{x_n - x_{n-1}}{y_n - y_{n-1}} < l + \frac{\varepsilon}{2}$$

Демек, n>N шартын қанағаттандыратын қандай нөмірін алмайық, мына бөлшектердің барлығы

$$\frac{x_{N+1} - x_N}{y_{N+1} - y_N}, \frac{x_{N+2} - x_{N+1}}{y_{N+2} - y_{N+1}}, \quad \ldots, \quad \frac{x_{n-1} - x_{n-2}}{y_{n-1} - y_{n-2}}, \quad \frac{x_n - x_{n-1}}{y_n - y_{n-1}}$$

$l-\frac{\varepsilon}{2}$ мен $l+\frac{\varepsilon}{2}$ сандарының арасында жатады.

Бұл бөлшектердің бөлімдері оң, себебі n мен бірге y_n өседі. Сонымен бірге $l-\frac{\varepsilon}{2}$ мен $l+\frac{\varepsilon}{2}$ сандарының арасында $\frac{x_n - x_N}{y_n - y_N}$ бөлшегі де жатады. Сөйтіп, n>N болғанда $\left|\frac{x_n - x_N}{y_n - y_N} - l\right| < \frac{\varepsilon}{2}$.

Енді мынадай теңбе-теңдікті жазамыз (тікелей тексеру оңай):

$$\frac{x_n}{y_n} - l = \frac{x_N - l\cdot y_N}{y_n} + \left(1 - \frac{y_N}{y_n}\right)\left(\frac{x_n - x_N}{y_n - y_N} - l\right),$$

Бұдан $\left|\frac{x_n}{y_n} - l\right| \le \left|\frac{x_N - l\cdot y_N}{y_n}\right| + \left|\frac{x_n - x_N}{y_n - y_N} - l\right|$.

Соңғы теңсіздіктің оң жағындағы екінші қосылғыш n>N болғанда $\frac{\varepsilon}{2}$-ден кіші; бірінші қосылғыш болса, $y_n \to +\infty$ болғандықтан ол да $\frac{\varepsilon}{2}$-ден кіші. Сонымен

$$\left|\frac{x_n}{y_n} - l\right| < \varepsilon.$$

Бұл деген сөз $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{x_n}{y_n} = \lim\limits_{n\to\infty}\frac{x_n - x_{n-1}}{y_n - y_{n-1}}$ екен деген сөз.

<u>Мысал 1</u> $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1^k + 2^k + \ldots + n^k}{n^{k+1}} = \left(\frac{\infty}{\infty}\right) =$

$=$ $\begin{array}{c} x_n = 1^k + 2^k + \ldots + n^k, \\ y_n = n^{k+1}, \end{array}$ және $\begin{array}{c} x_{n-1} = 1^k + 2^k + \ldots + (n-1)^k, \\ y_{n-1} = (n-1)^{k+1}, \end{array}$

$x_n - x_{n-1} = n^k,$

$y_n - y_{n-1} = n^{k+1} - (n-1)^{k+1}$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{x_n - x_{n-1}}{y_n - y_{n-1}} =$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{n^k}{n^{k+1}-(n-1)^{k+1}} = \lim_{n\to\infty}\frac{n^k}{n^{k+1}-n^{k+1}+(k+1)n^k-\frac{k(k+1)}{2}n^{k-1}+\ldots} =$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{n^k}{(k+1)n^k-\frac{k(k+1)}{2}n^{k-1}+\ldots} = \frac{1}{k+1}.$$

<u>Мысал 2.</u> $\lim\frac{1^p+3^p+\ldots+(2n+1)^p}{n^{p+1}}$ шегін есептеу керек.

Шешу: $\chi_n = 1^p+3^p+\ldots+(2n+1)^p$, $y_n = n^{p+1}$, деп белгілеп аламыз. Сонда $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\chi_n}{y_n}$

$\frac{\infty}{\infty}$ түріндегі анықталмағандық болады.

$\chi_{n+1} = 1^p+3^p+\ldots+(2n+3)^p$ $y_{n+1} = (n+1)^{p+1}$ болады.

$$\chi_{n+1}-\chi_n = (2n+3)^p,\ y_{n+1}-y_n = (p+1)\cdot n^p + \frac{p(p+1)}{2}\cdot n^{p-1}+\ldots$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\chi_{n+1}-\chi_n}{y_{n+1}-y_n} = \lim_{n\to\infty}\frac{(2n+3)^p}{(p+1)\cdot n^p+\frac{p(p+1)}{2}n^{p-1}+\ldots} = \lim_{n\to\infty}\frac{(2+\frac{3}{n})^p}{(p+1)+\frac{p(p+1)}{2}\cdot\frac{1}{n}+\ldots} = \frac{2^p}{p+1}.$$

Пайдаланылған әдебиетер:

1. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т.I,1972
2. Ляшко И.И. и другие. Математический анализ. Часть 1,1975.
3. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу.1972
4. Жак В.С. Дифференциальное исчесление.1965.

БІЛІМ БЕРУДІ АҚПАРАТТЫҚ ЖӘНЕ КОММУНИКАЦИЯЛЫҚ ТЕХНОЛОГИЯЛАР

Ибраимова М.К.

Шымкент университеті

Аннотация

Аталып отырған мақалада білім беруді ақпараттандыру туралы түсінікті және көрнекті жазылған. Сабақта компьютерлік желіні интернет ресурстарымен толықтырып отырудың өзі білім берудегі ақпараттандыру үрдісінің іс жүзіне асқанын көрсетеді. Атаулы жұмысты қарау барысында білім беруді ақпараттандырудың жаңа бір әдісін байқауға болады.

«Қазіргі заманда жастарға ақпараттық
технологиямен байланысты
әлемдік стандартқа сай мүдделі

жаңа білім беру өте қажет»
Н. Ә. Назарбаев

Соңғы жылдары Қазақстан Республикасында білім беру жүйесінің жұмыстарында жаңа ақпараттық технологияларды пайдалану мақсатында ғылыми зерттеулер мен оқу процесін ғылыми-әдістемелік қамтамасыз ету бойынша, ақпараттық және коммуникациялық технологияларды жетілдіру бойынша жұмыстар жүргізілуде. Бұлардың барлығы халықтың кең ауқымы пайдалана алатындай ашық білім беру кеңістігін құру ниетінен туындаған.

Сол себептен көптеген мемлекеттік және мемлекеттік емес оқу орындары ашық білім беру мен қашықтан оқытудың технологияларын меңгеру және оларды практикаға еңгізу жұмыстарын бастады. Аталған әрекеттер әр түрлі себептерге байланысты оқып үйренуші оқу орнына келе алмайтын жағдайларда қолданылады.

Білім беруді сүйемелдейтін электронды құралдардың нағыз желілік оқу-әдістемелік комплексінің мақсаты ретінде ашық білім берудің барлық түрлеріне жаңа ақпараттық және коммуникациялық технологияларын (АКТ) қолдану туралы және ашық білім беру жүйесінің қазіргі жағдайы мен оны дамытудың алғышарттары туралы қосымша білімді қажет ететін педагогтар мен жауапты адамдарға көмек көрсету болып табылады.

Жаңашыл қоғамды ақпараттандыру үрдістері және олармен тығыз байланыстағы білім беру жүйесінің барлық формаларын ақпараттандыру үрдістері жаңа ақпараттық және коммуникациялық технологияларын (АКТ) меңгеру және жапай тарату үрдістерімен сипатталады. Мұндай технологиялар қашықтан оқыту және ашық білім берудің жаңа жүйелерінде оқытушы мен оқып үйренушінің арасында қарым-қатынас орнату және мағлұмат алмасу үшін белсенді қолданылады. Жаңашыл оқытушы АКТ төңірегіндегі білімдерді игеріп қана қоймай, сондай-ақ оларды өзінің кәсіби іс-әрекетінде пайдалана алатын маман болуы тиіс.

Технология түсінігі практикалық есептерді шешу үшін ғылыми және инженерлік білімдерді пайдалану мағынасын білдіреді. Олай болса ақпараттық технология ретінде білімнің ақпараттық ресурсқа айналу үрдісін алуға болады. Ақпараттық технологияның мақсаты кейіннен оны талдау үшін және соның негізінде қандай да бір әрекеттерді орындау туралы шешім қабылдау үшін ақпарат өндіру болып табылады.

Ақпараттық және коммуникациялық технологиялар (АКТ) – ақпаратты өңдеудің әр түрлі алгоритмдерін, әдістерін, механизмдерін және түрлі құрылғыларын сипаттайтын ортақ түсінік. Маңызды жаңа АКТ құралдары ретінде сәйкес программалық қамтамасыз етілген компьютер және ақпарат орналасқан телекоммуникация құралдары болып табылады.

Мүмкіндіктері онда орнатылған программалық қамтамасыз етумен анықталатын дербес компьютерлер кез келген білім беру жүйесінің ақпараттық ортасы үшін негізгі АКТ құралдары болып табылады. Программалық құралдардың негізгі категориялары- жүйелік программалар, қолданбалы программалар және программалық қамтамасыз етуді жүзеге асыратын құрал-саймандар. Жүйелік программаларға, біріншіден, дербес компьютер қолданушысының программалармен және барлық басқа програмалардың құрылғымен қарым-қатынасын қамтамасыз ететін операциялық жүйелер жатады. Сонымен қатар бұл категорияға қызметтік және сервистік программаларды да жатқызуға болады. Ал қолданбалы программаларға ақпараттық технологияның инструментариі, яғни мәтінмен, графиктермен, кестелік мәліметтермен және т.б. жұмыс істейтін технологиялар болып табылатын программалық қамтамасыз ету жатады.

Білім берудің жаңашыл жүйелерінде әмбебап кеңселік қолданбалы программалар және АКТ құралдары: мәтіндік процессорлар, электронды кестелер, презентация дайындау программалары, МҚБЖ, органайзерлер, графикалық пакеттер және т.с.с. кең тараған.

Компьютерлік желілердің және басқа оның АКТ құралдарының арасындағы баламалары пайда болуынан білім беру жаңа сапаға ие болды. Ол бірінші кезекте жер шарының кез келген жерінен ақпараттарды жылдам алу мүмкіндігімен байланысты болды. Интернет ауқымды желісі арқылы әлемдік ақпарат ресурстарына (электрондық библиотекалар, мәліметтер қоры, файлдар қоймалары және т.б.) жылдам қол жеткізуге мүмкіндік бар. Интернеттің әйгілі ресурсы – WWW бүкіл әлемдік өрмегінде екі миллиардтай мультимедиялық құжаттар жарияланған.

Желіде АКТ-ның басқа да құралдарын пайдалануға мүмкіндіктер бар. Олардың қатарына электрондық пошталарды, сілтемелер тізімдерін, жаңалықтар топтамаларын, чаттарды жатқызуға болады. Нақты уақыт режимінде сұхбаттасу үшін байланыс орнатылғаннан кейін дыбысты, суреттерді, пернетақтадан еңгізілген мәтінді және кез келген файлды жіберу мүмкіндігін беретін арнай программалар жасалынған. Бұл программалар жойылған қолданушылар бірігіп жергілікті компьютерде қосылған программалармен жұмыстарын ұйымдастыруды қамтамасыз етеді.

Компьютерлік желілер арқылы жіберілетін мәліметтерді сығудың жаңа алгоритмдерінің пайда болуынан дыбыс сапасы едәуір артты және кәдімгі телефон желілеріндегі дыбыс сапасына жуықтады. Осының нәтижесінде жаңа АКТ құралы – Интернет – телефония салыстырмалы түрде екпінді дами түсті

Арнайы программалық қамтамасыз ету мен құрылғылардың көмегімен Интернет арқылы аудио және бейнеконференциялар өткізуге болады.

Телекоммуникациялық желілерде ақпараттарды іздеу тиімділігін қамтамасыз ету үшін жасалынған автоматтандырылған іздестіру құралдары бар. Олардың мақсаты – компьютерлік желілердің ақпарат ресурстары туралы мәліметтерді жинап, қолданушыларға жылдам іздеу қызметін ұсыну. Іздестіру жүйелері арқылы бүкіл әлемдік өрмектің құжаттарын, мультимедиялық файлдарды және программалық қамтамасыз етуді, адамдар және мекемелер туралы мекен-жайлық ақпаратарды іздеуге болады.

АКТ желілік құралдарының көмегімен оқу-әдістемелік және ғылыми ақпараттар алуға, консультациялы көмек беруді жылдам ұйымдастыруға, ғылыми зерттеу жұмыстарын модельдеуге, нақты уақыт аралығында виртуальды сабақтар (семинарлар, дәрістер) жүргізуге үлкен мүмкіндіктер бар.

Қашықтан оқыту және ашық білім беру жүйелерінің көзқарасы бойынша маңызды болып келетін АКТ-ның бірнеше негізгі кластары бар. Бейнежазбалар мен телевидениялар осы технологиялардың бірі болып табылады. Бейнетаспалар және сәйкес АКТ құралдары көп көлемді студенттерге мықты оқытушылардың дәрістерін тындауға мүмкіндік береді. Дәрістер жазылған бейнетаспаларды арнайы бейнекластарда да, үй жағдайларында да қолдануға болады. Мысалға, американдық және европалық білім беру курстарындағы негізгі материал баспа беттерінде және бейнетаспаларда ұсынылады.

Оқытылатын материалды ұсынатын мұндай жүйелер біздің елде де таралуда. Сонда да барлық курстарды бейнематериалдармен бекіту қажет емес: ресейлік студенттер батыс студенттеріне қарағанда бейне көрсетілімдерге аса үйренбеген; егер курс материалы кітаптан және бейнетаспалардан тұрса, онда ресейлік студент, бәрінен бұрын кітапты, сосын барып бейнетаспаларды қарастырады. Телефонияның әр түрлі формаларына негізделген студент пен оқытушы арасында хабар алмасудың асинхронды жүйесі мәлімет (сұрақтар, кеңес беру, қосымша материал, қорытынды бақылау) алмасу үшін қажет. Сонымен қоса ол оқып үйренуші мен оқытушыларға алынған хабарларды талдау және кез келген уақытта оларға жауап беру мүмкіндігін береді.

Асинхронды-телефонды хабар алмасудың бір түрі – дыбыстық пошта. Аталған АКТ құралын қолданғанда студент белгілі бір телефон номеріне қоңырау шалады және оның қойған сұрақтары таспаға жазылады. Кейіннен оқытушы жазбаны тыңдайды да, өз жауабын студент өз кезегінде асинхронды режимде тыңдай алатындай басқа таспаға жазады.

Қашықтан оқыту жүйесінде дыбыстық пошта кеңінен қолданылады. Қазіргі уақыттағы АКТ-ның асинхронды құралдарының танымал түріне ауқымды телекомуникациялық компьютерлік желілер жатады. Бұл байланыста Internet, Bitnet, TUNet сияқты халықаралық және ұлттық желілерді пайдаланудың білім берудегі өзектілігі белгілі.

Жаңа компьютерлік телекоммуникациялық құралдардың көмегімен оқытушы және студенттер арасында жылдам байланыс орнату қашықтан оқыту үрдісінің қайталанбас бөлігі болып табылады. Осындай байланыс кезінде студенттер оқытушылармен бағалар, шешімдер, проектілер туралы ақылдаса алады, олардан кеңес сұрай алады. Сонымен қоса, бұл оқытушыларға материалдың меңгерілгендігін бақылау және жекеше оқыту негізінде білім беруді ұйымдастыру мүмкіндігін береді.

Егер оқу курсына визуальды ақпарат қажет болса және оны қағазға басылған түрде ұсыну мүмкін болмаған жағдайларда бейнематериалдар қажет болады. Егер бейнетаспа – қосымша иллюстрациялары жоқ құр ғана дәріс жазбасынан ғана тұрса, онда ол пайдалы, бірақ қажет емес.

Қазіргі жағдайларда бейнелік оқытуды қолдануға психолоиялық та, техникалық та бөгеттер жоқ, өйткені халықтың көп бөлігінде бейнеаппаратуралар бар және бейнетаспаларды арендаға ала алатындай көптеген бейнепрокат пункттары бар. Мысалы, осы принцип бойынша оқу материалдары жазылған бейнетаспаларды прокатқа ала алатындай қашықтан оқыту орталықтарын құруға болады.

Кең тараған АКТ құралдарының бірі болып табылатын телевидение адам өмірінде үлкен роль атқарады: әрбір жанұяда дерлік ең болмағанда бір теледидар бар. Оқу теле-бағдарламалары бүкіл әлем бойынша кеңінен қолданылуда және қашықтан оқытудың жарқын мысалы болып табылады. Телевиденияның көмегімен білімнің меңгерілгендігін бақыламай-ақ кең көлемді аудиторияның жалпы дамуын көтеру мақсатында дәрістерді беру мүмкіндігі және де соңынан арнайы тесттер мен экзамендердің көмегімен білім деңгейін тексеру мүмкіндігі пайда болды.

Өкінішке орай аталған технология тек үлкен аудиторияларға, мысалға, шет тілін оқитындарғы немесе қандай да бір ғылым негіздерін оқитындарға ғана қолданыла алады. Анағұрлым тар бағыттағы курстар үшін ұлттық немесе қалалық телевидениені пайдалану қиынға түседі.

Кабельді телевидение үлкен қалаларда кең таралған. Бұндай қала тұрғындарының көбі, хабарламалар күніне 4-6 сағаттай жүргізілетіндіктен кабельді телевидениенің пайдасын сезінді. Кабельді телевидение студиялары көшіруге рұқсат етілмеген бейнематериалдарды тарату орталықтарына айнала алады.

Көптеген оқу теле және радиобағдарламалары спутниктік телевидение арқылы беріледі. Мысалы, 1971 жылы құрылған INTELSAT халықаралық ұйымы оқыту бағдарламаларын бүкіл әлемге дерлік ұсыну үшін өзінің 15 спутнигін бөлді. Спутниктік арналар бейнекескіндердің, дыбыс, мәтін және құжаттар көшірмелердің барлығын бірге цифрлік түрде ұсына алатын ISDN коммуникациялық желісін ұйымдастыру мүмкіндігін де береді.

Оқу материалының негізгі көлемін ұсыну және сақтау мүмкіндігін беретін, компьютерлік желілерде таратылатын және де CD-ROM-ға жазылған мықты технологиялар – оқу-электрондық басылымдар болып табылады. Олармен жекеше жұмыс істей келе материалды толық түсініп, меңгеруге болады. Бұл технологиялар бар курстарды жекеше қолдануға сәйкестендіру, өзіндік білім алу және алған білімді өзіндік тексеру мүмкіндігін береді. Дәстүрлі кітаптарға қарағанда оқу-электронды басылымдар материалды динамика-графикалық түрде бере алады.

Пайдаланылған әдебиеттер:

1.«Информатика негіздері» журналы №4-2008 жыл – Ж.Садыбекова
«Оқу –тәрбие үрдісінде ақпараттық –коммуникациялық технологияны қолдану қажеттілігі»
№3-2006 жыл – М.Ғалымжанова «Ақпараттық коммуникациялық технологияларды пайдалану арқылы білім беру деңгейін көтеру»

2. «Бәсекеге қабілетті жеке тұлғаны қалыптастырудағы инновациялық технологиялардың рөлі мен маңызы» Республикалық ғылыми-практикалық конференция материалдары (

БЕТ ИНВАРИАНТТАРЫНЫҢ ГЕОМЕТРИЯЛЫҚ МАҒЫНАСЫ

Қалжан Ж.М.
Шымкент университеті.

Аннотация

Бұл мақалада қисықтың немесе беттің теңдеуі беріледі яғни қисықты және бетті анықтайтын функция берілсе, Қисықтың немесе беттің әр түрлі геометриялық сипаттамаларын табу керек. Мысалы қисықтың қисықтығы, қисықтың бұралуы және тағы басқалар. Бет ішінде дәл осылай, беттің теңдеуі немесе бетті анықтайтын функция берілсе оның әр түрлі геометриялық сипаттамаларын табу керек.

Бет инварианттарының геометриялық мағынасын ашуға кірісейік. Инварианттар нөлден өзгеше деп болжаймыз. Ең алдымен олардың бетпен байланысқан регулюс (түзусызықты бет) инварианттары арқылы өрнектелуін көрсетейік.

Егер беттегі кейбір сызықтың бойында бетке нормальдар жүргізетін болсақ регулюс түзеледі.

Беттегі қандай сызықтар үшін бұл регулюс торсқа (жайылмалы бетке) айналады? Беттегі кез келген

$$v = v(u) \qquad (1)$$

сызығын қарастырайық. осы сызықтың нүктелеріндегі нормальдардан жасалған регулюсті

$$\overline{R} = \overline{r} + \lambda \overline{e}_3$$

теңдеуімен беруге болады. бұл регулюс торс болу үшін, дифференциалдардың (3.8.1) шартындағы есептелуінде (III тарау, §5)

$$\left(d\overline{r}, \overline{e}_3, d\overline{e}_3\right) = 0$$

болу керек.

(3.8.8) формулаларын пайдалана отыра

$$(\omega^1 \overline{e}_1 + \omega^2 \overline{e}_2, \overline{e}_3, -I_3 \omega^1 \overline{e}_1 - I_4 \omega^2 \overline{e}_2) = 0$$

немесе (3.8.7) – ды ескеріп жоғарыдағы шартты

$$ab(I_4 - I_3)dudv = 0 \qquad (2)$$

түріне келтіреміз. Мұнан $I_3 \equiv I_4$ беттері үшін торс кез келген сызықтар бойында түзелетіні, ал өзге беттер үшін тек қана координаталық $u = const, v = const$ сызықтары, яғни қисықтық сызықтар бойында түзелетіндігі шығады.

Монж теоремасы. Қисықтық сызығы бойындағы бет нормальдарынан жасалған регулюс – торс.

Бұл торстардың мойын нүктелері және инварианттарын анықтайық. (3.8.3) формуласы бойынша $v = const$ сызығын қиятын торс үшін

$$\lambda_M = -\frac{\left(\overline{r}_u, \overline{r}_{3u}\right)}{\left|\overline{e}_{3u}\right|^2} = \frac{-(a\overline{e}_1, -A\overline{e}_1)}{A^2} = \frac{aA}{A^2} = \frac{A}{I_3},$$

$u = const$ болғанда

$$\lambda_M = -\frac{\left(\overline{r}_u, \overline{r}_{3u}\right)}{\left|\overline{e}_{3u}\right|^2} = \frac{bB}{B^2} = \frac{A}{I_4}.$$

Демек, I_3 және I_4 инварианттары қисықтық сызықтарының бойындағы нормальдардан жасалған торстардың мойын нүктелері абциссалар беттің бас қисықтық радиустары аталынып R_1, R_2 әріптерімен белгіленеді.

Сонымен

$$I_3 = \frac{1}{R_1}, I_4 = \frac{1}{R_2} \qquad (3)$$

I_3 және I_4 инварианттарының өздері беттің бас қисықтықтары деп аталынады. Олардың қосындысы Н әрпімен белгіленіп беттің орта қисықтығы, ал көбейтіндісі К әрпімен белгіленіп, беттің толық (немесе Гаусс) қисықтығы делінеді. Сонымен

$$H = I_3 + I_4 = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}, K = I_3 I_4 = \frac{1}{R_1 R_2} \qquad (4)$$

Енді әрбір нормаль бойында нормальдар торстарының фокустары болып келетін қос

$$\overline{F_1} = \overline{r} + R_1 \overline{e}_3$$

$$\overline{F_2} = \overline{r} + R_2 \overline{e}_3 \qquad (5)$$

нүктелеріне ие боламыз. Бұл нүктелермен сызылатын беттер оның эволюталары атанып бетпен тығыз байланыста болады: қисықтар теориясына ұқсас, алынған беттің нормальдары эволютанның жанамалары болады екен.

Шынында да,

$$\overline{F}_{1u} = \overline{r}_u + R_{1u}\overline{e}_3 + R_1\overline{e}_3 = (a - AR_1)\overline{e}_1 + R_{1u}\overline{e}_3 = R_{1u}\overline{e}_3 \,//\, \overline{e}_3$$

$$\overline{F}_{1u} = \overline{r}_v + R_{2v}\overline{e}_3 + R_2\overline{e}_{3v} = R_{2v}\overline{e}_3 \,//\, \overline{e}_3 .$$

Бұл формулалардан $\overline{R} = \overline{r} + \lambda \overline{e}_3$ нормалінің бірден екі эволютаның да жанама жазықтықтарында жататындығы шығады.

Енді торстарымыздың «косиналарын» есептейік. (6) формулаларынан $v = const$ үшін

$$b = \frac{(\overline{e}_3, \overline{e}_{3u}, \overline{e}_{3uu})}{|\overline{e}_{3u}|} = \frac{(\overline{e}_3, A\overline{e}_1, A_u\overline{e}_1 + A\overline{e}_{1u})}{|\overline{e}_{3u}|^3} = \frac{(\overline{e}_3, \overline{e}_1, \overline{e}_{1u})}{|A|} = \pm \frac{av}{bA} = \mp \frac{I_1}{I_3};$$

$u = const$ болғанда

$$b = \frac{(\overline{e}_3, \overline{e}_{3v}, \overline{e}_{3vv})}{|\overline{e}_{3v}|} = \mp \frac{I_2}{I_4}.$$

Сонымен I_3 және I_4 инварианттары таңба дәлдігімен қисықтық сызықтарының бойында нормальдардан түзелген торстардың фокустарына кері шамаларын сәйкес торстың қосынасына көбейткенге тең.

Инварианттардың өзге мағынасы төменде алынып келтіріледі. Мұнда кеңістік сызығының қисықтығымен ұқсастығын көрсететін толық қисықтықтың геометриялық мағынасын келтірейік. Жоғарыда көргеніміздей, сызық қисықтығы екі жақын жанаманың арасындағы бұрыштың жанасу нүктелері арасындағы доға ұзындығына қатынасының шегімен сипатталатын. Жанамалар арасындағы бұрыш $\overline{\tau}$ вектор – функция келбетінің (бастары ортақ нүктеден салынған $\overline{\tau}$ векторларының ұштарымен сызылатын сфералық сызық) доға ұзындығына эквивалент.

Егер берілген бет нүктесі аймағында барлық u, v мәндеріне сәйкес ортақ бас нүктесі бар $\overline{e}_3$ векторлары салынса, олардың ұштары бірлік радиусты сфераның бөлігін толтырады. Бұл сфера бөлігін жоғарыдағы сфералық сызыққа ұқсас сфералық индикатриса дейді. Аналитикалық геометрия жай қисықтар және жай беттердің қасиеттерін қарастырады.

Дифференциал геометрия кез келген қисық және кез келген беттердің қасиеттерін қарастырады. Мұнда негізгі құрал математикалық анализдің ұғымдары және теоремалары.

Қисықтың жанамасы ұғымын терең қарастыру арқылы туынды ұғымына келген болсақ, облыс ауданын есептеуді терең қарастыру арқылы анық интеграл ұғымына келдік. Демек диффренциал геометриямен математикалық анализ тығыз байланыста екен.

Бұл мәселені кейде тура (дұрыс) мәселе немесе тура (дұрыс) есеп деп аталады.

Математикада (дифференциал геометрияда) кері мәселе (кері есеп) деп аталатын мәселе (есеп) көп қарастырылады. Себебі кері мәселе әрі қызық әрі қиын.

Кері мәселе (есеп) дифференциал геометрияның негізгі мәселесі (есебі) болып есептелінеді деп айтсақ қателеспейміз.

Себебі дифференциал геометрияның негізгі теоремалары Гаусс және Бонн теоремалары және Гаусс және Венгартен формулаларын еске алу жеткілікті. Мысалы Гаусс – Бонне теоремасы еске алсақ ол былай айтылады:

Теорема: Егер E(x, y), Ғ(x, y), G(x, y) және L(x, y), M(x, y), N(x, y) функциялары белгілі бір шарттарды қанағаттандырса, онда бірінші және квадраттық формулаларының коэффициенттері сәйкес E(x, y), Ғ(x, y), G(x, y) және L(x, y), M(x, y), N(x, y) функцияларына тең болатын бет бар болып кеңістіктегі орны анықтығында жалғыз болады, яғни егер екі $Ғ_1$ және $Ғ_2$ бет табылса (бар болса), онда сондай Д: $Ғ_1 \rightarrow Ғ_2$ қозғалыс бар болып, Д($Ғ_1$) = $Ғ_2$ болады. Жоғарыда айтылған ұғымдарды және теоремаларды E^n кеңістігінеде жалпылауға болады. Бұл жалпылауды келесі ғылыми ізденістерге қалдырдық.

Қолданылған әдебиеттер:

1. Атанасян Л.С., Гуревич Г.Б. «Геометрия». М., 1976
2. Рашевский П.К. «Риманова геометрия и тензорный анализ»-М., «Наука», 1964
3. Мищенко А.С., Фоменко А.Т. «Курс дифференциальной геометрии и топологии», Изд.МГУ, 1980

ИСТОРИЯ СОВЕРШЕНСТВОВАНИЯ ТЕОРИЙ ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

Больkенова Д.К.
Шымкентский университет

Аннотация

В статье рассматривается вопросы разработки линейных программ и конкретных примерах для развития навыков программирования студентов.

В работах А.В.Погорелова была изучена задача Дирихле для так называемых сильно эллиптического уравнения Монжа-Ампера (см.[4])

$$rt - s^2 - [A\,(x,y,z,p,q)\,r - 2B\,(x,y,z,p,q)\,s + C\,(x,y,z,p,q)\,t + \varphi\,(x,y,z,p,q)] = 0 \qquad (1)$$

где $z = \dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}$, $s = \dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$, $t = \dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}$,

z=z(x,y)-искомая функция,

$P = \dfrac{\partial z}{\partial x}$, $q = \dfrac{\partial z}{\partial y}$ -обозначение Монжа,

A (x,y,z,p,q), B (x,y,z,p,q), C (x,y,z,p,q), φ (x,y,z,p,q) -непрерывные функции из класса C(G,R^2,P), G - ограниченная выпуклая область, лежащая в R^2, P={(p,q)}.

$rt - s^2 - H(z) = 0$ - называется простейшим оператором Монжа – Ампера.

В настоящей работе мы будем рассматривать следующие уравнения:

$$f_{11} f_{22} - \rho^{2}_{12} - A\,(u, \upsilon, \rho, \rho_u, \rho_v)\,\rho_{11} + 2B\,(u, \upsilon, \rho, \rho_u, \rho_v)\,\rho_{12} -$$
$$C\,(u, \upsilon, \rho, \rho_u, \rho_v)\,\rho_{22} + H_1\,(u, \upsilon, \rho, \rho_u, \rho_v) - K(u, \upsilon, \rho, \rho_u, \rho_v) = 0 \qquad (2)$$

На сфере S^2_1, где u, υ -сферические координаты, а коэффиценты A, B, C, H_1,K_1 являются регулярными и равномерно ограниченными функциями вместе со своими производными до третьего порядка включительно по переменным u,v, ρ, ρ_u, ρ_v . Здесь ρ_{11}, ρ_{12}, ρ_{22}- вторые ковариантные производные функции ρ(u, υ) относительно метрики сферы S^2_1, рассмотренной как двумерное многообразие.

Выделим те из уравнений (2), которые в локальных координатах имеют вид (1) и для которых выполняется условие

$$A\,\xi^2 - 2B\,\xi\eta + C\eta^2 \geq 0 \quad (3)$$

во всех точках сферы S_1^2 ,(см.[2],[4])

Геометрическое содержание нашей задачи следующее: в каждой точке пространства, включая начало координат, задана функция φ (u, υ, ρ), тогда функция ρ= ρ (u, υ), задающая поверхность F, является решением уравнения (2). Отметим, что локальная сильная эллиптичность необходимо влечет за собой выпуклость поверхностей, являющихся графиками решений этого уравнения, что дает возможность исследовать наше уравнение методами геометрии “в целом”.

Квадратичная форма для решения нашего уравнения имеет вид

$(\rho_{22}-A)\xi^2-2(\rho_{12}-B)\,\xi\eta+(\rho_{11}-C)\,\eta^2$ (4)

Ее эллиптичность эквивалентна выполнению следующего неравенства

$$(\rho_{22}-A)(\rho_{11}-C)-(\rho_{12}-B)^2>0 \quad \text{или}$$

$$\rho_{11}\,\rho_{22}-\rho_{12}^2-A\,\rho_{11}+2B\,\rho_{12}-C\,\rho_{22}+AC-B^2>0 \text{ (см.[4])}$$

Используя уравнения (2) последнее неравенство заменяем таким

$$(K_1-H_1)+AC-B^2>0$$

Таким образом, эллиптичность формы вытекает, если положить $K_1-H_1 \geq 0$.

Кроме того, так как в точках максимума функции ρ= ρ (u, υ)=0 имеем $\rho_u=\rho_v=0$ и $\rho_{22}\leq 0$, то форма (3) будет отрицательно эллиптично. Доказана теорема о расположении поверхности F , задаваемой решением уравнения (2).

Теорема. Пусть в пространстве фиксированы две концентрические сферы $S^2_{\rho_1}$ **и** $S^2_{\rho_2}$ центром в точке O и радиусами ρ_1 и ρ_2 соответственно ($0<\rho_1<\rho_2$). Пусть далее функция K_1 удовлетворяет условию $K_1=H_1^0+h(u, \upsilon, \rho, \rho_u, \rho_v)$ где $H_1^0=H_1$ в точках экстремумов функции ρ= ρ (u, υ) и где $h(u, \upsilon, \rho, \rho_u, \rho_v)>0$ внутри сферы $S^2_{\rho_1}$ и $h(u, \upsilon, \rho, \rho_u, \rho_v)<0$ вне сферы $S^2_{\rho_2}$. Тогда всякое решение уравнения (2) задает поверхность, лежащую между сферами $S^2_{\rho_1}$ и $S^2_{\rho_2}$

Схема доказательства теоремы.

Пусть ρ= ρ (u, υ) – решение уравнения (2) и пусть точка $(u_0, \upsilon_0)\in S_1^2$ – точка минимума функции ρ= ρ (u, υ) . В этой точке $\rho_u=\rho_v=0$ и $d^2\rho\geq 0$. Можно доказать, что минимум функции $\rho=\rho(u_0, \upsilon_0)$ не может быть при условии $\rho(u_0, \upsilon_0)<\rho_1$, так как по условию теоремы внутри сферы $S^2_{\rho_1}$ должно выполняться $h(u, \upsilon, \rho, \rho_u, \rho_v)>0$.Следовательно, всякое решение уравнения (2) задает поверхность лежащую вне сферы $S^2_{\rho_1}$, т.е. $0<\rho_1<\rho$. Точно также докажем, если ρ (u, υ) решение уравнения (2), то 0< ρ (u, υ) < ρ. Таким образом мы доказали, что имеет место неравенство $0<\rho_1<\rho(u, \upsilon)<\rho$

Литература

1. Канторович Л.В. Акилов Г.П. Функциональный анализ в нормированных пространствах М. 1955
2. Бакельман И.Я. Кантор Б.Е. Исследования по геометрии “в целом”, Л. 1970., с.3-23.
3. Погорелов А.В. Внешняя геометрия выпуклых поверхностей, М., 1969.

ГЕОМЕТРИЯЛЫҚ ЕСЕПТЕРДІ ВЕКТОРЛЫҚ АЛГЕБРА ЭЛЕМЕНТТЕРІН ПАЙДАЛАНЫП ШЕШУ ТӘСІЛДЕРІ

Омарова А.Н.

Шымкент университеті

Аннотация

В статье рассматривается некоторые способы решение задачи планиметрии с использованием элементов векторной алгебры.

Көптеген геометриялық есептерді векторлық алгебраның элементтерін пайдаланып шешу, элементар тәсілдермен шешуге қарағанда әлдеқайда тиімді. Бұл ықшамдаудың мағынасы, планиметриялық есептерді векторлық әдіспен шешу барысында элементар әдіспен шешу кезінде орындауға тиіс қосымша амалдарсыз орындауға болады.

А.В. Погорелов оқулықтарының ерекшелігі векторларға қолданылатын амалдардың бәрі координаттық түрде енгізілуінде.

Векторларға қолданылатын амалдардың қасиеттерін жеңіл алуға мүмкіндік береді, ал олар векторлық алгебраның заңдары деп аталады. Осы амалдарды орындаудың сәйкес геометриялық ережелері (үшбұрыштар ережелері және параллелограмм ережелері, вектордың санға көбейтіндісін салу, скаляр көбейту ережесі) дәлелденіледі.

Векторлық аппаратты енгізу геометриялық есептерді шығарудың жаңа тиімді әдістерінің бірі болып табылады. Ол кейбір есептерді шығаруды онша тиімді емес немесе қолданыс таппауы да мүмкін.

Векторлық әдіс оқушылар үшін тың дүние болғандықтан, кейбір ұсыныстарды есте сақтаған дұрыс:

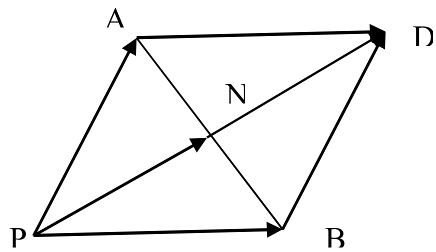
а) арнайы таңдап алынған әдістің есептерді шығарудағы тиімділігін көрсету арқылы оқушыларды қызықтыру керек;

ә) кейбір есептерді шығарғанда оның басқа әдістерден басымдылығына оқушылардың көздерін жеткізу керек;

б) оқушыларды қызығушылықтарын қалыптастыруға көмектесетін кейбір эвристикаға (есеп шешімінің кілтін табуға әсер ететін ережелер) үйрету керек .

Есеп 1. Егер AB кесіндісінің ортасы N нүктесі P - кеңістіктің кез келген нүктесі болса, онда мына теңдік орындалады [3,45] (*1-сурет*).

$$PN = \frac{1}{2}(OA + OB).$$



1-сурет

Шешуі. Есептің берілгені бойынша $AN = NB$, ал векторларды азайту амалы бойынша $AN = PN - PA$ және $NB = PB - PM$. Бұл екі теңдіктің де сол жағындағы бөліктері $AN = NB$ тең, яғни $PN - PA = PB - PN$, бұл теңдіктен $PN = \frac{1}{2}(PA + PB)$. Ал бұл теңдікті кесінді ортасының формуласы деп атайды. Бұл кесінді ортасының формуласын басқа тәсілдермен де дәлелдеуге болады.

1) $PADB$ параллелограмның N нүктесі симметриялы центрі болатынын қарастырамыз (1–сурет). Бұдан келесі теңдік шығады:

$PN = ND,\ 2PN = PA + PB$, ал бұл теңдіктерден $PN = \frac{1}{2}(PA + PB)$.

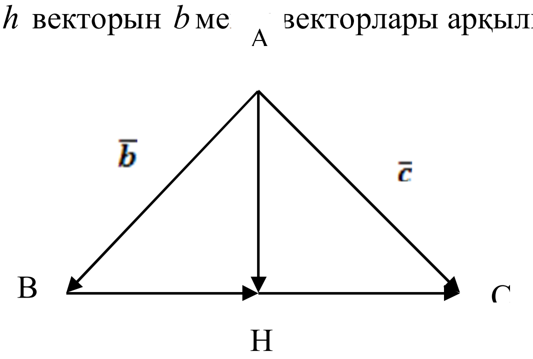
2) Егер AB кесіндісінің ортасы N нүктесі, ал P кеңістіктің кез келген нүктесі болса, онда

$$PN + NA = PA,\ PN + NB = PB$$

теңдіктерінен

$$2PN = PA + PB \text{ немесе } PN = \frac{1}{2}\left(PA + PB\right) \text{ теңдік шығады.}$$

Есеп 2. ABC үшбұрышында $\overline{AB} = \bar{b},\ \overline{AC} = \bar{c}$ векторлары берілген. $\overline{AH}$ биіктігі бойымен бағытталған $\bar{h}$ векторын $\bar{b}$ ме $\bar{}$ векторлары арқылы өрнектеу керек [5,53].



2-сурет

$\overline{BH}$ векторы $\overline{BC}$ векторына коллинеар *(2-сурет)*, сондықтан

$$\overline{BH} = \lambda \cdot \overline{BC} = \lambda\left(\bar{c} - \bar{b}\right)$$

$$\bar{h} = \overline{AB} + \overline{BH} = \bar{b} + \lambda\left(\bar{c} - \bar{b}\right) \tag{1}$$

$\bar{h}$ пен $\overline{BC}$ өзара перпендикуляр болғандықтан:

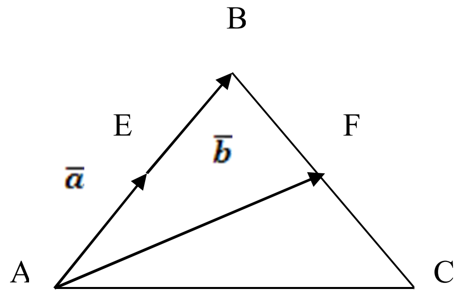
$\bar{h} \cdot \overline{BC} = 0,$ яғни $\left[\bar{b} + \lambda\left(\bar{c} - \bar{b}\right)\right] \cdot \left(\bar{c} - \bar{b}\right) = 0,$ ал одан $\lambda = \left(\bar{b} - \bar{c}\right)\bar{b} / \left(\bar{c} - \bar{b}\right)^2$ λ-ның табылған бұл мәнін (1) өрнекке апарып қойғанда

$$\bar{h} = \bar{b} + \frac{\left(\bar{b} - \bar{c}\right)\bar{b}\left(\bar{c} - \bar{b}\right)}{\left(\bar{c} - \bar{b}\right)^2}$$ болып анықталады.

Есеп 3. ABC- кез келген үшбұрыш, ал E мен F нүктелері AB және BC қабырғаларының орталары.

$\overline{AB}, \overline{BC}$ және $\overline{AC}$ векторларын $\bar{a} = \overline{AE}$ және $\bar{b} = \overline{AF}$ векторлары арқылы өрнектеу керек. [3,48].

E нүктесі AB қабырғасының ортасы болғандықтан $\overline{AB} = 2\overline{AE} = 2\bar{a}$ *(4-сурет)*. Онан кейін $\overline{BC} = 2\overline{BF} = 2\left(\overline{AF} - \overline{AB}\right) = 2\left(\bar{b} - 2\bar{a}\right) = 2\bar{b} - 4\bar{a}$.



3-сурет.

Үшбұрыштар ережесінен:

$$\overline{AC} = \overline{AF} + \overline{FC} = \overline{AF} + \frac{1}{2}\overline{BC} = \bar{b} + \bar{b} - 2\bar{a} = 2\left(\bar{b} - \bar{a}\right).$$

Сөйтіп, $\overline{AB} = 2\overline{a}$, $\overline{BC} = 2(\overline{b} - 2\overline{a})$, $\overline{AC} = 2(\overline{b} - \overline{a})$. Шыққан нәтижелердің әділдігін тексеру қиын емес, мысалы, $\overline{AB} + \overline{BC} = 2\overline{a} + 2\overline{b} - 4\overline{a} = 2\overline{b} - 2\overline{a} = 2(\overline{b} - \overline{a}) = \overline{AC}$.

Планиметриялық есептерді векторлық әдіс бойынша шығаруға біршама есептер қарастырылды.

Жоғарыдағы мысалдарда планиметриялық есептерді дәстүрлі әдістер бойынша шығару әдісіне қарағанда векторлық әдіспен шығару тәсілі әлдеқайда қысқа, әрі тиімді екендігін көрсеттік.

Әдебиеттер:

1. Шыныбеков Ә.Н. Геометрия Жалпы білім беретін мектептің 9-сыныбына арналған оқулық – Алматы: Мектеп, 2005-223б.
2. Александров А.Д және т.б. А-46 Геометрия: Жалпы білім беретін мектептің 7-9 сыныптарға арналған оқулық / А.Д. Александров, А.Л. Вернер, Ж. Нүрпейіс. – Алматы: Просвещние –Қазақстан. 2003-304 б.
3. Погорелов А.В Геометрия 7-11 сынып Алматы, Рауан, 1997-384

SCRATCH ПРОГРАММАЛЫҚ ӨНІМІ

Атабай М.

Ғылыми жетекші – магистр, аға оқытушы Жантуреева М.Ж.

Шымкент университеті

Аннотация

Scratch – бұл кодты жазу процесін жеңілдететін бағдарламалаудың визуальді тілі. Оны әралуан көңілді және қызықты бағдарламалар жазу үшін қолдануға болады. Scratch – бұл бағдарламалау бастамасының өте жақсы әдісі.

Scratch арқылы ең алғашқы бағдарлама жазу тәжірибесін жасай аламыз. «Циклдің» не екенін түсінуге оңай тапсырмалар бар, әртүрлі циклдік операторлар бар.

Солардың көмегімен интерактивті түрде үйрететін кішігірім бағдарлама жазуға болады.

Scratch бағдарламалау ортасының атауы ерекше, осы бағдарламаның эмблемасы – кішкентай Scratch (орысша-царапка, қазақша- тырнауыш) деп аталатын мысықтыңбаласы.

Бағдарлама оны басып, жазып шығарудың орнына кодтың блоктарын біріктіру жолымен жасалады. Scratchті қолдану оңай және жеңіл, сонымен қатар басқа бағдарламалау тілдерінің қолданысқа қажетті негізгі идеяларын сізге үйретеді. Бұл көпплатформалы өнім, яғни оны Windows, Linux және тағы басқа да операциялық жүйелерде орната беруге болады. Массачусет технологиялық институтының «Lifelong Kindergarten Group» зерттеушілер командасы Scratch программалау ортасын Лего конструкторы мен Лого тілі идеясының жалғасы ретінде 2007 жылы құрған болатын. [1]

Scratch -мультимедиалық жүйе. Тілдің операторларының көп бөлігі анимациялық және бейне эффектілер құруға, дыбыс пен графикамен жұмыс жасауға бағытталған. Қазіргі таңда программалау ортасы әртүрлі жас аралығындағы пайдаланушылар үшін қолжетімді әрі қызықты. Жобадағы кейіпкерлердің суретін салу, оны қозғалысқа келтіру, дыбыс қосу тіпті кішкентай бүлдіршіндер мен ата-аналардың өзін еліктірері сөзсіз. Көптеген жоғары оқу орындарының студенттері Scratch программалау ортасын компьютерлік сыныптарда қандай да бір объектінің моделін жасау барысында дәрісте қолдану үстінде. Бұл программалау ортасын http://info.scratch.mit.edu сайтынан жылдам әрі тегін жүктеп алуға болады.

Миллиондаған пайдаланушылар Scratch жобаларды әртүрлі жағдайларда -үйде, офисте, мұражайлар мен кітапханаларда жасайды. Ол әлемнің 150 мемлекетінде қолданылып, 40 тілге аударылған. Программалау ортасы барлық деңгейде (бастауыш буыннан жоғары буын оқушылары) және кез келген оқу пәндерінде (математика, информатика, тілдер, қоғамдық т.б.) ұтымды пайдаланылуда.

Пайдаланушылар мен мұғалімдер http://scratch.mit.edu сайтында бір-бірімен тығыз байланыс жасап, әртүрлі мысалдармен, ресурстармен және жобалармен алмаса алады.

Скретч-анимацияланған ертегілер, мультфильмдер, ойындар мен модельдерді құрастыруға арналған жаңа программалау ортасы. Программада объектілермен бірнеше әрекеттер жасауға болады: жылжыту, түрін өзгерту, басқа объектілермен байланыстыру және т.б. Объектілі- бағдарлы программалау ортасына негізделген сценарий түрлі-түсті және әртүрлі пішіндегі блоктардан құралған командалардан құрастырылады.

Программаның жасалуын тереңірек ұғындыру үшін қазіргі өмірден мысал келтірген жөн. Оған айқын мысал ретінде әр түрлі кубиктерден фигуралар мен конструкциялар жиналатын Лего конструкторын алуға болады. Кубиктерді дұрыс қиюластырмаса қажетті фигура немесе конструкциямызды ала алмаймыз. Сол сияқты Scratch программалау ортасында да программаның алгоритмі дұрыс құралмаса қажетті анимациялық эффектіге қол жеткізе алмаймыз.Айта кететіні Лего конструкторын құру барысында фигуралар жоғары қарай көтеріліп өссе, ал Scratch-те скриптілер жинау арқылы төмен түседі. [2]

Scracth ортасын алғаш іске қосқанда экранда терезе интерфейсі пайда болады.

Бұл бағдарламалау ортасында өз кейіпкерлерімізді қозғалысқа келтіріп, сурет салып, түрлі дыбыстармен жұмыс жасап, өз ойынымызды да жасай аламыз.

Scratch терезесін визуальды түрде үш бөлікке бөлуге болады:

Бөліктері

1. - бөлік: Скриптілерді таңдау бөлігі,
2. - бөлік: Скриптілер облысы,
3. - бөлік: Негізгі жұмыс алаңы

Әр бөлік екі ұяшықтан : жоғарғы және төменгі бөлімдерден тұрады. Бірінші бағанның жоғарғы ұяшығы түрлі-түсті 8 скрипт таңдау батырмаларынан тұрады:движение, контроль, внешность, сенсоры, звук, операторы, переменные.

Бір батырманы белсенді еткенде, қалған батырмалары өшіріледі. Қосулы батырма сәйкес түске боялады. Осы кезде бағанның төменгі ұяшығында батырмаға байланысты командалар көрінеді.

Scratch бағдарламасының терезесі бірнеше блоктардан тұрады.

Командалар блогы.

Терезенің тура ортасында орналасқан. Арнайы ұяшықтарда командалар бар. Командалар блогында әр команданың түсі әр түрлі. Мысалы <қозғалыс>(движение) команда батырмасының түсі көк, ол кезде командалар блогындағы операторлар көк түсте көрінеді. [3]

Бағдарлама блогы. Бұл блокта бағдарламаның коды жазылады.Ол жиі қолданылады.

Іске қосу/ажырату блогы. Дайын болған жобаны іске қосады немесе тоқтатады.

Іс-әрекет блогы немесе сахна. Онда бағдарламада жазылған іс-әрекеттер көрінеді.

Атқарушылар блогы. Онда кейіпкерлер орналасқан. Бағдарламада қатысатын қандай кейіпкерлер бар екенін көруге болады.

Спрайттар. Спрайттар Scratch-тің негізгі құраушылары болып табылады. Scratch бағдарламасы оларды басқаратын әрбір спрайттар мен скриптерден тұрады.

Спрайттар – бұл сахнадағы бейнелер. Скриптер оларды бірнәрсені жасату мақсатымен жазылады. Басқа спрайттарға және бағдарламаны қолданушыға әсер ету туралы спрайттарға нұсқаулар беріледі.

Спрайттар:

- сахнада қозғалады;
- олар бірнәрсеге тиіп кеткен кезде әрекет етеді;

• қолданушымен басқарылады;
• келбетін өзгертеді;
• мәтіндік бұлттар арқылы сөйлейді;
• дыбыстар шығарады және музыка ойнатып береді;

Әрбір жобада бірнеше спрайттар бар және әрқайсысының өз скриптері болуы мүмкін. Скриптерді дұрыс спрайттармен біріктіру өте маңызды және оларды өзара ауыстырып жүктеудің тәртібін білу қажет

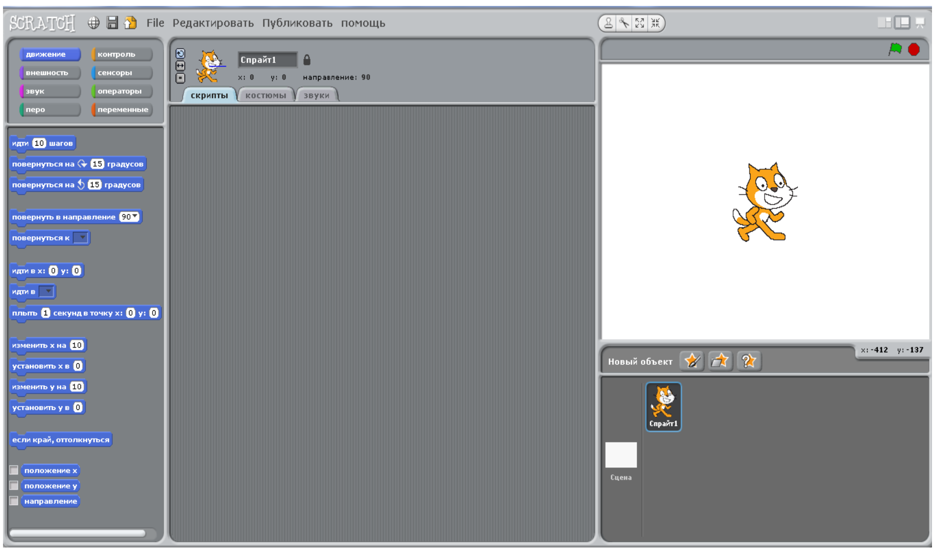
Спрайттарды құру және өзгерту[өңдеу]

Оларда спрайттар көп болса, бір-біріне соғылып, жалтарып және сахнада бірін-бірі қуатын ойындар әлдеқайда қызықты болады. Спрайттарды құру, көшірмесін жасау және оны жою өте жеңіл.

Scratch – бұл жуырда пайда болған бағдарламалау ортасы, кіші және орта мектеп жасындағы оқушыларға ойындар, фильмдер, анимациялық оқиғаларды және тағы да басқа құруға мүмкіндік береді. Scratch бағдарламасы Лего конструкторында сияқты түрлі-түсті кірпіштерден түрлі объектер құрылатындай, объекті-бағдарланған ортада түрлі-түсті командалар блогынан «құрылады». Scratch-те бағдарламаның құрылуы стектердегі графикалық блоктардың қиылысу жолдарынан пайда болады. Оған қоса, блоктар тек синтаксистік дұрыс конструкцияларға ғана қиылысады, бұл қате жіберуді болдыртпайды. Түрлі типті қорлар блоктардың түрлі формаларын қамтиды, олар өз кезегінде объектердің өзара үйлесетіндігін / үйлеспейтіндігін көрсетеді. Бағдарлама іске қосылғанның өзінде оған өзгертулер енгізуге болады, мұндай қасиет есепті шешу барысында жаңа ойлармен тәжірибе жасауға мүмкіндік береді. Қарапайым командаларды орындау нәтижесінде күрделі модель құрылады, оның ішінде түрлі қасиеттерге ие көптеген объектер өзара қарым-қатынас жасайды. Жоба Scratch-те құрылғаннан кейін оны http://scratch.mit.edu/ сайтында жариялауға мүмкіндік бар. [4]

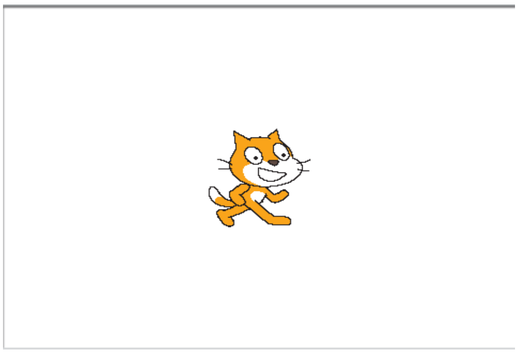
Бұл ортаның басты ерекшелігінің бірі ол тегін таратылатын бағдарламалық өнім болып табылады, осылайша, кез-келген оқу мекемесі интернет желісінен бағдарламаны жүктеп, жаңа бағдарламалау ортасында жұмыс істеуге кірісе алады.

Бағдарлама интерфейсі балаларға әзірленген және жасалған, сондықтан ол максималды интуитивті түсінікті болып келеді. Бағдарламаның ортасы қалай ұйымдастырылғанын көрейік. Бағдарлама іске қосылғаннан кейін келесі түрге ие болады (Сурет 1).



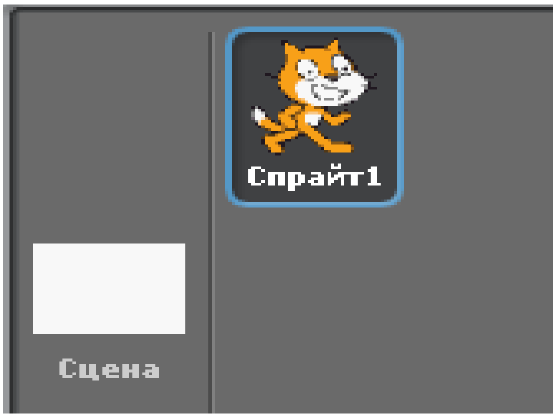
1 сурет. Бағдарлама интерфейсі

Басты облыс (Сурет 2), бұл, әрине, сахна (ол экранның оң жақ бөлігінде орналасқан). Оның үстінде жобаның нәтижелері көрсетіледі.



2 сурет. Сахна

Сахнаның үстінде бір нәрсе болу үшін, спрайттарды құру керек (Сурет 3), яғни визуалды динамикалық объекті; ол үшін арнайы батырмалар қолданылады.



3 сурет. Спрайттар

4 сурет. Жаңа спарайттарды құруға арналған батырмалар

Ең бірінше батырма суреттерді салып, жобаға кірістіру үшін арналған графикалық редактор.

1.1.2 Графикалық редактордың сипаттамасы

Егер сіз кез-келген шрафикалық редактормен таныс болсаңыз, онда Scratch-тегі редактормен қалай жұмысісиеу керектігін түсінесіз. Онда келесі әрекеттерді орындауға болады:

– объекттің өлшемін өзгертуге, оны сағат тілінің бағытымен және оған қарсы бұруға болады, объектті тігінен және көлденең айналдыруға болады;

– дайын объектті өзгерту үшін оны импорттауға болады;

– жұмыс алаңын түгелдей тазартуға болады;

– іс-әрекеттерді жоюға және қайтадан қайтаруға болады;

– сурет салу үшін қылқалам немесе геометриялық фигураларды (эллипс, сызық, тіктөртбұрыш) қолдануға болады; қылқалам және сызықты пайдаланған кезде олардың қалыңдығын таңдауға болады, эллипс және тіктөртбұрыш контур немесе іші боялған облыс ретінде пайдалана алады;

– элементтерді өшіргішпен өшіруге болады;

– түсті таңдап, онымен облыстарды құюға болады; құю тегіс немесе градиентті бола алады;

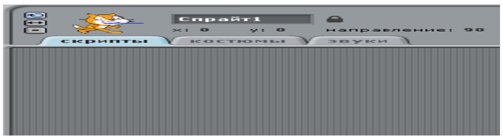
– текстпен жұмыс істеуге;

– суреттің облыстарын орын ауыстыру үшін немесе көшірмесін жасау үшін белгілеуге болады;

– фон түсін орнатуға болады; мысалы, градиентті құю кезінде бұл өте маңызды;

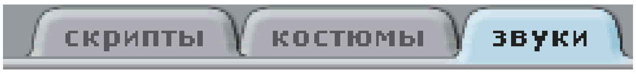
– сонымен қатар суреттің өлшемін өзгертуге болады.

Барлық құрылған нәрселер спрайттар бетінде көрсетіледі, ол бетте спрайттардың біреуін түзету үшін таңдауға болады. Әрі ағымдағы спрайт туралы ақпарат скриптерден кейінгі экранның ортаңғы бөлігінде көрсетіледі (Сурет 5). Бұл өріс белгілі бір спрайттың әрекетін сипаттау үшін арналған.



5 сурет. Скриптер өрісі

Үстіңгі өрісте бетбелгілер бар (Сурет 6). Олардың көмегімен скриптерді көру мүмкіндігінен спрайттардың мүмкін түрлерін (суреттерін) көруге және осы спрайтпен байланысты дыбыстарға өтуге болады. Таңдалған спрайт туралы қысқаша анықтама: аты, ағымдағы сурет, координаттары, бағыты және тағы да басқа жоғарыда орналасқан (Сурет 7).



6 сурет. Бетбелгілер

7 сурет. Спрайт туралы қысқаша анықтама

Бұл аймақта 

деген батырма орналасқан, ол спрайтқа немесе дыбысқа тышқанның оң батырмасын басу арқылы шақырылады, ол өз кезегінде спрайтты немесе дыбысты бөлек файл ретінде сақтауға мүмкіндік береді. [5]

Атап кететін жайт, скриптер визуалды суреттер мен дыбыстар сияқты әр спрайттың құрамдас бөлігі болып табылады. Тұтастай алғанда бүкіл жобаға қатысты ортақ атрибуттарды сахнаға біріктіруге болады: оған қоса онда өзінің скриптері, суреттері және дыбыстары бола алады.

Библиографиялық тізім

1. Павловская, Т.А. С/С++ жоғарғы деңгейлі тілде программалау : оқулық / Т. А. Павловская. - Алматы : ЖШС РПБК Дәуір, 2012. - 504 с. - (ҚР білім және ғылым министр.)

2. Бөрібаев, Б. С/С++ тілдерінде программалау (практикалық курс) : ЖОО арналған оқу құралы / Б. Бөрібаев. - Алматы : "Эверо", 2013. - 356 с.

3. Ельбергенова, Г.Ж. «Программалау технологиясы» пәні бойынша дәріс конспектілері 5В070300 – «Ақпараттық жүйелер» мамандығының студенттеріне арналған / Г. Ж. Ельбергенова. - Шымкент : ОҚМУ, 2014 о=эл. опт. диск (CD-ROM)

4. Ельбергенова, Г.Ж. «Программалау технологиясы» пәні бойынша оқу әдістемелік кешені 5В070300 – «Ақпараттық жүйелер» мамандығының студенттеріне арналған / Г. Ж. Ельбергенова. - Шымкент : ОҚМУ, 2014 о=эл. опт. диск (CD-ROM)

ГЕОМЕТРИЯЛЫҚ ЖАЗЫҚ ФИГУРАЛАРДЫ МОДЕЛДЕУДІҢ ТЕОРИЯСЫ МЕН ӘДІСТЕРІ

Балғабай А.Ж.
Мадияров Н.К. - п.ғ.к., доцент
Шымкент университеті, Шымкент қ.

Аннотация

Мектеп геомерия курсын оқытуда планиметриядан стереометрия курсына көшу барысында өзіндік қиындықтар кездеседі. Әсіресе, стереометрияның алғашқы сабақтарынан бастап кездесетін қиындықтар жоғарғы сыныптарда сабақ беретін әрбір математика мұғаліміне таныс. Стереометрия аксиомаларымен таныстыру кезінде оқушылардың көпшілігінің кеңістіктік түсініктерінің әліде нашар дамыған болуына байланысты, стереометрияның алғашқы ұғымдары туралы мәліметтер абстрактілі сипатқа ие болып, жаттанды білімдер қалыптасады. Сол себепті геометрияны оқытуда оқытылып жатқан материалдың көрнекілігі және ондағы геометриялық объектлердің моделдеу арқылы нақтылануы осындай қиындықтарды жеңуде үлкен роль атқарады.

Геометрияны оқытуда фигураларды моделдеу және оны сабақта пайдалану үлкен әдістемелік мәнге ие болумен қатар, мынадай екі жақты сипатқа ие. Бір жағынан, геометриялық фигураларды моделдеу геометрияны оқытуды көрнекі етіп, оны меңгеруді жеңілдетеді. Бұл жағдайда, геометриялық моделдер иллюстративтік рөл атқарады да, сондықтан оларды иллюстративті сызбалар деп атауға болады. Екінші жағынан, фигураның моделі қандай да бір геометриялық есепті шешу құралы болып табылуы мүмкін. Мұндай түрдегі моделдер есепті шешуші сызбалар болып табылады [1]. Екі жағдайда да геометриялық фигураны моделдеу үшін проекциялау әдісі қолданылады және алынған сызбалар “проекциялық сызба” деп аталады.

Қандайда бір шартты қанағаттандыратын нүктелердің жиыны ретінде беруге болатын күрделі геометриялық фигураларды (сызықтар, жазықтықтар, беттер және т.с.с.) моделдеуде, геометриялық фигураның анықтауышы негізгі роль атқарады.

Геометриялық фигураның моделін беретін шарттар жиынтығы *геометриялық фигураның анықтауышы* деп аталады. Анықтауыш – ***геометриялық және алгоритмдік*** деп аталатын екі бөліктен тұрады. ***Анықтауыштың геометриялық бөлігі –*** фигураны құрастыруға қажетті қандайда бір тұрақты геометриялық элементтерді қамтиды. Бұл элементтер жиынтығы репер (французша ***repere*** – белгі, бағдар) деп аталады. ***Анықтауыштың алгоритмдік бөлігі -*** репер элементтері мен басқа геометриялық элементтер арасындағы байланысты сақтай отырып, ізделінді фигураға алып келетін операциялар тізбегі. Бұдан, бір фигураның өзінің, оны құрастырудың таңдап алған тәсіліне байланысты әртүрлі анықтауышы болуы мүмкін. Олай болса, геометриялық фигураны моделдеу мынадай екі кезеңнен тұрады.

1. Бірінші кезеңде ***реперді*** моделдеу керек.
2. Екінші кезеңде – репер моделінен берілген фигура моделін алуға келтіретін алгоритм жүзеге асырылады.

Мысалы: Түзудің моделін құру. Түзудің Монж эпюріндегі репері жалпы жағдайда екі нүктелер жұбы (A_1, A_2) мен (B_1, B_2) немесе $a(a_1, a_2)$ түзулер жұбы болады. Бұл түзудің алгоритмдік бөлігі мынадай операциялардан тұрады:

1. А мен В нүктелерінің проекцияларын a_1 және a_2 түзулерімен қосу.

2. АВ түзуінің бірінші a_1 және екінші a_2 проекцияларын алу.

Осы операциялар нәтижесінде алынған түзудің моделін „түздің проекциялық моделі“ депте атауға болады.

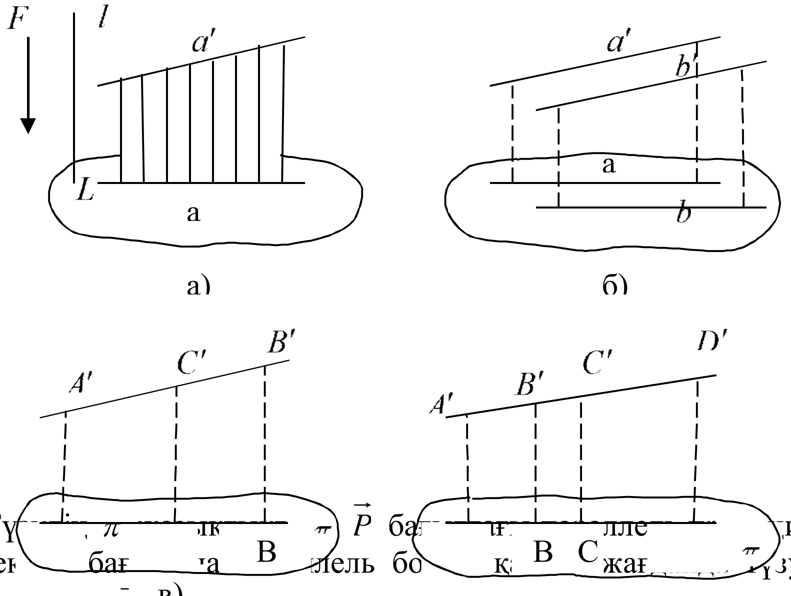
Фигураны моделдеу оны жазықтыққа проекциялау жолымен іске асады. Проекциялаудың түрлі жолдары бар. Соның бірі параллель проекциялау.

Үш өлшемді E_3 евклидтік кеңістікте π жазықтығы және онда жатпайтын $\vec{P}$ векторы берілсін.

Кеңістіктің кез келген M' нүктесінен $\vec{P}$ векторға параллель етіп жүргізілген түзу π жазықтықпен М нүктеде қиылыссын. Онда М нүктені M' нүктенің π жазықтығындағы $\vec{P}$ вектор бағытындағы параллель проекциясы дейді. Егер проекциялау бағыты $\vec{P}$ π жазықтығына перпендикуляр болса, онда проекциялау ортогонал проекциялау делінеді. π проекция жазықтығы, $\vec{P}$ проекциялау бағыты делінеді.

Кеңістікте F' фигура берілсе, оның әрбір нүктесінен $\vec{P}$ векторға параллель түзулер жүргізіп, олардың π жазықтығымен қиылысу нүктелерінің жиынынан тұратын F жазық фигураны шығарып алуға болады. Бұл F фигураны F' фигурасының π жазықтықтағы $\vec{P}$ бағыттағы проекциясы дейді.

Параллель проекциялаудың кейбір қасиеттері төмендегідей.



1. Тү[illegible] π [illegible] $\vec{P}$ ба[illegible]иясы нүкте болады, егер түзу проек[illegible] бағ[illegible]а[illegible]лель бо[illegible] қ[illegible] жағ[illegible] түзу болады. Өйткені түзудің әр нүктесінен [illegible]торға параллель етіп жү[illegible]ен түзулер жиыны жазықтық болады. Ол жазықтық π жазықтығымен түзу бойымен қиылысады (1,а – сурет).

2. Параллель түзулердің параллель проекцияларыда параллель түзулер болады. Өйткені параллель жазықтықтардың π жазықтықпен қиылысуынан шыққан түзулеріде параллель болады (1,б – сурет).

3. Параллель проекциялауда түзу бойындағы үш нүктенің жай қатынасы сақталады, яғни $(A'B',C')=(AB,C)$ болады. Дәлелі Фалес теоремасынан шығады (1,в-сурет). Бұл теорема бойынша $A'C':C'B'=AC:CB$ болады.

Параллель проекциялауда бір түзу бойында және параллель түзулер бойында жататын үш нүктенің қатынасы өзгермейді. 1,г–суретте $A'C':C'D'=AC:CD$.

Мектеп геометриясында “Кеңістік фигураларының жазықтықтағы кескіні” атты арнайы бір тақырып ретінде беріліп, стереометриялық фигураларды проекциялау мен кескіндеудің негізгі ережелері қысқаша түрде баяндалған. Бірақ бұл фигуралардың проекциясын және кескінін салу осы бір сабақпен ғана шектеледі деген мәселе емес, осы тақырыпта берілген негізгі ережелерді пайдалана отырып, оқушылардың моделдеу дағдылары әр жаңа сабақ сайын дамытылып, жетілдіріліп отыруы қажет. Өйткені сызбалар геометрияны оқытудың ажырамас бір бөлігі болып табылады.

Осы теориялар негізінде негізгі жазық фигураларды моделдеуге тоқталайық.

1°. Үшбұрышты моделдеу. Жоғарыда айтуымыз бойынша кез келген үшбұрыштың моделі кез келген үшбұрыш болады. Үшбұрышты проекциялағанда оның бұрышының шамасы да, қабырғаларының тең болу-болмауыда сақталмайды.

Оқу үдерісінде, әдістемелік мақсатпен - тікбұрышты, доғал, сүйір бұрышты үшбұрышты тік, доғал, сүйір бұрышты үшбұрыш етіп салу; тең бүйірлі, тең қабырғалы, әртүрлі қабырғалы үшбұрыштарды тең бүйірлі, тең қабырғалы, әртүрлі қабырғалы үшбұрыш етіп салу кездеседі, тіпті солай етіп салу пайдалы да, бірақ міндетті емес. Кез келген үшбұрыш кез келген үшбұрышқа аффинді-эквивалентті болады.

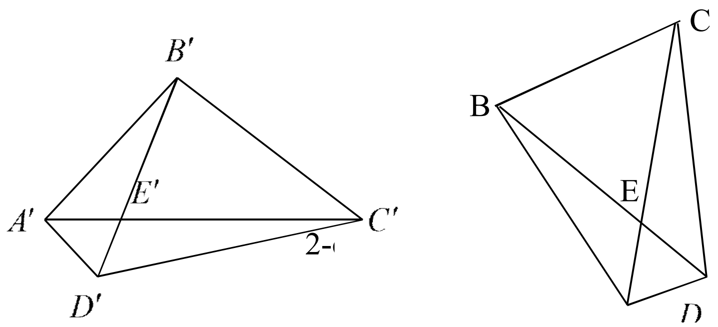
2°. Төртбұрышты моделдеу. Төртбұрышқа төртбұрыш ғана аффинді-эквивалентті болады. Демек төртбұрыштың модел төртбұрыш болады. Бірақ кез келген төртбұрыш кез келген төртбұрышқа модел бола бермейді. Екі төртбұрыштың бірі екіншісіне модел болу үшін олар мынадай теорема шартын қанағаттандыруы керек.

Теорема. π жазықтығында кез келген $ABCD$, π' жазықтығында кез келген $A'B'C'D'$ төртбұрыш берілсін және олардың диагоналдары $AC \cap BD = E$, $A'C' \cap B'D' = E'$ нүктелерде қиылыссын. Бұл екі төртбұрыш аффинді – эквивалентті болу үшін

$$(AC, E) = (A'C', E'), \quad (BD, E) = (B'D', E')$$

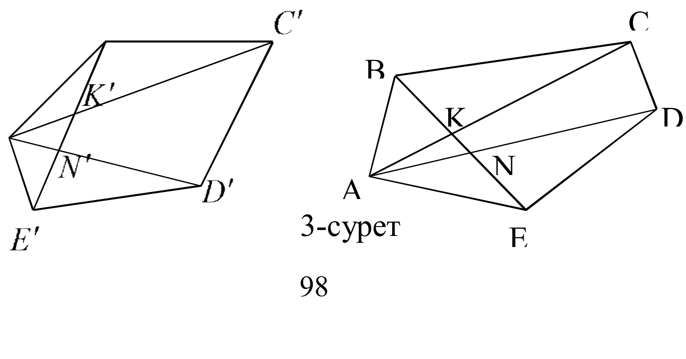
шарттың орындалуы қажетті және жеткілікті.

Ол төртбұрыштардың сәйкес диагоналдары қиылысу нүктелері арқылы теңдей қатыста болуы керек, яғни $ABCD$, $A'B'C'D'$ төртбұрыштардың диагоналдары $AC \cap BD = E$, $A'C' \cap B'D' = E'$ нүктелерде қиылысса, онда $AE : EC = A'E' : E'C'$, $BE : ED = B'E' : E'D'$ болуы керек (2-сурет).



3°. Көпбұрыштың моделі. n қабырғалы көпбұрыш берілсін (Біздің мысалда $n = 5$ болсын. Оны $A'B'C'D'E'$ дейік).

Берілген 5 төбенің 3-еуін бір түзуде жатпайтындай етіп, берілген реперде проекциялаймыз. Олар A', B', D' – тың проекциясы A, B, D нүктелер болсын. $A'C'$ пен $B'E'$ -нің қиылысу нүктесі K' болсын. Қиылысу нүктенің проекциясын алу үшін, BE-нің бойынан $B'K' : K'E' = BK : KE$ болатын K нүктені табамыз. Одан әрі $A'K' : K'C' = AK : KC$ болатын C нүктені табамыз. $A'D' \cap B'E' = N'$ тауып, $B'N' : N'E' = BN : NE$ болатын N нүктені тауып, соның жәрдемімен $A'N' : N'D' = AN : ND$ болатын D нүктені табамыз (3-сурет). Осы әдіспен $6-, 7-, ..., n-$ төбелерді саламыз.



3-сурет

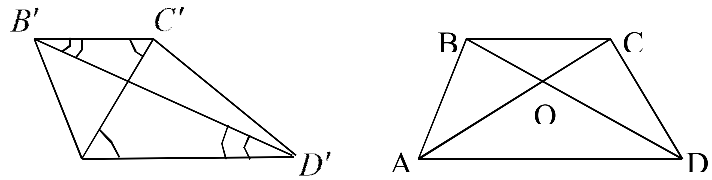
4°. Параллелограмды моделдеу. Параллель проекциялауда параллель түзулер параллель түзулер, қиылысатын түзулер қиылысатын түзулер болып проекцияланатындықтан параллелограмның моделі параллелограмм болады. Параллелограмның диагонналдары бірін-бірі қақ бөлетіндіктен кез келген төртбұрыш үшін орындалуға тиісті талаптар кез келген параллелограмм үшін орындалады.

Параллель проекциялауда кесінді ұзындығы, бұрыш шамасы сақталмайтындықтан тік төртбұрыштың, квадраттың, ромбының моделдері де параллелограмм болады.

Әдістемелік мақсатта тік төртбұрыштың бұрыштарын тік; квадраттың бұрыштарын тік, қабырғаларын тең етіп, ромбының қабырғаларын тең етіп салады, бірақ теория бойынша бұлай салу міндетті емес.

5°. Трапецияны моделдеу. Параллель проекциялауда параллель түзулер параллель түзулер болып, қиылысатын түзулер параллель болмай проекцияланатындықтан трапецияның моделі трапеция болады. Бірақ кез келген трапеция кез келген трапецияның моделі бола бермейді. Бір трапеция екінші трапецияға модел болу үшін олардың параллель қабырғаларының (табандарының) қатынасы сақталуы керек.

Сондықтан 4-суретте көрсетілген $A'B'C'D'$ трапеция үшін $ABCD$ трапеция модел бола алады. Өйткені олардың бүйір қабырғалары қиылысады, ал табандары параллель және $A'D' : B'C' = AD : BC$. Сонымен қатар төртбұрыштар үшін орындалуға тиісті шарттар бұл трапециялар үшін де орындалады. Шынында да $\Delta A'O'D' \sim \Delta O'B'C'$, $\Delta AOD \sim \Delta OBC$ болғандықтан $\dfrac{A'O'}{O'C'} = \dfrac{O'D'}{B'O'} = \dfrac{A'D'}{B'C'} = \dfrac{AO}{OC} = \dfrac{OD}{BO} = \dfrac{AD}{BC}$ болады.

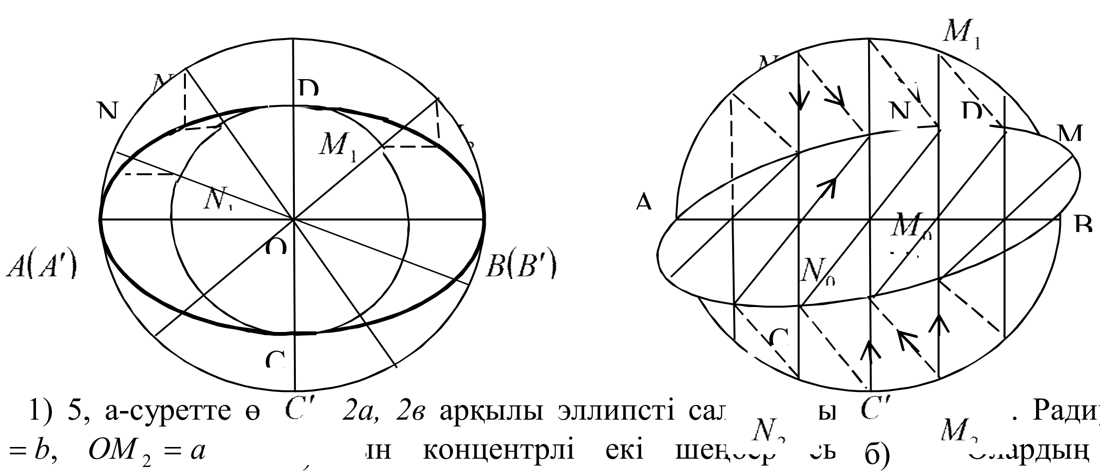


4-сурет

Демек $A'O' : O'C' = AO : OC$, $B'O' : O'D' = BO : OD$. Сондықтан $ABCD$ трапеция $A'B'C'D'$ трапецияның моделі болады.

6°. Шеңберді моделдеу. Кез келген екі эллипс бір-біріне аффинді- эквивалентті болады. Эллипстің және оның дербес түрі шеңбердің параллель проекциясы жалпы жағдайда эллипс болады. Шеңбердің центрі эллипстің центрі болып, ал шеңбердің өзара перпендикуляр диаметрлері эллипстің өзара түйіндес диаметрлері болып проекцияланады.

Сөйтіп шеңбердің моделін салу эллипс салуға тіреледі. Эллипсті салудың түрлі жолдары бар.



1) 5, а-суретте ө... 2а, 2в арқылы эллипсті сал... ы ... . Радиустары $OM_1 = b$, $OM_2 = a$ ...ін концентрлі екі шеңбер... ...лардың өзара перпендикуляр AB, CD диаметрлерін жүргіземіз. Кез келген радиус жүргіземіз. Ол ішкі шеңберді M_1 сыртқы шеңберді M_2 – нүктелерінде қияды. M_1 нүктесінен AB – ға, M_2 – нүктесінен CD – ға параллель түзулер жүргіземіз. Олардың қиылысу нүктесі эллипстің

нүктесі болады. Осы әдіспен N т.б. нүктелерді тауып, оларды жатық сызықпен қосса эллипс шығады. Ол эллипстің үлкен өсі сыртқы шеңбердің, кіші өсі ішкі шеңбердің диаметріне тең болады.

2) 5, б-суретте түйіндес диаметрлері AB мен CD берілген эллипсті салу жолы көрсетілген. $A'B' = AB$ диаметр болатын шеңбер сызылған, оның $A'B' -$ ға перпендикуляр диаметрі $C'D'$ болсын. Сонда эллипстің АВ диаметрі шеңбердің $A'B'$ диаметріне сәйкестенеді және олар беттеседі. Сонда эллипстің AB-ға түйіндес диметрі CD шеңбердің $A'B'$ диаметріне перпендикуляр $C'D'$ диаметріне сәйкестенеді. Сөйтіп шеңбердің A' нүктесі эллипстің A, B' нүктесі B, D' нүктесі D, C' нүктесі C нүктелеріне сәйкестенеді екен. Сондықтан шеңбердің M_1 нүктесіне сәйкес келетін эллипс нүктесін табу үшін M_1^{E} ден AB-ға перпендикуляр жүргізіп, M_0 нүктені табамыз. M_1^{E} ден $D'D -$ ға, M_0 нүктеден $OD -$ параллель түзулер жүргізсе, олардың қиылысу нүктесі М эллипстің M_1^{E} нүктеге сәйкес келетін нүктесі болады. Осы әдіспен $N_1 -$ сәйкес N т.б. нүктелерді тауып, жатық сызықпен қоссақ эллипс салынады.

Олай болса, кез келген көпбұрышты (жазық фигураны) моделдеу үшін, оның құрылымынан қандай да бір үшбұрыш бөлініп алынып, таңдап алған реперде оны проекциялап, ал басқа төбелерінің моделдері параллель проекциялаудың қасиеттері негізінде салынады екен..

Пайдаланылған әдебиеттер

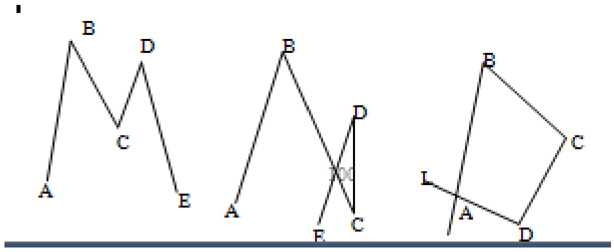
1. Костицын В.Н. Моделирование на уроках геометрии: Теория и методика рекомендации. М.: Гуманит.изд.центр ВЛАДОС, 2000, 160 с.
2. Мадияров Н.К. Геометриялық фигураларды кескіндеудің теориясы мен әдістері: Монография. -Шымкент: «Әлем» баспасы, 2017. -136 б.

ТӨРТБҰРЫШТАР ҰҒЫМЫН ЕНГІЗУДІҢ КОНСТРУКТИВТІ ҰСТАНЫМЫ

Нұралиева Ж.М.
Мадияров Н.К. – п.ғ.к., доцент
Шымкент университеті, Шымкент қ.

Төртбұрыш тақырыбы 8-сыныптың геометрия курсында өтілетін алғашқы тақырып. Жазғы демалыс кезінде оқушылар алдыңғы оқу жылында өтілген негізгі бағдарламалық материалды ұмытыңқырап қалады. Сондықтан 8-сыныптың алғашқы екі-үш сабағында алдымен 7-сыныптағы негізгі геометриялық материалдарды белгілі бір жүйе бойынша қайталап өткен жөн: түзу және кесінді, бұрыштар (оларды анықтау, орналасуы, салыстыру), үшбұрыштар (анықталуы мен орналасуы, түрлері, қасиеттері мен белгілері), соның ішінде негізгі геометриялық фигулардың элементтерін жазықтықтағы түзу мен нүктелер арқылы құрылатындығын ескерген жөн.

Төртбұрышты құру және анықтау. Мұғалім сыныпта төрт буыннан тұратын сынық сызықтың жылжымалы моделін көрсетіп, оны деформациялай отырып, 4 буыннан тұратын әртүрлі фигура моделдерін алады. Бұл фигуралар сынып тақтасында сызылады (1-сурет).



Оқушылар әрбір сызбаны талдап, алғашқы екі фигураның таныс екендігін, олар бұрыштар мен үшбұрыш екенін, ал соңғы фигура 4 буыннан құралған тұйық сынық сызық-төртбұрыш болатындығын айтады.

Мұғалім оқушыларға айналадағы заттардан және әртүрлі денелердің үлгілерінен төртбұрыштарды көрсетуді ұсынады, олардың ішінде кейбірін сынып тақтасына және дәптерлеріне сызуды тапсырады.

Сонан соң оқушылар өз беттерінше төртбұрышқа анықтама беріп (мысалы, жазықтықтың бір жағында жататын, тұйықталған, төрт буыннан құралған сынық сызық), негізгі элементтерін анықтайды.

Енді төртбұрыштардың жалпы түрінің жіктелуіне тоқталсақ. Осы мақсатта мұғалім төртбұрыштың қозғалмайтын моделін көрсетеді, ал оқушылар сынып тақтасына және дәптерлеріне сызып алады (дөңес және дөңес емес төртбұрыштар). Мұғалім түзу жазықтықты екі жарты жазықтыққа бөлетіндігін айтады. Төртбұрыштың әрбір қабырғасы бір түзудің бойында жатады десек, онда фигураның қалған қабырғалары тек қана сол жарты жазықтықта жатады немесе екі жарты жазықтыққа да тиісті. Бұл жағдайды төртбұрыштың кез келген қабырғасына қатысты алуға болады.

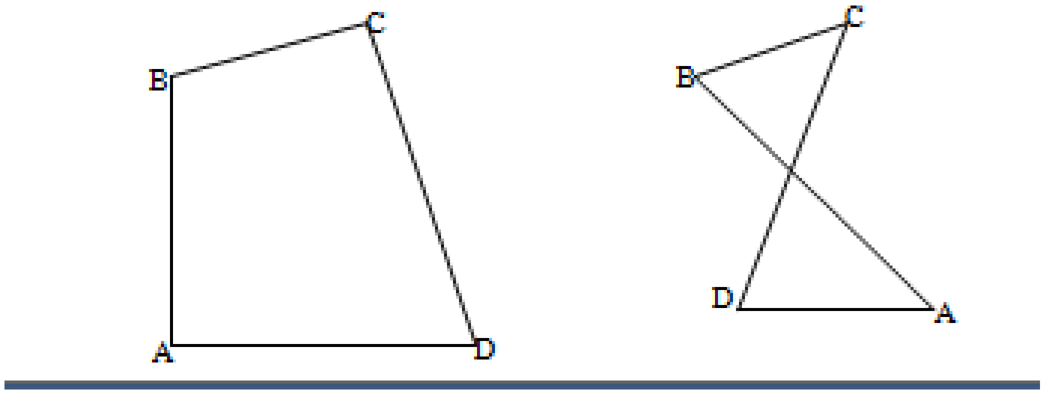
Осы жағдайды негізге ала отырып, төртбұрыштарды екі топқа бөлуге болады: барлық элементтері бір қабырғасына қатысты бір жарты жазықтыққа тиісті болатын төртбұрыш - дөңес, ал екі жарты жазықтықта жататын төртбұрыштар – дөңес емес төртбұрыштар деп аталады.

Осыдан соң мұғалім екі түрдегі төртбұрыштар кескінделген үлкен сынып кестелерін демонстрациялайды. Оқушылар төртбұрыштарды бөліп алып, олардың қайсыларының дөңес және дөңес емес екендігін анықтайды.

Ескерту. Оқушыларға үшбұрыштың барлық түрлері тек дөңес болатындығын көрсеткен пайдалы.

Сонан соң мұғалім қарама-қарсы екі қабырғасы қатқыл-сымды немесе ағаш, ал қалған екі қабырғасы жіпті болып келетін төртбұрыштардың тағы бір моделін көрсетеді. Бүкіл сынып алдында ол екі жіпті қатты тарта отырып, қатты сымның бірін айналдыра бастайды, оқушылар осы айландыру кезінде төртбұрыштың үш қабырғасы «жазықтықтан шыққанымен», төрт буыннан тұратын тұйық сызық, яғни төртбұрыш түрінде қалатындығын көреді. Төртбұрыштың көрсетілген қабырғасын 180^0- қа бұра отырып, мұғалім оны бастапқы жазықтыққа қайтадан беттестіреді. Сонда қайтадан төртбұрыш деп аталатын жаңа фигура алынады. (2 суретте а, б).

Оның ерекшелігі қабырғалары екі-екіден қиылысатын 4 төбесінен басқа, қарама-қарсы екі қабырғасы қиылысатын тағы бір нүктесінің болуында. Мұндай төртбұрыш қарапайым емес деп аталады; элементар геометрия курсында ол қарастырылмайды [1].



а) б)

2 - сурет

Қабырғаларында төбелерінен басқа ортақ нүктесі болмайтын төртбұрыштар қарапайым деп аталады. Жоғарыда анықталғандай, олар, яғни қарапайым төртбұрыштар дөңес, дөңес емес болып бөлінеді.

Соңында мынандай қорытынды жасауға болады:

1 Барлық төртбұрыштар екі класқа – қарапайым емес және қарапайым төртбұрыштарға бөлінеді;

2 Барлық қарапайым төртбұрыштар екі класқа –дөңес және дөңес емес төртбұрыштарға бөлінеді.

Бұл тұжырымдарды сызба түрінде ұсынуға болады:

Төртбұрыштар

1. Қарапайым 2. Қарапайым емес

1.1. Дөңес 1.2. Дөңес емес

Элементар геометрия курсында тек қарапайым дөңес төртбұрыштар ғана қарастырылады.

Төртбұрыш бұрыштарының қосындысы. Оқушыларды төртбұрыштың өте маңызды бір қасиетімен алдын-ала таныстырсақ, бұл сұрақ олардың ерекше қызығушылығын тудыруы мүмкін. Алдыңғы сабақтарда жалпы түрдегі төртбұрыштың бейнесін жасау үшін төртбұрыштардың тек қозғалмайтын моделдері ғана көрсетілген болатын. Сонан соң мұғалім сол фигураның қозғалмалы моделін көрсетіп, бұрыштар шамасын өзгерту арқылы оның формасын өзгертеді, ал қабырға ұзындықтары өзгеріссіз қалады.

Содан соң мұғалім формасын өзгертпейтін бірнеше үшбұрыштардың моделін көрсетеді.

Осы салыстырулардан:

-оқушылар әрбір үшбұрыштың әрқашан бір формаға ие болатындығын;

-сондықтан үшбұрыш қатқыл немесе қозғалмайтын фигура деп аталатындығын;

-ал төртбұрыш бұрыштар шамасының өзгеруіне байланысты түрлі форманы қабылдауы мүмкін, сондықтан ол қатқыл фигура бола алмайды деген қорытындыға келеді.

Сонымен, үшбұрышқа қарағанда төртбұрыштың ішкі бұрыштары өзгере отырып, төртбұрыш формасы өзгеруі мүмкін. Бұл кезде “төртбұрыштың бүкіл ішкі бұрыштарының қосындысы өзгере ме?” - деген сұрақ туындайды.

Мұғалім оқушыларға бұл сұраққа жауаптың кез келген төртбұрыштың ішкі бұрыштарының қосындысы жайлы теореманы дәлелдегеннен кейін ғана алынуы мүмкін екендігін хабарлайды.

Егер төртбұрыш белгілі бір қалыпты сақтап, ал оның ішкі бұрыштары – тұрақты шамаға ие болса ғана бұл теореманы дәлелдеуге болады.

Оқушылардың өздері төртбұрышқа еркін түрде емес, белгілі бір түрде үшбұрыш белгілей отырып, оның формасын бекітуге болатындығын байқайды. Егер төртбұрыштың қарама-қарсы екі төбесін түзумен қоссақ, онда төртбұрыш екі үшбұрышқа бөлінеді де, оның формасы қатқыл түрге келеді. Сәйкес тәжірибені төртбұрыштың қозғалмалы моделінде көрсетуге болады. Мұғалім оқушыларға төртбұрыштың қарама-қарсы екі төбесін қосатын кесінді оның диагоналы деп аталатынғын айтады. Оқушылар осы жаңа ұғым анықтамасын қайталайды.

Содан соң төртбұрышқа осы қасиеттерге ие екінші диагоналды жүргізуге болатыны анықталады. Оқушылар соңында төртбұрыштың бір төбесінен тек бір ғана диагональ, ал барлығы оны төрт үшбұрышқа бөлетін тек екі диагоналды жүргізуге болатындығын анықтайды.

Енді төртбұрыштың ішкі бұрыштарының қосындысы жайлы теоремаға өтуге болады. Бұл теореманы оқушыларға келесі тапсырма түрінде ұсынуға болады: төртбұрыштың ішкі бұрыштарының қосындысын анықтау керек.

Оқушылар кез келген дөңес төртбұрышты салып, тапсырма шарты мен оның сұрағын жазады.

Тапсырма түрінде ұсынылған теорема оқушылардың қызығушылығын біршама жоғарылатып, қойылған сұраққа жауап беруіне мүмкіндік береді де, өз кезегінде өз күшіне сенімділігінің, бастамашылдығы мен төзімділігінің дамуына жол ашады.

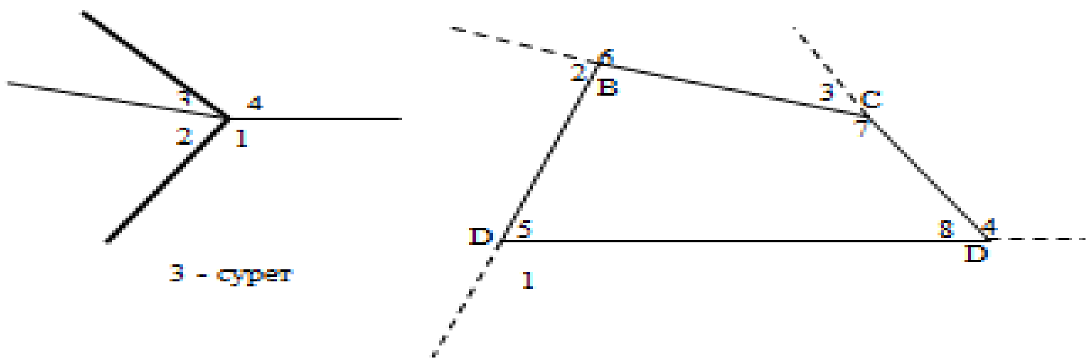
Теореманы дәлелдеп болған соң, оқушылар есептеу сипатындағы тапсырмаларды шешеді (мысалы, төрт бұрыш шамалары 1:2:3:4 қатнаста болса, онда ол бұрыштардың шамаларын анықтау керек және т.б.).

Енді қойылған сұраққа жауап беруге болады: төртбұрыш формасының өзгеруі кезінде оның ішкі бұрыштарының қосындысы өзгермейді (360^{o}), себебі соңғы теореманың жүргізілген дәлелдеуі белгілі бір бұрыш шамасымен байланысты емес.

Мұғалім оқушылар есіне төртбұрышта ішкі бұрыштардан өзге оның сыртқы бұрыштарының да болатынын айтады. Төртбұрыштың сыртқы бұрыштарының қосындысы анықтау тапсырмасы қойылады.

Тапсырма шешімін аралас бұрыштар қасиеттерін пайдалана отырып немесе ортақ төбесі бар бұрыштардың бір тобына барлық сыртқы бұрыштарды параллель түрде көшіре отырып табуға болады (3 - сурет).

Үшбұрыштың сыртқы бұрыштарының қосындысы да 360^{o}-ға тең екендігі еске түседі [2].



3 - сурет

Төртбұрыштарды салу. Төртбұрыштарды салу үшбұрыштарды салу сияқты осы фигуралардың геометриялық теңдігі туралы ұғыммен тығыз байланысты. Өкінішке орай, мектеп практикасында төртбұрыштар теңдігі қарастырылмайды, мысалы, фигуралардың ауданын зерттеу кезінде белгілі ереже қолданылады: «тең фигуралардың аудандары да тең болады». Мұның мағынасы тек үшбұрышқа ғана қатысты түсіндіріледі.

Осыдан кейін геометриялық теңдік ұғымы төртбұрыштарға да тиесілі. Бірақ бұл жерде төртбұрыштар теңдігінің, соның ішінде, трапеция, паралеллограмм және т.б. теңдігінің белгілері емес, тек берілген төртбұрышқа тең фигураларды салуға арналған жеткілікті шарттарды анықтау ғана орын алады.

Алдымен оқушылар алты негізгі элементі бойынша үшбұрыш салу үшін кемінде біреуі сызықты болатын үш элементті берудің жеткілікті екендігін еске түсіреді.

Осыдан соң белгілі формамен өлшемдегі төртбұрыш салу үшін, негізгі элементтердің қаншасын, әрі нақты қайсыларын беру қажет деген сұрақ қойылады.

Оқушылар кез келген төртбұрыш салып, оны ізделінді төртбұрыш деп қабылдап талдау жүргізеді.

Төртбұрыштың бір диагоналы оны екі үшбұрышқа бөледі. Демек, төртбұрыш салу үшін, алдымен бір үшбұрыш, кейін оған екінші үшбұрышты қосу қажет. Сонан соң келесідей талдау жүргізіледі. Бірінші үшбұрышты салу үшін оның негізгі үш элементін, мысалы, екі қабырғасымен олардың арасындағы бұрышты салу керек (бұл элементтер төртбұрыш элементтері болып табылады, ал осы үшбұрыштың үшінші қабырғасы төртбұрыштың диагоналы болады); төртбұрышты толықтыратын екінші үшбұрыш салу үшін тек екі негізгі элементті беру жеткілікті, мұндағы екінші үшбұрыш екі үшбұрыштың ортақ қабырғасы болып табылатын төртбұрыш диагоналына салынуы мүмкін. Жүргізілген талдау нәтижесінде төртбұрыш салу үшін оның бес негізгі элементтерінің берілуі тиіс екендігі анықталады.

Енді төртбұрыш салу үшін берілген бес элементің ішіне қанша сызықты және бұрыштық элементтің кіруі мүмкін екендігін анықтау керек.

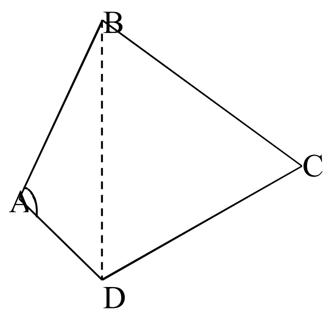
Егер төртбұрыштың барлық төрт қабырғасы берілсе, онда ішкі бұрышты қосудың жеткілікті екендігін оңай пайымдауға болады. Оқушылар берілген тапсырманы шешеді: егер төрт қабырғасы (кесінді) мен бір бұрыш берілсе, алдымен берілген төртбұрышқа тең төртбұрыш салу керек (4- сурет).

Алдымен берілген екі қабырғасы пен олардың арасындағы бұрыш бойынша үшбұрыш салынып, содан соң үш қабырғасы бойынша екінші үшбұрыш салынады.

Алынған төртбұрыш тапсырма шартын қанағаттандырады. Оқушылар еш қиындықсыз берілген төрт қабырғасының бірін оның екінші бұрышпен алмастырып, сонымен бірге төртбұрыштың үш қабырғасымен екі бұрышын ала отырып, төртбұрышты салу үшін берілген бес элементтің екінші комбинациясын көрсетеді.

Екі бұрыштың берілуінің нұсқалары әртүрлі болады, атап айтсақ :

1) AB, BC, CD, $\angle B$ және $\angle C$;
2) AB, BC, CD, $\angle A$ және $\angle B$;
3) AB, BC, CD, $\angle A$ және $\angle C$;
4) AB, BC, CD, $\angle B$ және $\angle D$;
5) AB, BC, CD, $\angle C$ және $\angle D$;
6) AB, BC, CD, $\angle A$ және $\angle D$;



4- сурет

Бірінші нұсқалы есепті шешуге (5- сурет) оқушылар қиналмайды.

Төртбұрыштан мынаны аламыз:

1) $B_1C_1=BC$;

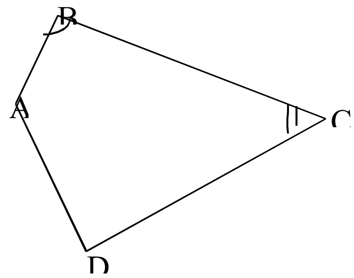
2) $\angle B_1 = \angle B$;

3) $\angle C_1 = \angle C$;

4) $B_1A_1 = BA$;

5) $C_1D_1 = CD$;

6) A_1D_1.



5- сурет

Ескерту: Сынып жұмысында осымен шектелуге болады. Екінші комбинацияның қалған нұсқаларын (2-6) мұғалім сыныптан тыс жұмыстарда қарастыруға болады.
Екінші нұсқадағы тапсырма біршама күрделі шешіледі (6 - сурет).

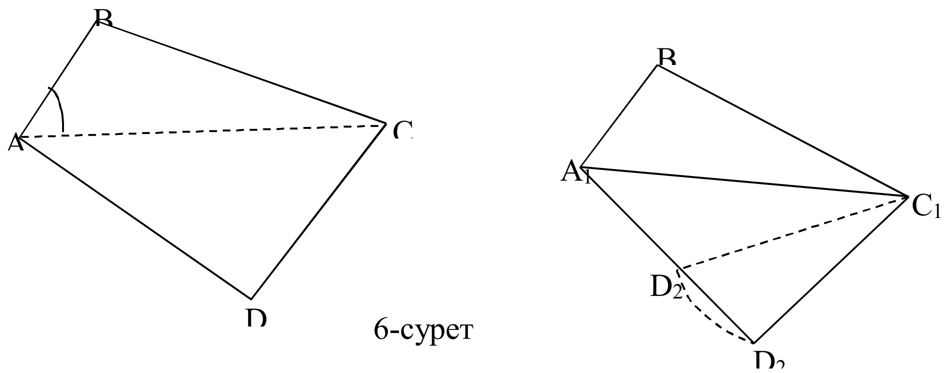
Салу реті:

1) $\angle A_1 = \angle A$; 3) $\angle B_1 = \angle B$;

2) $A_1B_1 = AB$; 4) $B_1C_1 = BC$;

5) C_1 нүктесінен СД радиуспен . A_1 түзуін D_1 және D_2 нүктесінде қиятын доға жүргізіледі.

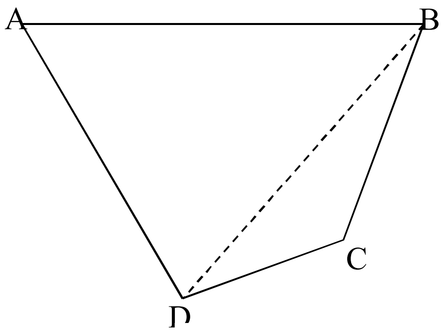
6) C_1 нүктесі D_1 және D_2 нүктелері бар кесінділермен қосылып, $A_1\ B_1\ C_1\ D_1$ және $A_1\ B_1\ C_1\ D_2$ төртбұрышы алынады берілген төртбұрыш бес шартты қанағаттандырғанымен, олардың біреуі ғана тапсырманың шартын қанағаттандыратын – берілген төртбұрышқа тең, атап айтсақ $A_1\ B_1\ C_1\ D_1 = ABCD$.



6-сурет

Үшінші нұсқа біршама күрделі (7 - сурет): Алдымен $\Delta B_1C_1D_1=\Delta BCD$, салынып $B_1\ D_1$ кесіндісінде $\angle A_1 = \angle A$ кедергі келтіруші сегмент доғасы мен

сол $B_1\ D_1$ кесіндісінде $\Delta A_1\ B_1\ D_1 = \Delta\ ABD$ салынады.



7-сурет

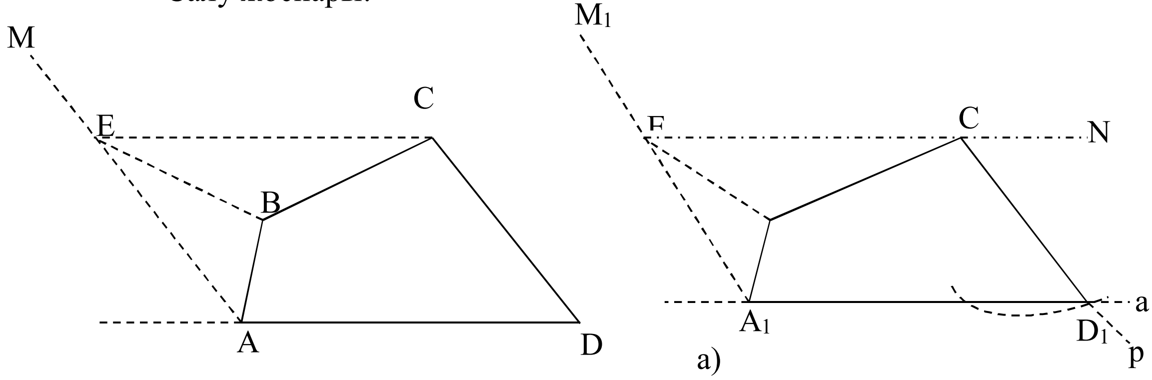
Төртінші нұсқалы тапсырма шешімі (6 - сурет) – үшінші нұсқа шешімінен, ал бесінші (6)-екінщі есептің шешімінен айнымайды. Алғашқы нұсқада, негізінен тапсырмаларды талдау кезінде қиындықтар тұрғызады (10 – сурет, а).

Талдау 1) A төбесінен AM ║ DC сәулесі жүргізіледі,

2) AM түзуінде AE = DC салынады;

3) B және E, E және C нүктелері; ∆ABE мен ADCE параллелограмы алынады.

Салу жоспары:



1)A_1 B_1=AB, A_1 B_1=DC және

$\angle B_1 A_1 E_1 = 180^0 - \angle D$- BAD,

белгілі $\Delta A_1 B_1 E_1 = \Delta$ ABE салынады.

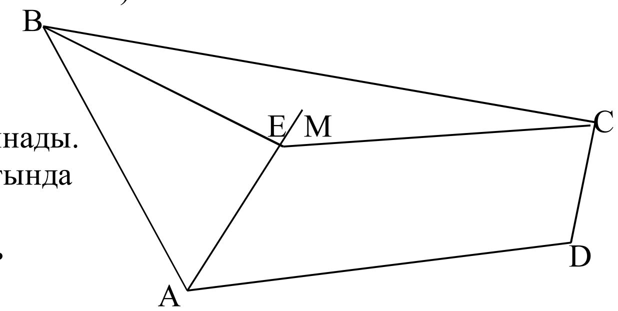
2) A_1 нүктесі кезінде A_1 B_1 жағында

$\angle Q\ A_1B_1 = \angle DAB$ салынады ;

3) E_1 төбесінен A_1D_1 параллель

сәуле жүргізіледі;

4) B_1 төбесінен BC радиуспен



10-сурет

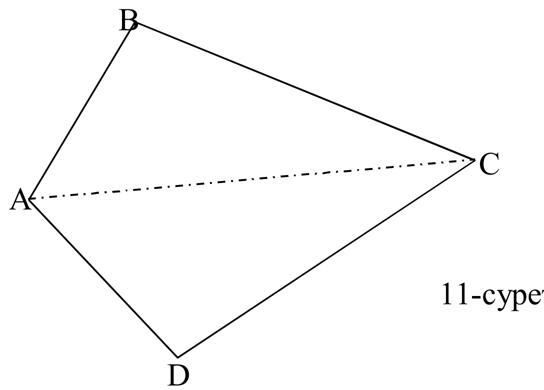
C_1 нүктесіндегі E_1N сәулесімен қиылысқанша доға жүргізіледі;

5) B_1 нүктесі C_1 нүктесі бар кесіндімен қиылысады;

6) C_1 нүктесінен C_1 P║ A_1 E_1 болатын сәуле жүргіземіз A_1Q түзуімен қиылысқан жерін Д$_1$ деп белгілейміз.Сөйтіп A_1 B_1 C_1 D_1 төртбұрышын аламыз.

E нүктесі A және D бұрыштарының шамасына (өлшеміне) байланысты АВСД төртбұрышында жатуы мүмкін (10 - сурет б).

Екі бүйір қабырғасы мен үш бұрышы берілгенде бес элементтен құралған үш комбинация тура солай салынады (11- сурет).



11-сурет

Шешуі: Δ A_1 B_1 C_1 = ∆ABC салынады, мұнда $\angle A_1 = \angle A$ және $\angle C_1 = \angle C$. Қарама-қарсы қабырғалары берілген кезде күрделі жағдай қарастырылмайды. Осы жоспарды басшылыққа ала отырып, оқушылар бір қабырғасы мен төрт бұрышы бойынша төртінші комбинацияны қарастыруына болады.

Осындай тапсырманың талдауын жүргізе отырып, осы мәліметтер бойынша көптеген төртбұрыштар салып, тапсырма шартында берілген бес элемент емес, тек төртеуінің – бір қабырғасы мен үш бұрышыбойынша, ал төртінші бұрышын есептеу немесе салу арқылы анықтауға болады.

Бұл факті оқушыларға кез келген тапсырма шарттарындағы берілген элементтердің тәуелсіз болу керектігін, сонымен бірге берілген элементтердің бірде-бірінің өзге элементтер жиынтығына тиіс емес екендігін түсіндіру.Сонымен, сыныпта төртбұрыштың негізгі элементтерінің үш қарапайым комбинациясының: а) төрт қабырғасы мен бір бұрышы; б) үш қабырғасы мен екі бұрышы (тек бірінші нұсқа); в) екі қабырғасы мен үш бұрышы комбинацияларының тек бірімен төртбұрыштарды салумен шектелуге болады.

Төртбұрыштарды салу тапсырмаларын шешу, біріншіден, фигуралардың (төртбұрыштардың) геометриялық теңдігі жайлы ұғымды кеңейтуге, екіншіден төртбұрыштардың теңдей болуы үшін жеткілікті шарттарын түсіндіруге мүмкіндік береді. Сонымен бірге, егер төртбұрыштар тең болса, онда олардың бірінің элементтері сәйкесінше екіншісінің элементтеріне тең екендігін түсіндіруге болады.

Ескерту. Екі тең төртбұрыштардағы «сәйкес» қабырға немесе бұрыштар термині бірнеше мәнге ие, атап айтсақ:

1) Тең фигуралардың біреуінің әрбір нүктесіне екінші фигураның әрбір нүктесі сай келеді(сондай-ақ, тең фигураларды келтіру кезінде бұл нүктелерде келеді, мысалы бұрыштар төбесі);
2) Екі сәйкес нүктені қосушы кесінділер сәйкес кесінділер деп аталады.
3) Сәйкес қабырғалар арасындағы бұрыштар сәйкес бұрыштар деп аталады.

Пайдаланған әдебиеттер тізімі

1. Чичигин В.Г. Методика преподавания геометрии /Планиметрия/- М.:Учпедгиз,1959-392с.

2. Рахымбек Д., Кенеш Ә.С. «Планиметрияны оқыту әдістемесі», Шымкент, 2012, -121б.

3 Жұбаев Қ. Геометрияны оқыту әдістемесі. -Алматы:РБК,1992 бет

ГЕОМЕТРИЯЛЫҚ ЕСЕПТЕРДІ ВЕКТОРЛЫҚ АЛГЕБРА ЭЛЕМЕНТТЕРІН ПАЙДАЛАНЫП ШЕШУ ТӘСІЛДЕРІ

Омарова А.Н.
Шымкент университеті

Аннотация

В статье рассматривается некоторые способы решение задачи планиметрии с использованием элементов векторной алгебры.

Көптеген геометриялық есептерді векторлық алгебраның элементтерін пайдаланып шешу, элементар тәсілдермен шешуге қарағанда әлдеқайда тиімді. Бұл ықшамдаудың мағынасы, планиметриялық есептерді векторлық әдіспен шешу барысында элементар әдіспен шешу кезінде орындауға тиіс қосымша амалдарсыз орындауға болады.

А.В. Погорелов оқулықтарының ерекшелігі векторларға қолданылатын амалдардың бәрі координаттық түрде енгізілуінде.

Векторларға қолданылатын амалдардың қасиеттерін жеңіл алуға мүмкіндік береді, ал олар векторлық алгебраның заңдары деп аталады. Осы амалдарды орындаудың сәйкес геометриялық ережелері (үшбұрыштар ережелері және параллелограмм ережелері, вектордың санға көбейтіндісін салу, скаляр көбейту ережесі) дәлелденіледі.

Векторлық аппаратты енгізу геометриялық есептерді шығарудың жаңа тиімді әдістерінің бірі болып табылады. Ол кейбір есептерді шығаруды онша тиімді емес немесе қолданыс таппауы да мүмкін.

Векторлық әдіс оқушылар үшін тың дүние болғандықтан, кейбір ұсыныстарды есте сақтаған дұрыс:

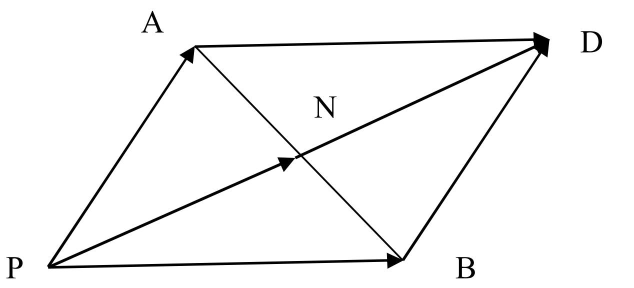
а) арнайы таңдап алынған әдістің есептерді шығарудағы тиімділігін көрсету арқылы оқушыларды қызықтыру керек;

ә) кейбір есептерді шығарғанда оның басқа әдістерден басымдылығына оқушылардың көздерін жеткізу керек;

б) оқушыларды қызығушылықтарын қалыптастыруға көмектесетін кейбір эвристикаға (есеп шешімінің кілтін табуға әсер ететін ережелер) үйрету керек .

Есеп 1. Егер AB кесіндісінің ортасы N нүктесі P - кеңістіктің кез келген нүктесі болса, онда мына теңдік орындалады [3,45] (*1-сурет*).

$$PN = \frac{1}{2}\left(OA + OB\right).$$



1-сурет

Шешуі. Есептің берілгені бойынша $AN = NB$, ал векторларды азайту амалы бойынша $AN = PN - PA$ және $NB = PB - PM$. Бұл екі теңдіктің де сол жағындағы бөліктері $AN = NB$ тең, яғни $PN - PA = PB - PN$, бұл теңдіктен $PN = \frac{1}{2}\left(PA + PB\right)$. Ал бұл теңдікті кесінді ортасының формуласы деп атайды. Бұл кесінді ортасының формуласын басқа тәсілдермен де дәлелдеуге болады.

1) $PADB$ параллелограмның N нүктесі симметриялы центрі болатынын қарастырамыз (1–сурет). Бұдан келесі теңдік шығады:

$PN = ND,\ 2PN = PA + PB$, ал бұл теңдіктерден $PN = \frac{1}{2}\left(PA + PB\right)$.

2) Егер AB кесіндісінің ортасы N нүктесі, ал P кеңістіктің кез келген нүктесі болса, онда

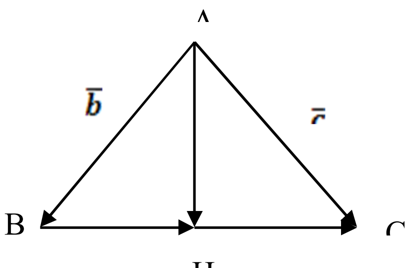
$$PN + NA = PA,\ PN + NB = PB$$

теңдіктерінен

$$2PN = PA + PB \text{ немесе } PN = \frac{1}{2}\left(PA + PB\right)$$

теңдік шығады.

Есеп 2. ABC үшбұрышында $\overline{AB} = \overline{b},\ \overline{AC} = \overline{c}$ векторлары берілген. $\overline{AH}$ биіктігі бойымен бағытталған $\overline{h}$ векторын $\overline{b}$ мен $\overline{c}$ векторлары арқылы өрнектеу керек [5,53].



2

1-сурет.

$\overline{BH}$ векторы $\overline{BC}$ векторына коллинеар *(2-сурет)*, сондықтан

$$\overline{BH}=\lambda\cdot\overline{BC}=\lambda\left(\overline{c}-\overline{b}\right)$$

$$\overline{h}=\overline{AB}+\overline{BH}=\overline{b}+\lambda\left(\overline{c}-\overline{b}\right) \qquad (1)$$

$\overline{h}$ пен $\overline{BC}$ өзара перпендикуляр болғандықтан:

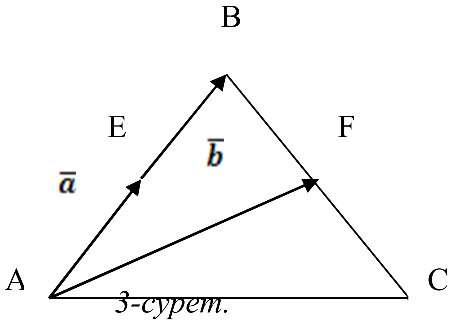
$\overline{h}\cdot\overline{BC}=0,$ яғни $\left[\overline{b}+\lambda\left(\overline{c}-\overline{b}\right)\right]\cdot\left(\overline{c}-\overline{b}\right)=0,$ ал одан $\lambda=\left(\overline{b}-\overline{c}\right)\overline{b}/\left(\overline{c}-\overline{b}\right)^2$ λ-ның табылған бұл мәнін (1) өрнекке апарып қойғанда

$$\overline{h}=\overline{b}+\frac{\left(\overline{b}-\overline{c}\right)\overline{b}\left(\overline{c}-\overline{b}\right)}{\left(\overline{c}-\overline{b}\right)^2}$$ болып анықталады.

Есеп 3. ABC- кез келген үшбұрыш, ал E мен F нүктелері AB және BC қабырғаларының орталары.

$\overline{AB}$, $\overline{BC}$ және $\overline{AC}$ векторларын $\overline{a}=\overline{AE}$ және $\overline{b}=\overline{AF}$ векторлары арқылы өрнектеу керек. [3,48].

E нүктесі AB қабырғасының ортасы болғандықтан $\overline{AB}=2\overline{AE}=2\overline{a}$ *(4-сурет)*. Онан кейін $\overline{BC}=2\overline{BF}=2\left(\overline{AF}-\overline{AB}\right)=2\left(\overline{b}-2\overline{a}\right)=2\overline{b}-4\overline{a}$.



3-сурет.

Үшбұрыштар ережесінен:

$$\overline{AC}=\overline{AF}+\overline{FC}=\overline{AF}+\frac{1}{2}\overline{BC}=\overline{b}+\overline{b}-2\overline{a}=2\left(\overline{b}-\overline{a}\right).$$

Сөйтіп, $\overline{AB}=2\overline{a},\ \overline{BC}=2\left(\overline{b}-2\overline{a}\right),\ \overline{AC}=2\left(\overline{b}-\overline{a}\right)$. Шыққан нәтижелердің әділдігін тексеру қиын емес, мысалы, $\overline{AB}+\overline{BC}=2\overline{a}+2\overline{b}-4\overline{a}=2\overline{b}-2\overline{a}=2\left(\overline{b}-\overline{a}\right)=\overline{AC}$.

Планиметриялық есептерді векторлық әдіс бойынша шығаруға біршама есептер қарастырылды.

Жоғарыдағы мысалдарда планиметриялық есептерді дәстүрлі әдістер бойынша шығару әдісіне қарағанда векторлық әдіспен шығару тәсілі әлдеқайда қысқа, әрі тиімді екендігін көрсеттік.

Әдебиеттер

1.Шыныбеков Ә.Н. Геометрия Жалпы білім беретін мектептің 9-сыныбына арналған оқулық – Алматы: Мектеп, 2005-223б.

2.Александров А.Д және т.б. А-46 Геометрия: Жалпы білім беретін мектептің 7-9 сыныптарға арналған оқулық / А.Д. Александров, А.Л. Вернер, Ж. Нүрпейіс. – Алматы: Просвещние –Қазақстан. 2003-304 б.

3.Погорелов А.В Геометрия 7-11 сынып Алматы, Рауан, 1997-384

4.Погорелов А.В. Геометрия орта мектептің 7-9 сыныптарына арналған оқулық – Алматы: Просвещение – Қазақстан, 2003-248б.

ПАРАЛЛЕЛЬ ТҮЗУЛЕР ҰҒЫМЫН ЕНГІЗУ ТЕХНОЛОГИЯСЫ

Абжалиева Г.У.
Мадияров Н.К. - п.ғ.к., доцент
Шымкент университеті, Шымкент қ.

Аннотация

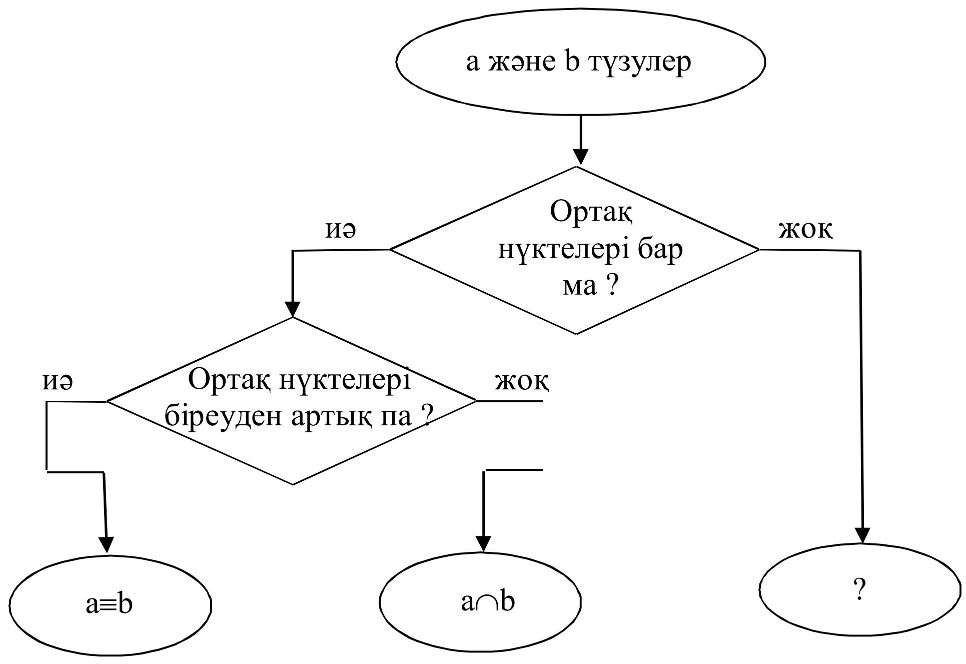
Геометрия курсын оқытуда "Параллель түзулер" ұғымын енгізу мәселесіне тоқталамыз. Ұғымды қалыптастыру мынадай негізгі кезеңдерден тұрады [1]:

1. Ойлау объектісін тудыру;
2. Ұғымды атау;
3. Анықтама тұжырымдау;
4. Ұғымға келтіру (анықтамаға сәйкес ұғымды тани білу);
5. Ұғымды жетілдіру (белгісі, қасиеттері);
6. Ұғымды дамыту (басқа ұғымдармен байланысы).

Енді осы негізгі кезеңдерді жүзеге асыру үшін ұсынылатын жаттығулар жүйесі қандай теориялық мәселелерді қамту керектігіне талдау жасап, соның негізінде оқыту тапсырмалар жүйесін құруды қарастырайық.

I. Ойлау объектісін тудыру. Жазықтықта екі түзудің өзара орналасуының барлық жағдайларын қарастыра келіп, жазықтықтағы екі түзу қиылысуы, қиылыспауы және беттесуі мүмкін екенін атап өтеміз.

Жазықтықта екі түзудің орналасуының басқа жағдайлары бола ма? Олай болса, параллель түзулер ұғымын анықтауға байланысты ойлау объектісін тудыру үшін берілетін жаттығулар жүйесі мына 1-суреттегі сүлбе бойынша жүргізілуі керек. Яғни, екі түзудің өзара орналасуындағы олардың негізгі ерекшелігі ретінде «ортақ нүктесі бар» немесе «ортақ нүктесі жоқ» болу жағдайларын ала отырып, мынадай сүлбе ұсынамыз:



1-сурет. Жазықтықтағы екі түзудің өзара орналасуын ортақ нүктелері бойынша жіктеу алгоритмі

ә) Қанша ортақ нүктесі бар?

б) АВ және CD кесінділерін қамтитын түзулер өзара қалай орналасқан?

Бұл жаттығуды орындау барысында, оқушылар беттесетін түзулердің ерекшеліктерін еске түсіреді (бір жазықтықта жататын және біреуден артық ортақ нүктесі болатын түзулер).

<u>1.2 - есеп.</u> АВ және b түзулері берілген (2-сурет).

а) АВ және b түзулерінің ортақ нүктесі бар ма?

ә) АВ және b түзулерінің ортақ нүктесін атаңдар.

б) АВ және b түзулері өзара қалай орналасқан?

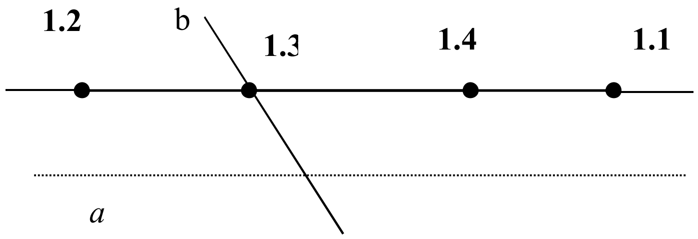
Бұл жаттығуды орындай отырып, оқушылар екі түзудің қиылысатын жағдайын еске түсіреді (бір жазықтықта жататын және бір ғана ортақ нүктесі болатын түзулер).

<u>1.3 - есеп.</u> АВ және *a* түзулері берілген (2-сурет).

а) АВ және *a* түзулерінің ортақ нүктесі бар ма?

б) АВ және *a* түзулері өзара қалай орналасқан?

Осы жаттығуды орындай отырып, оқушылар түзулердің бір жазықтықта жататын және ортақ нүктелері болмайтын жағдайымен танысады.



2-сурет

II. *Түзулердің өзара орналасуының осы жағдайларына атау беріледі.* Сонымен жазықтықта екі түзудің өзара орналасуының үш жағдайы болады екен, яғни екі түзу беттеседі, қиылысады және түзулердің қазіргі қарастырылып отырған орналасу жағдайын – *параллель* түзулер деп атайтын боламыз.

III. Ұғымдармен жұмыс жүргізгенде қолданылатын логикалық амалдардың бірі – *ұғымдарды анықтау.* Ұғымның анықтамасы деп ұғымның қажетті және жеткілікті белгілі – шарттарын көрсететін сөздік немесе символдық сөйлемді айтады. Оқыту үдерісінде оқушыларды математикалық ұғымдардың анықтамаларын дұрыс және дәл тұжырымдауға баулуға ерекше назар аударылады. Математикалық ұғымдарға дәл анықтама беруге үйрету арқылы оқушылардың математикалық білімдерді саналы игеруі қамтамасыз етіледі, олардың логикалық ойлауы жетілдіріле түседі. Мектептегі оқыту тәжірибесінде жасалынған талдаулар, анықтамаларды тұжырымдау кезінде оқушылар төмендегідей қателер жіберетінін көрсетті:

1. Анықтамаға бір-бірінің логикалық салдары болатын ұғымның қасиеттерін қосу. Мысалы, «Параллель түзулер деп қиылыспайтын және ортақ нүктелері болмайтын түзулерді айтады» түрінде берілген анықтамада параллель түзулердің белгісіне, оның логикалық салдары болып табылатын қасиеті қосылған. Әрине, мұндай жағдайда анықталатын ұғымның көлемі мен мазмұнына нұқсан келтірілмегенмен, оқушылар білімнің логикалық деңгейі жоғары емес екенін көрсетеді. «Дөңгелектің центрі арқылы өтетін ең үлкен хорда диаметр деп аталады» деген анықтамада не «центрі арқылы өтетін хорда» не «ең үлкен хорда» белгілерінің бірі алынуы керек. Басы артық белгілерді анықтамада қосып айту мектеп оқулықатрында да кездеседі. Оны авторлар педагогикалық тұрғыдан саналы түрде жасайды. Мысалы, А.В.Погорелевтің оқулығында тіктөртбұрыштың анықтамасы былайша тұжырымдалған: «тіктөртбұрыш дегеніміз – барлық бұрыштары тік болатын параллелограм» [2]. Параллелограмның бір бұрышының тік болуы оның тіктөртбұрыш болуы үшін жеткілікті, бірақ «барлық

бұрыштары тік» болады деп толықтыру анықтаманы айқын және бейнелі етуге мүмкіндік береді.

2. Ұғым мағынасы дәл ашылмаған анықтамалар. Мысалы, «параллелограм дегеніміз – параллель қабырғалары бар төртбұрыш» деген сөз тіркесі параллелограм ұғымының көлемін кеңейткенімен мазмұнын ашпайды, яғни бұл жағдайда төртбұрыш трапеция болуы да мүмкін. Қателік параллелограм анықтамасындағы «қарама – қарсылық қабырғалары» сөзінің қалдырылып кетуінде болып отыр.

3. Тектік ұғымдарға қатысты қате анықтамалар. Мұндай жағдайда анықталатын ұғымның тектік ұғымы айтылмай, ол басқа сөзбен алмастырылады немесе ең жақын тегі аталмай қалады. «Параллель түзулер дегеніміз қиылыспайтын», «өзара қиылыспаған жағдайда параллель түзулер болады» т.с.с. бұл жерде параллель түзулердің тегі түзулер айтылмай отыр.

Тектік ұғымды дұрыс таңдап алмау нәтижесінде де анықтама дәл болмайтын жағдайлар жиі кездеседі. Мысалы, «медиана деп үшбұрыштың төбесін оған қарсы жатқан қабырғаның ортасымен қосатын түзу», «диаметр деп дөңгелектің центрі арқылы өтетін түзуді айтады», «қарама – қарсы қабырғалары параллель фигура параллелограм деп аталады» т.б. алдыңғы екі жағдайда анықталатын ұғымның ең жақын тегі кесінді болуы керек. Соңғы жағдайда ол фигура дұрыс алтыбұрыш та болып қалуы мүмкін.

4. Түрлік белгілерге байланысты қате анықтамалар. Ұғымды басқа ұғымнан өзгешелеп тұратын белгілерді дұрыс көрсетпеу нәтижесінде пайда болатын қате анықтамаларға мыналар мысал бола алады: «қиылыспайтын екі түзу параллель түзулер деп аталады», «алымы, бөлімінен үлкен бөлшек бұрыс бөлшек» т.с.с. Мұның біріншісінде «бір жазықтықта жататын» деген түрлік белгінің айтылмауынан ол сөйлемге айқас түзулер де сай келеді. Ал екіншісінде «немесе тең» деген сөздің қалдырылып кетуі әсерінен бұрыс бөлшек ұғымының мазмұны толық ашылмайды.

5. Анықтамаға елеусіз белгілерді қосуға байланысты қате анықтамалар. Ұғымдарға анықтама тұжырымдау барысында оқушылар анықтаманы қысқартып айту мақсатымен ұғымның елеусіз белгілерін қосу да кездесіп қалады. Мұндай жағдайлар математикалық объектінің кескініне немесе символдық белгіленуіне байланысты аналогиядан туындаса керек. Мысалы, «Ондық бөлшек – үтірі бар сан», «Әріптің алдында тұрған сан коэффициент деп аталады» т.б.

Математикалық ұғымдардың анықтамасын айтқан кездегі кемшіліктерді дер кезінде жөндеп отыру керек. Оның жолдары көп. Солардың ішіндегі ең тиімдісі қарсы мысал келтіру арқылы түзеу болып табылады. Бірақ, мәселе қателіктерді жөндеуде емес, ол қателіктерді болдырмауда.

Оқушыларды ұғымның анықтамасын дұрыс тұжырымдай білуге үйрету үшін алдымен анықтама құрылысының қандай болатындығы туралы мағлұмат берілуі тиіс.

Ұғымды анықтау – берілген ұғым қамтылатын объектілер класын дәл бөліп алу. Ол үшін анықталатын ұғымға бейнеленетін елеулі белгілері көрсетіледі.

Егер ұғым дәл анықталған болса, онда анықталатын ұғымға бағынышты барлық объектілер енеді де, бұл ұғымға тиісті емес бір де бір объект енбейді.

Ұғымды анықтау математикада үлкен рөл атқарады. Сондықтан математиканы оқыту үдерісіне мұғалім математикалық анықтамалардың дұрыс және дәл тұжырымдалғанына ерекше назар аударып отырады.

Ұғымның анықтамасын басшылыққа ала отырып, берілген объект ұғымдар класына жататындығын немесе жатпайтындығын қатесіз анықтау үшін анықталатын ұғымның барлық сипаттық елеулі белгілерін білу және берілген объектіде осы белгілердің барлығының бары не жоғын тексеруге тура келеді. Объектінің ұғымдар класына жататындығын, жатпайтындығын, ұғымның барлық елеулі белгілерінің орындалатынын, орындалмайтындығын тексеріп шығу өте қиын және ол өте ұзақ уақытты талап ететін тиімсіз жол. Сондықтан ұғымдарды анықтаудың өзіндік ережелері мен талаптары болады.

Ұғымды тегі және түрлік ерекшеліктері бойынша анықтау үшін алдымен қандай да бір ұғым талданылады да, ол ұғымның белгілі бір – түрлік ерекшеліктері бойынша одан басқа ұғым бөлініп алынады. Бөліп алынған ұғымды тектік ұғыммен барлық белгілері сақталады да оған қандай белгілер бойынша білдіретін жаңа белгілер қосылады. Алғашқы ұғым тектік ұғым немесе ұғымның тегі одан бөлініп алынған ұғым түрлік ұғым немесе анықталатын ұғым делінеді. Тектік ұғымнан түрлік ұғымды (анықталатын ұғымды) бөліп алатын белгі түрлік айырмашылық немесе түрлік ерекшелік деп аталынады. Мысалы, жоғарыдағы ұсынған сүлбе бойынша: параллель түзулердің анықтамасы былай тұжырымдалады «параллель түзулер деп бір жазықтықта жататын және қиылыспайтын түзулерді айтады. Бұл анықтамадағы тектік ұғымның аты – түзулер, анықталатын ұғым – параллель түзулер, ал түрлік айырмашылық - бір жазықтықта жататын және қиылыспайтын.

Мектеп математика курсында анықтамалардың көпшідігі «ұғымның тектік және түрлік белгілері (ерекшеліктері)» негізінде тұжырымдалады. Ондай анықтаманың құрылысы былай кескінделеді:

1.Анықталатын ұғым = түрлік ерекшелік + ұғымның тегі.

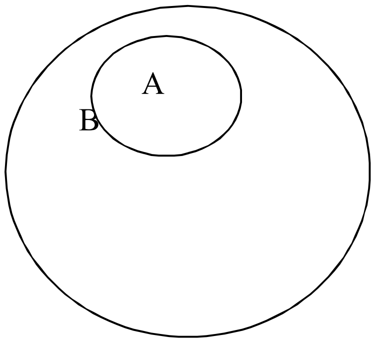
2.Түрлік ерекшелік + ұғымның тегі = анықталатын ұғым.

Анықтаманың құрлысы басқаша да болуы мүмкін. Құрамында анықталатын ұғым, ұғымның тегі және анықталатын белгілер болатындығын оқушы жақсы білуі тиіс. Сондықтан, оқушы ұғымның анықтамасын айтудан бұрын мынадай екі нәрсені ой елегінен өткізіп алады:

1. Анықталатын ұғымның ең жақын тегі қандай?

2. Анықталатын ұғымды оның ең жақын тегінен бөліп тұратын түрлік ерекшелігі қандай?

Оқушылар анықталатын ұғым мен тектік ұғым арасындағы қатынасты байланысты (айқын түсініп көзге елестете алу үшін дөңгелек диаграмма арқылы көрсету пайдалы (3-сурет). Мұндағы А - анықталатын ұғым, В - тектік ұғым. Диаграммадан көрінгендей тектік ұғым анықталатын ұғымды қамтып тұрады, басқаша айтқанда, анықталатын ұғым тектік ұғымның ішкі жиыны болады. Параллелограмм оның ең жақын тегі төртбұрыш арқылы анықталған, әрине паралелограмды көпбұрыш арқылы да анықтауға болар еді, ондай жағдайда анықталатын ұғымға қосымша түрлік ерекшеліктер қосуға тура келеді. Сондықтан ұғымның тегі туралы әңгіме болғанда, оны ең жақын тегі деп түсінуіміз керек.



3-сурет

Ұғымды тегі жә ... іынша анықтау формальды логикалық анықтама деп аталынады. Мектеп математика курсында ұғымдар көбінесе ең жақын тегі мен түрлік ерекшеліктері арқылы анықталады. Анықтамада ұғымның тегі көрсетіледі, ал анықталатын ұғым, оның түрі ретінде енеді, одан соң жаңадан енгізілген ұғымды тектің басқа түрлерінен ерекшелейтін белгілері айтылады.

Жоғарыдағы ұсынылған сүлбе бойынша жазықтықтағы түзулердің орналасу жағдайларына анықтамалар тұжырымдалады. Бұл ұсынылған сүлбеден көріп отырғанымыздай екі түзудің орналасуындағы түрлік ерекшелігі ретінде, бірінші кезекте олардың *«ортақ нүктесі бар немесе жоқ»*, екіншіден егер ортақ нүктесі бар болса *«ортақ нүктесі біреу немесе біреуден артық»* жағдайы алынып отыр. Олай болса, жазықтықтағы екі түзудің өзара орналасуының әртүрлі орналасу жағдайларына берілген атаулары бойынша *ұғымға анықтама тұжырымдалады.*

Жазықтықтағы біреуден артық ортақ нүктесі болатын екі түзуді өзара *беттесетін түзулер* деп атайды.

Жазықтықтағы бір ғана ортақ нүктесі болатын екі түзуді *қиылысатын түзулер* деп атайды.

Жазықтықтағы ортақ нүктесі болмайтын екі түзуді *параллель түзулер* деп атайды.

Бұл анықтамалар «ұғымның тектік және түрлік белгілері (ерекшеліктері)» негізінде тұжырымдалды және «Түрлік ерекшелік + ұғымның тегі = анықталатын ұғым» құрылысы бойынша берілді.

Бір жазықтықта жататын және ортақ нүктесі болмайтын түзулерді *параллель түзулер* деп атайды анықтамасында: түрлік ерекшелік - бір жазықтықта жататын және ортақ нүктесі болмайтын; тегі – түзулер; анықталатын ұғым – параллель түзулер.

Енді осы анықтамаларды осы түрлік ерекшеліктері бойынша, бірақ «Анықталатын ұғым = түрлік ерекшелік + ұғымның тегі» құрылысы бойынша берейік.

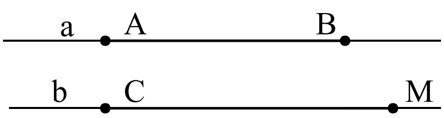
Беттесетін түзулер деп бір жазықтықта жататын және біреуден артық ортақ нүктесі болатын түзулерді атайды.

Қиылысатын түзулер деп бір жазықтықта жататын және бір ғана ортақ нүктесі болатын түзулерді атайды.

Параллель түзулер деп бір жазықтықта жататын және ортақ нүктесі болмайтын түзулерді атайды.

IV. Ұғымға келтіру.

Түзулердің параллельдігін белгілеу үшін «||» таңбасы пайдаланылады. а||в жазуы былай оқылады: «а түзуі b түзуіне параллель». Параллель түзулерде жатқан кесінділер де, сәулелер де параллель деп есептеледі. 4-суреттегі a және b түзулерінде жатқан AB мен CM кесінділері де, сондай-ақ AB мен CM сәулелері де параллель болады: AB || CM.



4-сурет

Жазықтықта M нүктесі арқылы шексіз көп түзулер жүргізуге болатыны белгілі. Сонда берілген M нүктесі арқылы өтетін және берілген b түзуіне параллель неше түзу жүргізуге болады? M нүктесі берілсін. Суретте екі қырлы сызғыштың бір қырын M нүктесіне дәл келтіріп қойып, оның екінші қыры арқылы AB түзулерін сызайық, яғни a || b. M нүктесі арқылы өтетін түзуді a арқылы белгілейік. Демек, M нүктесі арқылы өтетін және қайсыбір b түзуіне параллель болатын a түзуі табылады. Жоғарыда қойылған сұраққа мына аксиома жауап береді.

Жазықтықта берілген түзудің бойында жатпайтын нүкте арқылы берілген түзуге параллель тек бір ғана түзу өтеді.

Бұл сөйлем параллельдік аксиомасы деп аталады. Ол көптеген теоремаларды дәлелдеуде маңызды роль атқарады.

V. *Ұғымды жетілдіру (белгісін, қасиеттерін анықтау).* Жазықтықтағы екі түзудің параллельдігін қалай нақтылауға болады? Параллель түзулердің анықтамасына қарап, бір жазықтықта жатады және қиылыспайды деп олардың параллельдігін дәлелдеуге бола ма? - деген сұрақтар қою арқылы, оқушыларға, бұл мәселенің өзектілігін ашып көрсетуге болады.

Бір жазықтықта жатқан екі түзудің қиылыспайтындығын, яғни параллельдігін дәлелдеу үшін, түзулердің параллельдік белгісін, басқаша айтқанда олардың параллельдігінің жеткілікті шартын беретін теоремаларды беру керек.

Оқулықта жазықтықтағы екі түзудің үш параллельдік белгісі берілген.

1-теорема. Егер екі түзудің әрқайсысы үшінші түзуге параллель болса, онда бұл екі түзу өзара параллель болады.

Дәлелдеу. a және b түзулерінің әрқайсысы c түзуіне параллель болсын. $a \parallel b$ екенін дәлелдейік.

Қарсы жорып, a және b түзулері параллель емес, олар қайсыбір M нүктесінде қиылысады дейік. Онда M нүктесі арқылы c түзуіне параллель екі түзу a мен b өтеді. Бұл параллельдік аксиомасына қайшы. Сол себепті біздің қарсы ұйғаруымыз дұрыс емес. Демек, $a \parallel b$ болады. Теорема дәлелденді.

2–теорема. Егер екі түзуді үшінші түзумен қиғанда пайда болған ішкі айқыш бұрыштар тең болса, онда бұл түзулер параллель болады.

Дәлелдеу. a, b түзулерін c түзуі сәйкесінше A, B нүктелерінде қиып өтсін. Егер $\angle 1$, $\angle 2$ - ішкі айқыш бұрыштар тең болса, онда $a \parallel b$ болатынын дәлелдейік.

AB кесіндісінің ортасын O деп белгілейік. a және b түзулері параллель емес, керісінше олар P нүктесінде қиылысады деп алайық. Тең фигураларды бір-біріне беттестіруге болатыны белгілі. $\angle 1 = \angle 2$ және OA=OB болғандықтан, оларды бір-біріне дәл келетін етіп беттестіруге болады. Осы мақсатта a, в, c түзулерін O нүктесінен 180^0 -қа бұрсақ онда A және B нүктелері, AO және OB, AC және ВД, AE және BN сәулелері сонымен бірге a және b түзулері орындарын алмастырады.

Сонда AC және BN сәулелерінің қиылылуында жатқан P нүктесі ВД (AC) және AE (BN) сәулелерінің қиылысуында жататын Q нүктесіне ауысады. Нәтижесінде екі P, Q нүктелері арқылы бір-біріне беттеспейтін a, b екі түзуі өтеді. Бұл белгілі аксиомаға (екі нүкте арқылы түзу жүргізуге болады және ол тек біреу ғана болады) қайшы. Сондықтан a, b түзулері қиылыспайды. Ендеше, олар параллель. Теорема дәлелденді.

Теореманы $\angle 3$, $\angle 4$ - ішкі айқыш бұрыштарын қарастырып та дәлелдеуге болатыны түсінікті.

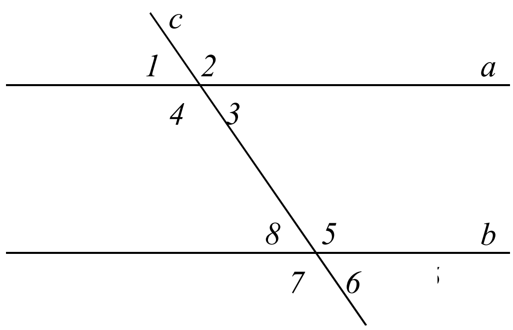
3-теорема. Егер екі түзу үшінші түзумен қиылысқанда 1) ішкі тұстас бұрыштардың қосындысы 180^0 – қа тең болса, 2) сәйкес бұрыштар тең болса, онда берілген екі түзу параллель болады.

Бұл теореманы 2- теореманың көмегімен оңай дәлелдеуге болады.

Дәлелдеу. Алдымен теореманы $\angle 2$ және $\angle 4$ ішкі тұстас бұрыштар үшін дәлелдейік. Теореманың шарты бойынша $\angle 2 + \angle 4 = 180^0$, бірақ $\angle 1 + \angle 4 = 180^0$. Осы екі теңдіктен $\angle 1 = \angle 2$ шығады. Бұл жағдайда теорема орындалады. Демек, $\angle 2 + \angle 4 = 180^0$ болғанда, $a \parallel b$ болады.

Бұл теоремаларды бекіту үшін алдымен оқулықта берілген мынадай есептерді орындатуға болады.

186-есеп (Атанасян Л.С. т.б. оқулығы бойынша) [3]. a және b түзулері c түзуімен қиылысқан. Егер: а) $\angle 1 = 37^0, \angle 7 = 147^0$; ә) $\angle 1 = \angle 6$; б) $\angle 1 = 45^0$, ал 7-бұрыш 3-бұрыштан үш есе үлкен болса, $a \parallel b$ екендігін дәлелдеңдер (5-сурет).



5-сурет

Шешуі: а) 3-теорема бойынша, $\angle 3+\angle 5=180^0$ немесе $\angle 4+\angle 8=180^0$ болса, онда $a \parallel b$ болады. Ал 1-бұрыш пен 3-бұрыш, 5-бұрыш пен 7-бұрыш вертикаль бұрыштар болғандықтан олар тең. Демек $\angle 1+\angle 7=180^0$, ал $\angle 1=\angle 3$ және $\angle 7=\angle 5$ болғандықтан $a \parallel b$ болады.

ә) 2-теорема бойынша, егер екі түзуді үшінші түзумен қиғанда пайда болған ішкі айқыш бұрыштар тең болса, онда бұл түзулер параллель болады. Яғни $\angle 4=\angle 5$ немесе $\angle 3=\angle 8$ болса, онда $a \parallel b$ болады. Ал 1-бұрыш пен 3-бұрыш, 8-бұрыш пен 6-бұрыш вертикаль бұрыштар болғандықтан олар тең. Демек $\angle 1=\angle 3$ және $\angle 6=\angle 8$ болғандықтан ішкі айқыш бұрыштар $\angle 3=\angle 8$ тең. Олай болса $a \parallel b$ болады.

б) 1-бұрыш пен 3-бұрыш, 8-бұрыш пен 6-бұрыш вертикаль бұрыштар болғандықтан олар тең. Демек $\angle 1=\angle 3=45^0$ және 7-бұрыш пен 6-бұрыш сыбайлас бұрыштар болғандықтан $\angle 7+\angle 6=180^0$ болады. Ал 7-бұрыш 3-бұрыштан үш есе үлкен болғандықтан ол $\angle 7=145^0$ тең және одан $\angle 6=45^0$ болғандықтан, $\angle 6=\angle 8$ болады. 2-теорема бойынша, егер екі түзуді үшінші түзумен қиғанда пайда болған ішкі айқыш бұрыштар тең болса, онда бұл түзулер параллель болады. Яғни $\angle 3=\angle 8$ болғандықтан $a \parallel b$ болады.

VI. Ұғымды дамыту (басқа ұғымдармен байланысы). Параллель түзулер ұғымының басқа ұғымдармен байланысын осы тақырыптан кейінгі оқытылатын «Үшбұрыштың ішкі бұрыштарының қосындысы», «Тікбұрышты үшбұрыш», «Түзуге жүргізілген перпендикулярдың бар болуы және жалғыздығы» және т.с.с. тақырыптарға қатысты есептерді шығару барысында көрсетуге болады.

Мысалы. А.В.Погорелов оқулығы бойынша №42 есепті қарастырайық [2].

Түзудің екі нүктесінен оған параллель түзуге дейінгі қашықтық тең болатындығын дәлелде.

Шешуі. a және b параллель түзулер болсын. a түзуінен A және A_1 нүктелерін белгілеп, олардан b түзуіне AB және A_1B_1 перпендикулярларын түсіреміз. ABA_1 мен B_1A_1B тікбұрыштары үшбұрыштары гипотенузасы мен сүйір бұрышы бойынша тең. Олардың BA_1 гипотенузасы ортақ, ал AA_1B мен B_1BA_1 сүйір бұрыштары a және b параллель түзулеріндегі ішкі айқыш бұрыштар болғандықтан тең болады. Үшбұрыштар теңдігінен AB және A_1B_1 қабырғаларының теңдігі шығады. Олай болса, AB және A_1B_1 арақашықтықтары тең. Дәлелдеу керегі осы еді.

Пайдаланған әдебиеттер тізімі

1. Рахымбек Д., Кенеш Ә.С. «Планиметрияны оқыту әдістемесі», Шымкент, 2012, - 121б.

2. Погорелов А.В. Геометрия: Жалпы білім беретін мектептің 10-11 сыныптарына арналған оқулық. – 2-басылымы. Алматы: Просвещение-Қазақстан, 2003, 152 б.

3. Атанасян Л.С. Геометрия орта мектептің 10-11 сыныптарына арналған оқулық /Бутузов В.Ф., Кадомцев С. Д., Позняк Э. Г., Юдина И. И. – М.:Просвещение, 2001ж.- 206б.

СТЕРЕОМЕТРИЯ АКСИОМАЛАРЫ ЖӘНЕ ОЛАРДАН ШЫҒАТЫН САЛДАРЛАРДЫҢ МЕКТЕП МАТЕМАТИКА КУРСЫНДА БАЯНДАЛУ МҮМКІНДІКТЕРІ

Бескемпір Ғ.С.

Аннотация

А.В.Погореловтың орта мектептің 7-11 сыныптарына арналған «Геометрия» оқулығында келтірілген стереометрия аксиомаларының құрылымы

Стереометрия аксиомалары жүйесі планиметрияның I-IX аксиомалары және С аксиомалар тобынан тұрады.

С аксиомалар тобы:

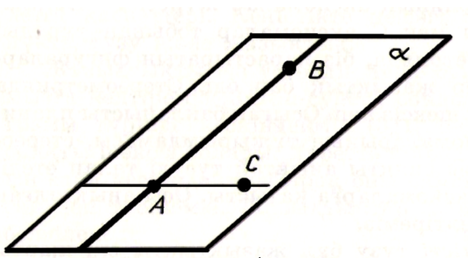
C_1. Қандай жазықтық болса да, ол жазықтыққа тиісті және оған тиісті емес нүктелер болады.

C_2. Егер әр түрлі екі жазықтықтың ортақ нүктесі бар болса, онда олар осы нүкте арқылы өтетін түзу бойымен қиылысады.

Әр түрлі α және β жазықтықтарының ортақ А нүктесі бар делік, ендеше C_2 аксиомасы бойынша бұл жазықтықтардың әрқайсысында жататын a түзуі бар болады. Сонда қандай да бір нүкте екі жазықтыққа да тиісті болса, онда ол аталған a түзуінің бойында жатады. Бұл жағдайда α және β жазықтықтары a түзуі бойымен қиылысқан жазықтықтар деп аталады.

C_3. *Егер әр түрлі екі түзудің ортақ нүктесі бар болса, онда олар арқылы жазықтық жүргізуге болады және ол тек біреу ғана болады.*

Бұл дегеніміз: егер әр түрлі a және b түзулерінің бір ортақ С нүктесі болса, a және b түзулерін қамтитын γ жазықтығы бар болады. Мұндай қасиетке ие болатын жазықтық біреу ғана болады [1].



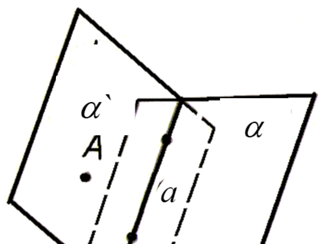
1-сурет

Осы оқулықта берілген аксиомалардың салдарларын қарастырайық:

1 Берілген түзу және берілген нүкте арқылы өтетін жазықтықтың бар болуы

Теорема Түзу және онда жатпайтын нүкте арқылы жазықтық жүргізуге болады және ол тек біреу ғана болады.

Дәлелдеу AB – берілген түзу және С – оның бойында жатпайтын нүкте болсын. (1-сурет). A және C нүктелері арқылы түзу жүргіземіз (1 аксиома). AB және AC түзулері әр түрлі, себебі С нүктесі AB түзуінде жатпайды. AB және AC түзулері арқылы α жазықтығын жүргіземіз (C_3 аксиома). Ол AB түзуі мен С нүктесі арқылы өтеді.



2-сурет

AB түзуі мен С нүктесі арқылы өтетін α жазықтығы жалғыз болатынын дәлелдейік.

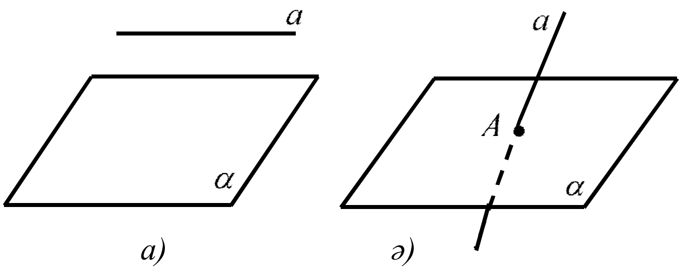
AB түзуі мен С нүктесі арқылы өтетін екінші бір α' жазықтығы бар делік.

C_2 аксиома бойынша α және α' жазықтықтары түзу бойымен қиылысады. A, B, C нүктелері осы түзудің бойында жатуы тиіс. Бірақ олар бір түзудің бойында жатпайды. Біз қарама-қайшылыққа келдік. Теорема дәлелденді.

2 Түзудің жазықтықпен қиылысуы

Теорема Егер түзудің екі нүктесі жазықтыққа тиісті болса, онда түзу тұтастай сол жазықтыққа тиісті болады.

Дәлелдеу a - берілген түзу және α - берілген жазықтық болсын. (2-сурет). I аксиома бойынша a түзуінде жатпайтын A нүктесі арқылы α' жазықтығын жүргіземіз. Егер α' жазықтығы α жазықтығымен беттесетін болса, онда α жазықтығында a түзуі жататын болады, теореманың айтып отырғаны да осы. Егер α' жазықтығы α жазықтығынан өзгеше болса, онда бұл жазықтықтар a түзуінің екі нүктесін қамтитын a' түзуі бойымен қиылысады. I аксиома бойынша a' түзуі a түзуімен беттеседі, демек, a түзуі α жазықтығында жатады. Теорема дәлелденді.



а) ә)

3-сурет

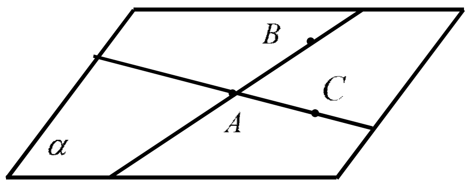
Бұл теоремадан мынау шығады: жазықтық пен бұл жазықтық бойында жатпайтын түзу не қиылыспайды, не бір нүктеде қиылысады (3-сурет).

3 Берілген үш нүкте арқылы өтетін жазықтықтың бар болуы

Теорема Берілген түзуде жатпайтын үш нүкте арқылы жазықтық жүргізуге болады және ол тек біреу ғана болады.

Дәлелдеу A, B, C – бір түзудің бойында жатпайтын үш нүкте болсын (4-сурет). AB және AC түзулерін жүргіземіз; олар әр түрлі, өйткені A, B, C нүктелері бір түзудің бойында жатпайды. C_3 аксиома бойынша AB және AC түзулері арқылы α жазықтығын жүргізуге болады. Бұл жазықтыққа A, B, C нүктелері жатады.

A, B, C нүктелері арқылы өтетін жазықтық жалғыз ғана болатынын дәлелдейміз. Шынында да, алдыңғы теорема бойынша AB және AC түзулері A, B, C нүктелері арқылы өтетін жазықтықта жатады. Ал c_3 аксиома бойынша мұндай жазықтық біреу ғана [2].



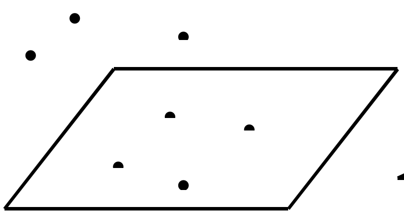
4-сурет

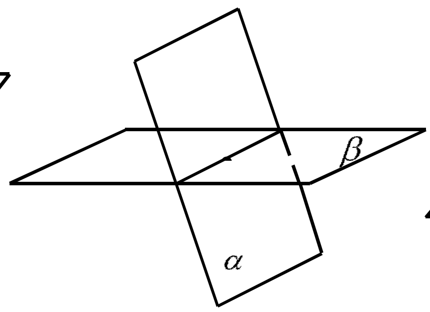
Сонымен, А.В.Погореловтың оқулығында келтірілген аксиомалар мен олардан шығатын салдарларды схема түрінде келтірейік.

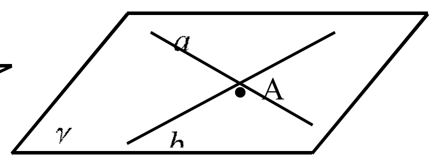
С аксиомалар тобы:

Аксиомалардан шығатын салдарлар және теоремалар:

Мектеп математика курсында стереометрияны оқыту 9 сыныптан басталады

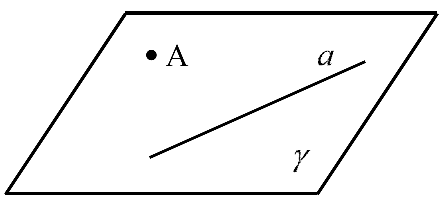


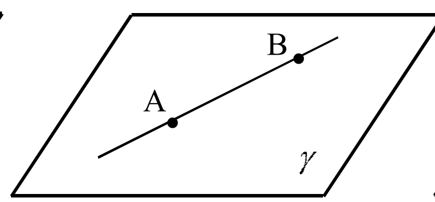


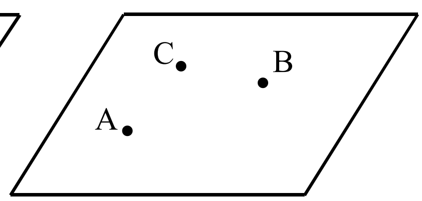


C_1 C_2 C_3

Ә.Н.Шыныбековтың 9 сыныпқа арналған Геометрия оқулығында стереометрияның С







1-салдар 2-салдар 3-салдар

аксиомалар тобы дәл А.В.Погореловтың кітабындағыдай берілген, яғни:

C_1 Қандай жазықтық болса да, ол жазықтыққа тиісті және оған тиісті емес нүктелер болады.

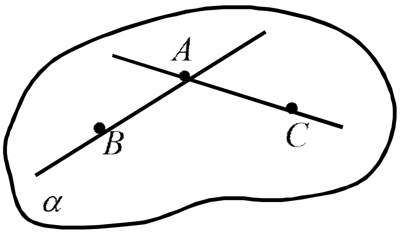
C_2 Егер әр түрлі екі жазықтықтың ортақ нүктесі бар болса, онда олар осы нүкте арқылы өтетін түзу бойымен қиылысады.

C_3 Егер әр түрлі екі түзудің ортақ нүктесі бар болса, онда олар арқылы жазықтық жүргізуге болады және ол тек біру ғана болады.

Осы аксиомалардан туындайтын салдарлар.

1 Теорема *Бір түзудің бойында жатпайтын үш нүкте арқылы бір ғана жазықтық өтеді.*

Дәлелдеу Бір түзудің бойында жатпайтын А, В, С нүктелері берілсін (5-сурет), планиметрияның І аксиомасы бойынша әрбір екі нүкте арқылы түзу жүргізуге болады, яғни АВ және АС түзулерін жүргіземіз. Бұл түзулер беттеспейді, себебі А, В, С нүктелері теорема шарты бойынша бір түзудің бойында жатпайды.

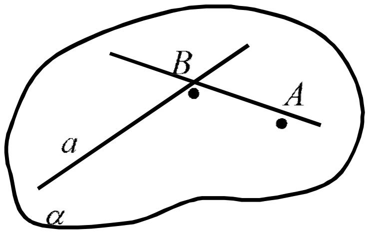


5-сурет

Сонда C_3 аксиомасы бойынша АВ және АС түзулері арқылы өтетін жазықтық табылады және бұл жазықтық жалғыз болады. Теорема дәлелденді.

Дәлелденген теоремедан бір түзу бойында жатпайтын А, В, С нүктелері арқылы бір ғана жазықтық өтетінін көреміз бұл жазықтықты кейде АВС арқылы белгілейді.

2 Теорема *Түзу мен оның бойында жатпайтын нүкте арқылы бір ғана жазықтық өтеді* (6-сурет).



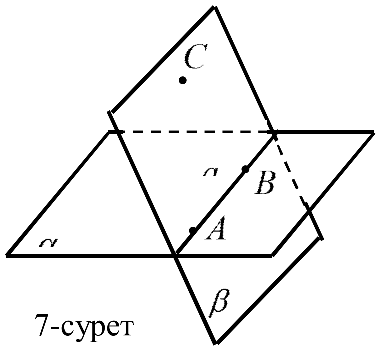
6-сурет

Дәлелдеу a түзуі мен А $(A \notin a)$ нүктесі берілсін. Алдыңғы теорема дәлелдеуінде айтылған І аксиома бойынша a түзуі бойында жататын В нүктесін алып, АВ түзуін жүргіземіз. Мұнда a және АВ ортақ А нүктесі бар әртүрлі түзулер. Сондықтан теорема 1 бойынша бұл екі түзу арқылы, яғни a түзуі мен А нүктесі арқылы жалғыз жазықтық өтеді. Теорема дәлелденді.

3 Теорема *Егер түзудің екі нүктесі берілген жазықтықта жатса, онда түзу толығымен осы жазықтықта жатады.*

Дәлелдеу Айталық, a түзуінде жататын А және В нүктелері α жазықтығында жататын болсын (7-сурет). Онда $a \subset \alpha$ орындалатынын көрсету қажет.

Шынында да, α жазықтығында жатпайтын С нүктесін алайық (ондай нүкте бар C_1 аксиомасы). Теорема 1 бойынша А, В, С нүктелері арқылы β жазықтығын жүргіземіз. α және β жазықтықтары А және В нүктлері арқылы өтетін түзу бойымен қиылысады (C_2 аксиома). Сонымен, АВ, яғни a түзуі α жазықтығында жатады. Теорема дәлелденді.



7-сурет

Сонымен, аксиомалар мен дәлелденген теоремалардан мынадай қорытынды жасауға болады. Жазықтықты: 1) қиылысатын екі түзу; 2) бір түзуде жатпайтын үш нүкте; 3) түзу және оның бойында жатпайтын нүкте арқылы толық анықтауға болады [3].

Бұл оқулықта жазықтықты қиылысқан екі түзу арқылы жүргізуді негізгі аксиома етіп алып, түзу мен оның бойында жатпайтын нүкте және бір түзудің бойында жатпайтын үш нүкте арқылы жазықтықты жүргізу туралы аксиомаларды оның салдарлары етіп, теорема түрінде берген.

Жалпы білім беретін мектептің жаратылыстану-математика бағытындағы 10-сыныбына арналған В. Гусев, И. Бекбоев, Ж. Қайдасов, А. Абдиевтардың оқулығында С аксиомалар тобына келесі аксиомаларды келтірген:

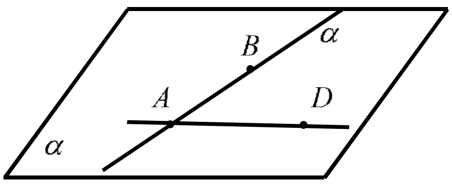
C_1 Қандай жазықтық болса да, ол жазықтыққа тиісті және оған тиісті емес нүктелер болады.

C_2 Бір түзудің бойында жатпайтын үш нүкте арқылы бір ғана жазықтық өтеді.

C_3 Егер түзудің екі нүктесі берілген жазықтықта жатса, онда түзу толығымен осы жазықтықта жатады.

C_4 Егер әр түрлі екі жазықтықтың ортақ нүктесі бар болса, онда жазықтықтар осы нүкте арқылы өтетін түзу бойымен қиылысады.

Осы аксиомалардан шығытын салдарлар:

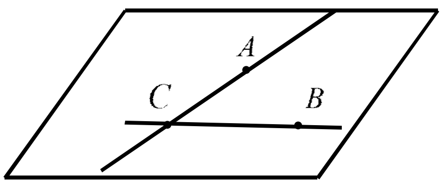


8-сурет

1 Теорема Түзу мен оның бойында жатпайтын нүкте арқылы бір ғана жазықтық өтеді.

Дәлелдеу a - берілген түзу және D – оның бойында жатпайтын нүкте болсын (8-сурет). a түзуінің бойынан кез келген A және B екі нүкте алайық. A, B, D нүктелері арқылы C_2 аксиомасына сүйеніп α жазықтығын жүргізейік. Енді a түзуі мен D нүктесі арқылы өтетін α жазықтығының жалғыз ғана болатынын дәлелдейік. Кері жорып, a түзуі мен D нүктесі арқылы өтетін екінші бір β жазықтығы бар делік. Ондай жағдайда C_4 аксиомасына сәйкес α және β жазықтықтары бір түзу бойымен қиылысып, ал A, B, D нүктелері осы түзудің бойында жатуы тиіс. Бірақ алуымыз бойынша, олар бір түзудің бойында жатпайды. Біз қайшылыққа келдік. Демек, кері жоруымыз дұрыс емес. Теорема дәлелденді.

2 Теорема Қиылысатын екі түзу арқылы жазықтық жүргізуге болады және ол тек біреу ғана болады.



9-сурет

Дәлелдеу a және b түзулері С нүктесінде қиылыссын. a түзуінде жататын С нүктесінен өзгеше кез келген А нүктесін және b түзунде жататын С-дан өзге келген В нүктесін белгілейік (9-сурет). Сонда C_2 аксиомасы бойынша осы А, В, С нүктелері арқылы жазықтық жүргізуге болады және ондай жазықтық тек біреу ғана болады. Теорема дәлелденді.

Дәлелденген теоремаларға және C_2 аксиомаға сүйеніп, жазықтықты мынадай тәсілдермен бере аламыз: 1) бір түзуде жатпайтын үш нүкте арқылы; 2) түзу және одан тысқары жатқан нүкте арқылы; 3) қиылысқан екі түзу арқылы [4].

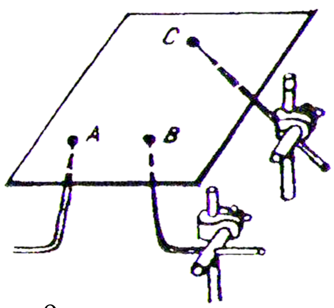
Бұл оқулықта жазықтықты бір түзудің бойында жатпайтын үш нүкте арқылы анықтауды негізгі аксиома етіп алып, түзу және оның бойында жатпайтын нүкте арқылы және қиылысқан екі түзу арқылы жазықтық жүргізу туралы аксиомаларды оның салдарлары деп алған.

Сонымен қатар, бұл оқулықта жазықтықты параллель екі түзу арқылы жүргізуге болатынын «Параллель және айқас түзулер» тақырыбында берген.

Анықтама. Бір жазықтықта жататын және өзара қиылыспайтын екі түзу параллель түзулер деп аталады.

Анықтамадан, параллель екі түзу арқылы жазықтық жүргізуге болады және ол жалғыз екені шығады. Егер a және b параллель түзулері арқылы әр түрлі екі жазықтық жүргізілген десек, онда a түзуі және b түзуінен алынған қайсыбір нүкте арқылы әр түрлі екі жазықтық жүргізілген болып шығады. Бұр 1-теоремаға қайшы. Осылайша Жаратылыстану-матеметикалық бағыттағы 10-сыныпқа арналған оқулықта жазықтықты берудің осындай тағы бір тәсілі көрсетілген [5].

A_1 *Бір түзудің бойында жатпайтын кез келген үш нүкте арқылы бір және тек бір ғана жазықтық жүргізуге болады.* 7-суретте кескінделген үлгі бұл аксиомаға түсіндірме бола алады. Бір түзудің бойында жатпайтын A, B, C нүктелері арқылы өтетін жазықтықты кейде ABC жазықтығы деп атайды. A_1 аксиомасын көрнекі көрсету: пластина бір түзудің бойында жатпайтын A,B және C нүктелеріне бекітілген.



9-сурет

Егер үш нүкте емес, еркімізше төрт нүкте алсақ, онда олар арқылы бірде-бір жазықтық өтпеуі мүмкін. Басқаша айтқанда, төрт нүкте бір жазықтықта жатпауы мүмкін. Бұл мысалдың көрнекі дәлелдемесі келесі түрде берілген: егер орындықтың төрт аяғының ұзындығы бірдей болмаса, онда үш аяғы «үш нүктеге» тіреліп тұрады да, ал төртінші аяғы (төртінші «нүкте») еден жазықтығында жатпай, ауада ілініп тұрар еді.

A_2 *Егер бір түзудің екі нүктесі бір жазықтықта жатса, онда түзудің барлық нүктелері осы жазықтықта жатады.*

Мұндай жағдайда түзу жазықтықта жатыр немесе жазықтық түзу арқылы өтеді деп айтылады.

A_2 аксиомасында айтылған қасиет сызба сызғышының «түзулігін» тексеру үшін пайдаланылады. Осы мақсатпен сызғыштың бір шетін үстелдің жазық бетіне тақап қояды. Егер сызғыштың шеті тегіс (түзусызықты) болса, онда оның барлық нүктесі үстелде жатады. Егер сызғыштың шеті тегіс болмаса, онда онымен үстел бетінің арасында саңылау пайда болады.

A_2 аксиомасынан мынау шығады: егер түзу берілген жазықтықта жатпаса, онда оның жазықтықпен бірден артық ортақ нүктесі болмайды. Егер түзу мен жазықтықтың бір ғана ортақ нүктесі болса, онда олар қиылысады деп айтады.

A_3 *Егер екі жазықтықтың ортақ нүктесі бар болса, онда бұл жазықтықтардың ортақ нүктелері жататындай ортақ түзуі бар болады.*

Мұндай жағдайда жазықтықтар түзу бойымен қиылысады деп айтады.

A_3 аксиомасының көрнекі түсіндірмесі ретінде сынып бөлмесінің сыбайлас екі қабырғасының немсесе төбесі мен қабырғасының қиылысуын алуға болады[6].

Библиографиялық тізім

1 Л.Н.Бескин, Стереометрия. М.: «Просвещение», 1971.

2 А.В. Погорелов, Геометрия, 7-11 сынып. Алматы, «Мектеп» 2001.

3 Е.В. Потоскуев, Геометрия. 10 кл.: учеб. для общеобразоват. учереждений с углубленным изучением математики. -М.: Дрофа, 2010. – 223с.

4 С.Т.Атанасян, Н.В.Шевелева, В.Г.Покровский, Сборник задач по геометрии. Часть 2.М.: «Эксмо»,2008.

5 Ә.Н.Шыныбеков, Геометрия 9 сынып. Алматы: «Атамұра», 2005.

6 Ж.Қайдасов, В.Гусев, Ә.Қағазбаева, Геометрия 10 сынып. А.: «Мектеп»,2006.

ЭВКЛИДТІҢ КЕҢІСТІКТІҢ ҚОЗҒАЛЫСТАРЫ

Бескемпір Ғ.С.
Шымкент университеті

Аннотация

E_n *кеңіістігінде* $R = \{o, \overline{e_i}\}$ *және* $R' = \{o', \overline{e'_i}\}$ *ортонормаль реперінің реттелген парын алып,* R *реперіндегі координаталары* x^i *болатын әрбір* $M \in E_n$ *неүктесіне* R'

реперіндегі координаталары тап сол х $\tilde{\delta}^n$ болатын М нүктесін сәйкестендірейік.Сонда E_n кеңістігін қозғалыс (немесе орын ауыстыру, немесе изометрия) деп атайтын түрлендіру шығады.

Қозғалыс A_n аффиндік кеңестіктен шығатын E_n евклидтік кеңестіктегі аффиндік түрлендірудің дербес жағдайы болып атап айтқанда: қозғалыс дегеніміз- бір ортонормаль реперді екінші бір ортонормаль реперге аударатып түрлендіру.

Аффиндік түрлендірудің дербес жағдайы болғандықтан әрбір қозғалыста мынадай қасиеттері болады.

1) Үш нүктенің қасиеттері сақтайды.

2) кейінді кескіндіге , сәулені сәулеге , л-жазықтықты л- жазықтыққа көшіреді.

Теорема : Егер E_n евклидтің кеңістіктің f түрлендіруі кез келген екі нүктенің арасындағы қашықтықты сақтайтын болса , онда , f түрлендіруі қозғалыс болады.

V-өлшемі n-ге тең евклидтік векторлық кеңістік болсын $\{\ell_i\}$ортонормаль базисті $\{\ell_i\}$ ортонормаль базиске аударатын болса , немесе оған пара-пар векторлардың скаляр көбейтіндісін сақайтын болса , v кеңестігінің φ сызықтың түрлендіруі ортогональ түрлендіру деп аталады.

F пен g арқылы белгіленген екі қозғалыстың gf көбейтіндісі және f^{-1} кері түрлендіруі сол E_n кеңістігінің кез келген екі нүктесінің арасындағы қашықтықты сақтайтын түрлендірулер, яғни қозғалыстар болады. Біз $f, g \in D_n = \Rightarrow gf \in D_n$ $f \in D_n \Rightarrow f^{-1} \in D_n$ болады . Сондықтан D жиыны (көбейту операциясы бойынша) группа құрастырады, оны E_n кеңістігіндегі қозғалыстардың группасы деп атайды.

Егер $F, F' \in F_n$ фигуралары D_n группасына қатысты эквивалентті болса , яғни олардың бірін екіншісіне көшіретін қозғалыс табылатын болса , онда F пен F' фигураларын біріне бірі Конгдуэнт фигуралары деп атайды.

Егер f-қозғалысын ортонормаль R=$\{0, \bar{e}_n\}$ реперінде өрнектейтін $Y' = a^i{}_i x^i + a^i$ (defll all $\neq 0$) формулаларында def//a//=1 болса , ол қозғалысты бірінші текті қозғалыс деп атайды.

Қозғалыстар группасының маңызды бөлімше группаларын атап өтейтін.

l. Бәрінен бұрын 1-текті қозғалыстардың жиыны группа(1-текті қозғалыстар группасын)құрастыратындығы айқын ; 1-текті қозғалыстар әрбір репердің ариентациясын сақтайды.

ll. Берілген $O \in E_n$ нүктесін бұлжыт пай өз орнында қалдыратын барлық қозғалыстардың O_n жиыны да гуппа болып табылады.

Кез келген $f \in O_n$ қозғалысын E_n кеңістігінің ортогонал түрлендіруі дейді, ал O_n группасын осы кеңістіктің ортогональ түрлендірулерінің группасы дейді.(Ортогональ группа деп те айтады).

Lll 1-текті ортогональ түрлендіруі $(def\left\|a^i{}_j\right\| = 1)$.

E_n кеңістігінің 0 нүктесінің төңірегіндегі айналыстары деп аталады. Кеңістіктің 0 нүктесінің төңірегінде орындалатын айналыстарының барлық R_n жиыны группа болып табылады.(E_n кеңістігі айналыстарының группасы)

Егер $\forall M \in E_3$ үшін М мен $M' = f(M)$ нүктелері П жазықтығы бойынша симметриялы болса,онда $f : E_3 \to E_3$ бейнелеуінен П жазықтығы бойынша симметрия (немесе П жазықтығынан шағылу) деп аталады.

Теорема.Мына үш түрлі қозғалыстың әрқайсысы қалған екеуінің көбейтіндісі болып табылады.

1)S түзуі бойынша орындалатын симметрия.

2) $\Pi \perp S$ жазықтығынан шағылу.

$3)0 = S \cap \Pi$ нүктесінен шағылу.

П жазықтығынан шағылу мен векторы $a II \Pi$ орналасатын көширудің көбейтіндісі сырғыма шағылу деп аталады.Сырғыма шағылу 2-текті қозғалыс болып табылады.

Теорема. $S \perp \Pi$ және $O = S \cap \Pi$ болсын.S осінің төңірегінде φ бұрышына бұру түрлендіруінің О нүктесінен шағылуға көбейтіндісі $\varphi - \pi$ бұрышына бұрылыс шағылу болады.S түзуі П жазықтығын және О нүктесі сәйкес реті мен осы бұрылыс шағылуының осінің ,жазықтығының және центрінің рольдерін атқарады.

Ұқсастық түрлендіруі

E_n кеңістігінің ұқсастығы деп сол кеңістіктің мынадай қасиеті болатын f түрлендіруін айтады:

$$\rho\big(f(A), f(B)\big) = k\rho(A,B) \in E_n$$

шартын қанағаттандыратын k>0 саны(ұқсастық коэффициенті)болады.

Қозғалыс ұқсастықтың бір дербес түрі болатындығы өзінен өзі түсінікті (к=1)

Ұқсастықтың екінші бір дербес түрі гомотетия болып табылады.

$S \in E_n$ нүктесі мен $h \in R, h \neq 0$ саны берілсін.Центрі S коэффициенті h гомотетия деп

$$g(M) = M' \Rightarrow \overline{SM'} = h\overline{SM}$$

заңы бойынша орындалатын $g : E_n \to E_n$ бейнелеуін айтады.

Гомотетия түзуді өзіне параллель болатын түзуге көшіреді.Осы сияқты,гомотетияда әрбір к-жазықтық өзіне параллел болатын к-жазықтыққа көшетіндігіне көз жеткізуге болады.

Гомотетияда бұрыш өзіне конгруэнт болатын бұрышқа көшеді.Егер бұрыштың қабырғалары бір түзуде жатса,онда бұл тұжырымның дұрыс болатындығы күмән тудырмайды.Сондықтан қабырғалары бір түзуде жатпайтын АОВ бұрышын қарастырайық.

Теорема.Әрбір ұқсастық гомотетия мен қозғалыстың көбейтіндісі болып табылады.

f түрлендіруі E_n кеңістігінің коэффициенті k>0 ұқсастығы болсын.Кез келген бір S нүктесін алайық,g-центрі S бкоэффициенті к болатын гомотетия екен делік.

Егер M мен N нүктелері E_n кеңістігінің кез келген нүктелері болса және $M' = f(M), N' = f(N)$ болса,онда

$$\left|\overline{M'N'}\right| = k\left|\overline{MN}\right|$$

$g(M) = M'', g(N) = N''$ болсын.Онда :

$$\left|\overline{M''N''}\right| = k\left|\overline{MN}\right| \qquad k > 0 \qquad (6)$$

$$(5),(6) \Rightarrow \left|M''N''\right| = \left|\overline{M'N'}\right| \qquad (7)$$

$d = f \cdot g^{-1}$ түрлендіруі әрбір M'' нүктесін (7) теңдікті қанағаттандыратын M' нүктесіне көшіреді,басқаша айтқанда d түрлендіруі кез келген екі нүктенің ара қашықтығын сақтайды.Сондықтан $d = f \cdot g^{-1}$ түрлендіруі қозғалыс болады.Бұдан $f = d \cdot g$ яғни ұқсастық қозғалыс пен гомотетияның көбейтіндісіне тең.Теорема дәлелденді.

Салдарлар.1)Ұқсастықта үш нүктенің қатынасы сақталады.Сондықтан,кесінді кесіндіге,сәуле сәулеге көшеді.

2)Ұқсастықта бұрыш өзіне конгруэнт бұрышқа көшеді.

3)Ұқсастықта к-жазықтық к-жазықтыққа көшеді.

Π_n ұқсастықтаргруппасы A_n аффиндік группаның бөлімше группасы болатындығы да көрінеді.Сондықтан,фигураның A_n группасына қатысты инвариант болатын қасиеттері Π_n группасына қатысты да инвариант болады. Π_n группасының олардан басқа да инварианттары бар.,мәселен:

а)бұрыштың шамасы кез келген $f \in \Pi_n$ түрлендіруінде сақталады.

б)егер A,B,C,D нүктелері кеңістіктің әр түрлі төрт нүктесі болса,онда қашықтықтардың

$$\frac{\rho(A,B)}{\rho(C,D)}$$

қатынасы кез келген $f \in \Pi_n$ түрлендіруінде сақталады.

Квадраттық форманы канондық түрге келтіру

Бір бағанадағы матрицаны, IV тараудағыдай, х әрпімен белгілейтін боламыз:

$$\tilde{o} = \begin{pmatrix} \tilde{o}^1 \\ . \\ . \\ \tilde{o}^n \end{pmatrix}$$

Егер бұл матрицаны транспозициялайтын болсақ, онда:

$$\tilde{o}' = \left(\tilde{o}^1 ... \tilde{o}^n\right)$$

түріндегі бір жолдан тұратын матрица шығады.

$$\varphi = \varphi\left(\vec{\tilde{o}}\right) = g_{ij}\tilde{o}^i \acute{o}^j$$

квадраттық форманы жоғарыда көрсетілген матрицалар көмегімен былай жазуға болады:

$$\varphi = \tilde{o}' G \tilde{o} \qquad (1)$$

$\{\ell_i\}$ базисінен басқа $\left(\vec{\ell}'_i\right)$базисіке көшеміз, сонда:

$$\ell'_i = \tilde{n}_i^j \vec{e}_i \qquad (A)$$

Егер$\{\ell_i\}$ базисінде $\vec{\tilde{o}} = \tilde{o}^i \vec{\ell}'^i$ векторының координаталарын $\vec{\tilde{o}}^i$ арқылы таңбаласақ, яғни $\vec{\tilde{o}} = \tilde{o}^i \vec{\ell}'^i$ деп ұйғарсақ,онда мынаны аламыз:

$$\tilde{o}^i \vec{\mathring{a}}_i = \check{x}^i c_j^i \cdot \vec{e}_i$$

$\vec{\ell}_i$ векторлары сызықтық тәуелді болмағандықтан,

$$\tilde{o}^i = c_j^i \cdot \check{x}^i \qquad (Б)$$

болады, мұны матрицалық формада былай жазуға болады:

$$x = C' \check{x}$$

мұнда C'- ескі $\{\ell_i\}$ базистен жаңа $\left(\vec{\ell}'_i\right)$базиске көшуде G=$\left\| c_i^j \right\|$ матрицасынан транспозицияланған матрица.

$$(1) \Rightarrow \varphi = \left(G'\check{x}\right) G' \left(G'\check{x}\right) = \check{x}'\left(GGG'\right)\check{x}$$

Қысқаша:

$$\varphi = \check{x}' G_1 \check{x}.$$

Мұнда:

$$G_1 = GGG' \qquad (2)$$

Сөйтіп, базисті ауыстырғанда(көшу матрицасы С-ның көмегімен) φ квадыраттық форманың G матрицасы $G_1 = GGG'$ матрицамен ауысады. Осының салдарынан базисті ауыстырғанда $\varphi = \check{x}' G_1 \check{x}$ квадраттық форманың түрі өзгереді.

2. Жаңа $\{\ell_i\}$базиске қатысты φ квадраттық форма:

$$\varphi = a_{11}\left(y^1\right)^2 + a_{22}\left(a^2\right)^2 + \ldots + a_{nn}\left(y^n\right)^n$$

түрінде болатын, яғни $\vec{\tilde{o}}$ векторының әртүрлі $\vec{\acute{o}}$ координаталарының көбейтіндісі бар болмайтын жаңа базисті табуға бола ма?- деген сұрақтууы мүмкін. Квадратық форманың мұндай түрін оның *канондық түрі* деп атайды (тек осы жағдайда ғана квадраттық форманың матрицасы диогналды түрде болады).

<u>Теорема</u>.*V векторлық кеңістікте (R) өрісі үстінде квадыраттық форма φ берілсін.V кеңістігіндегіφ формасы канондық түрде болатындай базисті табуға болады.*

φ форма нольге тепе-тең болғандықтан (мұндай жағдай ерекше назар аударларлықтай емес,сондықтан қарастырылмайды), g_{ij} коэфиценттері арасында нольден өзгелері де болуы мүмкін.

Теорема :φ нақты квадраттық форманың рангі r=n және индекісі l=0 болғанда ғана ,тек сонда ғана оң анықталған болып табылады .

Мұндай квадраттық форма E_n евклидтік еннiстiктiң материкалық формасы болып табылады .

Көшіру кеңістігі V индекісі l евклидтік емес векторлық кеңістік болып табылады деген аксиомамен алмастырса , онда индекісті l,n-өлшемді евклидтік емес кеңістік ${}^{l}E_n$ деп аталатын кеңістікті шығарып аламыз.

A_n аффиндік кеңістіктегі квадрика (немесе екінші ретті бет)Q деп координаталары осы кеңістіктің қандайда болсын $R = \{O, e_i\}$ аффиндік реперінде

$$a_{ij}x^i x^j + 2a_{0i}x^i + a_{00} \qquad (1)$$

Екінші дәрежелі алгебралық теңдеуді қанағаттандыратын осы кеңістіктегі нүктелердің орнын айтады. $b_{\alpha\beta}x^\alpha x^\beta$ өрнегін ,мұнда $\alpha, \beta = 1,2$

$$b_{\alpha\beta}x^\alpha x^\beta = b_{11}\left(x^1\right)^2 + b_{12}x^1x^2 + b_{21}x^2x^1 + b_{22}\left(x^2\right)^2 = b_{11}\left(x^1\right)^2 + 2\frac{b_{12}+b_{21}}{2}x^1x^2 + b_{22}(x^2)^2$$

Қарастырайық.

Егер $b_{11} = a_{11}, \frac{1}{2}\left(b_{12} + b_{21}\right) = a_{12}$ және $b_{22} = a_{22}$ *деп белгілесек онда* $b_{\alpha\beta}x^\alpha x^\beta = a_{\alpha\beta}x^\alpha x^\beta$,

(1) теңдеуде $a_{ij} = a_{ji}$ квадрикалар деп есептеуімізге болады. Одан басқа және $a_{i0} = a_{0i}$ деп аламыз.

Q квадриканың центрі деп оның симетрия центрін айтады. Егер (2) теңдеуде $a_{i0}=0(i=1,2,...,n)$ және $M(x^i)\in Q$ болсын және демек, Мнүктесінің координаталары X^i (2) теңдеуді қанағаттандырады.

Теорема: M_0 нүктесінің координаталары

$$a_{ij}x^i x + a_{i0} = 0 \qquad (9)$$

Теңдеулер системасының қанағаттандырса ғана ,тек сонда ғана ол (1) квадриканың центірі болып табылады.

(9) системаларды шешкенде үш жағдай кездеседі,

I. $\det\|a_{ij}\| \neq 0,$,бірақ ранг $\|a_{ij}\| = n$ (9) системаның бір ғана шешімі болады және, демек, Q квадрикасының бір ғана центірі болады. Мұндай квадрика ***центірлі квадрика*** деп атапады.

II. $\det\|a_{ij}\| = 0$бірақ ранг $\|a_{ij}\| =$ранг $\|a_{ij}, a_{i0}\| = r$ (9) система үйлесімді, және бұл системада тек сызықты тәуелді емес r<n теңдеулерді ғана қалдыруға болады. Олар (r-n) жазықтықты (центірлер жазықтығын)анықтайды.

III.$\det\|a_{ij}\| = 0$,бірақ ранг $\|a_{ij}\| \neq ранг\|a_{ij}, a_{io}\|$. (9) истема үйлесімді емес.Q квадриканың центірі болмайды.

II және III жағдайларда квадрика *центірсіз* деп аталады.

Библиографиялық тізім

1.В.Т.Базылев.К.И.Дунычев.Геометрия II бөлім.А.1981 .
2.И.Я.Бакельман.Высшая геометрия.М.1967.
3.Г.Шопе.Геометрия.М.1970.
4.Н.В.Ефимов.Высшая геометрия.М.1961.
5.Н.Ф.Четверухин.Проективная геометрия.М.1961.
6.А.ВКлетеник.Сборник задач по аналитической геометрий.М.1959.

ГЕОМЕТРИЯ САБАҚТАРЫНДАҒЫ ОҚУШЫЛАР БІЛІМІН ДАМЫТУ

Ешенбаева А. Б.
Шымкент университеті

Аннотация

Геометрияны оқытудың басты мақсаттарының бірі оның теориялық негіздерін білу және оларды практикада қолдану дағдыларын меңгеруде. Сонымен қатар оқушылардың логикалық ойлауын, дәлелдеу қабілетін, талқылауларды себептеу, ойды дәл және анық тұжырымдай білу мәселелері де маңызды міндеттер болып табылады. Геометрияның мектептік курсын оқытуда бұдан басқа да мәселелер шешіледі. Олар: оқушылардың жазықтық, кеңістік түсінігі мен елестете білуін дамыту, қоршаған ортаны геометриялық тұрғыдан көре білу және т.б.

Мектеп геометрия курсының көкейтесті мәселері ол – бұл курстың мазмұнының ғылыми құндылығын, оқу материалдарының түсініктілігін арттыру, мамұнды геометриялық есептердің ролін күшейту, оқушыларды шамадан тыс жүктемелерден құтқару және т.б.

Оқушылар білімдерін жүйелеу.

Әр сабақ – мұғалімнің шығармашылығына қажет үрдіс. Сабақтың мазмұнды өтіп, оқушылардың оқу материалдарын тез меңгеруі үшін қалыптасқан оқу әдістері мен тәсілдерін халықтық педагогикамен ұштастыра отырып өткізудің геометрия пәніне әсері зор[1].

Қазіргі таңдаған мектеп оқушыларының геометриялық білімін талапқа сай деп айтуға болмайды. Жоспар бойынша геометрияны оқып үйрену үшін айтарлықтай уақыт бөлінгенімен, көп жағдайда, білім формальді болып, естен тез шығып кететіні бәрімізге мәлім.

Мұның негізгі себебі, оқыту әдістемесінің кемшілігі екендігі талас туғызбайтын мәселе. Қолданылып жүрген дәстүрлі оқыту әдістемесі оқушы бойында тезірек дағды қалыптастыруға бағытталған.

Оқушылардың геометриялық қабілетін қалыптастыру және дамыту туралы көп айтылып та, жазылып та жүр. Бірақ оқушылардың бойында пәнге деген қызғушылықты оятпайынша, олардың геометриялық қабілетін қалыптастыру да, дамыту да мүмкін емес.

Оқушылардың білімін дамытуда пайданылатын оқытудың заңдылықтары. Математика пәні басқа пәндерге қарағанда оқушылардың ойлау қызметі мен есте сақтауын көбірек қажет етеді. Сондықтан математика сабағын ұйымдастыру үрдісінде оқушылардың ойлау қызметін арттыруға, ынталандыруға ерекше көңіл аудару керек.

Оқушыны ынталандыратын буындарға төмендегі үрдістер жатады:

а) анықтамалар, теоремалар, заңдар және әртүрлі ережелер мен соған сәйкес түрі өзгертілген ережелерді материалдармен танысу кезінде еске түсіру, есеп шығаруда пайдалану;

ә) модельдер, графикте, диаграммалар, суреттер арқылы көрнекі бейнелерді елестету;

б) белгілер мен символдарды түрлендіру, қолдану;

в) түсінуге көмектесетін түрлі талдаулар мен пайымдаулар жүргізу.

Тағы бір заңдылық « Кең көлемдегі материал ынтасыз меңгеріледі. Кейбір материалдар көлемі көп болса, оқушы оны үйде қызықсыз оқиды, не мүлдем оқымай қояды. Сондықтан мұғалім үйге тапсырма бергенде сол параграфтың қай жерін оқу керек, қай жерін тастап кетуге болатынын ескерту керек».

Көбінесе мұғалімдер ережені жаттауды талап етіп, практикалық жұмыс жүргізбейді, бұл сол материалдың ұмытылуына әкеліп соғады.

Әрі қарай бірнеше заңдылықтарды айтып көрелік:

1.Егер оқушы түсіндірілген материалды меңгеруге бағытталған белсенді ойлау қызметін атқарса, ол сол материалды оңай меңгереді.

2. Ойлау қызметінің кез келген түрін қолдану материалды тиімді түрде меңгеруге әкеледі.

3. Материалды түсіріндіруден кейінгі ең алғашқы уақытта ұмыту кездеседі де, кейінгі жұмыс кезінде біртіндеп жойылады.

4. Материалдарды әр түрлі жолдармен қызмет аясын кеңейтіп қайталау сол материалды бір ғана түрде меңгеруден пайдалы болып табылады.

Мысалы: Сабақ кейде үй тапсырмасын тексеруден басталса, кейде жаңа сабақ түсіндіріліп содан кейін үй тапсырмасы тексеріледі. Сонда психологтардың айтуы бойынша сабақты ұйымдастырудың екінші түрі тиімді көрінеді. Оқушының қабылдануының да бірнеше заңдылықтары бар екен.

Біздің қабылдау органдарымызға аз күш түсіретін ойластырылған анықталған жүйемен түсіндірілген материалды қабылдау жеңілденеді. Алдын - ала бақылай білуге даярлық, нақты қойылған мақсат ол адамның білімі мен өмірлік тәжірибесі қабылдауды байыптады.

Оқушыардың математикалық қабілеттерін дамыту.

Қазіргі мектепте оқыту мен тәрбие жұмысын ұйымдастырудың оқушыны субъективті жеке тұлға деп карауға бағытталуы қоғамның әлеуметтік қарым–қатынастарды гуманизациялауға деген қажеттілігінен туындайды[2].

Ең жалпы жағдайда, оқытудағы негізгі мақсат оқушылардың дамуы, соның ішінде олардың интелектуалдық дамуы болып табылады.

Оқу мен тәрбиенің интеллектуалдырылуы оқушылардың ой-өрісінің, ойлау қызметінің дамуымен байланысты. Ал олардың ой - өрістерінің, ойлау қабілеттерінің дамуы жалпы қабілеттердің, соның ішінде матемаикалық қабілеттердің қалыптасуы мен дамуына да байланысты болып келеді.

Оқушылардың математикалық қабілеттерін қалыптастыру мен дамытуға – бағытталған интенсивті оқыту жүйесін құру математикалық қабілет ұғымын, оның құрылымын, ойлаудың сабақтастық деңгейлерін қалыпастыруды талап етеді.

Оқушылардың оқып – үйрену қабілеттері салыстырмалы түрде, өзіндік оқу– танымдық қабілет тобын құрайды. Оқуға деген қабілеттілік білімді тез игеру мен оны дұрыс қолдану, стандарт емес есептерді шығара алу т.с.с. іс - әрекеттерді өз – бетімен жүзеге асыруда айқын байқалады.

Математиканы оқыту деп математикалық білімді игеруге үйрету мен сол білімге ие болудағы танымдық іс - әрекеттің дидактикалық негізделген үйлесімділігін түсінеді.

Оқыту үрдісінде математикалық білімді, біліктілікті жән дағдыны игеру мен қолданудың ерекшеліктеріне негізделген іс-әрекетті шартты түрде математикалық іс-әрекет деп атайды. Әрине оқу – математикалық іс-әрекет ғылым – математикалық іс-әрекеттен өзгеше, бірақ оқушы өзінің даму шеңберіне пара-пар математикалық іс-әрекетті жүзеге асыруға қабілетті

Оқушыларда, математиканы оқып үйрену кезінде қалыптасатын математикалық қасиеттін құрлымын арнайы зерттеген ғылм-педагог В.А.Крутецкий математикалық қабілет ұғымына келесідей сипаттама береді.

Математиканы оқып – үйрену қабілеттілігі деп оқу үрдісінде атқарылатын математикалық іс-әрекеттің талабына сай және әр түрлі тең жағдайларда математиканы пән ретінде шығармашылық деңгейде (мысалы математикадан білімді, біліктілікті, дағдыны салыстырмалы түрде тез, терең игеру т.с.с) игеруді қамтамасыз ететін жеке даралық-психологиялық ерекшеліктерді түсіну қажет.

Математикалық жалпы қабілет құрылымы келесідей негізгі компонеттерден тұрады:

Математикалық материалдың мазмұнын формалды деңгейде қабылдау, есептің формалды қалпын түсіну.

Математикалық объектілерді, қатынастарды және амалдарды тез және кең түрде жалпылай алу.

Математикалық ойлау үрдісін және оған сәйкес әрекеттер жүйесін ықшамдау, ықшамдалған құрылым бойынша ойлауды жүзеге асыру.

Математикалық іс-әрекет негізінде туындайтын ойлау үрдісінің икемділігі.

Ойлау үрдісінің тездігі және еркін түрдегі бағыттылығы ойлаудың тура бағытынан оған қарама-қарсы бағытына көше алу.

Айқындыққа, қарапайымдылыққа, икемділікке және тиімді ойлауға талпыну.

Математикалық есепті шығара алу.

Әр түрлі қабілетттердің айқындалуы мен олардың дамуы тек іс-әрекет үрдісінде жүзеге асатыны көптеген ғылымдардың еңбектері арқылы дәлелденіп отыр.

Математикалық қабілеттің ойлау іс-әрекетіндегі «затандырылуын» математикалық ойлау деп қарастыруға болады.

Математик ғылымының дамуы бағыттарына сәйкес математикалық ойлаудың келесіндей төрт типі айқындалған: логикалық, формалдық, интуициялық және амалдық.

Математиканың әр түрлі салаларына, ерекшеліктеріне байланысты математикалық ойлаудың компоненттерінің келесіндей топтары да бөлініп көрсетілген.

Аналитикалық, геометриялық, гормониялық.

Алгоритімдік, геометриялық, логикалық.

Екінші топтағы компонеттердің нақты сипаттамасы келесіндей:

Күрделі әріптік өрнектерді тиімді түрлендіре алу (есептеу қабілеті);

Геометриялық есептеу;

Дәйекті логикалық ой жүгірту.

Геометриялық қабілет.

а) берілген кескін үйлесімін талдау және толықтыру (суреттерді, фигуралардың модельдері немесе ойша елестетуді есептерді шығару идеясын іздестіруде қолдануды қоса есептегенде) негізінде қажетті мәлеметтерді ала алу;

ә) берілген есептердің мәлеметін геометрия тіліне көшіре ал және геометриялық емес есептерді шешу үрдісінде көрнекілік бейнелерді қолдана алу.

Геометрияны оқыту барысында оқу мақсатарын категорияларға бөлу және оны жүзеге асырудың әдітемесі.

Геометрияны оқыту әдістемесі – геометрия пәнінің ерекшеліктеріне негізделген оқу – тәрбие жүйесі жайындағы ғылым. Бұл жүйені меңгеру геометрияны оқыту және геометрия пәні арқылы оқушыларды тәрбиелеу ісін ұйымдастыруға мүмкіндік береді.

Геометрияны оқыту әдістемесі – педагогикалық ғылым, сондықтан да ол қоғамның талаптарына сай, педагогика ғылымы анықтап берген жалпы білім беру мен тәрбиелеудің мақсаттарымен міндеттеріне сәйкес құрылады[3].

Геометрияны оқыту әдітемесі мұғалімнің оқу материалдарын беру, оқушылардың геометриалық білімді санасы меңгеру және алған білімін практикада қолдану іскерліктерін шыңдау әдістері мен құралдарын тағайындайды. Дегенмен, әдістеме мұғалімге арналған ережелер мен тәлімгерліктің жиынтығы емес, геометрияны оқыту үрдісінің заңдылықтарын зерттейтін, мұғалімнің творчестволық ізденуіне бағыт беретін ғылым болып саналады.

Әдістеме оқу пәнінің мазмұнын, оқытудың әдістері мен түрлерін, тәрбие жұмысын өзара тығыз бірлікте, бір-бірімен байланыстыра зерттейді. Оның үстіне әдістеме оқу жұмысының ұйымдастыру құралдары мен жабдықтарын анықтайды. Сөйтіп, геометрияны оқыту әдістемесі мына сұрақтарға жауап іздейді:

Геометрияны неге оқытады?

Геометриядан нені алып оқытады?

Геометрияны қалай оқытады?

Геометрияны оқыту әдістемесі шартты түрде үш салаға бөлінеді:

Геометрияны оқытудың жалпы әдістемесі.

Геометрияны оқытудың арнайы әдістемесі.

Геометрияны оқытудың нақты әдістемесі.

Геометрия сабағында қойылатын жалпы мақсаттар.

Геометрияны оқытудың жалпы әдістемесі мектеп геометриясының бүкіл курсын қарастырады және оқытудың идеологиялық бағытын, оқыту мазмұны мен әдістерінің бірлігін, оқыту түрлерінің арасындағы байланыстарды, оқу үрдесіндегі тәрбие жұмысы элменттрінің тұтастығын қамтиды, оқушылар білімінің саналылығы мен баяндылығын қамтамасыз етеді.

Сабақтың мақсаты - деп сол сабақты оқытып үйретуде, тәрбиелеуде және одан әрі дамытуда мұғалімнің жеткшілігімен қол жетерлік соңғы нәтижені түсінеміз. Сабақтың мақсаты программа мен оқулықтың тиісті тақырыбын зерттеу негізінде анықталып, сабақтың мазмұнын, оқыту әдістрін және бүкіл сабақтың барысын жасауға әсер етеді. Мақсат анықталғанан кейін, сабақ құрылымын сол мақсатқа қол жететіндей етіп жасау керек.

Сабақтың мақсатына мынадай талаптар қойылады:

Сабақтың мақсаты: Оқушылар қандай білімді меңгеруге керек (білімділік мақсаты), қандай іскерліктер қалыптастырылады (практикалық және оқушыларды дамыту мақсаты), сабақтың оқушыларды тәрбиелеуге қосқан үлесі қандай (тәрбиелік мақсаты) тәрізді мәселелерге жауап беруі тиіс.

Сабақ мақсаты өте дәл тұжырымдалуға тиіс, яғни сабақта қандай білім, іскерлік және машықтар қалыптастырылатыны, тәрбиелік қызметінің мәні белгіленуі керек.

Мектепте өтілетін пәндер арасында бөлінетін сағат санының көптігі жөнінен математика қазақ тілі мен әдебиеттен кейінгі екінші орында тұр. Сондықтан да ол аса маңызды пәндердің бірі ретінде жан-жақты дамыған, білімді және тәрбиелі жас жеткіншектер дайындауда жалпы міндеттерді орындауға үлкен үлес қосуға міндетті.

Геометрияны оқыту бүкіл мектепке тән үш жалпы мақсаты көздейді:

Білім беру.

Тәрбиелеу.

Өмірлік - практикалық - білім - дағды дарыту.

Геометрияны оқытудың білімділік мақсаты барлық оқушыларды геометрия ғылыми негіздері туралы жүйелі білімдерімен және оларды толық, сапалы да берік игеруге қажетті білімділіктермен, дағдылармен қаруландыру болып табылады. Осындай білім алу нәтижесінде оқушылардың ақыл ойы дамиды.

Оқушыларға геомериялық білім дағдылар жүйесін берумен қатар, геометрия пәні мектепте басқа да білім беру міндеттерін атқарады.

Олар:

а) оқушылардың бізді бізді қоршаған ақиқат болмысты танып білудің геометриялық әдістерін игеруге жәрдемдесу ;

ә) оқушыларды ауызша жән жазбаша геометрия тіліне үйрету (қарапаймдылық, анықтық, қысқа да нұсқалық, толықтық);

б) оқушыларды геометрия бойынша алған білім, дағдыларын оқу және өз бетімен білім алу барысында белсенді түрде пайдалана білуге үйрету.

Дидактиканың талабы бойынша геометрияны үйрету білім жүйесін берумен ғана шектеліп қалмай тәрбиелік оқу болуы шарт.

Геометрияны оқытудағы тәрбиелік мақсат геометрияны үйрету барысында оқушыларды жан-жақты тәрбиелеуге мүмкіндік беретін барлық қолайлы мезеттерді пайдалану болып табылады. Тәрбиенің кейбір негізгі түрлерін көрсете кетейік. Олар:

а) оқушыларда ғылыми дүние танымын қалыптастыру. Бұл тұрғыда тарихи – геометриялық мағлұматтардың берері мол екендігін атап кеткен жөн.

б) шәкірттерде озық моральдық қасиеттер қалыптастыру.

Геометрияны оқыту үрдісінде мұғалім оқушыларды саналы тәртіпке, белсенділікке, қиындықты және білуге, бастаған істі аяғына дейін жеткізе білуге, табандылыққа, адалдыққа, жауапкершілікке, т.б. адамгершілік қасиеттерге тәрбиелеу үшін жан-жақты жұмыс жүргізуге міндетті. Мәселен, есеп шығару кезінде сыныпта , үйде мұғалім шәкірттерін есептің шешуін жауабына дейін жеткізуді талап етуінің үлкен тәрбиелік мәні бар.

Геометрия сабағында жастарды патриотизм және интернационализм рухында тәрбиелеуге мүмкіндік беретін мүмкіншіліктер мол. Бұл жөнінде, әсіресе, геометриядан тарихи материалдардың әсері күшті. Геометрия ғылымын дамытуда әл-Фараби, әл-Хорезми сияқты білімпаздар еңбектерімен таныстыру оқушыларды отандық мақтаныш сезіміне бөлейді. Сонымен қатар басқа елдер өкілдерінің де еңбегін айтпай кетуге болмайды. Осыдан барып бүкіл мәдениет, ғылым-адамзаттың ортақ байлығы, баршаның игілігі деген интернационалдық шынайы сезім туады[3].

Эстетикалық тәрбие. Геометрияның табиғатының өзі оқушыларды әдемілікке тәрбиелеуге бай мүмкіндік туғызады. Олардың бойында туа біткен эстетикалық сезімді оятады. Тек мұғалім мүмкін жағдайда бұған дер кезінде оқушылардың назарын аударып отыруы қажет. Эстетикалық тәрбиелеу ісінде кейбір есептердің ең «әсем» шешімін табуға баулудың да маңызы кем емес.

Геометрияны оқыту барысындағы іске асырылуға тиіс тағы бір ңегізгі міндет ол оқушылардың геометрияға деген ынтасын арттыру.

Геометрияны оқытудың бір мақсаты - өмірлік – практикалық мақсат болып табылады. Ол мынандай міндеттерді жүзеге асыруға бағытталған:

а) геометрия пәнін оқыту барысында алған білімдерді өмірлік практиканың қарапайым есептерің шешуге, физика, химия, сызу, ақпараттану (информатика) және есептеу техника негіздерінен т.б пәндерді оқып – үйренуге пайдалана білу;

ә) геометриялық құралдар мен аспаптарды пайдалана алу;

б) шәкірттердің өз бетінше білім алуын қамтамасыз ету;

в) политехникалық оқуда жүзеге асыруға қолқабыс тигізу.

Мектепте геометрияны үйретудің жалпы мақсаттарымен қатар тек геометрия пәніне тән арнайы, ерекше мақсаттары болады. Геометрия басқа ғылымдар ішінде ең дәл қатаң ғылым, оның әдістерін кең және терең қолданады. Бұл пәнді оқыту оқушыларды ғылыми ойлау әдістерімен қаруландырады. Сондықтан да саналы түрде таным әдістерін үйрету мектеп геометриясының айрықша мақсаттарының бірі болып саналады.

Геометряны оқытудағы арнайы мақсаттардың қатарына оқушылардың геометриялық интуициясын, кеңістік қиялын дамыту жатады. Бұл негізінен геометрия сабақтарында жүзеге асады. Мұнда ең алдымен көрнекі құралдар арқылы жазықтық және кеңістіктегі геометриялық фигуралардың геометриялық елесі, көрінісі қалыптастырылып, біртіндеп күрделі геометриялық фигураларды және олардың комбинациясын сызбалық дұрыс кескіндеуге машықтандырылады.

Қазіргі қоғам алға қойған жаңа талаптарға, міндеттерге байланысты мектеп геометриясының мақсаттары да үнемі біртіндеп өзгеріп отырады.

Геометрия сабақтарыда қойылатын арнайы мақсаттар.

Геометрияны оқытудың арнайы әдістемесі оқушылардың жасына, оқу материалының мазмұн ерекшеліктеріне сәйкес курсты оқытудың дербес мәселелерін қарастырады. Арнайы әдістеме белгілі бір тақырыпты немесе программаның бір тарауын оқытудың реті жайында жүйелі нұсқау береді, оқу құралдарын қалай қолдану жөнінде ұсыныс жасап, оқушылар өздігінен орындайтын жұмыстар мен жаттығуларға арналған тапсырмалар үлгісін көрсетеді, оқыту үрдісінің жеке мәселелерін қарастырады.

Геометрияны оқытудың негізгі дидактикалық принциптері

Педагогиканың дидактика деп аталатын тарауында кез-келген оқу пәнін оқытуға қойылатын жалпы, бірыңғай талаптар жиыны – дидактикалық принциптер тағайындалған. Геометрияны оқытуда басшылыққа алынатын негізгі дидактикалық принциптердің әрқайсысына қысқаша тоқталып өтейік.

1. Ғылымның принципі. Білімнің ғылымилығының мынадай үш белгіні қанағаттандыруы, оның сапалық көрсеткіші болып табылады:

а) білімнің мазмұны қазіргі ғылымның дұрыс екеніне оқушылар сәйкес келуі;

ә) танымның жалпы әдісінің дұрыс екеніне оқушылар сенімін қамтамасыз ету;

б) таным үрдісінің маңызды заңдылықтарын көрсету.

Бұл айтылған шарттар бір-бірімен тығыз байланысты және әрқайсысының алдыңғысы келесісінің қажетті шарты болып саналады[4].

Бірінші шарт бойынша геометрия материалдарын ғылыми тұрғыдан оқылатын геометрия пәні материалдарының теориялық дәрежесі жоғары болып ұғымдардың анықталуы мен сөйлемдердің (аксиомалар мен теоремалардың) тұжырымдалуы олардың мазмұнын дәл, толық және дұрыс ашып беретіндей болса, ол дәлелдеу үрдісі баянды және жүйелі жүргізілсе, сонда ғана ғылымилық принципі орындалады.

Екінші шарт бойынша оқытудың ғылымилық принципі ғылыми таным жөніндегі білім талап етіледі. Бұл білімнің ғылымилығының басты шарты ғана болып есептелінеді. Сондықтан бұл оқушылардың таным үрдісі жөніндегі ұғымдарын қалыптастыруға жеткіліксіз. Геометрияда ғылыми танымның тиімді әдістерінің бірі болып, қарастырылып отырған құбылыстың немесе үрдістің геометриялық моделін құру болып табылады. Себебі ғылымның әртүрлі саласында модельдеу әдісі кең түрде қолданылады.

Үшінші шарт бойынша оқушыларда таным үрдісі және оның заңдылықтары жөніндегі ұғымдардың қалыптасуын талап етеді.

Бұл айтылған ғылымилық принципінің шарттарын іске асыру үшін оқыту үрдісінде проблемалық оқыту және әр т үрлі зерттеу жолдары кеңінен қолданылуы керек. Түсінікті болу үшін оқу материалдарын бір мысалы келтірейік:

Мысалға, «үшбұрыш» ұғымын енгізу, оның түрлерін анықтау, анықтамасын беру қасиеттерін оқыту терең, кең мағынада қарастырылса, онда сабақтың ғылымилығын ашуға мүмкіндік алады.

Оқыту үрдісінде тәрбиелеу принципі геометрияны оқыту өз бетінше жеке дара жүргізілмей, шәкірттерге жан-жақты тәрбие беру функциясын қатар атқаруға міндетті.

Мысал: Қарастырылған ұғымды дұрыс меңгеру фигураны дұрыс кескіндеу және т.б. оқу үрдісінде тәрбиелік жағын ашып көрсетеді.

Геометрияны оқытудағы көрнекілік принципі. Ол оқушылардың оқу материалдарын қабылдау, талдау және жалпылау үрдісінің мәнінен туындайды. Оқу барысының әртүрлі кезеңдерінде көрнекілік түрліше функциялар орындайды. Геометрияны оқыту практикасы бұл принципті жүзеге асыруға бағытталған арнайы құрал-жабдықтар жасауды қажет етеді (геометриялық фигуралардың модельдері, кестелер, оқу диафильмдері, кинофильмдер т.б.).

Ескеретін бір нәрсе, көрнекілікті қалай болса солай қолдана бермей, тек қажеттілігіне, тиімділігіне қарай пайдалана білудің маңызы зор.

Мысал: «Үшбұрыштар» ұғымын бергенде сөз жүзінде баяндаушы қоса, фигуралардың модульдерін, суреттерін т.б. пайдалану арқылы болса, онда оқу үрдісінің көрнекілік жағын толығымен көрсетеміз[5].

Геометрияны оқытудағы білімнің берік болу принципі. Геометрияның үйретуде оқушылардың алған білімі, дағдылары берік болу үшін мұғалім:

а) өткен материалды қайталауда білікті түрде ұйымдастыра білу қажет;

ә) оқушылардың білім, дағдыларына дер кезінде бақылау жасап отыруға және мұнда орын алған алқылықтарды алдын ала біліп, оларды түзетіп отыруға тиіс;

б) оқушыларға берілетін есептердің, жаттығулардың және басқа тапсырмалардың жүйелілігіне айрықша мән беруі қажет т.с.с.

Мысал: «Тік бұрышты үшбұрыш» тақырыбын өтер алдында «Үшбұрыш» ұғымына қайталау жасап, білімді жүйелеу жүргізілсе, онда оқу үрдісінің беріктілігі көрсетіледі.

Библиографиялық тізім

1. Чичигин В.Г. «Методика преподавания геометри» /Планиметрия/ -М.:Учпедгиз, Москва 1959.

2.Әбілқасымова А.Е., Көбесов А.К., Рахымбек Д.Р., Кенеш Ә.С. «Математиканы оқытудың теориясы мен әдістемесі» Алматы, «Білім» 1998ж.

3. Көбесов А. «Математика тарихы» оқу құралы Алматы: Қазақ Университеті, 1997ж.

4. Рахымбек Д. Оқушыларды логика – методикалық білімдерін жетілдіру. Алматы 1998ж.

5. Рахымбек Д., Кенешев Ә. Математикалық ұғымдарды оқыту. Жезқазған, жу, 1997ж.

МЕКТЕП КУРСЫНДАҒЫ ГЕОМЕТРИЯНЫ ОҚЫТУҒА ҚОЙЫЛАТЫН ПЕДАГОГИКАЛЫҚ ЖӘНЕ ПСИХОЛОГИКАЛЫҚ ЖАҚТАРЫ

Ешенбаева А.Б.
Шымкент университеті

Математика ғылымының ең ежелгі салаларының бірі геометрия. Геометрия, математика тарихында үлкен орын алады және геометриялық фигуралар үшбұрыш, төртбұрыш, шеңбер, призма, пирамида, және т.б. туралы ғылым. Геометрия ғылымы, бізді қоршаған табиғи заттың сапасын емес, оның түрін зерттеп, өлшемдерінің өзара байланыстарын қарастырады. Геометриялық денелердің сыртқы кескіндерін анықтап, олардың пішіндерінің өлшемдерін табу қажеттілігі тұрмыста жиі кездеседі.

Осы жұмысымда үшбұрыштардың әр алуан түрлерін, олардың қасиеттерін жаңа технологиялар көмегімен оқушыларға қалай және терең түсіндіруге болатындығын айтып өткім келеді. Бүгінгі күні педагогикалық процестің бір маңызды бөлігі болып педагогтің оқушылармен өзара қарым-катынас жасауының жеке тұлғаға бағытталған түрі саналады. Қазіргі кезде адамды калыптастырып және оны жетілдіру, дамыту керек, тәрбиеленушінің өмірлік және кәсіби түрде өз орнын анықтауын жүзеге асыруына көмекгесу қажет.

Соңғы кезде жас өспірімдер сабақта жай ғана тындаушы рөлінде отырғысы келмейді, оларды мұғалімнің айтқандарын, дайын рецептерді жазып алу қызықгырмайды. Олар материалдармен танысу кезінде өздерінің жеке жұмыс істеп, ойлау қабілеттерін де көрсете алатын, ізденісте болғанын жүзеге асыра алатын оқытудың жаңа түрлерін күтеді.

«*Ешбір адамға білім алу мен жетілу жай беріле салмайды немесе тек айтумен ғана іске аспайды. Оған қол жеткізуге тырысатын әрбір жан соған өз еңбегімен, өз күшімен ұмтылуы тиіс*»,- деп Дистервег айткан болатын.

Сондыкган жас ұрпақты оқыту мен тәрбиелеуге жаңа көзқарас, жаңа тәсіл керек, жаңа педагогикалық ізденістер мен идеялар қажет, педагог рөлін арттыратын процесс жүргізілуі тиіс, бұрынғы педагог-информатордан қазіргі кездегі оқушыларға арналған технологияларды пайдалана алатын ұйымдастырушы педагог дәрежесіне көтерілу керек.

Педагогикалық тұрғыдан алғанда, бүгінгі күні білім беру технологияларының көптеген жетістіктерін игермей, сауатты маман болу мүмкін емес.

К.Д.Ушинский: «*Бала табиғаты көрнекілікті қажет етеді*»,- деген болатын. Яғни әр сабақты, әр тақырыпты үнемі жаңа көрнекі құралдарды қолдана отырып түсіндіру қажет. Тек сонда ғана бұл оқушылардың санасында терең әрі ұзаққа қалады. Қазіргі уақытта компьютердің көмегімен көптеген нәрселер жасауға болады. Оқушыларға математика тарихынан, сандардың пайда болуынан бастап, ұлы ғалымдардың өмірлері , шығарған еңбектері мен дәлелдеулеріне дейін қарап шығуымызға болады. Сол материалдарды қолдана отырып компьютердің көмегімен түрлі есептер, тапсырмалар, электронды оқулықтар әзірлеуге болады. Бұл тек кітапты оқып отырғаннан әлде қайда қызығырақ.

Геометрияны оқытудың басты мақсаттарының бірі оның теориялық негіздерінің білу және оларды практикада қолдану дағдыларын меңгеруде. Сонымен қатар оқушылардың логикалық ойлауын, дәлелдеу қабілетін, талқылауларды себептеу, ойды дәл және анық тұжырымдай білу мәселелері де маңызды міндеттер болып табылады. Геометрияың мектептік курсын оқытуда бұдан басқа да мәселелер шешіледі. Олар: оқушылардың кеңістік түсінігі мен елестете білуін дамыту, қоршаған ортаны геометриялық тұрғыдан көре білу және т.б.

Жұмысымыздың педагогикалық жағын ашып көрсетуде әдебиеттерді пайдаланып, талдаулар жасау арқылы оқушыға пәндік тәрбие, адамгершілік тәрбие, эстетикалық тәрбие және т.б. іскерліктерін қалыптастыру мақсатында жұмыс жасалған.

Жұмысымыздың методикалық жағын ашып көрсету барысында оқу үрдісіне қойылатын талаптар мен мақсаттарды және оларды жүзеге асыру жолдарын басшылыққа алдым.

Мектеп курсындағы математикадан оның ішінде геометрия оқу үрдісі және сабаққа қойылатын мақсаттарды жүзеге асыру барысында кейбір қиындықтар кездесіп жүргенін практикада дәлелдеп отыр. Сондықтан бұл үзілісті толықтыру үшін ұсыныс қажет.

Осы саланы қарастырғанда біздің зерттеу тақырыбымыздың актуалдылығы анықталады.

Педагогика және психология ғылымдарның көкжиектері.

Педагоика – дамуды тәрбиелеу жөніндегі ғылым. Тәрбие – дегеніміз адамның рухани дамуына және қоғамдағы өмірі мен еңбегіне дайындық жұмысына басшылық ету. Сонымен қатар тәрбие жұмысына баланың өндіріс пен мәдениеттің дамуында белсенділік көрсетуі, оның адамдық болмысының қалыптасуы, білім алуы, оқып-үйренуі, яғни, жеке адамның жан-жақты қалыптасу құбылысы жатады.

Жалпы, педагогика жеке адамның мінез – құлқының, ой – қиялының, таным – тәрбиесінің, табиғи болмысының қалыптасуын бағыттауда адамзаттың осы кезге дейін жинақталған жүйеленген бай іс – тәжірибесін, ғылым жетістіктерін басшылыққа алады.

Қазақстанның өз алдына ел болып, отау ктеруіне сай бүкіл ғылым мен білімнің дамуы қайта қарап шығуды қажет етеді. Соның ішінде педаогика және психология ғылымдарының алатын өзіндік орны, атқарар қызметі бар. Оның табыстарын орынды қолдану, мүмкіндігінше кеңінен пайдалану бүкіл қоғамымыздың дамуына тікелей әсер ете алады.

Соңғы кезде республика өмірінде болып жатқан күрделі өзгерістермен бірге педагогика саласында да айтарлықтай бой көрсете бастады. Халқымыз өз болашағына жауаптылықпен қарап, өсіп келе жатқан жаңа буынға қалай білім беріп, қалай тәрбиелейміз деген заңды сұрақ қойып отыр. Бүкіл білім беру жүйесінде демократияландыру, ізгілендіру принциптерін кеңінен енгізу қажеттігі туды.

Теориялық және практикалық тұрғыдан алғанда педагогика мен психология саласындағы түбегейлі зерттеулердің алдында мынадай түйінді мәселелерді шешу проблемасы тұр: жаңа мектептерге сай білім мазмұнына жетудің жолдары мен әдістері қандай, оны республикамыздың жаңа идеологиясымен қалай ұштастырамыз, оқудың тиімділігін анықтаудың сындарлы жолдары қандай, үздіксіз білім беру жүйесін қалыптастыру үшін қандай теориялық және әдіснамалық негіздерге сүйену керек, педагогикалық жаңалықтарды өмірге енгізудің оңтайлы әдістері қандай т.б.

Жаңа білім беру мен тәрбиелеу теориясын қалыптастыру үшін педагогика ғылымының алдында адамды бүтіндей тану проблемасы, соның ішінде оның микродүниесіне сай мінез құлқын ескере отырып әсер етудің ұтымды жолдарын анықтау тұр. Адамның жеке ерекшеліктеріне, мүмкіншіліктеріне орай қызмет ететін біртұтас педагогикалық жүйені қалыптастыруға байланысты психология саласында жүргізуге тиісті зерттеулер көп – ақ. Солардың бірі «Полиэтникалық әрекеттесу жағдайында дара тұлғаның онтогенездегі дамуының психология ғылымының кандидаты А. Нурахунованың жетекшілігімен жас ерекшелігіне сай әрбір адамның өзіне ғана тән ерекшеліктерімен қатар жалпылама сипаттамаларын да анықтау бағытында зерттеу жүргізіліп отыр. белгілі бір жасқа сай келетін сатыда баланың мінез – құлқындағы және әлеуметтік өзгерістегі, ең бастысы, оның санасына, қоршаған ортаға қатынасына, бүкіл дамуына тікелей әсер ететіні анықталады.

Мұнымен қатар қазіргі заманның талбынан шығатын тақырыптың бірі – «Қазіргі мектепте білім беруді дамытудың негізі ө оқытудың жаңа ақпараттық технологиялаы» деп аталады. Физика – маематика ғылымының кандидаты Ж. Қараев жетекшілік ететін зерттеушілер оқыту мен тәрбиелеу ісіне компьютерді қолданудың психологиялық – педагогикалық тұжырымдамасын дайындап, бүкіл мектептік білім берудің әдістемелік жүйесінде жаңа ақпараттық технологияның атқарар қызметі мен мәнін анқтаумен айналысады.

Егеменді ел өз алдына тәуелсіз мемлекет болып, Қазақстан Республикасының дүние жүзіне танылуы үшін ғылым мен білім бағытында жұмыстар атқарылуы тиіс.

Халық педагогикасын геометрия сабақтарында насихаттау

Ғасырлар бойы даналығымен, өміршеңдігімен дәлелденген халқтық педагоиканы тәлім – тәрбиенің түп қазығына айналдыру ата - ананың да, мектеп ұйымының да асыл борышы. Әсіресе, халқымыздың тілін, тарихын, ұлттық дәстүрін, ат салтын ұмытып, имандылығы азая бастаған бүгінгі ұрпақты тәрбиелеуге ат салысу жалпы ұлтымыздың үлкен міндеті.

Халқымыздың бала тәрбиесінде атам заманнан жинаған мол тәжірибесі бар. Оны халқымыз ең жақсы қасиеттермен байытып, ұл – қыздарының бойына сіңіріп отырған, халықтық тәрбие ғасырлар бойы сараланып, ұлттық тәлім – тәрбие дәстүрімен тығыз байланыста дамып, өсіп - өркендеп, ұрпақтан – ұрпаққа жалғасып, осы күнге дейін жетіп отыр. Осы мұрамызды ескеріп жалпы білім беретін қазақ орта мектептерінің жасалып жатқан тұжырымдамасында қазақ халқының ұрпақ тәрбиелеудегі өмір тәжірибесі, салт-дәстүрлері, шаруашылық жүргізу тәсілдері, рухани байлық, сондай-ақ республиканың тарихи экономикалық экология ерекшеліктері барлық пәндерді оқытқанда көрініс беріп отырса құба-құп болар еді.

Геометрия пәнін оқытудағы тәжірибелерде шәкірттерге ұлттық тәлім-тәрбие беруге, қазақты тұрмыстық салт-дәстүрлері, әдет-ғұрыптары туралы түсінік беруге болатынына көз жеткізуге болады. Геометрия сабақтарында шәкірттерді халықты педагогика негізінде тәрбиелеу жұмыстары оқушылардың пәнге деген қызығушылығын тудырады.

Мектепте геометрия пәнін оқушылардың оқып-үйрену үрдісі кезінде олардың геометрия бойынша (алынған) қабілетін (геометриялық қабілет) дамыту үрдісімен қабаттаса жүруі қажет. Геометрия пәніне деген қабілет – ойлау қабілеті, шығармашылық қабілеті, т.б қабілеттер түрінде көрініс беруі мүмкін. Кез келген қабілет, оның ішінде геометрияға деген қабілет әрқашан даму үстінде болуы шарт, олай болмаған күнде, тоқырауға ұшырайды немесе жеке тұлғаның қабілеттен айырылу үрдісі басталуы мүмкін. Сондықтан оқу үрдісінің алдына мақсат қойғанда немесе күнделікті тақырыптың масатын қойғанда жоғарыда айтыған мәселелер қамтылуы керек.

Геометрияны оқытудың басты мақсаттарының бірі оның теориялық негіздерін білу және оларды практикада қолдану дағдыларын меңгеруде. Сонымен қатар оқушылардың логикалық ойлауын, дәлелдеу қабілетін, талқылауларды себептеу, ойды дәл және анық тұжырымдай білу мәселелері де маңызды міндеттер болып табылады. Геометрияның мектептік курсын оқытуда бұдан басқа да мәселелер шешіледі. Олар: оқушылардың жазықтық, кеңістік түсінігі мен елестете білуін дамыту, қоршаған ортаны геометриялық тұрғыдан көре білу және т.б.

Мектеп геометрия курсының көкейтесті мәселері ол – бұл курстың

мазмұнының ғылыми құндылығын, оқу материалдарының түсініктілігін арттыру, мамұнды геометриялық есептердің ролін күшейту, оқушыларды шамадан тыс жүктемелерден құтқару және т.б.

Оқушылар білімдерін жүйелеу.

Әр сабақ – мұғалімнің шығармашылығына қажет үрдіс. Сабақтың мазмұнды өтіп, оқушылардың оқу материалдарын тез меңгеруі үшін қалыптасқан оқу әдістері мен тәсілдерін халықтық педагогикамен ұштастыра отырып өткізудің геометрия пәніне әсері зор.

Қазіргі таңдаған мектеп оқушыларының геометриялық білімін талапқа сай деп айтуға болмайды. Жоспар бойынша геометрияны оқып үйрену үшін айтарлықтай уақыт бөлінгенімен, көп жағдайда, білім формальді болып, естен тез шығып кететіні бәрімізге мәлім.

Мұның негізгі себебі, оқыту әдістемесінің кемшілігі екендігі талас туғызбайтын мәселе. Қолданылып жүрген дәстүрлі оқыту әдістемесі оқушы бойында тезірек дағды қалыптастыруға бағытталған.

Оқушылардың геометриялық қабілетін қалыптастыру және дамыту

туралы көп айтылып та, жазылып та жүр. Бірақ оқушылардың бойында пәнге деген қызғушылықты оятпайынша, олардың геометриялық қабілетін қалыптастыру да, дамыту да мүмкін емес.

Оқушылардың білімін дамытуда пайданылатын оқытудың заңдылықтары. Математика пәні басқа пәндерге қарағанда оқушылардың ойлау қызметі мен есте сақтауын көбірек қажет етеді. Сондықтан математика сабағын ұйымдастыру үрдісінде оқушылардың ойлау қызметін арттыруға, ынталандыруға ерекше көңіл аудару керек.

Оқушыны ынталандыратын буындарға төмендегі үрдістер жатады:

а) анықтамалар, теоремалар, заңдар және әртүрлі ережелер мен соған сәйкес түрі өзгертілген ережелерді материалдармен танысу кезінде еске түсіру, есеп шығаруда пайдалану;

ә) модельдер, графикте, диаграммалар, суреттер арқылы көрнекі бейнелерді елестету;

б) белгілер мен символдарды түрлендіру, қолдану;

в) түсінуге көмектесетін түрлі талдаулар мен пайымдаулар жүргізу.

Тағы бір заңдылық « Кең көлемдегі материал ынтасыз меңгеріледі. Кейбір материалдар көлемі көп болса, оқушы оны үйде қызықсыз оқиды, не мүлдем оқымай қояды. Сондықтан мұғалім үйге тапсырма бергенде сол параграфтың қай жерін оқу керек, қай жерін тастап кетуге болатынын ескерту керек».

Көбінесе мұғалімдер ережені жаттауды талап етіп, практикалық жұмыс жүргізбейді, бұл сол материалдың ұмытылуына әкеліп соғады.

Әрі қарай бірнеше заңдылықтарды айтып көрелік:

1.Егер оқушы түсіндірілген материалды меңгеруге бағытталған белсенді ойлау қызметін атқарса, ол сол материалды оңай меңгереді.

2. Ойлау қызметінің кез келген түрін қолдану материалды тиімді түрде меңгеруге әкеледі.

3. Материалды түсіріндіруден кейінгі ең алғашқы уақытта ұмыту кездеседі де, кейінгі жұмыс кезінде біртіндеп жойылады.

4. Материалдарды әр түрлі жолдармен қызмет аясын кеңейтіп қайталау сол материалды бір ғана түрде меңгеруден пайдалы болып табылады.

Мысалы: Сабақ кейде үй тапсырмасын тексеруден басталса, кейде жаңа сабақ түсіндіріліп содан кейін үй тапсырмасы тексеріледі. Сонда психологтардың айтуы бойынша сабақты ұйымдастырудың екінші түрі тиімді көрінеді. Оқушының қабылдануының да бірнеше заңдылықтары бар екен.

Біздің қабылдау органдарымызға аз күш түсіретін ойластырылған анықталған жүйемен түсіндірілген материалды қабылдау жеңілденеді. Алдын - ала бақылай білуге даярлық, нақты қойылған мақсат ол адамның білімі мен өмірлік тәжірибесі қабылдауды байыптады.

Оқушыардың математикалық қабілеттерін дамыту.

Қазіргі мектепте оқыту мен тәрбие жұмысын ұйымдастырудың оқушыны субъективті жеке тұлға деп қарауға бағытталуы қоғамның әлеуметтік қарым–қатынастарды гуманизациялауға деген қажеттілігінен туындайды.

Ең жалпы жағдайда, оқытудағы негізгі мақсат оқушылардың дамуы, соның ішінде олардың интелектуалдық дамуы болып табылады.

Оқу мен тәрбиенің интеллектуалдырылуы оқушылардың ой-өрісінің, ойлау қызметінің дамуымен байланысты. Ал олардың ой - өрістерінің, ойлау қабілеттерінің дамуы жалпы қабілеттердің, соның ішінде матемаикалық қабілеттердің қалыптасуы мен дамуына да байланысты болып келеді.

Оқушылардың математикалық қабілеттерін қалыптастыру мен дамытуға – бағытталған интенсивті оқыту жүйесін құру математикалық қабілет ұғымын, оның құрылымын, ойлаудың сабақтастық деңгейлерін қалыпастыруды талап етеді.

Оқушылардың оқып – үйрену қабілеттері салыстырмалы түрде, өзіндік оқу–танымдық қабілет тобын құрайды. Оқуға деген қабілеттілік білімді тез игеру мен оны дұрыс қолдану, стандарт емес есептерді шығара алу т.с.с. іс - әрекеттерді өз – бетімен жүзеге асыруда айқын байқалады.

Математиканы оқыту деп математикалық білімді игеруге үйрету мен сол білімге ие болудағы танымдық іс - әрекеттің дидактикалық негізделген үйлесімділігін түсінеді.

Оқыту үрдісінде математикалық білімді, біліктілікті жән дағдыны игеру мен қолданудың ерекшеліктеріне негізделген іс-әрекетті шартты түрде математикалық іс-әрекет деп атайды. Әрине оқу – математикалық іс-әрекет ғылым – математикалық іс-әрекеттен өзгеше, бірақ оқушы өзінің даму шеңберіне пара-пар математикалық іс-әрекетті жүзеге асыруға қабілетті.

Оқушыларда, математиканы оқып үйрену кезінде қалыптасатын математикалық қасиеттін құрлымын арнайы зерттеген ғылм-педагог В.А.Крутецкий математикалық қабілет ұғымына келесідей сипаттама береді.

Математиканы оқып – үйрену қабілеттілігі деп оқу үрдісінде атқарылатын математикалық іс-әрекеттің талабына сай және әр түрлі тең жағдайларда математиканы пән ретінде шығармашылық деңгейде (мысалы математикадан білімді, біліктілікті, дағдыны салыстырмалы түрде тез, терең игеру т.с.с) игеруді қамтамасыз ететін жеке даралық-психологиялық ерекшеліктерді түсіну қажет.

Математикалық жалпы қабілет құрылымы келесідей негізгі компонеттерден тұрады:

Математикалық материалдың мазмұнын формалды деңгейде қабылдау, есептің формалды қалпын түсіну.

Математикалық объектілерді, қатынастарды және амалдарды тез және кең түрде жалпылай алу.

Математикалық ойлау үрдісін және оған сәйкес әрекеттер жүйесін ықшамдау, ықшамдалған құрылым бойынша ойлауды жүзеге асыру.

Математикалық іс-әрекет негізінде туындайтын ойлау үрдісінің икемділігі.

Ойлау үрдісінің тездігі және еркін түрдегі бағыттылығы ойлаудың тура бағытынан оған қарама-қарсы бағытына көше алу.

Айқындыққа, қарапайымдылыққа, икемділікке және тиімді ойлауға талпыну.

Математикалық есепті шығара алу.

Әр түрлі қабілетттердің айқындалуы мен олардың дамуы тек іс-әрекет үрдісінде жүзеге асатыны көптеген ғылымдардың еңбектері арқылы дәлелденіп отыр.

Математикалық қабілеттің ойлау іс-әрекетіндегі «затандырылуын» математикалық ойлау деп қарастыруға болады.

Математик ғылымының дамуы бағыттарына сәйкес математикалық ойлаудың келесіндей төрт типі айқындалған: логикалық, формалдық, интуициялық және амалдық.

Математиканың әр түрлі салаларына, ерекшеліктеріне байланысты математикалық ойлаудың компоненттерінің келесіндей топтары да бөлініп көрсетілген.

Аналитикалық, геометриялық, гормониялық.

Алгоритімдік, геометриялық, логикалық.

Екінші топтағы компонеттердің нақты сипаттамасы келесіндей:

Күрделі әріптік өрнектерді тиімді түрлендіре алу (есептеу қабілеті);

Геометриялық есептеу;

Дәйекті логикалық ой жүгірту.

Геометриялық қабілет.

а) берілген кескін үйлесімін талдау және толықтыру (суреттерді, фигуралардың модельдері немесе ойша елестетуді есептерді шығару идеясын іздестіруде қолдануды қоса есептегенде) негізінде қажетті мәлеметтерді ала алу;

ә) берілген есептердің мәлеметін геометрия тіліне көшіре алу және геометриялық емес есептерді шешу үрдісінде көрнекілік бейнелерді қолдана алу.

Геометрияны оқыту барысында оқу мақсатарын категорияларға бөлу және оны жүзеге асырудың әдітемесі.

Геометрияны оқыту әдістемесі – геометрия пәнінің ерекшеліктеріне негізделген оқу – тәрбие жүйесі жайындағы ғылым. Бұл жүйені меңгеру геометрияны оқыту және геометрия пәні арқылы оқушыларды тәрбиелеу ісін ұйымдастыруға мүмкіндік береді.

Геометрияны оқыту әдістемесі – педагогикалық ғылым, сондықтан да ол қоғамның талаптарына сай, педагогика ғылымы анықтап берген жалпы білім беру мен тәрбиелеудің мақсаттарымен міндеттеріне сәйкес құрылады.

Геометрияны оқыту әдітемесі мұғалімнің оқу материалдарын беру, оқушылардың геометриалық білімді санасы меңгеру және алған білімін практикада қолдану іскерліктерін шыңдау әдістері мен құралдарын тағайындайды. Дегенмен, әдістеме мұғалімге арналған ережелер мен тәлімгерліктің жиынтығы емес, геометрияны оқыту үрдісінің заңдылықтарын зерттейтін, мұғалімнің творчестволық ізденуіне бағыт беретін ғылым болып саналады.

Библиографиялық тізім

1 Чичигин В.Г. «Методика преподавания геометри» /Планиметрия/ -М.:Учпедгиз, Москва 1959.

2 Әбілқасымова А.Е., Көбесов А.К., Рахымбек Д.Р., Кенеш Ә.С. «Математиканы оқытудың теориясы мен әдістемесі» Алматы, «Білім» 1998ж.

3 Көбесов А. «Математика тарихы» оқу құралы Алматы: Қазақ Университеті, 1997ж.

4 Рахымбек Д. Оқушыларды логика – методикалық білімдерін жетілдіру. Алматы 1998ж.

5 Рахымбек Д., Кенешев Ә. Математикалық ұғымдарды оқыту. Жезқазған, жу, 1997ж.

БАҚЫЛАУ ЖӘНЕ ЭКСПЕРИМЕНТ ӘДІСІН МАТЕМАТИКАНЫ ОҚЫТУДА ҚОЛДАНУ

Кемелова К.А.
Шымкент университеті

Аннотация

Бақылау зерттелетін объектілерді мақсатты және жүйелі түрде тікелей қабылдау арқылы зерттейтін діс. Психологтар объектілерді қабылдаудың мазмұны және бағыттылығы бізді қоршаған ақиқат дүние туралы адамның қандай білімдері, тәжірибесі бар екендігіне байланысты болатындығын анықтайды.

Қабылдауды мынадай жоспар бойынша жүргізуге болады:

1. Бақылаудың мақсатын анықтау.
2. Бақыланатын объектілердің маңызды (елеулі) қасиеттері мен ерекшеліктерін ашу.
3. Бақылау кезіндегі алынатын ақпараттарды есепке алып отару тәсілдерін анықтау.
4. Зертелетін объектілердің ерекшеліктері мен белгілері арасындағы өзара байланысты тағайындау.
5. Бақылау нәтижелеріне талдау жасау, қорытындылар тұжырымдау.

Мысал. $У=2^x$ көрсеткіштік функцияның қасиеттерін оқып үйренуде мынадай кесте құрастырылады.

X	-2	-1,75	-1,5	......	2	3	.....
$У=2^x$	0,25	0,30	0,95	.....	4	8	......

Кестеге қарап отырып оқушылар 2^x өрнегінің мәндері айнымалы (аргумент) х-тің кез келген мәнінде оң болатындығын, жәнех-тің мәні артқан сайын функцияның мәні артатындығын көреді. Оқушылар $у=2^x$ функция рационал сандар жиынында оң және өспелі болатындығы туралы болжам жасайды да, ол қасиеттерді аналитакалық түрде дәлеледейді.

Эксперимент (тәжірибе) – танып білудің ең тиімді әдістерінің бірі болып табылады. Экспкримент – зерттеушінің тікелей белсенді араласуы арқылы зерттелетін объектінің тікелей белсенді араласуы арқылы зерттелетін объектінің қаситеттерін анықтау мақсатында әдейі арнап қажетті жағдайлар туғыза отырып танып білу әдісі.

Тану қызметінде орындалатын жұмыстың мазмұнына қарай эксперимент тексеруші және демонстрациялау болып бөлінеді. Эксперимент тікелей өзін немесе оның моделін қарастыру арқылы жүзеге асырылады. Ғылыми тануда ойлау ойлау арқылы жүргізілетін эксперимент ерекше орына лады. Бұл формальді – лошгикалық іс - әрекетерді жүзеге асырып қана қоймай, объектінің бейнелері мен моделдерін зерттеу нәтижесіндегі жаңа білімдерге жету қызметі болып табылады.

Нақты (реальды) эксперименттің элементтері:

1) мәселені қою және болжам жасау;
2) объектілерді зерттеудің эксперименттік алғышарттарын жасау;

3) салдарды белгілеу және оның себептерін тағайындау;

4) жаңа құбыоыстарды және олардың ұқсастығын сипаттау.

Таным әдістерінің ішінде ең кең тараған және әмбебап әдістердің бірі- салыстыру.

Зерттелінетін объектілердің ұқсастықтары мен айырмашылықтарын ойша тағайындау салыстырудеп аталады. Ғылымда салыстыра отырып байқау және өзгерісті айыра алу, адамның ойлау қызметінің негізін қалайтындығы тағайындалды. Салыстыруға жүгінбей бір де бір ұғымның өзін құруға болмайды.

Салыстыру нәтижесінде дұрыс қорытынды алу үшін мынадай шарттар орындалу қажет:

1. Тек біртекті объектілерді салыстыруға болады.

2. Объектілерді бірдей белгісі бойынша салыстыру, ол толық болып аяғына дейін жеткізілуі тиіс.

Салыстыру деген, бұл:

а) оқытылатын объектілердің елеулібелгілерін бөліп көрсету;

б) объектіні басқадан бөліктеп тұратын белгілерді табу;

в) осы белгіілер арқылы объектілерді салыстыру.

Ұқсаса математикалық фактілерді салыстыру білімдерді меңгеруді жеңілдетеді, кейбір математикалық ұғымдардың тұжырымдамаларын формальді трафареттік жаттап алуын болдырмауға көмектеседі, математикалық ұғымдар арасындағы себеп-салдарлық байланыстарды тағайындауға жәрдемін тигізеді, өздігінене ғылыми ізденіс жасай білуімен дағдыларының қалыптасуына ықпал етеді.

Салыстыруды тану үрдісінің басқа әдістерімен бірегей қолданғанда, бізді қоршаған дүниенің заттары мен құбылыстарын зерттеудің тиімді құралы бола лады.

Математиканы оқыту үрдісінде салыстыруды пайдалануға мысал келтірейік.

Мысал: Жазықтықты және кеңістікті түрлендіруді оқып үйренудегі сабақтастық – геометрия курсының басты басты идеяларының бірі болып табылады. Орын ауыстыру туралы алғашқы түсініктер 5-6 сыныптарда қалыптаса бастайды, 7-9 сыныптарда жазықтықты түрлендірудің, ал 10-11 сыныптарда кеңістікті түрлендірудің анықтамалары беріледі.

Бұл мәселелерді салыстырудың маңзы ерекше. Жазықтықты және кеңістікті түрлендірудің ортақ қасиеттерін қарастырайық.

Жазықтықта және кеңістікте мынададай ортақ қасиеттері бар:

а) Теңбе-тең түрлендіру – орын ауыстыру.

б) екі орын ауыстырудың комбинациясы да орын ауыстыру;

в) үш орын ауыстырудың комбинациясында ассаоциативтік қасиеті орындалады.

г) орын ауыстыруға кері түрлендіру – орын ауыстыру.

Бұдан жазықтықта орын ауыстару да топ құрайтынын білеміз. Орын ауыстыруларда орындалатын және басқа қасиетердің тізбесін келтіруге болады:

а) Бір түзуде жатқан A_1,B_1,C_1 нүктелерге бейнеленеді және олардың реті сақталады;

б) Сәуле сәулеге бейнеленеді;

в) түзу түзуге, жазықтық жазықтыққа бейнеленеді;

г) фигура тең фигураға бейнеленеді;

д) екі параллел жасықтық екі параллел жазықтыққа бейнеленеді.

Математиканы оқыту үрдісінде кең түрде қолданылатын аналитикалық және синтетикалық әдістерді қарастырайық.

Теорияларды дәлеледеу кезінде теореманың шартынана оның қорытындысына қарай жүретін логикалық тізбектер құрылады. Теореманың қорытындысының дұрыстығы теореманың шартынана басталып, бұрыннан белгілі сөйлемдердің (аксиома, бұрын дәлеледенген теорема,т.б.) логикалық салдары ретінде тағайындалады. Дәлелдеудегі осындай әдіс синтетикалық әдіс деп аталады. Синтетикалық әдіс дәлеледеу барысында, дәлелденетін сөйлемнің өзіне, не оған қарама-қайшылыққа келуі ықтимал. Егер дәлеледу барысында қарама-қайшылыққа келсе, онда теорема дұрыс емес деген қорытынды шығарылады. Ал егер синтетикалық дәлеледеу барысында дұрыс тиянақтар таңдап алынса, онда дәлеледеу міндетті түрде дұрыс нәтиже береді.

Синтетикалық әдістің мәні бұрыннан белгілі сөйлемдер аралық салдар ретінде алынып, дәлеледенетін сөйлемге логикалық жолмен жақындатылуында болып табылады. Синтетикалық әдіспен длелденген теорема дәлелдеудің негізгі идеясы мен дәлелдеу барысын қысқа да ықшамды баяндауға мүмкіндік береді. Бірақ мұғалім кейбір жағдайларда синтетикалық жолмен баяндауды аналитикалық тәсілмен ауыстырып отыруы керек. Бұл оқушылардың танымдық қызметін белсендіреді және дәлелдеу жолдарын саналы түрде іздестіре отырып, синтетикалық жолмен баяндалған материалын саналы түрде түсінуіне мүмкіндік береді.

Математиканы оқытуда қарастырылған әдістермен және өрлей анализ әдісі деп аталатын әдіс те қолданылады. Өрлей анализ әдісінің мынадай ерекшеліктері бар: бұл әдіс бойынша дәлелдеуді жүзеге асырудың басы – қорытынды болады да, пайымдау теореманың немесе есептің қорытындысынан бастап жүргізіледі. Дәлелдеудегі логикалық қадамдардың әрбір сатысына өту негізделіп отырылады. Сондықтан дәлелдеу оқушыларға ойдан шығарылған, жасанды сияқты болып көрінбейді. Сол себепті өрлей анализ әдісін оқыту үрдісінде қолдану пайдалы. Бұл әдіс оқушылардың көпшілігінің түсінуіне де оңай, себебі әдісті практикалық пайдалану сүлбесі өте қарапайым. Өрлей анализ әдісі бірінен соң бірін шешештін екі сұрақтың мәнін ашуға келеді.

1) Нені дәлелдеу керек;
2) Оны дәлеледеу үшін нені дәлелдеу керек.

Өрлей анализ әдісін пайдалануды меңгеру оқушылардың өз бетінше жұмыс істеуін жетілдіреді. Логикалық ойлаудың дамуына ықпал етіп, математикалық тұжырымдамаларды дәлелдеудің мәнін дұрыс тұсінуге әсер етеді.

Қарсы жору арқылы дәлелдеу деп аталынатын әдістің алгоратимі мынадай:

1. дәлелденетін сөйлем жалған деп алынып, оған қарама –қарсы ұйғарым дұрыс деп жорылады;
2. осының нәтижесінде әр түрлі жағдайлар белгіленеді;
3. әрбір жағдайдың салдарында теореманың шартына немесе тағайындалған сөйлемге қайшылыққа келеді;
4. қайшылықтың болуы біздің жоруымыздың дұрыс еместігін бідіреді;
5. дәлелденетін сөйлемнің қорытындысы дұрыс екен делінеді.

Математиканы оқытуда жалпылау және нақтылау әдісі.

Теориялық мәселелердің құрылуы мен қорытындылаудың көп тараған, қарапайым әдістерінің бірі жалпылау. Жалпылаудың методологиялық нігізін, бізді қоршаған дүниенің заттары мен құбылыстарының өзара шарттылығы туралы диалектиканың қағидаларын құрайды. Қарапайым жалпылаудың өзі дүниенің байланысын адамның терең түсінуінің негізін қалайды.

Ғылым тарихында қарама- қарсы екі үрдістің диалектикалық бірлікте болатындығы айқын көрінеді.

1) эмпирикалық жолмен жинақталған материалдар жалпыланады да, жалпы заңдылықтар тағайындалады;

2) тағаындалған заңдылықтар шындық дүниенің нақтылы объектілері мен құбылыстарына қолданылады.

Бұл үрдістер мектеп математика курсында оқытылатын теориялық материалдарды, заңдылықтарды жалпылау және нақтылау есептері, ұғымдардың кеңеюі мен тарылуы т.б. түрінде көрініс табады.

Математикада жалпылау деп M жиынның элементтерін қарастырудан N жиынына өту, N жиынының өзіне тән ішкі жиыны болатын және M жиынымен изоморфты N жиынын қарастыру, ал нақтылау, керісінше екінші жиынның элементтерін қарастырудан бірінші жиынның элементтерін қарастыруға көшу деп түсініледі.

Жалпылау кезінде қандай да жиынды қарастырудан щны қамтитын жиынға көшу жүзеге асады. Сондықтан алдымен бірінші жиынның барлық қасиеттері дәлелденеді де, одан соң бірінші жиын үстіндегі барлық қасиеттер дәлелденеді.

Оқушылардың жалпылау мен нақтылауды нәтижелі меңгеруінің негізгі көзі, олардың құрылысын білуінде.

Жалпылау – бұл:

а) қарастырылып отырған объектілерді салыстыру;

ә) олардың ішіндегі ең бастысын, жалпы белгілерін бөліп алу;

б) оларды осы белгілер бойынша біріктіру.

Объектілерді жалпы белгілері бойынша біріктіру былай жүргізіледі:

1) не тұрақтыны айнымалымен алмастырады;
2) не зерттейтін объектіге қойылатын шектеулер жойылады.

Нақтылауда – не айнымалы тұрақтымен алмастырылады, немесе зерттелетін объектіге қандай да бір шектеу қойылады.

Мысалы, “төрбұрыш” оқытуда мұғалім жалпылау мен нақтылауды қолдану және бұл әдіс туралы тұсінік қалыптастырудың мүмкіндігі мол. “Төртбұрыш ” ұғымының нақтылануы “дөңес төртбұрыш” және “дөңес емес төртұрыш”. “Дөңес төртбұрыш ” болса, “параллелограм”, “трапеция” ұғымдарының жалпылануы. “Ромб”, “параллелограмм”, “дөңес төртбұрыш”,”төртбұрыш”, “көпбұрыш” тізбегіндегі әрбір ұғым алдыңғысының жалпылануы, ал алдыңғысы кейінгісінің нақтылануы.

Ұғымдарды жалпылау мен нақтылауды ұтымды жүргізу нәтижесінде ұғымды саналы игеруге, олардың арасындағы логикалық байланыстарды тағайындауға және жүйелеуге қолайлы жағдай жасалады.

Жалпылау мен нақтылаудың “теңдеу”, ”функция”, ”жазықтықтарды көшіру”, ”кеңістікті түрлендіру”, “көпжақтар”, т.б. тақырыптарды оқытуда маңызы зор.

Матемтикалық объектілердің кейбір қасиеттерін оқып үйрену барысында, ол қасиеттердің бақа бір бұрынан белгілі объектілердің қасиеттерімен сәйкес келіп қалуы мүмкін. Осындай сәйкестіктерді тағайындау нәтижесінде, ол боъектілердің басқа қасиеттері де сәйкес келеді деп жорамалдауға болады. Осы түрдегі пайымдау аналгияның негізін қолдайды.

Аналогия – объектілердің кейбір белгілерінің ұқсастығына сүйеніп, олардың басқа белілерінің де ұқсас болатындығы туралы қорытынды шығаратын таным әдісі. Аналогиялық айрықша сипаты бір жүйедегі қатыстар мен қасиеттерді екінші жүйеге көшіру болып табылады. Оқушылардың бір объектіні оқып үйренудегі білімдерді екінші объектіге көшіру қабылетін қалыптастыру, оқытудағы ең маңызды мәселе. Сондықтан математика мұғалімі аналогия әдісін меңгеріп, оның әрбір түрін сабақ беру үрдісінде еркін қолдана білуі және аналогия бойынша жасалынып жатқан қорытынды шындыққа жақындататын факторларды білуі тиіс.

Ұғымдарды қалыптастыруда аналогияның бір түрі изоморфизмді қолдануға көңіл аударайық. Мысалы, коммутативті топ ұғымын қалыптастыру кезінде құрылғылардың мынадай ұқсастық (аналогиялық) қасиеттерін қарастыруға болады, қосу амалы мен бүтін сандар жиыны және көбейту амалы мен рационал оң сандар жиыны. Аналогиялық қасиеттерді сәйкестендіруі ассоциативтік және коммутативтік амалдар, бейтарап және қарама- қарсы элементтердің болуы коммутативтік топ аталатын бірдей құрылғыны анықтайтынын көрсетеді. Жиындардың нақтылы табиғатынан және амалдардың нақтылы мағынасынана ауытқи отырып, дерексіз коммутативтік топ теориясы құрылады.

Математика тарихында теорияның дамуында аналогияның үлкен рөл атқарғаны туралы мысалдарды көптеп келтіруге.

Мысалы, көмшелді геометрияның негізгі ұғымдарын енгізу жазықтықтағы және өлшемді кеңістіктегі негізгі ұғымдардан аналогияны пайдалану нәтижесінде кейін шықты.

Комплекс айнымалылар функциясының теориясын құруда нақты айнымалы функцияларды зерттеу әдістерімен аналогияны пайдаланған.

Аналогия бойынша ой қорыту ақпаратты бір объектіден екінші объектіге көшіру ретінде кең мағынада түсініліп, моделдеудің гмосеологиялық негізін құрайды. Модельдеу – объектінің, оның моделін (көшірмесін) жасау арқылы, ол көшірмені зерттейді. Объектінің көшірмесін жасағанда, сол объектінің зерттеушіні қызықтыратын белгілі жақтары сақталып қалады. Жалпы алынған модельдеу деп таным қызметінде бір жүйені түпнұсқаны – онымен ұқсастық қатыста болатын жүйемен ауыстыратын, қандай да бір нақты (реальды) немесе ойша елестететін жүйе түсініледі.

Модельдер материалды және идеалды болуы ықтимал. Біріншісі, болмысы жағынан табиғат заңдарына бағынатын табиғи объектілер болады. Екіншісі, дүниені сәйкес таңбалық пішінде бейнелейтін идеалдық құрылым болып, логикалық ойлау заңдары бойынша өміс сүреді. Материалдық модель екі түрге бөлінеді: Заттық – физикалық және заттық – механикалық. Идеалды модельдің де негізгі екі түрі бар: идеалдандырылған модельдік түсінік және таңбалы модель.

Библиографиялық тізім

1. Д.Е Әбілқасымова т.б Математиканы оқытудың теориясы мен әдістемесі А.: 1998
2. Ә. Бидосов. Математиканы оқытудың методикасы А.: 1989 ж
3. О.А Жәутіков. Ақиқаттың шынын білудегі математиканың рөлі А.: 1995 ж.
4. В.А. Огенесян, Ю.М. Колягин и др. Методика преподование математики в средный школе. М 1980
5. Бейсеков Ж., т.б. Орта мектепте математиканы оқыту әдістемесіне арналған оқу құралы. Ш. 2003.
6. Пышкало А.М. т.б. Математиканы бастауыш курсының теориялық негіздері. А. 1984.

АНАЛИТИКАЛЫҚ ФУНКЦИЯЛАРДЫҢ ЖАЛҒЫЗДЫҚ ҚАСИЕТТЕРІ

Нубидинова Т.А.
Шымкент университеті

Аннотация

1. Комплекс айнымалды функциялар теориясында ең маңызды теоремалардың бірін келтірейік.

Теорема. *Егер f(z) және φ(z) функциялары G аймағында аналитикалық функциялар болып, ішкі* $a \in G$ *нүктесіне ұмтылатын* $z_1, z_2, \dots, z_n, \dots$ *нүктелер тізбегінде бұл функциялардың мәндері өзара тең болса онда G аймағының барлық жерінде* $f(z) \equiv \varphi(z)$ *болады.*

Дәлелдеуі. *ψ(z)=f(z)-φ(z) айырмасын қарастырайық теореманың шарты бойынша бұл функция G аймағында аналитикалық және*

$$\psi(z_n)=f(z_n)-\varphi(z_n)=0, \quad n=1,2,\dots$$

яғни z_n *нүктелері оның нөлдері болады. Демек,* $z_n \to a$*-тан 20-лекциядағы теорема бойынша а-ның бірер* $|z-a| \le \delta_0$ *маңайында* $f(z_n)-\varphi(z_n)=\psi(z_n)\equiv 0$ *яғни* $f(z)=\varphi(z)$.

Енді G аймағының барлық нүктелерінде $\psi(z) \equiv 0$ екенін дәлелдеу үшін $\forall z_0 \in G$ нүктесін алып, G аймағында бүтіндей жататын тегіс Г қисығы арқылы а және а және z_0 нүктелерін қосайық. $|z-a| \le \delta_0$ дөңгелегі ішінен Г-да жататын кез келген a_1 нүктесін алайық. Бұл дөңгелекте a_1 – ге ұмтылатын z_n нүктелер тізбегін құру қиын емес, демек, a_1 де шектік нүкте. Олай болса a_1 нүктесінің $|z-a_1| < \delta_1$ маңайы табылып, бұл маңайда $\psi(z)=0$

, яғни $f(z)\equiv\varphi(z)$ a_1 нүктесі $|z-a|<\delta_0$ дөңгелегі шекарасына жақын етіп алынса, $|z-a_1|<\delta_1$ дөңгелегінің бір бөлігі $|z-a|<\delta_0$ дөңгелегінің сыртында жатады.

Енді $|z-a_1|<\delta_1$ дөңгелегі ішінен Г-да жататын a_2 нүктесін алайық, бұл да шектік нүкте болғандықтан оның бірер $|z-a_2|<\delta_2$ маңайында $\psi(z)\equiv 0$. Осы тәрізді жалғастырсақ z_0 нүктесі ішінде жататын $|z-a_n|<\delta_n$ дөңгелегінің барлық нүктелерінде $\psi(z)\equiv 0$ Дербес жағдайда $\psi(z\ )=f(z_0)-\varphi(z_0)=0$

яғни $f(z_0)=\varphi(z_0)$. Сонымен G аймағының кез келген z_0 нүктесінде f(z) және $\varphi(z)$ функцияларының мәндері өзара тең екен.

1-салдар. Егер G аймағында аналитикалық болатын f(z) және $\varphi(z)$ функциялары сол аймаққа тиісті бірер нүктенің кез келген кіші маңайында өзара дәл келсе, онда G аймағының барлық нүктелерінде $f(z)\equiv\varphi(z)$ болады.

2-салдар. Егер G аймағында аналитикалық болатын f(z) және $\varphi(z)$ функциялары осы аймақта жататын бірер кішкентай доғаның бойында $f(z)=\varphi(z)$ болса, онда G аймағының барлық нүктелерінде $f(z)\equiv\varphi(z)$ болады.

2. Аналитикалық жалғастыру. Аналитикалық фукнциялардың негізгі қасиеттерінің бірі – олардың жалғыздық қасиетін олардан шығатын салдармен бірге толығырақ талдайық.

Бізге біріншісі G_1 аймағында, ал екіншісі G_2 аймағында аналитикалық екі $f_1(z)$ және $f_2(z)$ функция берілді делік. Сонымен бірге G_1 мен G_2 аймақтарының ортақ бөлігі $G_{1,2}$ аймағында $f_1(z)$ және $f_2(z)$ функциялары өзара дәл келеді делік. Бұл жағдайда $f_1(z)$ және $f_1(z)$ функциялары өзара бір мәнді тәсілмен анықталатындығы сөзсіз. Шындығында да жалғыздық теоремасы бойынша $f_2(z)$ –тен басқа G_2 аймағында аналитикалық болатын және $G_{1,2}$ аймағында $f_2(z)=f_1(z)$ мәндер қабылдайтын ешқандай да функция болмайды. Сонымен $f_2(z)$ функциясы $G_{1,2}$ айиағындағы өзінің мәндері арқылы немесе бәрібір, $f_1(z)$ функциясы арқылы толық анықталады.

Бұл жағдайда G_1 аймағында берілген $f_1(z)$ функциясы $G_{1,2}$ аймағы арқылы G_2 аймағына $f_1(z)$ функциясының аналитикалық жалғасы деп аталады. Сол сияқты $f_1(z)$ функциясы G_1 аймағында $f_2(z)$ функциясының аналитикалық жалғасы болып табылады. Жалпы айтқанда $f_1(z)$ және $f_2(z)$ функциясын әр түрлі функциялар деп қарастыруға ешбір дәлеліміз жоқ. Біреуі екіншісі арқылы толық бір мәнді анықталатынына байланысты екі функцияны да G_1 және G_2 $G=G_1\cup G_2$ аймақтарынан құрастырылған бүкіл G аймағында аналитикалық болатын бір F(z) функциясының элементтері деп қарастыру дұрыс, яғни

$$F(z)=\begin{cases} f_1(z), z\in G_1 \\ f_2(z), z\in G_2 \end{cases}$$

Айтылғанды мысалмен түсіндірейік. G үшін центрі нөл нүктесіндегі радиусы бірге тең дөңгелекті: $|z|<1$, ал G_2 – центрі і нүктесіндегі радиусы $\sqrt{2}$ дөңгелекті $|z-i|<\sqrt{2}$ алайық.

$$f_1(z)=\sum_{n=0}^{\infty} z^n$$

функциясы берілген делік.

G_2 аймағында аналитикалық нүктелерінде $f_1(z)$ – пен бірдей болатын $f_2(z)$ функциясын құру керек. Егер мұндай функция бар болса, онда ол жалғыз болатыны бізге белгілі.
Осындай функция:

$$f_2(z)=\frac{1}{1-i}\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{z-i}{1-i}\right)^n$$

бола алады, өйткені $\left|\frac{z-i}{1-i}\right| < 1$ болғанда бұл қатар жинақты болады, немесе бәрі-бір $|z-i| < \sqrt{2}$ болғанда оның қосындысы

$f_2(z) = \frac{1}{1-i}\frac{1}{1-\frac{z-i}{1+i}} = \frac{1}{1-z}$ - ге тең.

Демек, $G_{1,2}$ аймағының барлық нүктелерінде $f_2(z) = f_1(z)$ болады. Сонымен $f_1(z)$ және $f_2(z)$ бір – бірінің аналитикалық жалғасы, бұл екеуі де $G = G_1 \cup G_2$ аймағында толық аналитикалық бір ғана $F(z) = \frac{1}{1-z}$ функциясының элементтері.

1. Оңашаланған ерекше нүктелер. Егер f(z) функциясы $|z-a| < R$ дөңгелегінің ішінде жатқан, z=a нүктесінен басқа, екез-келген z нүктесін де аналитикалық болса, а нүктесі f(z) функциясысының оңашаланған еренкше нүктелерін түрге бөлу негізіне ол функцияны осындай нүктелердің $0 < |z-a| < R$ маңайында

$$f(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n (z-a)^n \qquad (1)$$

Лоран қатарына жіктеу әдісін аламыз. Мұнда үш жағдай болңуы мүмкін:

1. (1) Лоран жіктеуінде z-a-ның теріс дәрежелерінің шектеусіз жиыны бар. Бұл жағдайда а нүктесі f(z) функциясының елеулі ерекше нүктесі деп аталады.
2. (1) жіктеуінде z-a-ның теріс дәрежелерінің шектеулі жиыны бар. Бұл жағдайда а нүктесі f(z) функциясының полюсі деп аталады.
3. (1) жіктеуінде z-a-ның теріс дәрежелері мүлде жоқ . Бұл жағдайда а нүктесі f(z) функциясының жөнделінетін ерекше нүктесі деп аталады.

Енді әрбір көрсетілген ерекше нүкте маңайында функцияның өзгеріс сипатын анықтайық.

2. Жөнделінетін ерекше нүктелер. Бұл жағдайла (1) жіктеуі кәдімгі дәрежелі қатарға айналады. Демек, ол а нүктесіннің бірер маңайында, а нүктесін қоса есептегенде жинақты болады; оның қосындысы а нүктесінің $|z-a| < R$ маңайында аналитикалық функцияны береді. Берілген f(z) функциясы, егер z≠a болса,

$$C_0 + C_1(z - a) + \ldots + C_n(z - a)^n + \ldots$$

қатарының қосындысымен бірдей болады. Демек, егер, $f(a)=C_0$ деп ұйғарсақ, онда біз берілген f(z) функциясын а нүктесінде аналитикалық функция етіп жасай аламыз. Егер а нүкте болса, $\lim_{z\to a} = C_0$ яғни η және М оң сандары бар болып, $0 < |z-a| < \eta$ болғанда $|f(z)| < M$ орындалады. Басқаша айтқанда жөнделінетін ерекше нүктесін аз маңайында берілген функция шенелген болады. Мұның кері жағы да барп: егер оңашаланған ерекше нүктенің маңайында функция шенелген болса, онда бұл нүкте жөнделінетін ерекше нүкте болады.

Шыныда, а ерекше нүктенің бірер аз, маңайында f(z) функциясы шенелген болсын: $|f(z)| < M$ Енді f(z)-ті $\rho < |z-a| < R$ сақинада Лоран қатарына жіктеп, оның коффициенттерін бағалайық. 22-лекциядағы (13)

$$|C_n| = \left|\frac{1}{2\pi i}\oint_\gamma \frac{f(\varsigma)d\varsigma}{(\varsigma-a)^{n+1}}\right| \le \frac{M}{2\pi\rho^{n+1}}\cdot 2\pi\rho = M\rho^{-n} n = -1,-2,-3,\ldots$$

деп $\rho \to 0$-да шекке $|C_n| = 0$ көшсек, . Демек, $C_{-1}=0$, $C_{-2}=0,\ldots C_{-n}=0\ldots$ болғандықтан Лоран жіктеуінде бас бөлік болмайды. Олай болса, z=a жөнделінетін ерекше нүкте.

3.Полюстер. Енді полюс деп атаған ерекше нүктені талқылауға көшейік. Бұл жағдайда (1) Лоран жіктеуде z-a -ның теріс дәрежелерінің саны шектеулі болады. (1) Лоран жіктеуіне енетін $\frac{1}{z-a}$-ның ең жоғарғы дәрежесін m арқылы белгілейік. Сонда

$$f(z)=\frac{C_{-m}}{(z-a)^m}+\ldots+\frac{C_{-2}}{(z-a)^2}+\frac{C_{-1}}{(z-a)}+\sum_{n=0}^{\infty}C_n(z-a)^n, \qquad (2)$$

мұнда $C_{-m}\neq 0$. Егер m=1 болса, a нүктесі жай, ал m>1 болса, оны еселі деп айтады, m санын полюстің реті деп атайды. (2) жіктеудің екі жағын $(z-a)^m$ $(z\neq a)$ көбейтсек,

$$f(z)(z-a)^m=C_{-m}+\ldots+C_{-2}(z-a)^{m-2}+C_{-1}(z-a)^{m-1}+\sum_{n=0}^{\infty}C_n(z-a)^{n+m},.$$

Бұл теңдіктің оң жағында бос мүшесі $C_{-m}\neq 0$ кәдімгі дәрежелі қатар тұр. Демек, a нүктесі $(z-a)^m$ f(z) функциясы үшін жөнделінетін ерекше нүкте болып табылады, сонымен қатар

$$\lim_{z\to a}(z-a)^m f(z)=C_{-m}\neq 0,$$
$$\lim_{z\to a}|z-a|^m|f(z)|=|C_{-m}| \quad .$$

Сонда, $|C_{-m}|$-дан кіші кез-келген оң санды в арқылы белгілесек, $0<|z-a|<\eta$ болғанда $|z-a|^m|f(z)|>b$ немесе $|f(z)|=\frac{b}{|z-a|^m}$ болатын жеткілікті аз η оң санын табамыз. Мұнан $\lim_{x\to a}f(x)=\infty$ қысқаша айтқанда, полюсте функция шексіздікке айналады. Енді нөл мен полюстың арасындағы байланысты анықтайық. Айталық f(z) функциясының a нүктесінде m ретті нөлі болсын. 20-лекцияда айтуымыз бойынша осындай a нүктесінің кейбір маңайында f(z) функциясы $f(z)=C_m(z-a)^m+C_{m+1}(z-a)^{m+1}+\ldots$ дәрежелік қатармен беріледі, мұнда $C_{-m}\neq 0$ немесе $f(z)=(z-a)^m\varphi(z)$, бұл жағдайда $\varphi(z)$ функциясы a нүктесінде аналитикалық және 0-ге тең емес. Сонда $\frac{1}{f(z)}$ кері шама

$$\frac{1}{f(z)}=\frac{1}{(z-a)^m}\cdot\frac{1}{\varphi(z)}=\frac{\psi(z)}{(z-a)^m} \qquad (3)$$

әрі $\psi(z)=\frac{1}{\varphi(z)}$ функциясы a нүктесінде аналитикалық және о-ден ерекше. Олай болса

$$\psi(z)=\psi(a)+\psi(a)(z-a)+\ldots$$

Болатынын ескерсек, (3) теңдігінен

$$\frac{1}{f(z)}=\frac{\psi(a)}{(z-a)^m}+\frac{\psi'(z)}{(z-a)^{m-1}}+\ldots$$

теңдігіне келеміз.Осыдан $\frac{1}{f(z)}$ функциясы үшін a нүктесі m- ретті полюс болатындығы шығалды.

Керісінше, a нүктесін f(z) функциясының m-ретті полюсы болса, осы нүктенің f(z) функциясының m-ретті нөлі болатындығын дәлелдеу қиын емес.

Мысалдар. **1**. $f(z)=\frac{(z+1)(z-3)}{(z+2)^3(z^2+1)}$ функциясының полюстерін табайық.

Бұл үшін $g(z) = \frac{1}{f(z)} = \frac{(z+2)^3(z^2+1)}{(z+1)(z-3)}$

функциясының нөлдерін анықтаймыз. z=-2 нүктесі g(z)-тің үшінші ретті нөлі болғандықтан ол f(z)-тің үшінші ретті полюсі болады. Ал $z = \pm i$ нүктелері g(z)-тің жай нөлдері болғандықтан бұл нүктелер f(z)-тің жай полюстері болады.

2. $f(z) = \frac{z}{e^z - 1}$ функциясының ерекше нүктелерін табайық. Бұл функция z=0 нүктесінде анықталмаған оның ерекше нүктенің қайсы түріне жататындығын анықтау үшін e^z функциясын z=0 нүктесінің маңайында дәрежелік қатарға

$$e^z - 1 = \left(1 + z + \frac{z^2}{2!} + \frac{z^3}{3!} + \ldots\right) - 1 = z + \frac{z^2}{2!} + \ldots$$

жіктейміз

$$f(z) = \frac{z}{e^z - 1} = \frac{1}{1 + \frac{z}{2!} + \frac{z^2}{3!} + \ldots}$$

Бұл теңдікте шекке көшсек, $\underset{z \to 0}{Lim} f(z) = 1$

Демек, z=0 жөнделінетін ерекше нүкте.

Енді басқа ерекше нүктелерін табу мақсатында берілген бөлшектің бөлімінің нөлдерін анықтаймыз:

e^z-1=0 немесе e^z=1 Мұнан z=2kπi, k=0,$\pm$1, $\pm$2,… екені шығады. Демек, z=2kπi нүктелері берілген функцияның жай полюстері болады.

4.Елеулі ерекше нүктелер. f(z) функциясының елеулі ерекше нүктесінің маңайында өзгеріс-сипатын зерттеу ғана қалды. Біз жөнделінетін a нүктесі жағдайында z→a-да f(z) функциясы анықталған шектеулі C_0 шекке ұмтылатынын көрдік, полюс жағдайында да функция шексіздікке тең шекке ұмтылады. Егер a елеулі ерекше нүкте болса, онда Ю. В. Сохоцкий тағайындаған мынадай теорема орын алады: Егер a нүктесі f(z) функциясының елеулі ерекше нүктесі болса, онда шектеулі не шектеусіз комплекс саны қандай болса да a нүктесіне жинақты болатын z_1, z_2, …,z_n… тізбегі табылып, $\underset{z_n \to a}{Lim} f(z_n) = \hat{a}$ болады.

Мұны қысқаша былай тұжырымдауға болады: Елеулі ерекше нүктенің мейлінше аз маңайында f(z) функциясы алдын-ала берілген кез-келген шектеулі не шектеусіз санға мейлінше жуық мәндерді қабылдайды.

Мысал. z=0 нүктесі $e^{\frac{1}{z}}$ функциясының елеулі ерекше нүктесі болады, өйткені бұл нүктенің маңайындағы

$$e^{\frac{1}{z}} = 1 + \frac{1}{z} + \frac{1}{2!z^2} + \frac{1}{3!z^3} + \ldots$$

Лоран жіктеуі мүшелері шексіз көп бас бөліктен тұрады.

Библиографиялық тізім

1. И.И. Привалов., Введение в теорию функций комплексного перенного ОГИЗ, Гостехиздат., “Наука”.
2. А.И. Маркушевич., краткий курс теорий аналитических функций. Физматгиз, 1961
3. Свешников А.Г., Тихонов А.Н., Теория функций комплексной переменной
4. М.А. Лаврентьев, Б.В. Шабат. Методы теории функций комплексного переменного. М.: Наука 1973
5. Г.Л. Луну, Л.Э. Эльсгольц Функций комплексного переменного. Физматгиз, 1958
6. М.А. Евгрседов. Аналитические функции “Наука” , Москва, 1959

КОМПЛЕКС АЙНЫМАЛДЫ ФУНКЦИЯЛАРДЫҢ ШЕГІ ЖӘНЕ ҮЗІЛІССІЗДІГІ

Нубидинова Т.А.
Шымкент университеті

Аннотация

1. *Комплекс сандардан тұратын* E *жиынын аламыз. Егер центрі* P *нүктесіндегі жеткілікті кішкене дөнгелектің барлық нүктелері* E *жиынында жатса* P *нүктесі деп атайды.*

Жазықтықтағы нүктелерден туратын C_2 жиыны аймақ деп аталады, егер мына екі шарт орындалса:

1. *C_2 жиыны ішкі нүктелерден тұрады.*
2. *Жиынның кез келген екі нүктесін барлық нүктелері сол жиында жататын сынық сызықпен қосуға болады.*

Мысалы, концунтрлі екі шеңбердің арасындағы барлық нүктелер жиыны аймақ болады.

Аймақ C_2 берілсе, жазықтықтың бүкіл нүктелерін осы C_2 берілсе, жазықтықтың бүкіл нүктелерін осы C_2 аймаққа қатысты екі класқа бөлуге болады. Бірінші класқа C_2 аймақтың барлық нүктелерін жатқызамыз, ал екінші класқа C_2 аймақта жатпайтын нүктелерді енгіземіз. C_2 амақта жатпайтын P нүктесі екі типті болуы мүмкін: не центрі осы P нүктесіндегі жеткілікті кішкене дөңгелектің барлық нүктелері C_2 аймақта жатпайды – онда P нүктесін C_2 аймақтық сыртқы нүктесі деп атаймыз, не центірі P нүктесіндегі мейлінше кішкене дөңгелекте C_2 аймақтың нүктелері де жатады –онда P нүктесін C_2 аймақтыңшекералық нүктесі деп атаймыз. C_2 аймақтың барлық шекералық нүктелер жинағын осы аймақтың шекероасы деп атаймыз. Маңызды ескертпе: C_2 аймақтың әрқашан сыртқы нүктелері бола бермейді мысалы, жазықтың,нақтыөстің [-1; +1] кескіндісінде жатпайтын барлық нүктелерінің жинағы сыртқы нүктелері жоқ аймақ болып табылады.

C_2 аймақ пен оның шекарасынан тұратын жиын тұйық аймақ деп аталады да, C_2 арқылы белгіленеді.

Енді жордан мағанасындағы үзіліссіз сызық ұғымын анықтауға көшеміз. x (t) мен y (t) айнымалы t –ның $[\alpha;\beta]$ кескіндісінеде өзгеретін нақты үзіліссіз функциялары болсын дейік. Сонда үзіліссіз сызық параметірлік түрде

$$x= x(t), \qquad y = y(t), \qquad (\alpha \le t \le \beta)$$

теңдеулерімен анықталады.

Егер $t-$ның әртүрлі екі мәніне (сызықтың басы мен соңына сәйкес $t=\alpha$ мен $t=\beta$ мәндерін шығарып тастағанда) әрқашанда сызықтың әртүрлі екі нүктесі сәйкес келуін талап етсек біздің сызығымыздың еселі нүктесі болмайды. Осындай сызықты Жордан сызығы деп атаймыз. Егер $Z = x+iy$ өрнегін $Z(t) = x(t)+iy(t)$ болатындай алсақ, бұл сызықтың аналитикалық кескінін бірғана

$$Z = Z(t) \qquad (\alpha \le t \le \beta)$$

теңдеуімен жазуға болады.

2. Комплекс сандардан құралған C_2 жиынын алып, $Z = x+iy$ комплекс саны осы

C_2 жиынының әрбір санымен теңбе-тең болсын деп ұйғарайық. Бұл жағдайда $Z-$ті комплекс айнымалы, ал C_e –оның өзгеруаймағы деп атаймыз. Комплекс айнымалы $Z-$тің өзгеру аймағы C_2 геометрияма комплекс сандар жазықтығында, не сандық сфера бетінде орналасқан нүктелер жиынымен кескінделеді.

Анықтама. Егер тәуелсіз комплекс айнымалы $Z-$тің қабылдайтын әрбір мәніне, яғни C_2 жиынының әрбір санына, белгілі бір комплекс сандық мән $w = u+vi$ сәйкес келсе, $w-$ ні $Z-$ тің функциясы деп атаймыз және оны $w = f(z)$ арқылы белгілейміз.

Егер $Z = x + yi$ болса, u мен v нақты айнымалылар x пен y – тің нақты функциялары болады. Сөйтіп, w – ні комплекс айнымалы Z – тің функциясы ретінде беру x пен y – тің екі функциясы u мен v – ні беру болып табылады. Комплекс айнымалы Z – тің әрбір мәніне айнымалы w – нің әртүрлі бірнеше мәні сәйкес келуі мүмкін. Бұл жағдайда w комплекс айнымалы Z – тің көп мәнді функциясы деп аталады, ал бірінші жағдайда ол бір мәнді функция деп аталады.

Айнымалы Z – тің өзгеру аймағы болатын C_2 жиынының әрбір нүктесіне белгілі комплекс сан w сәйкес келеді. Соңғы сандық жазықтықтағы не сфера бетіндегі нүктемен кескіндесек, біз Е нүктелер жиынын аламыз сөйтіп Z – тің функциясы ретінде беру геометриялық тұрғыдан нүктелердің екі C_2 мен Е жиынының арасында сәйкестік орнату болып табылады соның арқасында C_2 жиынының әрбірнүктесіне Е жиынының белгілі бір нүктесі сәйкес келеді. Бұл жағдайды нүктелердің C_2 жиыны нүктелердің Е жиынына бейнеленеді делінеді.

3. Егер Z_0 нүктесінің кез келген маңайында C_2 жиынының Z_0

ден өзгеше ең болмағанда бір нүктесі жатса, Z_0 нүктесі C_2 –нің шектік нүктесі деп аталады. Шектік нүкте C_2 –да жатуыда жатпауыда да мүмкін

Бір мәнді $w = f(z)$ функциясы C_2 аймағында анықталған болсын Z_0 нүктесі осы аймақтың шектік нүктесі болсын.

Анықтама. Егер $\forall E > 0$ саны үшін $\exists б(E) > 0$ $Z = Z_0$ -тің $|Z - Z_0| < б$ теңсіздігін қанағаттандыратын мәндерінде $|f(z) - b| < E$ теңсіздігі орындалса, онда b санын $f(z)$ функциясының $Z \to z_0$ – ғы шегі деп аталады және былайша белгіленеді.

$$\frac{\lim f(z)}{z \to z_0} = b \tag{1}$$

Егер $b = \mu + \upsilon i,\quad f(z) = u(x, y) + iv(x, y),$

$z_0 = x_0 + i\ y_0$ десек, (1) теңдіктің мына теңдіктерге эквиваленттілігі өзінен-өзі айқын:

$$\lim_{\substack{x \to x_0 \\ y \to y_0}} u(x, y) = \mu, \qquad \lim_{\substack{x \to x_0 \\ y \to y_0}} v(x, y) = \nu,$$

Демек, нақты айнымалды функцияның шектеріне қолданылатын амалдар туралы теорема комплекс айнымалды функция жағдайы үшін де дұрыс болады

Анықтама. Егер $\forall E > 0$ саны үшін $\exists б > 0$ Z – тің $|z - z_0| < б$ теңсіздігін қанағаттандыратын мәндерінде

$$|f(z) - f(z_0)| < E$$

теңсіздігі орындалса, $f(z)$ функциясы z_0 нүктеде үзіліссіз деп аталады.

C_2 обылысының әрбір нүктесінде үзіліссіз болатын функция сол обылыста үзіліссіз деп аталады. Мысалы, $W = Z^2$ функциясы жазықтықтың әрбір Z_0 нүктесінде үзіліссіз, Шынында, $W_0 = Z_0^2$ деп алып, табатынымыз:

$$W - W_0 = Z^2 - Z_0^2 = (Z - Z_0)(Z + Z_0);$$

модульдерге көше отырып,

$$|w - w_0| = |z - z_0||z + z_0| < |z - z_0| \quad (r + r_0)$$

теңсіздігін аламыз, мұнда $|z| = r, |z_0| = r_0$ Енді z_0 нүктесінің $б$ маңайын алсақ, осы маңайдағы барлық Z нүктелері үшін $r = |z| < r_0 + б$ болатыны өзінен өзі айқын .

Сондықтан былай болады

$$\left|w - w_0\right| < б(2r_0 + б) = E$$

Бұдан $б$ ретінде $-r_0 + \sqrt{r_0^2 + E}$ санын алсақ,

$$\left|w - w_0\right| < E$$

Сонымен $W = Z^2$ функциясы бүкіл Z жазықтығында үзіліссіз болады.

Комплекс айнымалды функцияның туындысы.

1. Айталық $w = f(z)$ функциясы Q аймақта анықталған бір мәнде функция болсын.

Анықтама: Егер $z + h$- аймақтың кез-келген нүктесі, z тұрақты болғанда, $\Delta z = h$ кез – келген жол мен нөлге ұмтылғанда

$$\frac{\Delta w}{\Delta z} = \frac{f(z+h) - f(z)}{h}$$

қатынасы белгілі бір шектеулі шекке ұмтылса, бұл шек $f(z)$ функциясының z нүктесіндегі туындысы деп аталады және $f'(z)$ арқылы белгіленеді.

Сонда

$$\lim_{\Delta z \to 0} \frac{\Delta w}{\Delta z} = \lim_{h \to 0} \frac{f(z+h) - f(z)}{h} = f'(z)$$

Z нүктесінде туындысы бар функция сол нүктеде дифференциялданатын функция немесе моногенді деп аталады.

Егер $w = f(z)$ функциясы C_2 аймақтың әрбір нүктесінде моногенді болса, оны C_2 аймағында аналитикалық дейміз.

Сөйтіп функция тек кейбір аймақта ғана аналитикалық болады, алайда мұндай аймақтың әрбір жеке нүктесі туралы айтқанда да функция сол нүктеде аналитикалық делінеді. Бұл жағдайда нүктедегі аналитикалық функция анықтама бойынша осы нүктенің кейбір маңайында да аналитикалық болуы тиісті екенін ескертудің маңызы зор.

Мысалы; $w = z \operatorname{Re} z$ функциясы бүкіл жазықтықта үзіліссіз, z=0 нүктесінде нөлге тең туындысы бар өйткені h-пен бірге

$\frac{\Delta w}{\Delta z} = \frac{h \operatorname{Re} h}{h} = \operatorname{Re} h$ қатынасы да нөлге ұмтылады. Бұл функция нөлдік нүктеде моногенді болғанмен осы нүктеде аналитикалық емес, өйткені бұл функция жазықтықтың кез-келген басқа нүктесінде дифференциялданбайды. Шынында,

$$\frac{f(z+h) - f(z)}{h} = \frac{(z+h)\operatorname{Re}(z+h) - z \operatorname{Re} z}{h} = z\frac{\operatorname{Re}(z+h) - \operatorname{Re} z}{h} + \operatorname{Re}(z+h)$$

қатынасы $z \neq 0$ болғанда, $h \to 0$ –да белгілі бір шекке ұмтылмайды. Осылай екені мынадан айқын:

егер $h = h_1 + h_2 i$ болсын делік, сонда

$$\frac{\operatorname{Re}(z+h) - \operatorname{Re} z}{h} = \frac{h_1}{h_1 + h_2 i}$$

қатынасының $h_2 = 0$ және $h_1 \to 0$-да 1-ге тең шегі болады, ал $h_1 = 0$ және $h_2 \to 0$ – да осы қатынастың да 0-ге ұмтылатынын көреміз.

2. f(x) функциясының C_2 аймақтың кейбір x нүктесінде белгілі бір шектеулі туындысы болсын делік. Сонда:

$$\lim_{\Delta z \to 0} \frac{\Delta w}{\Delta z} = \lim_{\substack{\Delta x \to 0 \\ \Delta z \to 0}} \frac{\Delta u + i\Delta v}{\Delta x + i\Delta y} = f'(z) \qquad (1)$$

$\Delta z = \Delta x + i\Delta y$ нөлге қалауымызша алынған заң бойынша ұмтылатын болғандықтан, дербес жағдайда, $\Delta y = 0$-ге және $\Delta x = 0$-ге ұмтылады деп санауға еріктіміз.

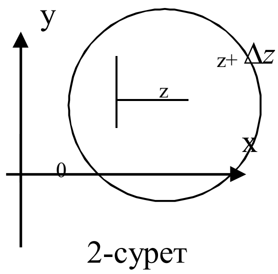
Геометриялық тұрғыдан, (2-сурет) бұның мәнісі мынадай: біз $z+\Delta z$ нүктесін z нүктесіне нақты өске паралель түзудіңбойымен ғана жуықтауға мәжбүр етеміз. Осы жағдайда (1) теңдіктен

$$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta u+i\Delta v}{\Delta x}=f'$$

немесе

$$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta u}{\Delta x}+i\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta v}{\Delta x}=f'(z),$$

теңдігін аламыз, ал мұны $\frac{\partial u}{\partial x}+i\frac{\partial v}{\partial x}=f'$ (2) түрінде жазуға болады.



2-сурет

Осы сияқты $\Delta x=0$ деп қабылдап, яғни $z+\Delta z$ нүктесін z нүктесіне жорамал өске паралель түзу сызықтың бойымен жуықтауға (2-сурет) мәжбүр ете отырып, (1) теңдіктен

$$\lim_{\Delta y\to 0}\frac{\Delta u+i\Delta v}{i\Delta y}=f'(z)$$

немесе

$$-i\lim_{\Delta y\to 0}\frac{\Delta u}{\Delta y}+\lim_{\Delta y\to 0}\frac{\Delta u}{\Delta y}=f'(z)$$

теңдігін аламыз, бұл былай жазылар еді

$$-i\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial y}=f'(z) \qquad (3)$$

(2) мен (3) теңдіктерінің оң жақтары өзара тең, ендеше ол теңдіктердің сол жақтары да тең болулары тиіс:

$$\frac{\partial z}{\partial x}+i\frac{\partial v}{\partial x}=-i\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial y}$$

Бұл теңдіктің екі жағындағы нақты және жорамал бөліктерді өзара салыстырып мынаны аламыз:

$$\frac{\partial u}{\partial x}=\frac{\partial v}{\partial y}\ ,\quad \frac{\partial u}{\partial y}=-\frac{\partial v}{\partial x} \qquad \text{(C. –R.)}$$

Сөйтіп егер $\mathrm{w}=\mathrm{u}+\mathrm{vi}$ функциясы $z-x+iy$ нүктесінде дифференциялданса, бұл нүктед u мен vфункцияларының дербес туындылары бар және олар (C.-R.) шарттары арқылы байланысқан болады. Осы шарттыр Коши-Риман шарттары деп аталыды.

Біз (C.R.) шарттары $w=f(z)$функциясы z нүктесінде моногендік болуы үшін қажет екенін көрсеттік. Бұл шарттардың u мен v функцияларының дифференциялданатыны туралы қосымшасы бар шартта жеткілікті болатынын да көрсетуге болады.

Библиографиялық тізім

1. И.И. Привалов., Введение в теорию функций комплексного перенного ОГИЗ, Гостехиздат., “Наука”.
2.А.И. Маркушевич., краткий курс теорий аналитических функций. Физматгиз, 1961
3.Свешников А.Г., Тихонов А.Н., Теория функций комплексной переменной
4.М.А. Лаврентьев, Б.В. Шабат. Методы теории функций комплексного переменного. М.: Наука 1973
5.Г.Л. Луну, Л.Э. Эльсгольц Функций комплексного переменного. Физматгиз, 1958
6.М.А. Евгрседов. Аналитические функции “Наука” , Москва, 1959

ПЛАНИМЕТРИЯ ЕСЕПТЕРІН ВЕКТОР КӨМЕГІМЕН ШЕШУ

Утенова А.А.
Аманжол Д.Е.

Шымкент университеті

Аннотация

Мектептің геометрия курсында векторларды оқу арқылы, векторлардың көмегімен көптеген геометриялық есептер шешіледі. Есептерді шешудің белгілі әдісіне енді векторларды пайдалану қосылады.

Векторларды қолданып есептер шығару кезінде берілген өрнектегі барлық белгілі, белгісіз шамаларды вектор тілінде қарастыру керек. Осылай жазу қиын болмаған жағдайда векторларды қолданып есеп шығаруға болады.

Геометриялық есептерді вектор көмегімен шешу нәтижелі болады, егер оқушылар есепті шешудің жалпы ережесімен таныс болса.

1.Есепті шешу кезінде не берілген, нені дәлелдеу керек екеніне көңіл аудару керек. Есептің шартын оның қорытындысынан бөліп қарау керек. Есептің шарты мен берілгендерін шартты белгілеулермен жазу керек.

2.Есептің қорытындысынан тұратын барлық қатынастарды біліп алу керек. Оларды векторлық түрде жазу қажет.

3.Орындалған қатынастардың орнына берілгендерді қою қажет. Суретке қарай отырып солардың қайсысын дәлелдеу үшін қолдану қажеттігін таңдау қажет.

4.Берілгендерден өзіңіз таңдаған қатынастармен байланысы бар салдар алу қажет.

5.Суреттен таңдап алынған қатынастарға қатысатын векторларды бөліп алып оларға сұрақ қою қажет: « Оларды қандай векторлар арқылы өрнектеуге болатынын» . Қойылған сұраққа жауап беру үшін, бұл векторларды барлық орынды қатынастардан қарау керек.

6.Егер векторларды басқа векторлар арқылы өрнектеуге суретке қосымша толықтырулар енгізу қажет болса, онда оны өте қарапайым түрде орындауға тырысу қажет.

7.Есептің шартында не берілгенін үнемі есте ұстау қажет. Есеп қиындап кеткен жағдайда есептің шартында берілгендерден қалып кеткендері бар жоқтығын тексеру қажет.

8.Қиындықтар теореманы болмаса басқа да берілгендерді дұрыс пайдаланбағаннан болуы мүмкін, онда туған қиындықтан құтылу үшін ойға атақты теореманы немесе есепті түсіру керек.

9.Егер таңдаған қатынастарыңызда (2 ереже бойынша) 4 – 8 ережелердің барлығын пайдалану кезінде дәлелдеу мүмкін болмаған жағдайда, басқа ережелерді қолданып 4 – 8 ережені қайта тексеру қажет.

Осы ережелерді пайдалана білу оқушылардың өз бетінше жұмыс істеуін, ойлау қабілетін, шеберлігін және дағдысын арттырады. Осылардың ішіндегі ең маңыздысы келесілері:

1.Ойлау қабілетін геометриялық тілден векторлық тілге және керісінше векторлық тілден геометриялық тілде жазу арқылы арттыруға болады.

2.Білімін – векторлар, олардың қасиеттерін, олардың арасында орындалатын қатынастар арқылы арттыруға болады.

3.Бір векторды басқа векторлар арқылы өрнектеуге болады.

Осыларды жеке – жеке қарастырайық.

1. Геометриялық тілден векторлық тілге өту және керісінше өтуде ойлау қабілетін арттыру. Мысалдар:

1) теңдік $\overline{\grave{A}\hat{A}} = k\,\overline{CD}$ (k – оң сан) мұндағы $\left[AB\right] \subset a$, $\left[CD\right] \subset в$ болса, онда $\grave{a} \,//\, \hat{a}$ болады.

2) теңдік $\overline{AC} = \dfrac{m}{n}\overline{CB}$ және $\overline{OC} = \dfrac{n}{m+n}\overline{OA} + \dfrac{m}{m+n}\overline{OB}$ (m, n – кез келген сан, O – жазықтықтың кез келген нүктесі) C нүктесі $\left[AB\right]$ – векторын $m:n$ қатынаста бөледі дегенді білдіреді, $\left|AC\right| : \left|CB\right| = m:n$ деген сөз.

3) мына теңсіздіктердің әрқайсысы $\overline{\grave{A}\hat{A}} = k_1\,\overline{BC}; \overline{AC} = k_2\,\overline{BC}; \overline{AC} = k_3\,\overline{AB}$

$\overline{OC} = p\,\overline{OA} + q\,\overline{OB}$ $(p+q=1)$, (O – жазықтықтың кез – келген нүктесі)

$\alpha\overline{OA} + \beta\overline{OB} + \gamma\overline{OC} = 0$ $(\alpha+\beta+\gamma=0)$

A, B, C үш нүктесінің бір түзуге тиістілігін білдіреді.

4) $\overline{\grave{A}\hat{A}} * \overline{\tilde{N}D} = 0$ $(A \neq B, A, B \in a, C \neq D, \quad C, D \in в)$ теңдеуі $\grave{a} \perp b$ дегенді білдіреді.

Осы қатынастарға байланысты векторлардың көмегімен келесі есептерді шығаруға болады:

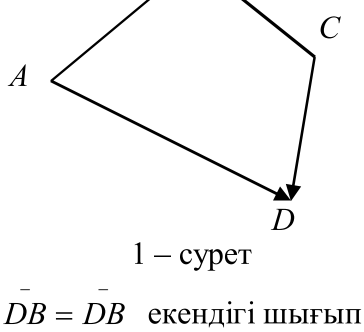
1) Кесінділер мен түзулердің параллелдігі
2) Кесіндіні берілген қатынаста бөлу
3) Үш немесе бірнеше нүктенің бір түзуге тиістілігін
4) Екі түзудің перпендикулярлығын

2. Векторлар арасындағы қатынаста векторлардың қасиеті және сәйкес теоремалар ерекше орын алады.

Күрделі есептерді шешу кезінде ең кең қолданылатын есептер мен теоремаларды қарауға болады. Олар геометриялық есептер шешуге векторлық аппараттық практикалық қолдануларында сүйеніш болып табылады.

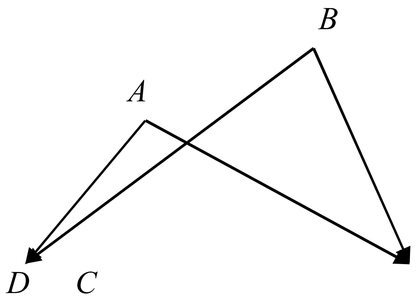
Мысал-1 Кез – келген A, B, C, D нүктелері үшін келесі теңдіктің дұрыстығын дәлелдеу қажет.

а) $\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{AD} + \overline{CB}$ бұл теңдіктен



1 – сурет

$\overline{AB} - \overline{AD} = \overline{CB} - \overline{CD}$ $\quad \overline{DB} = \overline{DB}$ екендігі шығып теңдік дәлелденді



б)

2-сурет

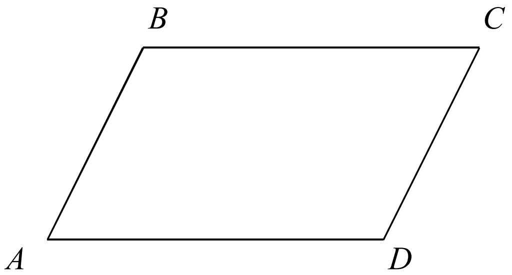
$\overline{AC}+\overline{BD}=\overline{AD}+\overline{BC}$

$\overline{A\tilde{N}}-\overline{AD}=\overline{\hat{A}C}-\overline{\hat{A}D}$

$\overline{D\tilde{N}}=\overline{D\tilde{N}}$

Келесі есеп параллелограммның векторлық тілдегі қажетті және жеткілікті шарты болып саналады.

Мысал-2. A, B, C, D төртбұрышы параллелограмм болуы үшін кез клген О нүктесінен мына теңдіктің орындалуы қажетті және жеткілікті: $\overline{OA}+\overline{\hat{I}\tilde{N}}\ +=\overline{\hat{I}\hat{A}}\ +\overline{\hat{I}D}$. Тура және кері теңдік келесі түрде дәлелденеді.



3-сурет

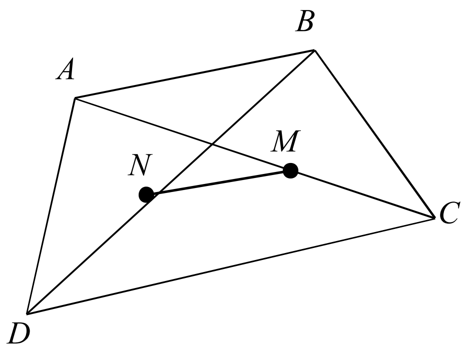
$\overline{OA}-\overline{OB}=\overline{OD}-\overline{OC}$

$\overline{BA}=\overline{CD}$ бұдан $ABCD$ - параллелограмм

Дәлелдеуден қарастырып отырған қатынас мына түрде жазылатыны көрінеді. $\overline{\grave{A}\hat{A}}=\overline{DC}$, $\overline{BC}=\overline{AD}$

Мысал-3. M, N нүктелері $ABCD$ төртбұрышының AC, BD- диогональдарының ортасы . Дәлелдеу керек:

$$\overline{MN}=\frac{1}{2}\left(\overline{AB}+\overline{CD}\right)$$



4 – сурет

$$\overline{MN} = \overline{MA} + \overline{AB} + \overline{BN}$$

$$\overline{MN} = \overline{MC} + \overline{CD} + \overline{DN}$$

$$2\overline{MN} = \overline{MA} + \overline{MC} + \left(\overline{AB} + \overline{CD}\right) + \overline{BN} + \overline{DN}$$

$\overline{MA} = \overline{CM}$ және $\overline{BN} = \overline{ND}$ болғандықтан, онда

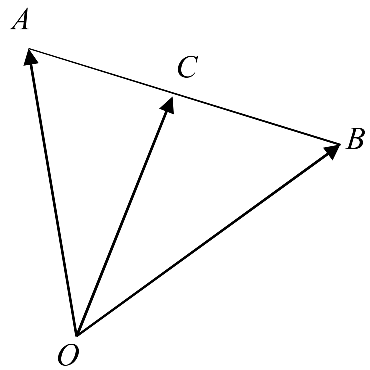
$$\overline{MN} = \frac{1}{2}\left(\overline{AB} + \overline{CD}\right)$$

Есептерді векторларды пайдаланып шешуде келесі теорема ерекше орын алады.

Теорема-1 (кесінді берілген қатынаста бөлу)

$\tilde{N}$ – нүктесі $\left[\grave{A}\hat{A}\right]$ - кесіндісін $|\grave{A}\tilde{N}| : |CB| = m : n$ қатыста бөлуі үшін келесі теңдіктің орындалуы қажетті және жеткілікті.

$$\overline{OC} = \frac{n}{m+n}\overline{OA} + \frac{m}{m+n}\overline{OB}$$



5- сурет

$|\grave{A}\tilde{N}| : |CB| = m : n$ теңдігінен

$$\frac{1}{m}\overline{AC} = \frac{1}{n}\overline{CB}$$

$$\frac{1}{m}\left(\overline{OC} - \overline{OA}\right) = \frac{1}{n}\left(\overline{OB} - \overline{OC}\right)$$

$$\Downarrow$$

$$\Downarrow$$

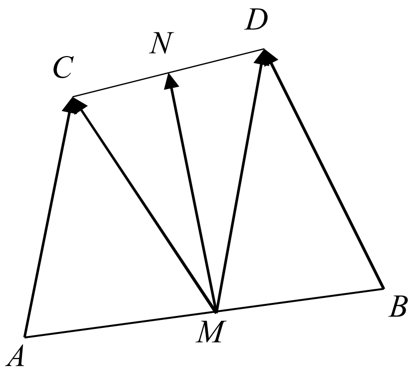
$$\left(\frac{1}{m} + \frac{1}{n}\right)\overline{OC} = \frac{1}{m}\overline{OA} + \frac{1}{n}\overline{OB}$$

$$\Downarrow$$

$$\overline{OC} = \frac{n}{m+n}\overline{OA} + \frac{m}{m+n}\overline{OB}$$

Теорема-2 а) Егер M, N нүктелері сәйкес AB, CD кесінділерін бөлетін бірдей қатыста бөлетін болса $|AM| : |MB| = |CN| : |ND| = m : n$, онда келесі теңдік орындалады:

$$\overline{MN} = \frac{n}{m+n}\overline{AC} + \frac{m}{m+n}\overline{BD}$$



6 – сурет

$$\begin{cases}\overline{MN}=\overline{MA}+\overline{AC}+\overline{CN}\\ \overline{MN}=\overline{MB}+\overline{BD}+\overline{DN}\end{cases}\Rightarrow$$

$$\begin{cases}\dfrac{1}{m}\overline{MN}=\dfrac{1}{m}\overline{MA}+\dfrac{1}{m}\overline{AC}+\dfrac{1}{m}\overline{CN}\\ \dfrac{1}{n}\overline{MN}=\dfrac{1}{n}\overline{MB}+\dfrac{1}{n}\overline{BD}+\dfrac{1}{n}\overline{DN}\end{cases}\Rightarrow$$

$$\left(\frac{1}{m}+\frac{1}{n}\right)\overline{MN}=\frac{1}{m}\overline{MA}+\frac{1}{m}\overline{AC}+\frac{1}{m}\overline{CN}+\frac{1}{n}\overline{MN}\Rightarrow$$

$$\left(\frac{1}{m}+\frac{1}{n}\right)\overline{MN}=\left(\frac{1}{m}\overline{MA}+\frac{1}{n}\overline{MB}\right)+\left(\frac{1}{m}\overline{AC}+\frac{1}{n}\overline{BD}\right)+\left(\frac{1}{m}\overline{CN}+\frac{1}{n}\overline{DN}\right)$$

Бұдан $\dfrac{m+n}{mn}\overline{MN}=\overline{0}+\left(\dfrac{1}{m}\overline{AC}+\dfrac{1}{n}\overline{BD}\right)+\overline{0}\Rightarrow$

$$\overline{MN}=\frac{n}{m+n}\overline{AC}+\frac{m}{m+n}\overline{BD}$$

Библиографиялық тізім

1. Н.И. Постоева. Векторное алгебра и основы аналитической геометрии в пространстве. ЛГУ. 1973г

2. И.Ю. Шарыгин. Факультативный курс по математике. Решения задач. Москва. «Просвещение» 1989г

3. В.Г.Чичигин. «Методика предподаванию геометрии». Москва. Учпедиз. 1959г

ВЕКТОРЛАРҒА ҚОЛДАНЫЛАТЫН СЫЗЫҚТЫҚ АМАЛДАР

Утенова А.А.
Аманжол Д.Е.
Шымкент университеті

Аннотация

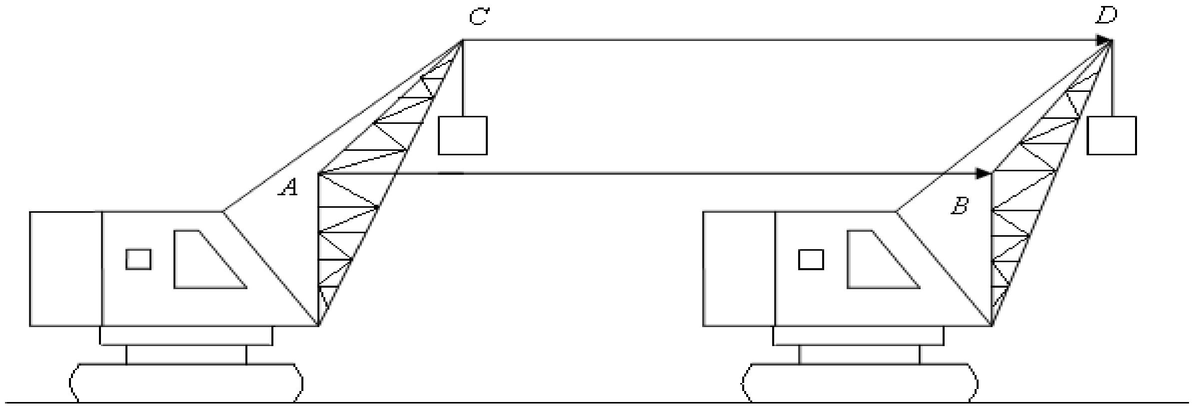
Қашықтық, аудан, салмақ, температура өзінің сандық мәндерімен беріледі. Бұл шамалар скаляр шамалар деп аталады. Кейбір есептерде сандық шамамен бірге оның бағытын да көрсетуге тура келеді. мысалы, жылдамдықтың сандық мәнімен қоса оның бағытында көрсету керек. Жылдамдық векторлық шама және вектор ұғымына түсінік беретін параметрдің бірі.

Екінші мысал физика курсынан белгілі күш. Күшті есептеу кезінде оның сандық мәнімен қатар бағыты да қажет.

Вектор ұғымына келтірілген мысалдардың ортақ қасиеттерін сипаттайық.

Жылдамдық та, күш те сандық мәнімен қатар бағыты бойынша да анықталады. Екіншіден, жылдамдыққа да, күшке де санды көбейтіп, қосуға болады.

2)



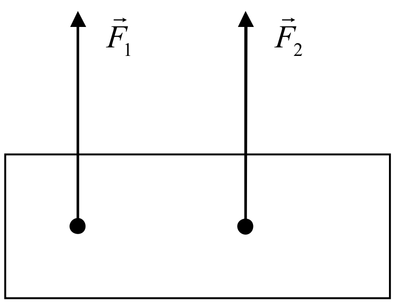
1-сурет

1 – суретте түзу сызықты рельс бойымен қозғалатын кран кескінделген. Оның барлық нүктелері бірдей жылдамдықпен қозғалады. Бұл жылдамдықтың кескінін оның кез – келген бағытынан (суретте кескінделген) көруге болады. Оның бағыты бастапқы нүктеге тәуелсіз. Жылдамдық **«еркін»** векторға мысал бола алады.

Еркін векторға геометрияда параллель көшіру мысал болады. $\overline{\grave{A}\hat{A}}$ параллель көшіруі сан мәнімен яғни $\grave{A}\hat{A}$ қашықтығымен қоса $\grave{A}\hat{A}$ – бағытымен де анықталады. Параллель көшіруді қосуға және санға көбейтуге болады.

Оның үстіне параллель көшіру бастапқы нүктеге тәуелсіз.

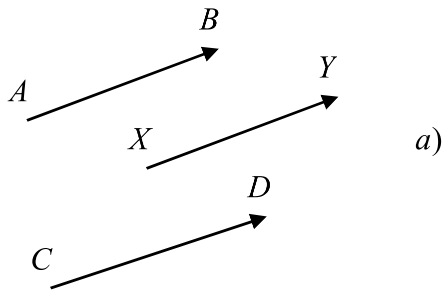
3)



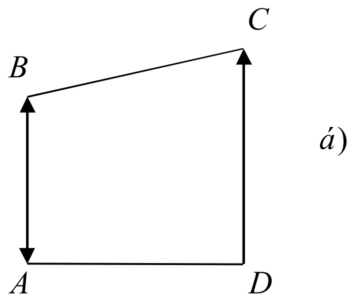
2-сурет

2 – суретте $\bar{F}_1, \bar{F}_2$ сандық мәндері тең бағыттары бірдей күштер бейнеленген. Бірақ олар денеге әр түрлі әсер етеді. Өйткені олардың бекітілген нүктелері бөлек. Мұндай векторларды **байламды векторлар** деп атаймыз.

4) 3 – сурет. Шартты түрде $\grave{A}\hat{A}$ – векторының кескіні деп бағытталған $\grave{A}\hat{A}$ кесіндісін айтамыз. (3 а) – сурет)



3-сурет



3 а - сурет

Параллель көшіруде сәйкес бірнеше нүктелердің жұбы бейнеленген $\tilde{O} \rightarrow \acute{O}, \grave{A} \rightarrow \hat{A}, \tilde{N} \rightarrow D$. Бағытталған $X\acute{O}, \grave{A}\hat{A}, \tilde{N}D$ кесінділері бір ғана $\bar{a}$ векторын кескіндейді.

$$\bar{a} = \bar{xy} = \bar{\grave{A}\hat{A}} = \bar{CD}$$

$\bar{AB}$ векторының бағыты деп- $\grave{A}\hat{A}$ сәулесімен берілген бағытты айтамыз.

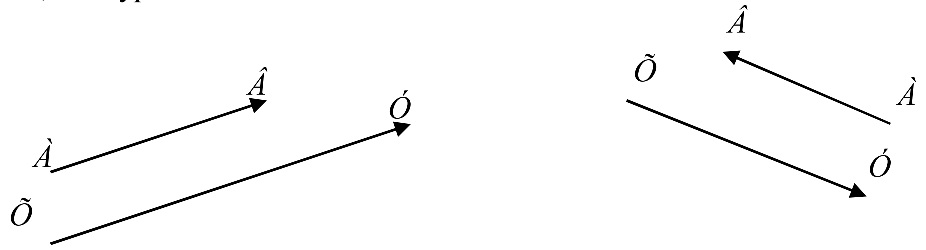
$\bar{AB}$ векторының ұзындығы (немесе модулі) деп- AB ара қашықтығын айтамыз. $\bar{AB}$ векторының ұзындығын $\left|\bar{AB}\right|$ деп белгілейміз. Екі вектор тең деп аталады, егер олар параллель көшірумен үйлессе (беттессе). Бұл дегеніміз бір вектордың басы мен соңы , екінші вектордың басы мен соңына алмастыратын параллель көшіру табылады. Бұл жерден егер векторлар бірдей бағытталған және абсолют шамасы бойынша тең болса (модулы) онда олар тең векторлар болады.

Шынында да $\bar{AB}$, $\bar{CD}$ - бағыттас, модулы бойынша тең векторлар болсын (8 а) – сурет).

C – нүктесін A нүктесіне көшіретін параллель көшіру CD сәулесін AB сәулесімен беттестіреді. Сондықтан олар бағыттас $\left|\bar{AB}\right| = \left|\bar{CD}\right|$.

D – нүктесі B нүктесімен беттеседі . Бұл дегеніміз параллель көшіру $\bar{CD}$ векторы $\bar{AB}$ векторымен ауыстырады, яғни $\bar{AB}$, $\bar{CD}$ векторлары тең.

$\bar{AB}$ және $\bar{\tilde{O}\acute{O}}$ векторлары бағыттас деп аталады, егер $\grave{A}\hat{A}$ және $\tilde{O}\acute{O}$ сәулелері бағыттас болса, 4 – сурет



4-сурет

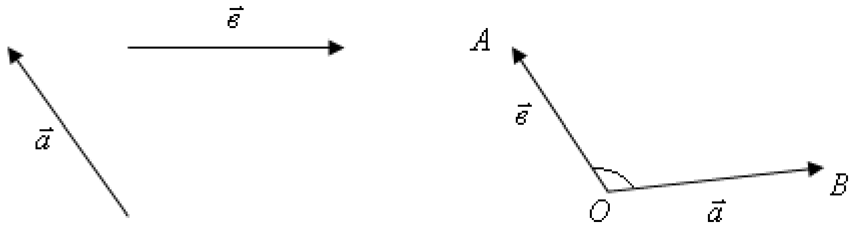
Егер $\grave{A}\hat{A}$ және $\tilde{O}\acute{O}$ сәулелері қарама – қарсы бағытталған болса, онда $\bar{AB}$ және $\bar{\tilde{O}\acute{O}}$ векторлары қарама – қарсы бағытталған вектор деп аталады. (4 б) – сурет)

Нөл арақашықтықта параллель көшіру **нөлдік вектор деп аталады.** Оны $\bar{0}$ немесе $\bar{AA}, \bar{BB}, \bar{CC}$ деп белгілейді. Нолдік вектордың бағыты туралы айтылмайды. Нөлдік вектордың модулі 0 – ге тең. Барлық нолдік векторлар анықтама бойынша тең. Нөлдік векторлар кез – келген векторлармен коллинеар. Нолдік емес векторлар не бағыттас не қарама – қарсы бағыттас болса, онда олар **коллинеар векторлар** деп аталады.

3 б) – суреттегі $\grave{A}\hat{A}\tilde{N}D$ параллелограммды қарастырайық. $\overline{\grave{A}\hat{A}}, \overline{DC}$ векторларының тең екенін дәлелдеу қажет. A нүктесі D нүктесіне өтетіндей $\overline{AB}$ параллель көшіруге түсіреміз. Бұл көшіруде A нүктесі AD түзуімен үйлеседі, онда B нүктесі параллель BC түзуімен үйлеседі. AB түзуі параллель түзуге ауысады, DC түзуіне көшеді. Демек B нүктесі D нүктесіне ауысады. Параллель көшіру $\overline{AB}$ векторын $\overline{DC}$ векторына көшіреді, онда бұл векторлар тең. Яғни, $\overline{\grave{A}\hat{A}}, \overline{DC}$ векторлары тең екені шығады.

5). AB - бағытталған кесіндісі және $\overline{a}$ векторы берілсін. X – еркімізше алынған нүкте болсын. X – нүктесінен бастап $\overline{a}$ векторын салуға болады. Ол үшін AB сәулесімен бағыттас $\tilde{O}\grave{I}$ сәулесін салуымыз керек. Және сол $\tilde{O}\grave{I}$ сәулесінің бойынан X – нүктесінен бастап AB кесіндісіне тең кесінді өлшеп саламыз. $\tilde{O}\acute{O}$ бағытталған кесінді ізделінді. $\overline{a}$ векторының кескіні болады.

6). Нолдік емес $\overline{a}$ және $\overline{\hat{a}}$ векторының арасындағы бұрышты олардың бағыттарының арасындағы бұрыш арқылы анықтайды.



5-сурет

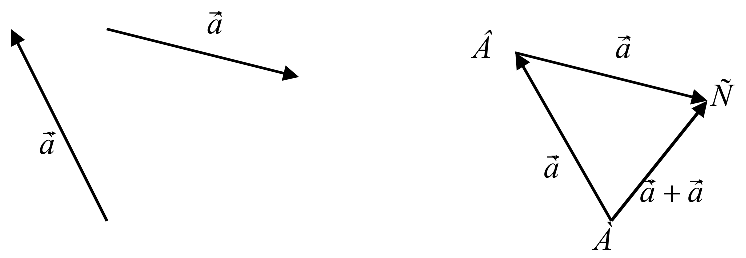
$\overline{a}$ және $\overline{\hat{a}}$ векторлары берілген. (5-сурет). Қандай да бір $\hat{I}$ нүктесін алып сол нүктелерден $\overline{\hat{I}\grave{A}} = \overline{\grave{a}}, \overline{\hat{I}\hat{A}} = \overline{\hat{a}}$ саламыз. AOB дөңес бұрыштың ұзындығы $\overline{a}$ және $\overline{\hat{a}}$ векторлардың арасындағы бұрыш болады. Оны былай белгілейміз:

$$(\overline{\grave{a}} \hat{\ } \overline{\hat{a}})$$

Егер векторлар бағыттас болса, олардың арасындағы бұрыш 0^0, егер олар қарама – қарсы бағытталған болса олардың арасындағы бұрыш 180^0 **-** қа тең.

Векторларды қосу

1. Параллель көшірудің векторлар деген басқаша атауын алдық, олай болса, векторларды қосу дегеніміз сәйкес параллель көшірулердің қосындысы (6 – сурет) $\overline{a}$ және $\overline{\hat{a}}$ векторлары берілген. $\grave{A}$ нүктесімен $\overline{\grave{A}\hat{A}} = \overline{\grave{a}}$ векторын саламыз. В нүктесімен $\overline{\hat{A}\tilde{N}} = \overline{\hat{a}}$ векторын саламыз. $\overline{\grave{A}\hat{A}} = \overline{\grave{a}}, \overline{\hat{A}\tilde{N}} = \overline{\hat{a}}$ параллель көшірулерінің қосындысы $\overline{\grave{A}\tilde{N}}$ параллель көшіруі болады.



6-сурет

Яғни, $\bar{a}\,,\bar{\hat{a}}$ векторларының қосындысы $\overline{\grave{A}\tilde{N}}$ векторы болады.

Векторларды қосудың осы әдісі **үшбұрыштар әдісі** деп аталады.

Екі вектордың қосындысы деп үшбұрыш әдісі бойынша алынған үшінші векторды айтамыз.

2. Векторларды қосу келесі заңдылықтарға бағынады.

1) Нолдік вектордың жұтылу заңы

Кез – келген вектор мен нөлдік вектордың қосындысы сол вектордың өзіне тең.

$$\bar{\grave{a}}+\bar{0}=\bar{\grave{a}}$$

Дәлелдеу кез – келген $\grave{A}$ нүктесінен $\bar{\grave{a}}$ векторын саламыз.

$\bar{\grave{a}}=\overline{\grave{A}\hat{A}},$ онда $\bar{\grave{a}}+0=\overline{\grave{A}\hat{A}}+\overline{\hat{A}\hat{A}}=\overline{\grave{A}\hat{A}}=\bar{\grave{a}}$

2) Қарама – қарсы векторлардың табылу заңы.

Кез – келген $\bar{\grave{a}}$ векторына қарама қарсы табылады вектор $-\bar{\grave{a}}$ $\bar{\grave{a}}+\left(-\bar{\grave{a}}\right)=\bar{0}$. Кез – келген вектормен болған қарма – қарсы вектордың қосындысы $\bar{0}-$ дік векторға тең.

Дәлелдеу: Кез – келген $\grave{A}$ нүктесінен $\bar{\grave{a}}=\overline{\grave{A}\hat{A}},$ саламыз. $\overline{\hat{A}\grave{A}}-$ векторын қарастырамыз.

$\overline{\grave{A}\hat{A}}+\overline{\hat{A}\grave{A}}=\overline{\grave{A}\grave{A}}=\bar{0}$, яғни $\bar{\grave{a}}+\overline{\hat{A}\grave{A}}=\bar{0}$ яғни $\bar{\grave{a}}+\overline{\hat{A}\grave{A}}=\bar{0}$

Бұдан $\overline{\hat{A}\grave{A}}-$ векторы $\bar{\grave{a}}$ векторына қарама қарсы, яғни $-\bar{\grave{a}}$

3) Қосудың ассоциативтік заңы (үлестірімділік заңы).

$$\left(\bar{a}+\bar{в}\right)+\bar{c}=\bar{a}+\left(\bar{в}+\bar{c}\right)$$

Дәлелдеу: $-\bar{\grave{a}}$ векторын $\grave{A}$ нүктесінен бастап саламыз. $\bar{\grave{a}}=\overline{\grave{A}\hat{A}},\ \bar{\hat{a}}$ векторын $\hat{A}$ нүктесінен бастап саламыз. $\bar{\hat{a}}=\overline{\hat{A}\tilde{N}},$ал $\bar{\tilde{N}}$ векторын $\tilde{N}$ нүктесінен бастап саламыз $.\bar{\tilde{N}}=\overline{\tilde{N}D}$ векторларын қосу ережесі бойынша:

$$\bar{a}+\bar{в}=\overline{AB}+\overline{BC}=\overline{AC}$$

$$\left(\bar{a}+\bar{в}\right)+\bar{c}=\overline{AC}+\overline{CD}=\overline{AD}$$

Осыдан былай деп тұжырымдаймыз.

$$\bar{\hat{a}}+\bar{\tilde{n}}=\overline{\hat{A}D}$$

$$\bar{a}+\left(\bar{\hat{a}}+\bar{\tilde{n}}\right)=\overline{\grave{A}\hat{A}}+\overline{\hat{A}D}+\overline{\grave{A}D}$$

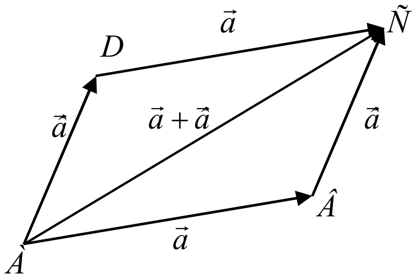
Яғни, $\left(\bar{a}+\bar{в}\right)+\bar{c}=\bar{a}+\left(\bar{в}+\bar{c}\right)$

4). Қосудың коммутативтік заңы (ауыстырымдылық заңы)

$\bar{a}+\bar{\hat{a}}=\bar{\hat{a}}+\bar{\grave{a}}$

Дәлелдеу: Векторларды қосудың ауыстырымдылық заңы (параллель көшіру) туралы айтылып кетті.

Бұл қасиет екі коллинеар емес екі $\bar{\grave{a}},\bar{\hat{a}}$ векторларын параллелограмм ережесі бойынша қосуға мүмкіндік береді. Мұндағы $\bar{\grave{a}},\bar{\hat{a}}$ векторлары бір $\grave{A}$ нүктесінен бастап салынады (7-сурет).



7 – сурет

$\grave{A}\hat{A}\tilde{N}D$ параллелограммының $\grave{A}\hat{A}$ және $\grave{A}D$ қабырғалары болады.

Онда $\bar{AC}=\bar{a}+\bar{в}$

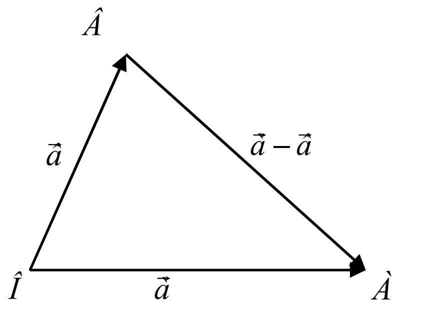
Векторды азайту

$\bar{\grave{a}}$ және $\bar{\hat{a}}$ векторларының айырымы деп $\bar{\tilde{o}}$ векторын айтамыз, яғни қосынды $\bar{\tilde{o}}+\bar{\hat{a}},\bar{\grave{a}}$ - векторына тең болатын. Оны былай белгілейміз. $\bar{\grave{a}}-\bar{\hat{a}}$.

$\bar{\grave{a}}$ және $\bar{\hat{a}}$ векторларының айырымы $\bar{\grave{a}}$ және $-\bar{\hat{a}}$ векторының қосындысы тең екенін дәлелдейміз.

$$\bar{\grave{a}}+\left(-\bar{\hat{a}}\right)+\bar{\hat{a}}=\bar{\grave{a}}+\left(-\bar{\hat{a}}+\bar{\hat{a}}\right)=\bar{\grave{a}}+\bar{0}=\bar{\grave{a}}$$

Яғни $\bar{\tilde{o}}=\bar{\grave{a}}-\bar{\hat{a}}=\bar{\grave{a}}+\left(-\bar{\hat{a}}\right)$



8-сурет

Егер $\bar{\grave{a}}$ және $\bar{\hat{a}}$ векторларын бір $\hat{I}$ нүктесімен салатын болсақ, онда айырым $\bar{\grave{a}}-\bar{\hat{a}}$ мынаған тең болады.

$$\bar{\grave{a}}-\bar{\hat{a}}=\bar{\hat{I}\grave{A}}-\bar{\hat{I}\hat{A}}=\bar{\hat{A}\grave{A}}$$

Библиографиялық тізім

1. Н.И. Постоева. Векторное алгебра и основы аналитической геометрии в пространстве. ЛГУ. 1973г

2. И.Ю. Шарыгин. Факультативный курс по математике. Решения задач. Москва. «Просвещение» 1989г

3. В.Г.Чичигин. «Методика предподаванию геометрии». Москва. Учпедиз. 1959г

4. Н.Әшірбаев, П.Дүйсебаева, Т. Сұлтанбек, Ж. Қаратаев. «Сызықтық алгебра және аналитикалық геометрия есептері мен жаттығулары» Шымкент. 2007ж

5. Н.Әшірбаев, П.Дүйсебаева, Т. Сұлтанбек, Ж. Қаратаев. «Аналитикалық геометрия» Шымкент. 2009ж

6. М.Исқақов, М.Құлқашева. «Аналитикалық геометрия есептері мен жаттығулары» Алматы. «Мектеп» 1992ж

АНЫҚТАЛҒАН ИНТЕГРАЛДЫ ИНТЕРБЕЛСЕНДІ ӘДІСТЕРМЕН ОҚЫТУ

Чинкоджаева Ж.Г.
Шымкент университеті

Аннотация

Анықталған интеграл ұғымына келтірілетін есептер.

Анықталған интеграл ұғымы күрделі ұғым. Сондықтан оған анықтама берместен бұрын анықталған интеграл ұғымына келтіретін есептерді қарастырайық. Бұл ұғымға геометрия, механика, физика және техника салаларының мәселелері мен есептері келтіреді. Көптеген есептердің тек екі түрін қарастырайық. Олардың бірін геометриядан, ал екіншісін механикадан алынған есептерді келтірейік. Есептердің шешімін анықтауда бір ғана әдіс қолданылады.

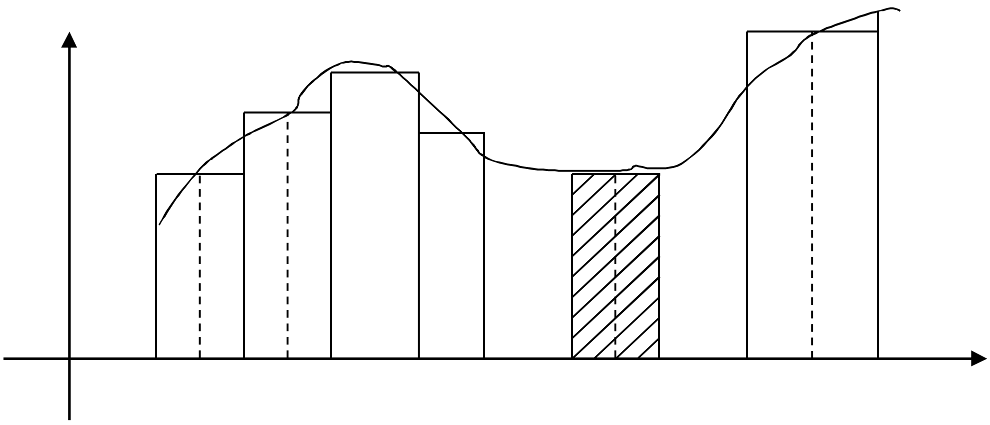
Аудан туралы есеп Мектептегі геометрияда тұйық сынық сызықтармен немесе шектердің доғасымен шекараланған жазық фигуралардың аудандарын табу қарастырылған, ал кез келген қисықпен қоршалған жазық фигураның ауданын табу туралы геометриялық жалпы есепті тек қана математикалық талдау әдістерімен шешуге болады.

Кез келген тұйық қисықпен қоршалған фигураны әдетте біріне-бірі перпендикуляр екі бағытта жүргізілген түзулер арқылы, бір жағынан қисықпен үш жағынан екеуі үшіншісіне перпендикуляр үш түзумен қоршалған «қисық сызықты трапеция» деп аталатын бірнеше фигураларға бөлуге болады. Бұл фигураларды бір жағынан қоршайтын қисық сызық трапецияның бүйір қабырғаларына параллель түзулермен көп болса бір-ақ нүктеде қиылысады. Екі параллель қабырғаларының бірі нүктеге айналып, қисық сызықты трапецияның орнына қисық сызықты үшбұрыш болуы да мүмкін. Демек кез келген қисықпен қоршалған жазық фигураның ауданын табудың орнына, енді біз көрсететін қисық сызықты трапецияның ауданын тапсақ жеткілікті. Бірақ орта мектептегі геометрия курсында кез келген қисықпен қоршалған фигураның ауданы деп нені айтатынымыз белгісіз болатын. Сондықтан осындай фигураның ауданы дегеніміз не? Соны анықтап алып, оның соңынан берілген анықтамаға сүйеніп, аудан табу есебін шешуіміз керек (жанама туралы есепте де осылай болатын). Айтылғанға сәйкес, бұл анықтама мен есептің шешуін қисық сызықты трапеция үшін берсек жеткілікті.

Элементарлық геометрияда дөңгелектің ауданын белгілі көпбұрыштардың ауданының шегі деп алғанбыз. Осы әдісті жалпы есепті шешуге де қолдана аламыз. Сонымен мынадай есептің шешуші қарастырайық:

Жоғарыдан $[a;b]$ сегментінде анықталған үздіксіз $y = f(x) > 0$ функциясының графигімен, екі жағынан $x = a,\ \ x = b$ түзулерімен, төменнен Ох өсінің

$[a; b]$ кесіндісімен қоршалған АВСД қисық сызықты трапециясының ауданын анықтау керек (1-сурет).



1-сурет Қисық сызықты трапецияның ауданы

Есепті шешу үшін $[a; b]$ сегментін қалауымызша алынған $a = x_0 < x_1 < x_2 < \ldots x_i < x_{i+1} < \ldots < x_{n-1} < x_n = b$ нүктелерімен n бөлікке бөліп, әр бөлуші нүктеде ординаталар жүргізсек АВСД трапециясы n жолаққа бөлінеді. Әрбір $[x_{i-1}, x_i]$ $(i = 1,2,\ldots,n)$ бөлік сегменттен еркімізше ξ_i нүктесін алып, осы нүктелердегі $f(\xi_i)$ ординаталарын жүргізейік те, шыққан жолақтардың әрқайсысына сәйкес, табаны сол жолақтың табаны болатын, биіктігі $f(\xi_i)$ мәндеріне тең тіктөртбұрыштар тұрғызайық. i-ші тіктөртбұрыштардың ауданы

$$f(\xi_i)(x_i - x_{i-1}) = f(\xi_i)\Delta x_i$$

болады. АВСД қисық сызықты трапецияның орнына тіктөртбұрыштардан тұратын «баспалдақты» (сатылы) фигура шығады. Бұл фигураның ауданы тіктөртбұрыштардың аудандарының қосындысынан тұрады. Осы баспалдақты фигураның ауданын АВСД қисық сызықты трапецияның ауданының жуық мәні деп қарастырамыз. АВСД қисық сызықты трапециясының ауданын s деп белгілесек,

$$s \approx \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\Delta x_i.$$

Бөлу нүктелерінің саны неғұрлым көп болып, әр бөлік сегменттің ұзындығы $\Delta x_i (i = 1,2,\ldots,n)$ неғұрлым азайған сайын, баспалдақты фигураның ауданы $\sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\Delta x_i$ соғұрлым s ауданына жақын болады. Сондықтан s ауданы деп осы қосындының барлық Δx_i нольге ұмтылғандағы шегін айтуымызға болады.

Демек мынадай анықтама беру мүмкін:

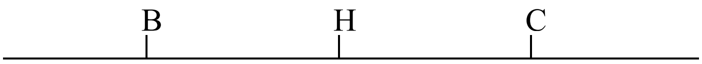
Анықтама Көрсетілген АВСД қисық сызықты трапецияның ауданы деп $\sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\Delta x_i$ қосындысының барлық $\Delta x_i \to 0$ ұмтылғандағы шегін айтамыз:

$$s = \lim_{\lambda \to 0} \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\Delta x_i$$

мұндағы $\lambda = \max(\Delta x_i) = \max(x_i - x_{i-1})$. ($\lambda \to 0$ ұмтылғанда барлық $\Delta x_i \to 0$).
Берілген анықтамадағы шек $[a;b]$ сегментін бөлу тәсілінен және әр бөлік сегменттен ξ_i нүктесін таңдап алудан тәуелсіз болуы керек,себебі бөлу тәсілі мен анықталған ξ_i нүктелеріне ешқандай шарт қойған жоқпыз.

Сонымен қисық сызықты АВСД трапециясының ауданын есептеп шығару үшін (1) шекті табу керек. Егер берілген $y = f(x) < 0$ болса, график Ox өсінің астында жатады. Осы айтылғандардың бәрі дұрыс болу үшін, Ox өсінің астындағы фигураның аудандарын теріс таңбамен алсақ болғаны.

2 Айнымалы күштің жұмысы бағыты ВС түзуінің бойымен бағытталған айнымалы Р күшінің әсерінен осы түздің бойымен қозғалған дененің В нүктесінен С нүктесіне дейін жылжығандағы істелген жұмыс А-ны табу керек (2-сурет).



2-сурет Айнымалы күштің жұмысына қатысты сурет

Егер В-дан С-ға дейінгі қозғалыста Р күші тұрақты болса, жұмыс күшпен жүрілген жолдың көбейтіндісіне тең екені белгілі.Жүрген жол ВС=S деп белгілесек,А =PS болар еді.
Ал, В-дан С-ға дейінгі жолда Р күші нүктеден нүктеге өзгеріп отырса, ол жүрілген жолдың функциясы болады. В нүктесінен бастап ВС кесіндісінің кез келген М нүктесіне дейінгі қашықтықты $S = MB$ деп белгілесек, $p = p(s)$ болуы керек, мұндағы $o \le s \le S$. Осы айнымалы күштің әсерімен дене В-дан С-ға дейін жылжығанда істелген жұмысты қалай табу керек? Ол үшін барлық жүрілген жолды $(BC = S)$ еркімізше n бөлікке бөлеміз:

$$O = s_0 < s_1 < s_2 < \ldots < s_n = S$$

жолдың әр бөлігі өте аз болса, онда бойындағы күшті тұрақты деп (мысалы осы бөліктің басындағы мәніне тең деп) алсақ, барлық жолдағы істелген жұмыс әр бөлік жолда істелген жұмыстардың қосындысына тең болар еді. Бөлік жол $s_i - s_{i-1} = \Delta s_i$ аз болғандықтан бұл бөліктің ішінде күш те өте аз өзгереді. Сондықтан осы бөліктегі тұрақты күштің істейтін жұмысын көрсетілген айнымалы күштің істейтін жұмысының жуық мәні етіп алуға мүмкіндігіміз бар. Онда барлық жұмыстың жуық мәні

$$A \approx p(s_1)(s_1 - s_0) + p(s_2)(s_2 - s_1) + \ldots + p(s_n)(s_n - s_{n-1}) = \sum_{i=1}^{n} P(s_i)\Delta s_i$$

болады. Неғұрлым барлық Δs_i бөліктері аз болса, солғұрлым бұл жуық өрнектің қатесі аз болады, сондықтан $\lambda = \max(\Delta s_i)$ десек,

$$A = \lim_{\lambda \to 0} \sum_{i=1}^{n} P(s_i)\Delta s_i$$

болуы керек. Сонымен айнымалы Р күшінің істеген жұмысын табу үшін (2) шекті табу шарт.

Бұл қарастырған есептердің бірі геометриялық, екіншісі физикалық есептер. Олар ғылымның түрліше салаларына жатады. Ал шешулеріне келсек, математикалық тұрғыдан қарағанда екеуі де бір есеп. Себебі екеуінде де берілген функция анықталатын сегментті еркімізше n бөлікке бөліп (бірінші есепте ол $y = f(x)$ функциясы анықталатын $[a,b]$

сегменті еді, екінші есепте қозғалу жолы $[0;s]$) әр бөліктен қалауымызша бір нүкте алып, осы нүктедегі берілген функцияның мәнін (бірінші есепте функцияның мәні $f(\xi_i)$, екінші есепте айнымалы күштің мәні $p(s_i)$) бөлік сегменттің ұзындығына көбейтіп, қосындылар жасадық. Екі есептің екеуі де осындай қосындылардың әр бөлік сегменттің ұзындығы нөлге ұмтылғандағы шегін табуға келтірілді. Жалпы осы типтес есептер геометрияда, физикада және техникада да өте көп кездеседі.Сондықтан да (1),(2) сияқты шектерге байланысты мәселелерлерді жан-жақты зерттеуге тура келеді.

Міне,осындай қосындының шегін есептеу анықталған интеграл ұғымына келтіреді.

Анықталған интегралдың анықтамасы.

$[a,b]$ сегментінде анықталған $y = f(x)$ функциясы берілсін. Осы сегментті қалауымызша алынған $a = x_0 < x_1 < x_2 < \ldots < x_n = b$ нүктелерімен n бөлікке бөліп, әр $[x_{i-1}, x_i]$ бөлік сегменттен кез келген ξ_i нүктесін алып, Риман қосындысы немесе интегралдық қосынды деп аталатын мынадай қосынды жасайық:

$$\sigma = \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\Delta x_i = \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)(x_i - x_{i-1}).$$

Бұл қосындының мәні, жалпы алғанда, $[a,b]$ сегментін бөлу тәсілінен де, ξ_i нүктелеріне де тәуелді. Бөлік сегменттердің ұзындықтарының ең үлкенін λ, яғни

$\lambda = \max(\Delta x_i) = \max(x_i - x_{i-1}) \quad (i = 1,2,\ldots,n)$ деп белгілейік.

Анықтама Егер интегралдық қосынды σ-ның λ нөлге ұмтылғанда (барлық бөлік сегменттердің ұзындықтары Δx_i нөлге ұмтылғанда) $[a,b]$ сегментін бөлу тәсілінен тәуелсіз және әр бөлік сегменттен ξ_i нүктесін таңдап алудан тәуелсіз шекті (тиянақты) шегі бар болса, осы шекті $f(x)$ функциясының a-дан b-ға дейінгі немесе $[a,b]$ сегментіндегі анықталған интегралы деп,атайды да оны $\int_a^b f(x)dx$ деп белгілейді.

Сонымен анықтама бойынша

$$\lim_{\lambda \to 0} \sigma = \lim_{\lambda \to 0} \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\Delta x_i = \int_a^b f(x)dx.$$

(оқуы: интеграл a-дан b-ға дейінгі икстен эф дэ икс). Мұндағы $f(x)$- интеграл астындағы функция, $f(x)dx$- интеграл астындағы өрнек, a саны –интегралдың төменгі, b саны – интегралдың жоғарғы шегі, ал x айнымалысы – интегралдау айнымалысы деп аталады.

Берілген анықтамадан жоғарғы, төменгі шектер тұрақты сандар болса, анықталған интеграл тұрақты санға тең болатынын байқаймыз, себебі ол айнымалы қосындының шегі.

Анықталған интегралдың анықтамасын жоғарыдан көрсетілген есептердің шешімдерінен салыстырсақ мынаны көреміз:

1 Қисық сызықты трапецияның ауданы, оны шекаралайтын қисықтың ординатасынан табаны бойынша алынған интегралға тең:

$$S=\int_a^b f(x)dx=\int_a^b ydx.$$

Бұл анықталған интегралдың геометриялық мағынасын көрсететін факт қысқаша былай тұжырымдалады: теріс емес функциядан алынған анықталған интеграл қисық сызықты трапецияның ауданына тең.

Айнымалы күштің істейтін жұмысы, сол күштің жүрілген жол бойынша алынған интегралына тең:

$$A=\int_0^S P(S)ds.$$

Егер анықтамада көрсетілген қосындының шегі,яғный $\int_a^b f(x)dx$ саны бар болса,онда $f(x)$ функциясын $[a;b]$ сегментінде интегралданатын функция дейді.

Енді $[a;b]$ сегментінде интегралданатын функция болуы үшін $f(x)$ функциясы қандай шарттарды қанағаттандыруы керек екенін зерттейік.

Теорема Егер $y=f(x)$ функциясы $[a,b]$ кесіндісінде интегралданатын болса, онда бұл кесіндіде ол шектелген функция болады.

Анықталған интегралдың бар болу шарты.

Теорема $[a,b]$ сегментінде анықталып, шектелген $y=f(x)$ функциясы осы сегментте интегралданатын болуы үшін

$$\lim_{\lambda\to 0}(S-s)=0$$

шартының орындалуы қажетті және жеткілікті.

Енді осы теоремаға сүйене отырып,қандай функциялар интегралданатын функциялар тобына жататынын көрсететін теоремаларды келтіреміз.

Теорема-1 $[a,b]$ сегментінде үздіксіз $f(x)$ функциясы осы сегментте интегралданады.

Теорема-2 Бірнеше үзіліс нүктелері бар, $[a,b]$ сегментінде шектелген $f(x)$ функциясы осы сегментте интегралданады.

Теорема-3 $[a,b]$ сегментінде монотонды, шектелген функция осы сегментте интегралданады.

Анықталған интегралдың негізгі қасиеттері.

1^0 Тұрақты санды анықталған интеграл белгісінің алдына шығаруға болады:

$$\int_a^b kf(x)dx=k\int_a^b f(x)dx, \text{ мұнда } k=const.$$

2^0 Бірнеше функциялар қосындысының анықталған интегралы қосылғыштарының анықталған интегралдарының қосындысына тең, яғни

$$\int_a^b [f_1(x)+f_2(x)+...+f_n(x)]dx=\int_a^b f_1(x)dx+\int_a^b f_2(x)dx+...+\int_a^b f_n(x)dx.$$

Мысалы, $f(x)$ және $\varphi(x)$ функцияларының алгебралық қосындысы үшін $\int_a^b [f(x) \pm \varphi(x)]dx = \int_a^b f(x)dx \pm \int_a^b \varphi(x)dx$ болады.

Осы екі қасиет интегралдың сызықтық қасиеті деп аталады.

3^0 Егер $[a,b]$ аралығын $[a,c]$ және $[c,d]$ аралықтарына бөлсек, онда

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^d f(x)dx.$$

Бұл қасиетті аддитивтілік қасиет деп атайды.

4^0 Егер интегралдың жоғарғы шегі мен төменгі шегінің орындарын ауыстырсақ, онда оның таңбасы өзгереді:

$$\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx.$$

5^0 Жоғарғы шегі мен төменгі шегі тең болатын интеграл 0-ге тең:

$$\int_a^a f(x)dx = 0.$$

6^0 Егер $[a,b]$ аралығындағы x айнымалысының барлық мәндері үшін $f(x) \geq 0$ болса, онда

$$\int_a^b f(x)dx \geq 0.$$

7^0 Егер $[a,b]$ аралығындағы x айнымалысының барлық мәндері үшін $f(x) \geq \varphi(x)$ болса,

онда $\int_a^b f(x)dx \geq \int_a^b \varphi(x)dx$.

8^0 Егер $[a,b]$ аралығындағы $f(x)$ функциясының ең үлкен және ең кіші мәндері сәйкес M мен m сандары болса, онда

$$m(b-a) \leq \int_a^b f(x)dx \leq M(b-a).$$

9^0.Анықталған интегралдың орта мәні туралы теорема.

Егер $f(x)$ функциясы $[a;b]$ сегментінде интегралданса және $\forall x \in [a;b]$ үшін $m \leq f(x) \leq M$ теңсіздіктері орындалса, оның интегралы

$$\int_a^b f(x)dx = \mu(b-a)$$

теңдігін қанағаттандырады, мұндағы $m \leq \mu \leq M$ теңсіздігін қанағаттандыратын тұрақты сан.

Библиографиялық тізім

1 Шыныбеков Ә.Н. Алгебра және анализ бастамалары. - Алматы: Білім, 2002.

2 Әбілқасымова А., Бекбоев И. және т.б. Алгебра және анализ бастамалары. Жалпы білім беретін мектептің жаратылыстану-математикалық бағытындағы 11-сынып оқушыларына арналған оқулық. – Алматы: Мектеп, 2007.

3 Әбілқасымова А., Жұмағұлова З. Алгебра және анализ бастамалары. Жалпы білім беретін мектептің жаратылыстану-математикалық бағытындағы 11-сыныпқа арналған дидактикалық материалдар. – Алматы: Мектеп, 2007.

4 Алгебра және анализ бастамалары: Жалпы білім беретін мектептің 10-11 сыныптарына арналған оқулық. А.Н.Колмогоров, А.М.Абрамов, Ю.П:Дудницын және басқалар. Редакциясын басқарған А.Н.Колмогоров. -Алматы: Просвещение-Қазақстан, 2002. -320 б.

5 Башмаков М.И. Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 кл. средней школы. -М.: Просвещение, 1991. – 352 с.

ЫҚТИМАЛДЫҚТАР ТЕОРИЯСЫ ЭЛЕМЕНТТЕРІН ОҚЫТУ ӘДІСТЕМЕСІ

Мекембай Ә.Д.
Шымкент университеті

Аннотация

Адам ойы мен қиялы өте шексіз. Жылдарға, ғасырларға кейіндеп те, ілгерілеп те алға оза алады. Саналы адам көрсем, білсем, үйренсем деп тұрады. Көрген, білгенінен ой түйіндейді, қорытынды шығарады. Математика, физикада қарастырылатын есептер көбінесе бір мәнді анықталады. Мысалы: қолымызбен тасты лақтырсақ, онда тастың орнын кез-келген уақыт кезеңінде анықтай аламыз. Бірақ ғылымның әр саласында, техникада, шаруашылық саласында қолданылатын көптеген есептер бір мәнді анықталмайды. Мысалы: тиынды лақтырып, оның қай жағымен түсетінін нақты айтуға болмайды. Мұндай жағдайда осы сияқты есептерді шешуде белгілі бір нақты шешім айтуға болмайтын тәрізді көрінеді. Алайда бұл тәжірибеде керісінше. Ойын практикасы көрсеткендей тиынды негұрлым көбірек лақтырсақ, солғұрлым әрекеттің жартысында елтаңба жағы түссе, енді жартысында цифр жағы түсетіні байқалды. Бұл кездейсоқ оқиға. Белгілі бір заңдылыққа байланысты. Міне осындай заңдылықтарды ықтималдық теориясы қарастырады. Ең қарапайым мысал ретінде тиын лақтыруды алдық.

1.Ықтималдылық теориясы Ықтималдылық теориясы – кездейсоқ бір оқиғаның ықтималдығы бойынша онымен қандай да бір байланыста болатын басқа бір кездейсоқ оқиғаның ықтималдығын анықтауға мүмкіндік беретін математика білімі. Ықтималдылық теориясында кездейсоқ құбылыстардың заңдылығы зерттеледі. Кездейсоқ құбылыстарға анықталмағандық, күрделілік, көп себептілік қасиеттері тән. Сондықтан мұндай құбылыстарды зерттеу үшін арнайы әдістер құрылады. Ол әдістер мен тәсілдер Ықтималдылық теориясында жасалынады. Мысалы, біркелкі болып келетін кездейсоқ құбылыстарды жан-жақты бақылай отырып қандай да болмасын бір заңдылықты (тұрақтылықты), яғни статистик. заңдылықты байқаймыз. Ықтималдылық теориясының негізгі ұғымдары элементар ықтималдылық теориясы шегінде қарапайым түрде анықталады. Элементар ықтималдылық теориясында қарастырылатын әрбір сынау (T) E1,E2, ...,Es оқиғаларының тек қана біреуімен ғана аяқталады. Бұл оқиғалар сынау нәтижесі (қорытындысы) деп аталады. Әрбір Ek нәтижесімен оның ықтималдығы деп аталатын pk оң саны байланыстырылады. Бұл жағдайда pk сандарының қосындысы бірге тең болуы керек. А оқиғасы тең мүмкіндікті бірнеше оқиғаларға (Ei ,Ej , …, Ek) бөлінеді және олардың кез келген біреуінің (не Ei , не Ej ,…, не Ek) пайда болуынан А оқиғасының пайда болуы шығады. Сынау нәтижесінде А оқиғасы бөлінетін мүмкін мәндері (Ei E,j , …, Ek) осы оқиғаға (А-ға) қолайлы жағдайлар деп атайды. Анықтама бойынша А оқиғасының p(A) ықтималдығы оған қолайлы жағдайлар нәтижелері ықтималдықтарының қосындысына тең деп ұйғарылады: P(A)=Pi+Pj+...+Pk (1) Дербес жағдайда p1=p2=...=ps=1/s болғанда P(A) =r/s (2) болады. A оқиғасына қолайлы жағдайлар нәтижесі санының (r) барлық тең мүмкіндікті нәтижелер санына (s) қатынасы A оқиғасының ықтималдығы деп аталады. (2) формула ықтималдықтың классикалық анықтамасын өрнектейді. Бұл анықтама "ықтималдық" ұғымын дәл анықтамасы берілмейтін "тең мүмкіндік" (тең ықтималдық) ұғымына келтіреді. Тең мүмкіндік немесе тең ықтималдық ұғымдары алғашқы ұғымдарға жатады.Олар логикалық (формалды) анықтама беруді қажет етпейді. Егер жалпы сынау нәтижесінде бірнеше оқиғалар пайда болса және олардың біреуінің пайда болу мүмкіндігінің екіншісіне қарағанда артықшылығы бар деп айта алмасақ (яғни сынаулар нәтижесінде симметриялы қасиеті болса) онда мұндай оқиғалар тең мүмкіндікті делінеді. Элементар ықтималдылық теориясының негізгі формулаларының қатарына ықтималдылықтардың толық формуласы да жатады: егер A1, A2,..., Ar оқиғалары қос-қостан үйлесімсіз болып әрі олардың бірігуі нақты бір оқиға болса, онда кез келген B оқиғасының ықтималдылығы: P(B)= P(B/Ak)P(Ak) қосындысына тең болады. Ықтималдылық теориясының негізін құрудағы қазіргі ең жиі тараған логик. сұлбаны 1933 ж. кеңес математигі А.Н. Колмогоров жасаған. Бұл сұлбаның негізгі белгілері төмендегідей. Ықтималдылық теориясының тәсілдерімен қандай да болмасын нақты бір есепті зерттегенде ең алдымен U элементтерінің (элементар оқиғалар деп аталатын) U жиыны бөлініп алынады. Кез келген оқиға оған қолайлы жағдайлардың элементар оқиғаларының жиыны арқылы толық сипатталынады. Сондықтан ол элементар оқиғалардың белгілі бір жиыны ретінде де қарастырылады. Белгілі бір A оқиғалары мен олардың ықтималдығы деп аталатын P(A) сандары байланыстырылады және олар мынадай шарттарды қанағаттандырады: 1. , 2. P(U)=1, 3. Егер A1, ..., An оқиғалары қос-қостан үйлесімсіз болып, ал A – олардың қосындысы болса, онда: P(A)=P(A1)+P(A2)+...+P(An) болады.

Ықтималдықтар теориясы математикалық теория құру үшін 3-шарттың қос-қостан үйлесімсіз оқиғалардың шектеусіз тізбегі үшін де орындалуы қажет. Теріс еместік пен аддитивтілік қасиеттері – жиын өлшеуінің негізгі қасиеттері. Сондықтан Ықтималдықтар теориясы формалды түрде өлшеуіштер теориясының бөлігі ретінде де қарастырылуы мүмкін. Бұл тұрғыдан қарағанда Ықтималдықтар теориясының негізгі ұғымдары жаңа мәнге ие болады. Кездейсоқ шамалар өлшемді функцияларға, ал олардың математикалық үміті А.Лебегтің абстракт интегралына айналады, тағы басқа. Бірақ ықтималдылық теориясы мен өлшеуіштер теориясының негізгі мәселелері әр түрлі болып келеді. Ықтималдылық теориясының негізгі, өзіне тән ұғымына оқиғалардың, сынаулардың, кездейсоқ шамалардың тәуелсіздік ұғымы жатады. Сонымен бірге ықтималдылық теориясында шартты үлестіру, шартты матем. үміт, тағы басқа объектілер де зерттеледі. Ықтималдылық теориясы 17 ғ-дың орта кезінде пайда болды. Ықтималдылық теориясы 17 ғ-дың орта шенінде әйгілі ғалымдар Б.Паскаль (1623 – 62) мен П.Ферма (1601 – 65), Х.Гюйгенс (1629 – 95), Я.Бернулли (1654 – 1705), Муавр (1667 – 1754), Гаус (1777 – 1885) еңбектерінде пайда болып, әрі қарай дамыған. Қазір Лаплас (1812) пен Пуассон (1837) теоремаларының дәлелденуі осы кезеңге жатады; ал А.Лежандр (Франция, 1806) мен К.Гаусс (1808) ең кіші квадраттар тәсілін жетілдірді. Ықтималдылық теориясы тарихының үшінші кезеңі (19 ғ-дың 2-жартысы) негізінен орыс математиктері П.Л. Чебышев, А.М. Ляпунов және А.А. Марков (үлкені) есімдеріне байланысты. 19 ғ-дың 2-жартысында Батыс Европада математикалық статистика (Белгияда А.Кетле, Англияда Ф.Гальтон) мен статистика физика (Австрияда Л.Больцман) бойынша көптеген еңбектер жазылды. Бұл еңбектер (Чебышев, Ляпунов және Марковтардың негізгі теор. еңбектерімен қатар) ықтималдылық теориясы тарихының төртінші кезеңінде ықтималдылық теориясының шешілуге тиісті мәселелерінің аясын кеңейтті. Бұл кезеңде шет елде де (Францияда Э.Борель, П.Леви, т.б., Германияда Р.Мизес, АҚШ-та Н. Винер, т.б., Швецияда Г.Крамер) КСРО-да өте маңызды зерттеулер жүргізілді. Ықтималдылық теориясының жаңа кезеңі

С.Н. Бернштейннің зерттеулерімен байланысты. Ресейде А.Я. Хинчин мен А.Н. Колмогоров ықтималдылық теориясының мәселелеріне нақты айнымалы функциялар теориясының тәсілдерін қолдана бастады. Кейінірек (30-жылдары) олар процестер теориясының негізін қалады. Қазақстан ғалымдары да (І.Б. Бектаев, Б.С. Жаңбырбаев) Ықтималдылық теориясы бойынша зерттеулер жүргізіп келеді. [1]

2. Ықтималдылық теориясының қолданылуы. Адам ойы мен қиялы өте шексіз. Жылдарға, ғасырларға кейіндеп те, ілгерілеп те алға оза алады. Саналы адам көрсем, білсем, үйренсем деп тұрады. Көрген, білгенінен ой түйіндейді, қорытынды шығарады. Математика, физикада қарастырылатын есептер көбінесе бір мәнді анықталады. Мысалы: қолымызбен тасты лақтырсақ, онда тастың орнын кез-келген уақыт кезеңінде анықтай аламыз. Бірақ ғылымның әр саласында, техникада, шаруашылық саласында қолданылатын көптеген есептер бір мәнді анықталмайды. Мысалы: тиынды лақтырып, оның қай жағымен түсетінін нақты айтуға болмайды. Мұндай жағдайда осы сияқты есептерді шешуде белгілі бір нақты шешім айтуға болмайтын тәрізді көрінеді. Алайда бұл тәжірибеде керісінше. Ойын практикасы көрсеткендей тиынды неғұрлым көбірек лақтырсақ, солғұрлым әрекеттің жартысында елтаңба жағы түссе, енді жартысында цифр жағы түсетіні байқалды. Бұл кез-соқ оқиға. Белгілі бір заңдылыққа байланысты. Міне осындай заңдылықтарды ықтималдық теориясы қарастырады. Ең қарапайым мысал ретінде тиын лақтыруды алдық. Бірақ ықтималдықтар теориясында бұдан да күрделірек есептер қарастырылады. Шаруашылықтағы маңызды мәселенің бірі аудан мен облысты байланыстыратын телефон жүйесін орнату. Бұл да таза ықтималдық есеп. Мысалы: мұнда орталықтан ауданға телефон жүйесін тарту үшін қанша сым қажеттігі белгілі болу керек. Өмірде мұндай мәселелер көптеп кездеседі. Осындай мәселелер өндіріс саласын жоспарлауда, зерттеулер жүргізуде қолданылады. Мысалы: сынып арасында өткізілетін жарыстардың нәтижесі дәлірек болу үшін нәтижелер ондық үлеспен, жүздік үлеспен есептелінеді. Сонда әр сыныптың нәтижесі дәлірек болу үшін қанша таңбаға дейін алу керек деген сұрақ туындайды. Неғұрлым сынақ көп жасалынса, соғұрым нәтиже дәл болатыны белгілі. Ал ол үлкен шығынға әкеледі.Міне, осы арада ықтималдықтар теориясы көмекке келеді. Адамның күнделікті өмірі,дүниені танып-білу барысы кездейсоқ оқиғаға толы. Бұл кездейсоқтықтар өмірдің даму заңдылығына кедергі келтірмейді, керісінше, кездейсоқтық пен заңдылық біріне-бірі әсер етіп,өмірдің дамуына себепші болады. Кездейсоқтық? Оны оқып үйрену не үшін қажет?- деп сұрайтын боларсыздар? Шын мәнінде,адамдар,ерте кездің өзінде-ақ оқиға өмірдегі бір ерекшелік емес, қағида екендігін байқаған. Міне сондықтан да кездейсоқ құбылыстар туралы ғылым пайда болды. Кездейсоқтық заңдарын білу қажет. Осыған байланысты мынадай мысал қарастырайық. Барлық ірі елді мекендерде «медициналық жедел жәрдем» станциялары бар. Кенеттен және қатты ауырып қалған адамдарға жедел жәрдем көрсету қажет болатын уақытты алдын ала болжап айту мүмкін емес. Берілген уақыт аралығында мұндай ауруларға шақырулардың көптігі қандай болады? Дәрігер мен «жедел жәрдем» машинасына аурудың қасында қанша уақыт кідіруіне тура келеді? Бір жағынан, аурулар жәрдемді өте ұзақ күтпеуі, екінші жағынан дәрігерлер құрамын өте тиімсіз пайдалану байқалмас үшін,кезекшілік кезінде қанша дәрігер және машина болуы қажет? Біз шақырту уақыттары, дәрігердің аурудың қасында болу ұзақтығы, машинаның «Жедел жәрдем»пунктінен, ауру тұратын үйге дейін жолда болу ұзақтығы.... кездейсоқ болып табылатын әдеттегі жағдаймен кездесіп отырмыз. Демек, амал біреу ғана: бұл жәрдем шынында да шұғыл болу үшін, барлық кездейсоқтықты ескере білу керек. Міне, тіпті осындай күнделікті мәселе де кездейсоқтықты білуді талап етеді. Сондықтан да оны оқып үйрену қажет. Осындай практикалық жұмыстарда есептеу әдістерін қолдана білуге үйрену, жалпы математикалық білім деңгейімді жетілдіру, пән бойынша жүйелі білімімді қалыптастыру, өмірде кездесетін оқиғаларды сараптай білу менің міндетім болып отыр. Математика-нақты ғылым,бір қарағанда кездейсоқтыққа ешқандай қатысы жоқ. Бірақ, осы кездейсоқтықтың сандық сипаттамасын, ықтималдық ұғымын берген басқа емес, осы математика.

Ықтималдықтар теориясы өмірдегі кездейсоқтықтарды зерттеп, олардың заңдылықтарын ашады. Ықтималдықтар теориясының тарихына шолу Ықтималдықтар теориясы өз бастауын XVII ғасырдан алады. Алдымен азартты ойындар пайда болды. Араб тілінде «азар» деген сөз «қиын» деген мағына береді. Арабтар «азар» деп лақтырылған ойын сүйегінің екеуінде де 6 ұпайдан түсуін айтады екен. Куб түріндегі ойын құралы ол кезде піл сүйегінен жасалатын болғандықтан «ойын сүйегі» деген атау сол заманнан қалыптасып қалған. Ықтималдықтар теориясы жөніндегі алғашқы жұмыстар XVII ғасырда басталды. Европа елдерінде адамды құнықтыратын әр түрлі ойындардың кең таралуына байланысты әр ойыншы өзінің жеңілмеу ықтималдықдығын алдын ала анықтауға тырысты. Сол кездегі математиктер де бұл мәселеге назар аудардып, бірнеше рет қайталанатын кездейсоқ оқиғалар туралы заңдылықтар ашуға талпынды. Бұл мәселеге алғашқы болып еңбектерін ұсынған: француз оқымыстысы Блез Паскаль, Пьер Ферма, голландиялық Христиан Гюйгенс, швецариялық математик Яков Бернулли болды. Француздың атақты математиктері Пьер Ферма мен Блез Паскальдың азартты ойындар жөніндегі зерттеулері ықтималдықтар теориясының негізін қалады. Кейіннен сақтандыру жұмыстарында және демография саласында ықтималдықтар теориясы өз қолданысын тапты. Жаратылыстану ғылымдары мен техниканың дамуы ықтималдықтар теориясына жаңа мәселелер қойды. Ықтималдықтар теориясының дамуын Бернулли, Муавр, ГауссЛаплас, Пуассон еңбектері көп әсер етті. XIX ғасырдың екінші жартысыннан бастап бұл саланың дамуына зор әсер еткен В.Я. Буняковский бастаған математиктер мектебі: П.Л.Чебышев, А.А.Марков, С.Н. Бернштейн, А.Н. Колмогоров секілді орыс ғалымдары үлкен үлес қосты. XVIII ғасыр аяғы мен XIX ғасыр басында ағылшын оқымыстысы А.Муавр, орыс оқымыстылары Л.Эйлер, Н.Бернулли, Д.Бернулли, француз П.Лаплас, С.Пуассон, неміс К.Гаусс геодезия мен астраномияның өркендеуіне қатысты өлшеу қателіктерін бағалау,ату теориясындағы снарядтардың жағдайларын анықтау үшін ықтималдықтар теориясының рөлін көрсету мақсатында ғылыми жұмыстар жүргізді. XIX ғасыр ортасында Ф.Гальтон, Л.Больцман, А.Кетле, А.М.Ляпунов, П.Л.Чебышев, А.К.Калмогоров сияқты оқымыстылар жиындар теориясы, шақты айнымалылы функциялар теориясы, функционалдық анализ сияқты жоғары математикалық жаңа табыстарына сүйенетін ықтималдықтар теориясының өркендеуіне негіз салды. Ықтималдықтар теориясының дамуына байланысты оның адамзат өмірінде қолдану мүмкіндігі артты. Жалпы алғанда ықтималдықтар теориясының әдісі ғылымның барлық саласына өз үлесін қосады. Ал математика ғылымында алатын орны ерекше. Зерттеу бөлімі. Оқиғалар ұғымы ықтималдықтар теориясының негізгі ұғымдарының бірі болып табылады. Белгілі бір шарттар орындалғанда пайда болатын құбылысты оқиға дейміз. Осы шарттарды іске асыруды сынақ,тәжірибе не бақылау жүргізу дейміз. Мысалы, лақтырылған асықтың түсуін бақылайық.Ол бүк, шік, алшы, тәйкі деген жақтарымен түсе алады. Алдын-ала асықтың қай жағы түсетіні белгісіз болғандықтан оқиға кездейсоқ оқиға деп аталады. Тағы бір мысал, біз үлкендіктері бірдей үш параққа A,B,C әріптерін жазып,араластырып, қатар қойғанда, әр түрлі реттікпен орналаса алады: «ABC», «ACB», «BAC», «BCA», «CBA», «CAB». Тәжірибе нәтижесінде пайда болған немесе пайда болмаған оқиғаны сонымен қатар ол оқиғалардың ықтималдықтар теориясының пәнін анықтайды. Оқиғаларды латын әріптері A,B,C және т.с.с арқылы белгілейді. Оқиғалар бірнеше түрге бөлінеді: мүмкін болатын оқиға, мүмкін емес теңмүмкіндікті, үйлесімсіз, үйлесімді оқиғалар. Сынақ нәтижесінде міндетті түрде болатын оқиға мүмкін болатын оқиға деп, ал сынақ нәтижесінде ешқашан орындалмайтын оқиға мүмкін емес оқиға деп аталады. Жәшіктен қосалқы бөлшектер ішінде стандартқа сай бөлшектер алу тәжірибесі. Осы жәшіктен стандартқа сай бөлшекті алу міндетті түрде орындалады. Ал ешқашан осы стандартқа сай емес бөлшекті алу орындалмайды. Яғни стандартқа сай бөлшектер салынған жәшіктен стандартқа сай бөлшекткер алу оқиғасы мүмкін болатын оқиға. Ал осы жәшіктен стандартқа сай емес бөлшекті алу оқиғасы мүмкін емес оқиға болып табылады. Мүмкін болатын оқиғаны U әрпімен белгілейді, ал мүмкін емес оқиғаны V әрпімен белгілейді. Бес ақ және бес қара қарындаш бар қораптан «ақ қарындаш алу» және «қара қарындаш алу» оқиғаларының мүмкіндіктері бірдей.Өйткені,ақ қарындаш саны және қара қарындаш саны бірдей. Ал екі қара және жеті ақ шар алу оқиғасының теңмүмкіндікті оқиға бола алмайды. Өйткені шарлар саны әр түрлі. Теңмүмкіндікті оқиға деп-тәжірибедегі оқиғалардың пайда болу мүмкіндігі бірдей оқиғаларды айтамыз. Ойын сүйегін бір рет лақтырғанда, тек біреуі ғана орындалады. Нәтижесінде пайда болатын оқиға қалғандарын болдырмайды. Тағы бір мысал, оқушы бір емтихан тапсырып, бір мезгілде «өте жақсы» деген және «жақсы» деген баға ала алмайды. Демек, мұндағы«өте жақсы» және «жақсы» деген бағалар алу оқиғалары бір-біріне үйлесімсіз оқиғалар. Кері жағдайда ол екі оқиға үйлесімді оқиғалар деп аталады. Мысалы, бір оқушы екі емтихан тапсырып, бірінен «өте жақсы» деген, ал екіншісінен «жақсы» деген баға алуы үйлесімді оқиғалар болып табылады. Үйлесімсіз оқиға дегеніміз-тәжірибедегі оқиғалардың бірінің пайда болуы басқасын болдырмайтын оқиға. Егер екі үйлесімді оқиғаның біреуі міндетті түрде жүзеге асса, онда екіншісі біріншісі оқиғаға қарама-қарсы оқиға деп аталады. [2]

3. Математикалық статистика Математикалық статистика — математиканың бір саласы, бақылау немесе өлшеу арқылы анықталып, сандар түрінде тізілген деректерді жүйеге келтіру, өңдеу және солар бойынша тиісті ғылыми және практикалық қорытындылар шығару жайындағы ғылым. Байқалған құбылыстар, өлшеу жұмыстары немесе арнайы жүргізілген тәжірибелердің нәтижелері ретінде табылған сандар жиындарының белгілі бір шарттарды қанағаттандыратын элементтерінің сандарыстатистикалық деректер деп аталады. математикалық статистика деректер жиынындағы әрбір элементтің жеке қасиеттерін сипаттамайды, олар бір топқа жататын бірнеше элементті бірге қамтиды. Әдетте статистик. деректер жолдар мен бағаналар-ға бөлініп, реттеліп жазылады, олардың негізінде жүргізілетін ғылыми - зерттеу әдісі статистик. әдіс деп аталады. Ол ғылым салаларының барлығында қолданылады, бірақ табиғаты әр түрлі нысандардың статистик. мәліметтерін бірге қарастыруға болмайды. Соның нәтижесінде әлеуметтік - экономикалық статистика, статистика физика, жұлдыздар астрономиясы, т.б. дербес ғылым салалары қалыптасқан. Математикалық статистиканың әдістері аса маңызды параметрлері белгісіз немесе оларды жеткілікті дәлдікпен бақылауға болмайтын көптеген есептерде шешім табудың тиімді жолдарын табуға мүмкіндік береді. Математикалық статистикада математикалық заңдардың бәрі де қолданылады. Статистика деректерге негіз болатын бақылаулар мен өлшеулерде кездейсоқ қателер болмай қоймайды. Бұл қателер ықтималдықтар теориясы бойынша айқындалады (қ. Қателер теориясы). Кейде қолда бар деректер бойынша зерттелетін заңдылықтың жорымал математикалық моделі жасалады. Әрине жорамал болғандықтан, ол модель шын заңдылықтан алшақтау болады. Алшақтық, яғни модельдің шындықтан ауытқуы ықтималдықтар теориясы арқылы зерттеліп, анықталады. Белгілі бір деректің модельде қайталану жиілігі жуық түрде ықтималдық есебіне, қайталанудың орташа шамасы математикалық үміт есебіне келтіріледі. Математикалық үміттің бағаламасы — бір белгінің үйлестіру сипаттамасы ретінде орта шама, дисперсияның бағаламасы ретінде қосындысы алынады. Математикалық статистика көптеген дербес тарауларға бөлініп, онда сан алуан әдістер қолданылады: таңдап алу, параметрлерді бағалау, статистик. болжамды тексеру, жүйелі талдау, өнімнің сапасын биология, медицина, физика, геология, психология ғылымдарында,ауа райын бақылауда және т.б. салаларда зерттеу жүргізу үшін қолданылады. Математикалық статистиканың алғашқы ұғымдары ықтималдықтар теориясының негізін салған математиктер(Я.Бернулли, П.Лаплас, С.Пуассон) шығармаларында кездеседі. Ресей ғалымы Б.Я.Буняковскийны демография мен қауіпсіздендіру мәселелеріне қолданды. Математикалық статистиканың өркендеуіне 19 ғ-дың 2-жартысы мен 20 ғ-дың басында ықтималдықтар теориясының классикалық орыс мектебі үлкен үлес қосты (П.Л.Чебышев, А.А. Марков, А.М. Ляпунов, С.Н. Бернштейн). Қазақстанда Қ.Бектаев ықтималдықтар теориясы мен Математикалық статистика әдістерін ақпараттық жолмен ұтымды қолдана білді. [3]

Ықтималдықтар теориясының дамуына байланысты оның адамзат өмірінде қолдану мүмкіндігі артты. Жалпы алғанда ықтималдықтар теориясының әдісі ғылымның барлық саласына өз үлесін қосады. Ал математика ғылымында алатын орны ерекше. Статистика деректерге негіз болатын бақылаулар мен өлшеулерде кездейсоқ қателер болмай қоймайды. Бұл қателер ықтималдықтар теориясы бойынша айқындалады (қ. Қателер теориясы). Кейде қолда бар деректер бойынша зерттелетін заңдылықтың жорымал математикалық моделі жасалады. Әрине жорамал болғандықтан, ол модель шын заңдылықтан алшақтау болады.

Библиографиялық тізім

1.Н.Ақанбай Ықтималдықтар теориясы есептері мен жаттығуларының жинағы. Алматы, 2013ж., 424

2 В.Е.Гмурман,Теория вероятностей и математическая статистика, Высшая школа, Москва, 2004,

3 В.Е.Гмурман, Руководство крешению задач по теории вероятностей и математической статистике, Высшая школа, Москва, 2003, 403

4.Қ.Бектаев, Ықтималдықтар теориясы және математикалық статистика,Рауан, Алматы, 1991,

МАТЕМАТИКАЛЫҚ ЕСЕП ЖӘНЕ ОҚУШЫНЫҢ ОЙ ІС-ӘРЕКЕТІН ДАМЫТУ

Мекембай Ә.Д.
Шымкент университеті

Аннотация

Есеп шығаруға арналған әдістемеге талдау

Ғылыми ақпараттар ағынының жедел қарқынмен өсуі, жалпы білім беретін мектеп оқушыларын өз бетінше жаңа білімдер игеруге қабілетті етіп тәрбиелеу мен оқытуды талап етеді. Өз бетінше білім алуы үшін оқушы өз танымдық қызметі нысанының мәнін ұғынып, оның іс-әрекет жолдарын игеруге тура келеді. Сол себепті оқушыларды жаңа білімдерді алу технологиясын игеру жолдары мен құралдарына әдейі арнап мақсатты түрде оқыту қажеттігі туындайды.

Математика ғылым ретінде есептен пайда болған және есеп арқылы дамиды. Мектеп математикасын есепсіз құру мүмкін емес. Ресейдегі алғашқы «Арифметика» оқулығының авторы Л.Ф. Магницкий арифметикалық төрт амалды қолдануға арналған есептер жүйесін құрастырған. Математикалық есеп оқушылардың ұғымдарды, теорияны және математика әдістерін меңгерудің тиімді де, айырбасталмайтын құралы болып табылады. Оқушылардың ойлау қабілеттерін дамытуда, оларды тәрбиелеуде, біліктері мен дағдыларының қалыптасуында, математиканың практикамен байланысын көрсетуде есептің алатын орны зор.

Оқу есебін және оны шығаруды оқытудың нәтижелеріне жетудің құралы ретінде айқындайтын және қарастыратын орыс дидакты (Ю.К.Бабанский, Б.П. Есипов, Т.А.Ильина, И.Я.Лернер, М.Н.Скаткин, А.В.Усова), есептерді оқытуда пайдаланудың теориясы мен практикасын дамытуда үлкен үлес қосты.

Оқушылардың математикалық білімдерді терең және берік меңгерулері, өзінің жүру барысында оқушылар бойында жаңа білімдер, біліктер мен дағдылар қалыптасатын, математикалық алғы шарттар пайда болатын, математикалық әдебиеттермен өз бетінше жұмыс істей алу дағдылары қалыптасатын оқу қызметін ұйымдастыруды қажет етеді. Бұған көп жағдайларда оқушылардың бойында негізгі математикалық білімдер, біліктіліктер мен дағдылар жүйесін қалыптастырудың, олардың математикалық дамуының маңызды құралы болып табылатын, олардың оқу қызметінің жетекші нысаны болып табылатын – есептерді тиімді пайдалану мүмкіндік тудырады.

Оқушыларды есептерді шығаруға үйрету педагогика ғылымының ең маңызды да күрделі мәселелерінің бірі болып табылады.

Қазіргі ғылыми танымда және дүниені түрлендіруде "есеп" ұғымының мәнін анықтау қажетті және өзекті мәселелердің бірі болып табылады. Аталған ұғымды пара-пар түрде талдаудың маңызды шарты қазіргі гносеологиялық ахуалдың ерекшеліктерін бүтіндей ескеру болып отыр. Бұл ерекшеліктер ғылыми танымның ерекше категориялық және методологиялық деңгейлерін қалыптастыру кезінде өз көріністерін табады.

"Есеп" ұғымының мәнін, рөлін және орнын, оны дұрыс қалыптастырудың дидактикалық функциялары мен шарттарын философиялық, жалпы ғылыми және нақты ғылыми тұрғыдан қарастыру қажет. Бөлініп көрсетілген аспектілердің диалектикалық бірлікте және әрекеттестікте жүзеге асырылуы "есеп" ұғымына талдау жасаудың жүйелі тәсілінің мазмұнын құрайды.

Американдық ғалым Д.Пойаның "есеп" ұғымын түсінуі де қызық. Ол "есеп анық көрінетін, бірақ тікелей жақындауға болмайтын мақсатқа жету үшін, оған сәйкес келетін құралдарды саналы түрде пайдалануды қажет етеді" деп көрсетеді

"Есеп" ұғымын дидактиканың жалпы және жеке бөліктеріне сай талдай отырып, біз негізгі назарды оқу есептеріне аударамыз. Оқу есептері өзінің құрылымы мен атқаратын міндеті бойынша жалпы есеп ұғымынан айырмашылық жасайды. Оқу есептері оқу қызметінің элементі болып табылады. Оқу есептері ғылыми және практикалық салалардағы проблемалардың салыстырмалы түрдегі кең ауқымды бөліктерін шешудің жалпы әдістерін ашуды және игеріп алуды қажет етеді.

Дидактикалық әдебиеттерде есеп білім беру мақсаттарына жетуге бағытталған оқу әдісі болып табалады. Мысалы, И.Я.Лернер "педагогтар құрған шығармашылық есептер түріндегі педагогикалық конструкцияларды" ерекше бөліп көрсетеді. Есептің анықтамасына қатысты психологиялық көзқарасты негіз ете отырып, ол есепті түсінуді оның мазмұны мен құрылымы арқылы ашуға тырысады. Ол "танымдық есептер" ұғымын енгізген, оның өзі үш типке бөлінеді: оқу-танымдық, жаттығу және іздену-танымдық есептер. Барлық есептердің ортақ мазмұны "аралық мүше (аралық амалдар) арқылы шешімі табылатын, негізінде белгілі мен белгісіз араларындағы қарама-қайшылықтар жататын проблема" болып табылады.

Дербес дидактикаларда оқу есептерінің әр алуан анықтамалары қолданылады. Есептердің анықтамасын оқытылатын пәндердің құрылымы арқылы анықтау ісі жиі кездеседі. Математик ғалымдар есептерді оның құрылымдық элементтері арқылы анықтайды (В.М.Брадис, В.В.Репьев, А.А.Столяр, Л.М.Фридман, Ю.М.Колягин, В.И.Крупич және т.б.). Мысалы, А.А.Столяр есепті анықтаған кезде оның талаптарын ерекше атап көрсетеді. В.В Репьев есептегі белгілі мен белгісіз арасындағы функционалдық тәуелділіктің болу қажеттігін атап көрсетеді. Б.М.Брадис есепті математикалық сұрақ арқылы анықтайды, алайда ол оның белгілерін атамайды. М Фридман есептердің құрылымдық элементтерін ерекше көрсетеді. "Проблемалық ахуалдың қандай да болмасын таңбалық моделін біз есеп деп атай алатын боламыз", - деп атап көрсетеді дейді М.Фридман.

Шығармашылық ойлау проблемаларына арналған еңбектерде (Дж.Брунер, К.Дункер, Е.И.Ефимов, В.П.Зинченко, Н.Нильсон, А.Ньюэлл, Д.А.Поспелов) есептік және есепті шығару жүйелері ерекше айқындалған. Есептік жүйеге есептің нысаны, шарты және талабы (берілген және ізделініп отырған шамалар), ал шығару жүйесіне - есептерді шығаруға қажетті алгоритмдік және эвристикалық ұйғарымдар құрудың көзі болып есептелетін ғылыми әдістер және құралдар жататын болады

Есептік және шығару жүйелерінің құрылымдық бірліктері

Есеп-күрделі диалектикалық жүйе, онда оның компоненттері (есептік және шығару жүйелері) өзара бірлікте, өзара байланысты, өзара тәуелді және әрекеттестік түрде келтірілген, сол компоненттердің әркайсысы өз кезегінде сол сияты динамикалық тәуелділікте болатын элементтерден: бір жағынан - есептің нысаны, шарты және талабынан, екінші жағынан оны шығару әдістерінен және құралдарынан тұрады.

Мақсаттың қойылымына орай есептерді аудиторияда және үйде шығарылатын, жаттығу, танымдық, өзіндік, шығармашылық және зерттеушілік есептер деп бөлуге болады.

Талаптың қойылымына орай есептерді ізделіндіні табуға, құрастыруға, дәлелдеуге арналған есептер деп жіктеген жөн.

Дәрежесі және күрделілік деңгейіне орай карапайым және күрделі деп бөлуге болады. Шығару әдістеріне қарай — алгоритмдік эвристикалық есептер деп бөлуге болады.

Шығару тәсіліне қарай есептерді сандық есептер, графиктік және эксперименттік есептер, сурет — есептер деп айқындап қарастырған орынды. Ұғымды қалыптастырудағы әдісі мен рөліне байланысты есептерді ұғым белгілерін нақтылауға, ұғым көлемі мен мазмұнын нақтылауға, ұғымды дифференциалдауға (бөлшектей қарастыруға), берілген ұғымның басқа ұғымдар мен байланысын анықтауға немесе нақтылауға арналған деп айыруға болады.

Жіктелуге ұсынылатын есеп түрлері құрылымы, құрамы, оқу үрдісінде атқаратын қызметі тұрғысынан біркелкі емес. Олардың өзі күрделілік дәрежесі әртүрлі құралған құрылым ретінде көрінетінін атап көрсету қажет. Мысалы, өндірістік — техникалық мазмұндағы есептер техникалық және политехникалық ұғымдарды қалыптастырудағы рөліне, өндірістің тиімділігінің экономикалық және экологиялық көрсеткіштеріне, техникалық ойлауды қалыптастыру мен дамытудағы рөліне т.с.с. қарай жіктелуі мүмкін. Графикалык есептерді жіктеу кезінде тәуелділіктің графигін салуға, графикалық интерпретацияларға, ізделіп отырған шаманы табуға, үрдісті талдауға, берілген график бойынша құбылыстарды, шаманың тәуелділігінің түрін және оның аналитикалық жазылуын анықтауға арналған есептерді айқындап көрсеткен орынды.

Оқу есептерін әдетте, шартты түрде стандарт және стандарт емес есептер деп ажырату орын алған. Енді осыған тоқталайық.

Есептерді оқушылардың ойлау қызметінің объектісі ретінде қарастырып, есеп элементтерінің арасындағы байланыстардың ерекшеліктеріне қарай **А.Я.Цукарь** оларды **үш топқа** бөледі:

1.Алгоритмдік

2.Жартылай эвристикалық

3.Эвристикалық.

Ол тікелей анықтама, ереже, формула, дәлелденген теоремалар жәрдемімен шығарылатын есептерді **алгоритмдік топқа**; шарттары сәл өзгертілген, оқушылар шығару жолын оңай табатын есептерді жартылай **эвристикалық топқа**; ал шарты мен талабының элементтерінің арасында (жасырын) байланыстар бар, шығару әдісі қосымша мәліметтерді, ойлауды қажет ететін есептерді **эвристикалық топқа** жатқызады.

Дидактикада оқушылардың таным қызметінің үш деңгейі бөліп көрсетіледі:

Бірінші деңгей - репродуктивті (төмен). Оқушылар есепті мұғалімнің басқаруымен ғана шығара алады;

Екінші деңгей - ішінара іздену (орта). Оқушылар есепті таныс жағдайлар үшін ғана шығара алады;

Үшінші деңгей - шығармашылық - зерттеушілік (жоғары). Оқушылар есепті жаңа таныс емес жағдайларда шығара алады.

Осы деңгейлерге және жоғарыдағы есептерді топтарға бөліп көрсетуге талдау жасау, таным қызметінің репродуктивті деңгейняе алгоритмдік есептер сәйкес келеді, ішінара - іздену деңгейіне жартылай эвристикалық есептер, ал шығармашылык - зерттеушілік деңгейге эвристикалық есептер (адекватты) пара-пар деген қорытынды жасауға мүмкіндік береді. Бірақ таным қызметі деңгейлері арасында да, сондай-ақ оларға (адекватты) пара-пар есептер топтарының арасында да дәл айқындалған шекара жоқ екендігін есте ұстаған жөн.

Жалпы жағдайда алгоритмдік және жартылай эвристикалық есептер белгілі бір алгоритм бойынша шығарылады. Сондықтан оларды **стандарт есептер** тобына жатқызамыз. Эвристикалық есептер олардың шешімдерін іздеу үрдісінде жекелеген алгоритмдерді ажыратып көрсетуді қажет етеді. Бірақ ондай есептерді шығару үрдісін аяқтау үшін ажыратылып көрсетілген жекелеген алгоритмдер арасындағы өзара байланыстарды тағайындайтын эвристикалық ізденіс қажет. Олай болса, эвристикалық есептер белгілі бір алгоритм бойынша шешілмейді.

Қиындығы жоғары есептер ретіндегі эвристикалық есептердің жоғарыда сипатталып көрсетілген құрылымы оларды стандарт емес есептер тобына жатқызуға мүмкіндік береді.

Сонымен, шешу жолының мектеп математика курсында дайын ережелері (кез-келген түрдегі) бар немесе осы ережелер шешудің бағдарламасын қадамдар тізбегі (алгоритм) түрінде анықтайтын қандай да бір анықтамалар мен теоремалардан тікелей шығатын есептерді **стандарт есептер** деп атаймыз. Басқаша айтқанда, белгілі бір алгоритм бойынша шығарылатын есептер **стандарт есептер** деп аталады.

Стандарт емес есептерді шешудің жалпы ережелері мен қағидалары математика курсында жоқ. Математика мұндай ережелер жасаумен айналыспайды. Сонымен, шешу жолының мектеп математика курсында дайын ережелері жоқ есептер, басқаша айтқанда шешу жолының жалпы алгоритмі жоқ есептер **стандарт емес есептер** деп аталады.

Стандарт есептерге квадрат теңдеудің түбірлерін табу туралы есеп, ал стандарт емес есептерге дәлелдеуге берілген кез келген есеп мысал бола алады.

Стандарт емес есептер оқушылардың шығармашылық ойлауын дамытуға өте күшті ықпал жасайды. Оқушыларды есептерді (стандарт және стандарт емес) стандарт емес тәсілдермен шығаруға баулу олардың математикалық ойлауын дамытудың және математикалық мәдениетін калыптастырудың құралы болып табылады.

3. Нақты ғылыми түсінік бойынша "есеп" ұғымы барлық ғылыми бағыттардың қажетті де ең маңызды элементі болып көрінеді, ал оны оқыту қызметі құрылымында қарастыру аталған ұғымды дидактикалық категорияға айналдырады.

Дидактикалық түсінік бойынша есеп бір мезгілде әрі таным объектісі, әрі оқушылардың танымдық қызметін басқару құралы болып табылады.

"Есеп" ұғымына мағына беру есепті шығаруға үйретудің теориялық негіздерін өндеу үшін жеткіліксіз болады. Амал тәсілін таңдау үрдісінен тұратын, "есепті шығару" ұғымын осы күнгі талаптар тұрғысынан түсінуді талдаудың да маңызы зор (Р.Бенерджи, Е.Н.Кабанова-Меллер, Д.Пойа, Ю.М.Колягйн, А.А.Столяр, В.И.Крупич, Д.Толлингерова).

Оқыту теориясы мен есептерді шығаруды меңгеру практикасы арасында, есепті шығаруға үйрететін мұғалім қызметі мен есептерді шығаруды меңгеруге ұмтылған оқушылар біліктерінің арасында қарама-қайшылықтар бар, оны шешу шарттарының бірі оқушылардың "есепті шығару" ұғымын меңгерулері болып шығуы мүмкін.

Ғалым философтардың зерттеулерінде "шығару" және "есепті шығару" ұғымдарының бірнеше анықтамалары бар. Мысалы, С.Л.Рубинштейн кез келген ойлау актісін есеп шығаруға жатқызады, ал "оны шығару үрдісінде есептің объективті заттық мазмұнын жанамалайды және ойлау үрдісінде анықтайды". Ол әрі қарай былай деп жалғастырады: "Есепті шығару ой алдында тұрған қиындықтарды жеңу үшін қажетті, айтарлықтай жігерлі күш салуды үнемі талап етеді". Сонымен, психологияда есепті шығару есептің шарттары мен талаптары арасындағы қайшылықтарды шешуге бағытталған, кейбір жігерлі күш салу ретінде қарастырылады.

Есеп шығару теориясында "есепті шығару" түсінігі жөнінде екі көзкарас бар. Бірінші көзқарас бойынша әмбебап "есепті шешуге негізделеді және жетілдіріледі Екінші көзқарас бойынша есептердің жеке түрлері мен типтерін шығарудың әдістері мен тәсілдерін жетілдіруге жоғары баға беріледі.

Есепті шығаруды сипаттайтын құрылымдардың екі типі белгілі, олар: сыртқы және ішкі. Сыртқы құрылым есепті логикалық схемалар, алгоритмдік және эвристикалық ережелер арқылы сипаттайды, және сол аркылы есептік жүйені түрлендірудің тізбегін анықтайды. Ойлау операцияларын пайдалану ішкі құрылымды құруды қарастырады. Әртүрлі ғылымда (психологияда, жалпы және дербес дидактикаларда) есепті шығару үрдісінде осы құрылымдардың екеуін де қажетіне қарай пайдаланады. Есептерді шығару теориясында, өздерінің құрамдарына ойлау операциялары мен қатар логикалық операциялар да кіретін операциялық құрылымдарды құру орын алып отыр. Жалпы және дербес дидактикаларда есепті шығару үрдісін сипаттау үшін сырткы да, ішкі де құрылымдарды пайдаланады.

"Есепті шығару" ұғымын үрдіс және оның нәтижесі деп қарастыру керек. Үрдісті біз Н.И.Кондаковтың берген анықтамасы бойынша қарастырамыз. "Процесс (үрдіс) (латынша - processus - адым, өту, жылжу) - бірінің артынан бірі келетін даму моменттерінің үздіксіз, заңды және тізбектей жүзеге асырылатын ауысулары", мысалы, есепті шығару үрдісі, ойлау үрдісі. Осы түсінік бойынша шешу құрылымы, шешуді дайындаудан, оны қабылдаудан және жүзеге асырудан тұрады. Үрдісті жүзеге асыруға көмектесетін негізгі элементтер мыналар:

- амал тәсілдерінің бірін таңдап алү;
- амалды орындаудың мақсаттары мен құралдарының арасындағы өзара байланыстар мен өзара әрекеттестіктерді ұғыну;
- амалды модельдеу;
- амалдың салдарын бағалау;
- амалдың ұйғарылған нәтижесін талқылау;
- шешім кабылдау;
- шешімді жүзеге асыру;
- орындалатын амалды және сол амал арқылы алынған нәтижені талкылау.

Осыдан, есепті шығарудың білім алушының есепті қабылдап алғаннан бастап алынған нәтижені талқылағанға дейінгі қызметін қамтитындығы келіп шығады.

Есепті шығару есептің мазмұнында сипатталған объектіні түрлендіру үрдісі болып табылады.

Сонымен, **есепті шығару** дегеніміз объектіні түрлендіруге, есептің шарты мен талабы арасындағы қайшылықты шешуге бағытталған адамның ой қызметінің үрдісі болып табылады.

"Есепті шығару" ұғымы ойлау психологиясын да, оқыту психологиясын да өзінде біріктіреді. Есепті шығару үрдісінде адамның ойлау қызметінің негізгі заңдылықтары көрінеді, сонымен қатар, бір мезгілде білімді меңгеру және қолдану үрдісі жүріп жатады. Ойлау бұл жағдайда бырыңғай, сонымен қатар, әр түрлі операцияларда өтіп жататын, өзінің формасы бойынша әр алуан қызмет болып табылады. Олардың ең бастыларына анализ (талдау) бен синтез (біріктіру) жатады. Анализ дегеніміз заттар мен құбылыстарды оларды құрайтын бөліктерге ойша жіктей отырып, сол бөліктердің елеулі белгілерін, қатынастарын және элеметтерін айқындап көрсету болып табылады. Синтез элементтер араларындағы елеулі байланыстар мен қатынастарды аша отырып, анализ арқылы жіктелгендерді бүтін етіп қайта қалпына келтіруге мүмкіндік жасайды. Белгілі бір амалдарды орындағанда ойлау операцияларының бірінің екіншісіне қарағанда біршама басым келетіндігі туралы ғана айтуға болады, өйткені оларды шектеп тастау мүлде мүмкін емес. Анализ бен синтез бірлікте, белгілі бір өзара байланыста өмір сүре отырып, есеп шығару үрдісінде біртұтас аналитикалық - синтетикалық қызмет атқарады.

Библиографиялық тізім

1 Чичигин В.Г. «Методика преподавания геометри» /Планиметрия/ -М.:Учпедгиз, Москва 1959.

2 Әбілқасымова А.Е., Көбесов А.К., Рахымбек Д.Р., Кенеш Ә.С. «Математиканы оқытудың теориясы мен әдістемесі» Алматы, «Білім» 1998ж.

3 Көбесов А. «Математика тарихы» оқу құралы Алматы: Қазақ Университеті, 1997ж.

4 Рахымбек Д. Оқушыларды логика – методикалық білімдерін жетілдіру. Алматы 1998ж.

5 Рахымбек Д., Кенешев Ә. Математикалық ұғымдарды оқыту. Жезқазған, жу, 1997ж.

ЛОБАЧЕВСКИЙ ГЕОМЕТРИЯСЫНЫҢ АКСИОМАТИКАСЫ

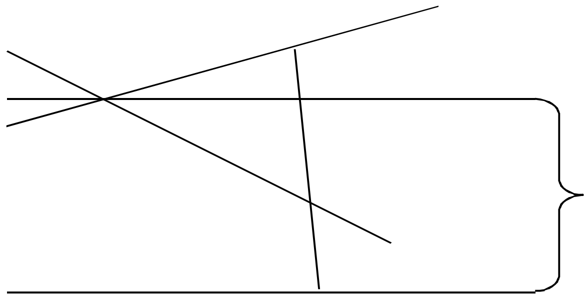
Мырзахожа А.И.
Шымкент университеті

Аннотация

Лобачевский геометриясының аксиомалары Евклид геометриясындағы байланыс, рет, конгруэнттік, үздіксіздік аксиомалары мен Лобачевскийдің аксиомасынан құрылады.

Лобачевскийдің аксиомасы. Берілген а түзуінен тысқары жатқан А нүктесі арқылы, осы А нүктесі және а түзуімен анықталатын жазықтықта сол а түзуімен анықталатын жазықтықта сол а түзуімен қиылыспайтын кем дегенде екі түзу жүргізуге болады.

Сөйтіп, Евклид және Лобачевскийдің геометрияларына абсолюттік геометрия ортақ болады. Бұл геометриялардың аксиоматикаларында параллельдік аксиомалары әр түрлі.



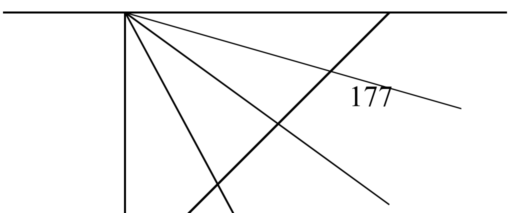
1 – сызба

Біз бұл кітапшамызда Лобачевскийдің жазықтықтағы геометриясын, яғни Лобачевскийдің планиметриясын, басқаша айтқанда, бір жазықтық бетіндегі нүктелер мен түзулерді қарастырамыз. Ең алдымен Лобачевский аксиомасынан шығатын мынадай салдарды қарастырайық.

А нүктесі арқылы а түзуін қамтитын шексіз көп түзулер жүргізуге болады. Шынында, А нүктесі арқылы өтетін және а түзуін қимайтын b мен с екі түзу болсын (2-сызба). с түзуі екі жарты жазықтықтарды анықтайды. Олардың біреуінде а түзуі жатады да, екіншісінде жатпайды. Екінші жарты жазықтықтағы b түзуінің бойындағы кез келген D нүктесімен қосайық. Сонда B D кесіндісі с түзуі бір С нүктесінде қияды. ВС кесіндісінің бойынан бір кез келген N нүктесін алайық. Сонда A N түзуі а түзуін қимайды. Расында, егер N D S үшбұрышы мен с түзуі үшін Паштың аксиомасын қолданғанда с түзуі D S кесіндісін яғни а түзуін қимайды, демек A N түзуі а түзуін қимайды, ал N нүктесі ВС кесіндісінің бойындағы кез келген нүкте болғандықтан, А нүктесі арқылы а түзуін қимайтын шексіз көп нүктелер жүргізуге болады. Сонда B N кесіндісінің барлық нүктелері екі класқа бөлінеді, әрбір класта шексіз көп нүктелер болады және бірінші класқа жататын барлық Р нүктелері екінші класқа жататын кез келген Q нүктесінің бір жағында орналасады (басқаша айтқанда, бірінші кластың әрбір Р нүктесі В мен екінші кластағы кез келген Q нүктенің арасында жатады). Сонда, Дедекиндтің аксиомасы бойынша, B N кесіндісін екі бөлікке бөлетін жалғыз ғана R нүктесі болады. бір бөліктің нүктелері бірінші класқа жатады да, басқа бөліктің нүктелері екінші класқа жатады да, басқа бөліктің нүктелері екінші класқа жатады; ал R осы бөліктердің арасындағы шекара болады.

Лобачевский геометриясы мен Евклид геометриясының арасындағы негізгі айырмашылық түзулердің өз ара орналасуында. Енді осы мәселеге тоқталайық.

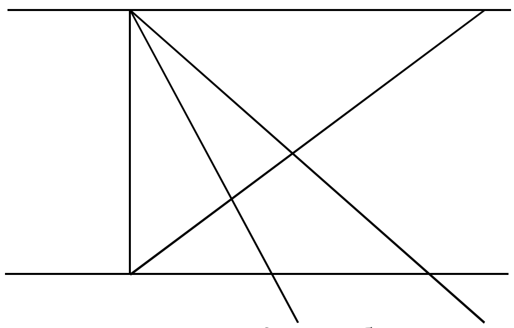
Берілген а түзуінен тысқары жатқан А нүктесі арқылы а түзуімен қиылыспайтын шексіз көп түзулер өтетіндігін білеміз. Бұл түзулер центрі А нүктесіндегі шоқты құрады. Шоқтағы түзулерді екі класқа бөлуге болады: егер а түзуін қиятын түзулерді бірінші кластың түзулері десек, а түзуін



2 – сызба

қимайтын түзулерді екінші кластың түзулері дейміз. А нүктесінен а түзуіне АВ перпендикулярын түсірейік. ρ түзуі А нүктесінде АВ – ге жүргізілген перпендикуляр болсын (2 - сызба). Бұл перпендикуляр а түзуін қимайды, сондықтан екінші класқа жатады. А нүктесі арқылы және тік ВАρ бұрышының ішінен өтетін түзулер де шексіз көп. Бұл түзулерді жаңағыдай екі класқа бөлейік: а түзуін қиятын түзулер бірінші класқа жатсын, ал а түзуін қимайтын түзулер екінші класқа жататын болсын. Аρ сәуленің бойындағы бір N нүктесін алып, В N кесіндісін қарастырсақ, тік ВАρ бұрышындағы (А нүктесі арқылы өтетін) барлық түзулер В N кесіндісін қиюы керек.

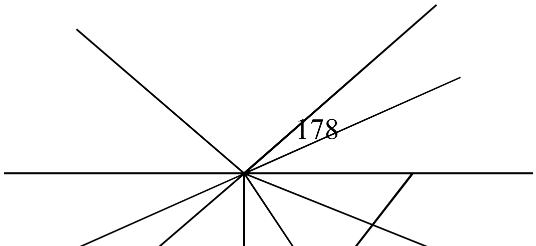
Бірінші класқа жататын түзулер В N кесіндісін бірінші класқа жататын Р нүктелерде қиятын болсын, ал екінші класқа жататын түзулер В N кесіндісін екінші класқа жататын Q нүктелерден қиятын болсын. сонда В N кесіндісінің барлық нүктелері екі класқа бөлінеді, әрбір класта шексіз көп нүктелер болады және бірінші класқа жататын барлық Р нүктелері екінші класқа жататын кез келген Q нүктесінің бір жағында орналасады (басқаша айтқанда, бірінші кластың әрбір Р нүктесі В мен екінші кластағы кез келген Q нүктенің арасында жатады). Сонда, Дедекиндтің аксиомасы бойынша, В N кесіндісін екі бөлікке бөлетін жалғыз ғана R нүктесі болады. бір бөліктің нүктелері бірінші класқа жатады да, басқа бөліктің нүктелері екінші класқа жатады да, басқа бөліктің нүктелері екінші класқа жатады; ал R осы бөліктердің арасындағы шекара болады. Осы R нүктесінің екінші класқа жататындығын дәлелдейік. Ол үшін А R түзуінің а түзуімен қиылыспайтындығын дәлелдеуіміз керек. Дәлелдеу үшін қарсы жориық: А R түзуі а түзуін бір S нүктесінде қиятын болсын (3 - сызба). а түзуінің



3 – сызба

бойындағы бір Т нүктесін алайық. Бұл нүктені алғанда S нүктесі В мен Т нүктелерінің арасында жататын болсын. Сонда АТ сәулесі В N кесіндісін бірінші класқа жататын бір P_1 нүктесінде қияды. Бірақ мұндай жағдай болуы мүмкін емес: себебі, R мен N – нің арасындағы барлық нүктелер екінші кластың нүктелері еді. Сонымен, А R түзуі а түзуін қимайды екен.

Лобачевский осы шекара А R (l деп белгілейік) түзуін А нүктесі мен BL бағытына байланысты а түзуіне параллель деп атаған (4 - сызба). Егер АВ – ге қарағанда А R-мен симметриялы бір *n* түзуін алсақ, ол түзу де А нүктесі мен L В бағытына байланысты а түзуіне параллель болады.

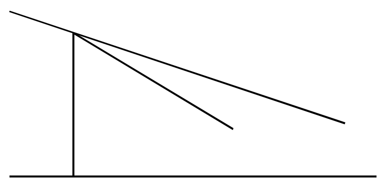


4 – сызба

Сонымен, А нүктесі арқылы өтетін, а түзуіне параллель l мен n түзулері бар екен. Егер l түзуі а түзуіне бір бағыт бойынша параллель болса, екінші n түзуі а түзуіне қарсы бағытта параллель болады. BAR бұрышының ішінен өтетін барлық түзулер а түзуін қияды, ал lAn' бұрышының ішінде жататын q түзулер а-ны қимайды. Міне, осы q түзулер а түзуімен ажырасатын түзулер деп аталады. Әрине, ажырасатын түзулерге ρ түзуі де жатады.

Егер біз а түзуінің бойынан бір бағытты белгілесек, онда А нүктесі арқылы осы бағыт бойынша а түзуіне параллель тек қана бір түзу өтеді.

Берілген А нүктесі арқылы өтетін, берілген бағыт бойынша а түзуіне параллель түзудің басқа анықтамасын қарастыруға болады.



5 – сызба

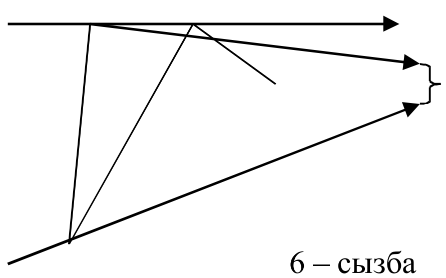
Мысалы, b түзуі (5 - сызба) а түзуін қимаса, BAb бұрышының ішінде жататын кез келген m түзуі а түзуін қиятын болса, онда А нүктесі арқылы өтетін b түзуі берілген бағыт бойынша а түзуіне параллель болады (сызбаларда берілген бағыт стрелкамен көрсетілген).

Параллель түзулердің қасиеттері

Параллель түзулердің анықтамасында А нүктесі ерекше орын алатын сияқты. Бірақ та олай емес.

Теорема. Егер де берілген бағыт бойынша b түзуі А нүктесіне қарағанда а түзуіне параллель болса, онда сол бағыт бойынша b түзуі өзінің кез келген В нүктесіне қарағанда да а түзуіне параллель болады.

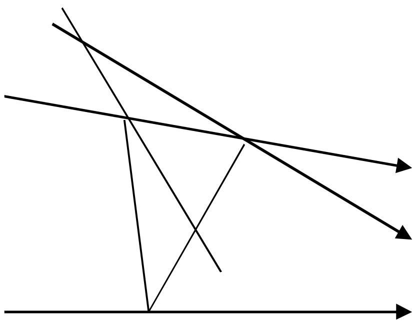
Мұны дәлелдеу үшін екі жағдайды қарастырайық. Бірінші жағдайда b түзуінің бойында жататын В нүктесі, А нүктесіне қарағанда, берілген бағыт жағында жатсын (6 - сызба). D нүктесі а түзуінің бір белгілі нүктесі болсын.



6 – сызба

DBb бұрышының ішінде жататын кез келген r түзуі а түзуін қиятындығын дәлелдеуіміз керек. Ол үшін r түзуінің бойынан а мен b-нің арасындағы бір Р нүктесін алайық. А мен Р арқылы өтетін түзуді l деп белгілейік. Бұл түзу DAb бұрышының ішінде жатады, сондықтан ол а түзуін бір S нүктесінде қияды, ADS үшбұрышы мен r түзуіне Паштың аксиомасын қолданайық. r түзуі ADS үшбұрышының AS қабырғасын Р нүктесінде қияды да, AD қабырғасын қимайды. Сондықтан r түзуі DS кесіндісін, яғни a түзуін қиюы керек.

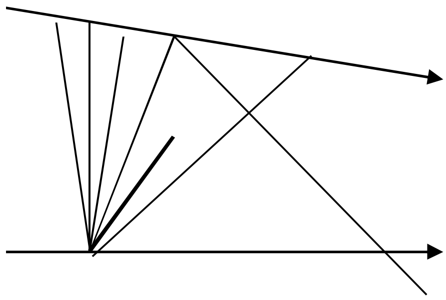
Екінші жағдайда b түзуінің бойындағы B нүктесі, A нүктесіне қарағанда, берілген бағытқа қарсы жақта жатсын (13-сызба). DBb бұрышының ішінде жататын кез келген r түзуі a түзуін қиятындығын дәлелдеуіміз керек. Ол үшін r түзуінің бойынан DBb бұрышының сыртында жататын бір T нүктесін белгілейік. T мен A нүктелері арқылы өтетін түзуді ρ деп белгілейік. Бұл түзу DAb бұрышының ішінде жатып, a түзуін бір S нүктесін де қияды. r түзуі ADS үшбұрышының AD қабырғасын қияды да, AS қабырғасын қимайды. Паштың аксиомасы бойынша r түзуі ADS үшбұрышының DS қабырғасын, яғни a түзуін, қиюы қажет.



7 – сызба.

Теорема. Егер де берілген бағыт бойынша b түзуі a түзуіне параллель болса, онда сол бағыт бойынша a түзуі де b түзуіне параллель болады.

Дәлелдеме. a түзуінің бойынан бір O нүктесін, b түзуінің боынан бір



8 – сызба.

C нүктесін алайық (8-сызба). aOC бұрышының ішінде жататын кез келген ρ түзуі b түзуін қиятындығын дәлелдеуіміз керек. ρ мен a түзулерінің арасындағы бұрыш a болсын да, OB кесіндісі b түзуіне перпендикуляр болсын. b-нің бойындағы B нүктесінің екі жағында жатқан M мен N нүктелерін қарастырайық. M мен N – ді алғанда $\angle NOB = \angle BOM = \beta < \dfrac{\alpha}{2}$ болсын. OMB бұрышын γ деп белгілейік. Бұл γ бұрышы b NO бұрышынан кем, себебі bNO бұрышы – ONM үшбұрышының сыртқы бұрышы. N нүктесі арқылы ON түзуімен $OMB = \gamma = \delta$ бұрышын жасайтын r түзуін жүргізейік. $\angle bNO > \gamma = \delta$ болғандықтан r түзуі bNO бұрышының ішінде жатады, сондықтан ол a түзуін бір S нүктесінде қияды. M нүктесінен бастап берілген бағыт жағына қарай b түзуінің бойына $NS = MR$ кесіндісін салып, OMR үшбұрышын қарастырайық.

Библиографиялық тізім

1. А.Зәкәрім., Ж.Юсупов. «Геометрия негіздерінің элементтері». Алматы, 1968.

2. П.С.Александров., Б.А.Пасынков Введение в теорию множеста и общую топологию. М., 1977.

3. П.С.Александров , Б.А. Пасынков «Введение в теорию топологических просранств и общую теорию размерности» Москва 1973 гл. I

4. А.Д. Александров., Выпуклые многранники .-М.: Гостехиздат, 1950

5. Александров А.Д. Задача Дирехле для уравнения Det [Z]=$\psi(Z_1,...,Z_n,x_1,...,x_n)$, Вестник ЛГУ 1 (1958),5-24

6. Р.А.Александрян., Э.А.Мирзаханян Общая топология. Изд. «Высшая школа», 1979.

ГИЛЬБЕРТ АКСИОМАЛАРЫ

Мырзахожа А.
Шымкент университеті

Аннотация

Байланыс аксиомалары

Бірінші топ аксиомалары байланыс қатынасын анықтайды. Нүктелер түзулермен (не жазықтықтармен) байланыс қатынасында болуы мүмкін. Егер А нүктесі а түзуімен байланыс қатынасында болса, онда а түзуі А нүктесі арқылы өтеді немесе А нүктесі а түзуінің бойында жатады деуге келісейік. Егер екі түзу бір А нүктесі арқылы өтетін болса, онда олар А нүктесінде қиылысады, яғни А нүктесі сол түзулердің ортақ нүктесі болады дейміз. Нүктелер мен жазықтық арасындағы байланыс қатынасы жөніндегі келісімдер де жоғарыдағыша тұжырымдалып айтылады [1].

Егер а түзуінің әр нүктесі а жазықтығында жатса, онда а түзуі а жазықтығында жатады дейміз.

Ілгеріде нүктелер (түзулер, жазықтықтар) дегенде, әр түрлі нүктелерлер (түзулер, жазықтықтар) туралы сөз болатындығын ескереміз.

Енді бірінші топ аксиомаларын келтірейік.

I_1. Кез келген А мен В екі нүкте арқылы өтетін а түзуі болады.

I_2. Кез келген А мен В екі нүкте арқылы өтетін а түзуі біреуден артық болмайды.

I_3. Әрбір түздің бойында кемінде екі нүкте жатады. Бір түзудің бойында жатпайтын кемінде үш нүкте болады.

I_4. Бір түзудің бойында жатпайтын кез келген үш нүкте арқылы өтетін жазықтық болады.

Әрбір жазықтықта кемінде бір нүкте жатады.

I_5. Бір түзудің бойында жатпайтын кез келген үш нүкте арқылы өтетін жазықтық біреуден артық болмайды.

I_6. Егер түзудің екі нүктесі бір жазықтықта жатса, онда ол түзудің әрбір нүктесі де сол жазықтықта жатады.

I_7. Егер екі жазықтықтың бір ортақ нүктесі болса, онда олардың кемінде тағы да бір ортақ нүктесі болады.

I_8. Бір жазықтықта жатпайтын кемінде төрт нүкте болады.

Байланыс аксиомаларына сүйеніп дәлелденетін теоремалар онша көп емес. Солардың кейбіреулерін келтірейік.

Теорема. Екі түзудің тек қана бір ортақ нүктесі болуы мүмкін.

Әр түрлі a мен b түзулерінің екі ортақ нүктесі болсын делік. Олай болғанда I_2 аксиома бойынша a мен b түзулері әр түрлі болмай шығады. Бұл теореманың шартына қайшы.

Теорема. Әр түрлі екі жазықтықтың не бірден-бір ортақ нүктесі болмайды, не олардың ортақ түзуі болып, жазықтықтардың барлық ортақ нүктелері осы түзудің бойында жатады.

Шынында, α мен β жазықтықтарының ортақ А нүктесі болсын. I_7 аксиома бойынша олардың кемінде тағы бір ортақ В нүктесі болады. А мен В нүктелері бір а түзуін анықтайды (I_2 аксиома). I_6 аксиома бойынша а түзуі α жазықтығында да, сондай – ақ β жазықтығында да жатады, яғни а түзуі α мен β жазықтықтарына ортақ.

Енді а түзуінің бойында α мен β жазықтықтарының барлық ортақ нүктелері жататындығын дәлелдейік.

Қарсы жориық, яғни α мен β жазықтықтарының ортақ С нүктесі болып, ол нүкте а түзуінің бойында жатпасын. Ал әр түрлі А, В, С үш нүкте арқылы өтетін жазықтық біреуден артық болмайды (I_5 аксиома). Ендеше α мен β бірігіп бір жазықтық болу керек, бірақ теореманың шарты бойынша α мен β әр түрлі жазықтықтар. Демек, біздің α мен β жазықтықтарының ортақ С нүктесі а түзуінің бойында жатпайды деген жоруымыз дұрыс емес. Сонымен, теорема толық дәлелденді.

Келесі теоремалардың дәлелдемесін келтірмейміз, оларды оқушылардың өздері де дәлелдей алады.

Теорема. Берілген жазықтықта жатпайтын түзумен сол жазықтықтың не ортақ нүктесі болмайды, не олардың жалғыз ғана ортақ нүктесі болады.

Теорема. А түзуі мен ол түзудің бойында жатпайтын А нүктесі берілсе, онда А нүктесі мен а түзуі арқылы жалғыз ғана жазықтық жүргізуге болады.

Теорема. Әрбір жазықтықта бір түзудің бойында жатпайтын кемінде үш нүкте болады[2].

Рет аксиомалары. Екінші топ аксиомалары реттік қатынасты анықтайды. Біз реттік қатынасты бір түзудің бойында жатқан нүктелер үшін ғана қарастырамыз. Егер бір түзудің бойында жатқан В нүктесі А және С нүктелерімен реттік қатынасты болса, В нүктесі А мен С нүктелерінің арасында жатады дейтін боламыз.

II_1. Егер В нүктесі А мен С нүктелерінің арасында жатса, онда А,В және С нүктелері бір түзудің әр түрлі үш нүктесі болады және В нүктесі С мен А нүктелерінің арасында жатады.

II_2. Егер А мен В бір түзудің нүктелері болса, онда сол түзудің бойынан мынадай қасиеті бар кемінде бір С нүктесі табылды: В нүктесі А мен С нүктелерінің арасында жатады.

II_3. Түзудің кез келген үш нүктесінің ішінде қалған екі нүктесінің арасында жататын нүкте бірден артпайтын болады.

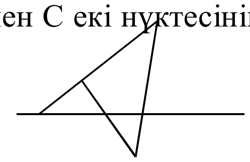
Төртінші аксиоманы келтіруден бұрын кейбір анықтамаларды берейік.

А мен В екі нүктенің жиынын АВ кесіндісі дейді; А мен В нүктелерін АВ кесіндісінің ұштары дейді. Бұл А мен В нүктелерінің арасындағы нүктелерді АВ кесіндісінің ішкі нүктелері немесе АВ кесіндісінің нүктелері дейді.

II_4. (Паш аксиомасы). А, В және С – бір түзудің бойында жатпайтын үш нүкте болсын, а түзуі АВС жазықтығындағы осы нүктелердің ешқайсысы арқылы өтпейтін түзу болсын. Сонда егер а түзуі АВ кесіндісінің бір нүктесі арқылы өтетін болса, онда ол АС не ВС кесіндісінің бір нүктесі арқылы өтеді[3].

Байланыс және рет аксиомаларынан бірсыпыра салдар шығады. Негізінде екінші топ аксиомалары арқылы түзу бойындағы нүктелерді реттеуге болады. Рет аксиомаларын пайдаланып, сәуленің, бұрыштың, жарты жазықтықтың анықтамаларын беруге болады. Рет аксиомаларынан шығатын барлық теоремаларға тоқтамай, кейбір теоремаларды ғана келтірейік.

Теорема. АС түзуінің А мен С екі нүктесінің арасында жататын кемінде бір D нүктесі болады.



1-сызба

Расында да, I_3 аксиома бойынша АС түзуінен тыс кемінде бір Е нүктесі болады; II_2 аксиома бойынша АЕ түзуінің бойынан, Е нүктесі АҒ кесіндісінің нүктесі болатындай, Ғ нүктесі табылады (1-сызба). Сол II_2 аксиома бойынша ҒС түзуінің бойынан С нүктесі Ғ пен бір G нүктесінің арасында жататындай С нүктесі табылады. Ал II_3 аксиома бойынша G нүктесі Ғ пен С-нің арасында жатпайды, яғни G нүктесі ҒС кесіндісінің нүктесі емес. Паш аксиомасын А, Ғ және С нүктелері мен EG түзуіне қолдансақ: EG түзуі не АС кесіндісінің не ҒС кесіндісінің ішкі нүктесі арқылы өтуі керек. Алайда EG түзуі ҒС кесіндісін қия алмайды, себебі, онда I_1 және I_2 аксиомалар бойынша, бұл қарастырылып отырған нүктелер бір түзудің бойында жататын болып шығады. Ал А, С және Е нүктелері бір түзудің бойында жатпайды. Сондықтан EG түзуі АС кесіндісін бір D нүктесінде қияды. Сонымен, теорема дәлелденеді.

Басқа теоремаларды дәлелдемесіз келтірейік.

Теорема. Түзудің екі нүктесінің арасында шексіз көп нүктелер бар.

Теорема. Егер С мен D нүктелері А мен В нүктелерінің арасында жатса, онда CD кесіндісінің барлық нүктелері де АВ кесіндісінің нүктелері болады.

Бұл жағдай CD кесіндісі АВ кесіндісінің ішінде жатады дейді.

Теорема. a түзуінің кез келген О нүктесі ол түзудегі нүктелерді екі жинаққа бөледі де, А мен В түрлі жинақтардың нүктелері болса, О нүктесі А мен В-нің арасында жатады, ал А мен В бір жинақтың нүктелері болса, О нүктесі А мен В-нің арасында жатпайды.

Анықтама. a түзуіндегі нүктелердің О нүктесімен анықталатын екі жинағының әрқайсысы түзудің жарты түзулері, немесе сәулелері, деп аталады. О нүктесін сәуленің бас нүктесі дейді.

Осы келтірілген анықтамалар мен теоремаларға сүйеніп, түзу нүктелерін екі жолымен реттеуге болады. Реттеу тәсіліне байланысты түзудің бағыты анықталады. Сонымен, түзуді екі бағытта қарастыруға болады. Оларды түзудің қарама-қарсы бағыттары дейді.

Теорема. α жазықтығындағы кез келген α түзуі сол жазықтықтағы нүктелерді екі жинаққа бөледі: егер де А мен в түрлі жинақтардың нүктелері болса, АВ кесіндісі a түзуін қияды: ал, егер де А мен В бір жинақтың нүктелері болса, АВ кесіндісі a түзуін қимайды.

Анықтама. α жазықтығындағы нүктелердің a түзуімен анықталатын екі жинағының әрқайсысы сол α жазықтығының жарты жазықтығы деп аталады.

Конгруэнттік аксиомаларын келтіргенде бұрыш деген ұғыммен пайдаланамыз. Сол себептен бұрыштың анықтамасымен танысалық[4].

Анықтама. Ортақ О төбесі бар әртүрлі h және k екі сәулені бұрыш деп атайды да, $\angle(h,k)$ деп белгілейді, О нүктесін $\angle(h,k)$ бұрышының төбесі деп, ал h пен k сәулелерін $\angle(h,k)$ бұрышының қабырғалары дейді. Бұрыштарды бір әріппен (немесе үш әріппен) белгілейді: мысалы, $\angle B$ немесе $\angle ABC$.

Конгруэнттік аксиомалары. Конгруэнттік аксиомалары конгруэнттік немесе теңдік қатынасын анықтайды. Конгруэнттік қатынастар кесінділер (бұрыштар) үшін қарастырылады.

III_1. А мен В бір a түзуінің нүктелері болсын, А′- кез келген h сәуленің бас нүктесі. Сонда $AB \equiv A'B'$ шартты қанағаттандыратын h сәуленің бойында B' нүктесі болады. Басқаша айтқанда, бұл аксиома бойынша берілген АВ кесіндісіне тең етіп, берілген сәуленің бойына А′ нүктесінен бастап, А′В′ кесіндісін салуға болады.

III_2. Егер де $A'B' \equiv AB$ және $A''B'' \equiv AB$ болса, онда $A'B' \equiv A''B''$; басқаша айтқанда, екі кесінді бір кесіндіге конгруэнт болса, олар өз ара да конгруэнт болады.

III_3. А, В, С нүктелері a түзуінің үш нүктесі болсын, В нүктесі А мен С нүктелерінің арасында жатсын. А′, В′, С′ нүктелері осы a түзуінің немесе басқа бір a′ түзуінің нүктелері болып, B' нүктесі А′ пен С′ нүктелерінің арасында жататын болсын; сонда, егер де $AB \equiv A'B'$, $BC \equiv B'C'$ болса, онда $AC \equiv A'C'$ болады.

Анықтама. Бір а түзуінің сәулесін h деп белгілейік; а түзуімен анықталатын жарты жазықтық λ болсын. Сонда h сәулесі мен λ жарты жазықтығын репер дейді, h сәулесінің бас нүктесі репердің бас нүктесі делінеді; а түзуін репердің түзуі, λ жарты жазықтығымен анықталған жазықтықты репердің жазықтығы дейді. h сәулесі мен λ жарты жазықтығы арқылы анықталған реперді (h, λ) деп белгілейді.

III4. α жазықтығындағы $\angle(h,k)$ бұрыш берілсін; (h',λ') - кез келген репер болсын (дербес жағдайда h' сәулесі α жазықтығында жатуы мүмкін). Сонда λ' жарты жазықтығында $\angle(h,k)\equiv\angle(h',k')$ шартты қанағаттандыратын жалғыз ғана k' сәулесі болады.

Әрбір бұрыш өзіне конгруэнт болады.

III5. A, B, C бір түзудің бойында жатпайтын үш нүкте, ал A′, B′, C′ нүктелері де бір түзудің бойында жатпайтын үш нүкте болсын. Сонда $AB\equiv A'B'$, $AC\equiv A'C'$, $\angle BAC\equiv B'A'C'$ болса, $\angle ABC\equiv A'B'C'$ болады.

Анықтама. ABC және A′B′C′ үшбұрыштарында $AB\equiv A'B'$, $AC\equiv A'C'$, $BC\equiv B'C'$, $\angle A\equiv A'$, $\angle B\equiv B'$, $\angle C\equiv C'$ болса, онда мұндай үшбұрыштар конгруэнт үшбұрыштар болады.

Теорема. Егер $AB\equiv A'B'$, $AC\equiv A'C'$, $\angle A\equiv A'$ болса, онда ABC үшбұрышы A′B′C′ үшбұрышына конгруэнт болады.

Дәлелдеме. III5 аксиома бойынша $AB\equiv A'B'$, $AC\equiv A'C'$, $\angle BAC\equiv B'A'C'$, сондықтан $\angle ABC\equiv A'B'C'$, яғни $\angle B\equiv B'$. Сондай-ақ, $AC\equiv A'C'$, $AB\equiv A'B'$, $\angle CAB\equiv C'A'B'$ болғандықтан, $\angle ACB\equiv A'C'B'$, яғни $\angle C\equiv C'$. Енді $BC\equiv B'C'$ болатындығын байқау керек. Мұны қарсы жору жолымен дәлелдейік: $BC\equiv B'C'$ делік. $B'C'$ сәулесінің бойынан $BC\equiv B'C*$ шартты қанағаттандыратын C* нүктесін табайық (III1 аксиома). A′, B′, C′ нүктелері бір түзудің бойында жатпағандықтан, A′, C*, C′ нүктелері де бір түзудің бойында жатпайды, сондықтан $(A'C')$ және $(A'C*)$ сәулелер бір – бірімен беттеспейді. A′B′ түзуі мен C′ нүктесі арқылы анықталатын жарты жазықтықты λ деп белгілейік. $C*+\lambda$, яғни $C*$ нүктесі λ жазықтығындағы нүкте, сондықтан $A'C'+\lambda$ және $A'C*+\lambda$. III5 аксиоманы қолдансақ, $BA\equiv B'A'$, $BC\equiv B'C*$, $\angle ACB\equiv A'C'B*$ болғандықтан, $\angle BAC\equiv B'A'C*$. Бірақ жоғарыда $\angle BAC\equiv B'A'C'$ екендігін байқағанбыз. Бұл III4 аксиомаға қайшы: λ жарты жазықтығында бір BAC бұрышына конгруэнт болатын екі бұрыш $B'A'C'$ және $B'A'C*$ бұрыштары табылады.

Мына теореманы дәлелдеусіз келтіре кетейік.

Теорема. ABC және A′B′C′ үшбұрыштарында $AB\equiv A'B'$, $\angle B\equiv\angle B'$, $\angle A\equiv\angle A'$ болса, онда ол үшбұрыштар конгруэнт болады.

Конгруэнттік аксиомаларын пайдаланып, кесіеділерді (немесе бұрыштарды) салыстыруға болады.

Анықтама. Конгруэнт емес A_1A_2 және B_1B_2 екі кесінді берілсін. Бір О нүктесінен басталған кез келген h сәулесін алып, соның бойына $OA\equiv A_1A_2$, $OB=B_1B_2$ кесінділерін салайық. А нүктесі О мен В нүктелерінің арасында болса, яғни OAB болса, онда A_1A_2 кесіндісі B_1B_2 кесіндісінен кем болады немесе B_1B_2 кесіндісі A_1A_2 кесіндісінен артық болады.

Бұрыштарды да осылайша салыстыруға болады.

Теорема. Үшбұрыштың сыртқы бұрышы өзімен сыбайлас емес ішкі бұрыштың қай – қайсысынан да артық болады.

Конгруэнттік қатынастың қасиеттеріне сүйеніп, қозғалыстың геометриялық түсінігін қарастыруға болады.

Анықтама. екі фигураның (нүктелер жинақтарының) нүктелерінің арасында өз ара бір мәнді сәйкестік болсын. Сонда сәйкес кесінділер конгруэнт болса, онда ол фигуралар конгруэнт болады дейді, сонымен қатар бір фигура екінші фигурадан қозғалыс арқылы пайда болады дейді.

Орта мектептерде өтетін геометрияда қозғалыс негізгі түсінік ретінде қарастырылады, ал фигуралардың конгруэнттігі (теңдігі) қозғалыс арқылы анықталады. Осы тұрғыдан қарағанда конгруэнттік аксиомаларыңың орнына қозғалыс аксиомаларын енгізу керек.

Әрине, жоғарыда келтірілген теоремалардан басқа I, II, III аксиомалардан пайда болатын теоремалар бар, бірақ оларды біз қарастырамыз[5].

Үздіксіздік аксиомасы

IV (Дедекиндің аксиомасы). АВ кесіндінің барлық нүктелерін (А мен В-ні де қамти) екі жинаққа, яғни екі класқа, бөлейік, сонымен бірге:

1) кесіндінің әр түктесі тек қана бір класқа жатсын, ал А – бірінші кластың, В – екінші кластың нүктелері болсын; әрбір класта А мен В-ден өзгеше нүктелер бар дейік;
2) бірінші кластың әрбір нүктесі А мен екінші кластағы кез келген нүктенің арасында жатсын.

Сонда АВ кесіндісінің бойында қалай да бір С нүктесі болады да, А мен С-нің арасындағы кез келген нүкте бірінші кластың, С мен В-нің арасындағы кез келген нүкте екінші кластың нүктелері болады.

Дедекиндтің аксиомасынан салдар ретінде Архимед теоремасы шығады.

Архимед теоремасы. АВ мен E_1E_2 - кез келген кесінділер болсын. Онда АВ сәулесінің бойында мына шарттарды қанағаттандыратын нүктелер тізбегі болады:

а) $AA_1 \equiv A_1A_2 \equiv A_2A_3 \equiv ... \equiv A_{n-1}A_n \equiv E_1E_2$,

б) АВ*A_n.

Үздіксіздік аксиомасына сүйеніп кесінділер мен бұрыштарды өлшеуге болады.

Анықтама. АВ кесіндісінің ұзындығы деп оң d саны аталады да, ол сан АВ кесіндісінің $d(AB)$ функциясы ретінде мынадай екі шартты қанағаттандырады:

1) Конгруэнт АВ мен $A'B'$ кесінділерінің ұзындықтары бірдей болады, яғни:
$$d(AB) = d(A'B')$$
2) Егер АВС болса, онда
$$d(AB) + d(BC) = d(AC)$$

болады, яғни екі кесіндінің қосындысының ұзындығы ол кесінділердің ұзындықтарының қосындысына тең болады.

Кесіндінің ұзындығы деп нені айтатынымызға келіскеннен кейін, дәлелдемесіз мынадай екі теореманы келтірейік.

Теорема. Егер де белгілі бір кесіндінің ұзындығын бірге тең деп алсақ $(d = 1)$, онда кез келген кесіндінің бір, тек бір ғана ұзындығы болады.

Теорема. $a > 0$ кез келген нақты сан болса, ұзындығы a-ға тең кесінді болады.

Үздіксіздік аксиомасынан және I, II, III топтағы аксиомалардан шығатын өте маңызды мынадай бір салдар бар: түзуде, жазықтықта, кеңістікте координаталар методын қолдануға болады. Сондықтан геометрияда анализдің теоремаларын пайдалануға мүмкіншілік туады.

Анықтама. I, II, III, IV топ аксиомалары мен олардан шығатын салдарларды абсолюттік геометрия дейді.

Абсолюттік геометрияға жататын бізге белгілі теоремалардан басқа тағы да бірнеше теоремаларды келтірейік.

Теорема. Үшбұрыштың барлық бұрыштарының қосындысы $2d$ - ге тең болады.

Теорема. Кез келген нүктеден кез келген түзуге перпендикуляр жүргізуге, онда да тек жалғыз перпендикуляр жүргізуге болады.

Теорема. Кез келген үшбұрыштың әрбір қабырғасы басқа екі қабырғасының қосындысынан кем де, олардың айырмасынан артық болады.

Анықтама. бір жазықтықтағы ортақ нүктесіз екі түзуді параллель түзулер дейді.

Параллель түзулердің бар екендігін дәлелдейік.

Теорема. Егер де a,b,c түзулері бір жазықтықта жатып, с түзуі а және b түзулерін қиып өткендегі сәйкес бұрыштар тең болса, онда а мен b параллель болады.

Дәлелдеме. с түзуі а түзуін А нүктесінде, b түзуін В нүктесінде қиятын болсын. Керісінше жориық, яғни а мен b параллель болмасын. Онда а мен b-нің ортақ бір О нүктесі болады да, АВО үшбұрышының сыртқы бұрышы сыбайлас емес ішкі бұрышқа тең болады. Бұл бұрын қарастырылған теоремаға қайшы, демек, а түзуі мен b түзуінің ортақ нүктесі болмайды, яғни олар параллель.

Теорема. Берілген а түзуінің бойында жатпайтын А нүктесі берілсін. Осы түзумен және осы нүктемен анықталған жазықтықта А нүктесі арқылы а түзуіне параллель түзу жеткізуге болады.

Дәлелдеме. А нүктесінен а түзуіне АР перпендикулярын жүргізейік, бұл перпендикулярға перпендикуляр болатын, А нүктесі арқылы өтетін түзу а-ға параллель болады[6].

Библиографиялық тізім

1. А.Зәкәрім., Ж.Юсупов. «Геометрия негіздерінің элементтері». Алматы, 1968.
2. П.С.Александров., Б.А.Пасынков Введение в теорию множеста и общую топологию. М., 1977.
3. П.С.Александров , Б.А. Пасынков «Введение в теорию топологических просранств и общую теорию размерности» Москва 1973 гл. I
4. А.Д. Александров., Выпуклые многранники .-М.: Гостехиздат, 1950
5. Александров А.Д. Задача Дирехле для уравнения Det [Z]=$\psi(Z_1,...,Z_n,x_1,...,x_n)$, Вестник ЛГУ 1 (1958),5-24
6. Р.А.Александрян., Э.А.Мирзаханян Общая топология. Изд. «Высшая школа»,1979.

MATHEMATICAL LOGICA

Suleimenova I.
Shymkent University

Summary

Historical legend.Plato (427-347 BC), the teacher of the ancient Greek sage Aristotle, probably said in his youth: "Man is a two-legged, hairless animal." Then one of his brave and prudent disciples brought a chicken to Plato's classroom and threw it in front of the teacher, saying, "Here is your man." After such a careful and bold criticism of his disciple, Plato, in defining the concept, must have paid special attention to the correct distinction between the significant and insignificant features of something.

Once upon a time, sitting on a rock in Egypt, Parmenides invented logic. Such a legend might have appealed to people believing in a (rather small) set of well-defined rules constituting the logic. This belief had permeated the mainstream thinking at least until the beginning of the 20th century. But even if this medieval story appears now implausible, it reflects the fact that Parmenides was the first philosopher who did not merely propose a vision of reality but who also supported it by an extended argument. He is reported to have had a Pythagorean teacher and, perhaps, his use of argument was inspired by the importance of mathematics to the Pythagorean tradition. Still, he never systematically formulated principles of argumentation and using arguments is not the same as studying them. “Logical thinking” may be associated roughly with something like correct arguing or reasoning, and the study of logic begins with the attempts to formulate the principles ensuring such correctness. Now, correctness amounts to conformance to some prescribed rules. Identification of such rules, and the ways of verifying conformance to them, begins with Aristotle in the 5th century bc. He defined his logical discourse – a syllogism – as one “in which, certain things being stated something other than what is stated follows of necessity from their being so.” This intuition of necessary – unavoidable or mechanical –

consequences, embodying the ideal of correctness, both lies at the origin of the discipline of logic and has been the main force driving its development until the 20th century. However, in a quite interesting turn, its concluding chapter (or rather: the chapter at which we will conclude its description) did not establish any consensus about the mechanisms of the human thinking and the necessities founding its correctness. Instead, it provided a precise counterpart of the Aristotelian definition of a process in which, certain things being given, some other follow as 1 November 2, 2011 16:53 World Scientific Book - 9in x 6in MathematicalLogic 2 A history of logic their unavoidable, mechanical consequences. This is known as the Turing machine and its physical realization is the computer. We will sketch logic's development along the three intimately connected axes which reflect its three main domains. (1) The foremost concerns the correctness of arguments and this seems relative to their meaning. Meaning, however, is a vague concept. In order to formulate the rules for construction of correct arguments, one tries to capture it more precisely, and such attempts lead to another, more formal investigation of patterns of arguments. (2) In order to construct precise and valid patterns of arguments one has to determine their "building blocks". One has to identify the basic terms, their kinds and means of combination. (3) Finally, there is the question of how to represent these patterns. Although apparently of secondary importance, it is the answer to this question which puts purely symbolic manipulation in the focus. It can be considered the beginning of modern mathematical logic, which led to the development of the devices for symbolic manipulation – computers. The first three sections sketch the development along the respective lines until Renaissance beginning, however, with the second point, Section A, following with the first, Section B, and concluding with the third, Section C. Then, Section D indicates the development in the modern era, with particular emphasis on the last two centuries. Section E sketches the basic aspects of modern mathematical logic and its relations to computers.

Solution. Characteristics of a person: "mastery of the soul"; "Two-legged"; "Complete hairlessness of the body"; "Speaking"; "All minds"; "Association"; etc. Among them are the signs of significance: "the owner of the soul"; "All minds"; "Speaking". And "the fact that it has two legs"; "Complete hairlessness of the body"; The "community" is a sign of insignificance or insignificance. The content of this concept = {consciousness, speech, possession}. And its size = {present people, past people, people born in the future}.$M_A V_A$

Connoisseurs of knowledge define a "concept" in figurative terms as a brick or a brick form of scientific thought. Some textbooks use the term "concept - an atom or atomic element of the logic of thought." In the discipline of formal logic, the definition of "concept" is introduced by the root word "sign" or "property". The difference between two things that are similar or different from each other is called the properties of those things. And the presence or absence of a quality or relationship in a thing is called a sign of that thing.

Example for Exercise: Let's compare a sheet of paper spread out for writing in front of us and a grain of charcoal that was brought to the stove. The characteristics of the paper include its white color, writing equipment, smooth surface, and the fact that it is a handwritten object made of wood. The characteristic features of coal are its dark color, its ability to burn, its heat, its natural origin, and so on. We can name the signs.

Thus, we see that everything in cognition has a full range of sacred features or distinctive features that are unique to it.

The sign of things in recognition is divided into two main classes: the sign of the meaning (or significant sign, the main sign) and the sign of insignificance (insignificant sign, auxiliary sign).

Definition: The properties of an object that are necessary in isolation to distinguish it from others, and are sufficient in general, are called the essential (significant) feature of the object.

Examples for training:

1. From the point of view of matter, the essential features of gold include: 1) "metallicity"; 2) "value"; 3) "all of a certain portion weight". And the "yellow color" and "bright sparkle" of

gold are its insignificant properties. The saying of our people "Not all glitter is gold" is a testament to the absurdity of gold.

2. Let's analyze the concept of "square", which is often used in mathematics, in terms of this definition. Significance of this concept is "rectangular"; "All walls are equal" and "all angles are equal". Properties of square walls, such as their length and location, are some of its insignificant features.

Now "what is a concept?" Let's look at the definition, which is the exact answer to the question.

Definition: A concept is a form of thinking that reflects an object or phenomenon in the human mind in terms of its significance.

Individual concepts are denoted by capital letters of the Latin alphabet A, B, C, D, ... or,, ...,, ... Each concept is characterized by two logical aspects. Logical descriptors of the A-concept include its content () and volume ().$A_1 A_2 A_n M_A V_A$

Definition: The set of meanings of an object represented by a concept is called the content of that concept. If we denote the concept by A, then its content can be denoted by.M_A

Definition: The scope of a concept () is a set (class) of things, each of which is characterized by the corresponding features of the content of this concept.V_A

The content and scope of a concept are called by the logical descriptors of that concept.

Examples for training:

1. What are the logical characteristics of the concept of "person"?

2. What are the logical characteristics of the concept of "circle" considered in mathematics?

Solution. = {"Closed linearity in the plane", "the points of the line lie at a distance equal to a given segment from one point"}; = {"Current drawn circle", "previously drawn circle", "now drawn circle"}. The absurdity of the concept of "circle" can be called: "When was the circle drawn", "Where is the center", "The length of the radius", etc.$M_Ш V_Ш$

Types of concepts

The subject of logic divides the concept into different types depending on the size and content. Depending on the scope of the concept: "unit concept"; There are 3 types, called "general concept" and "zero concept"[1].

LIST OF REFERENCES

1. Nursultanov K. Discrete mathematical logic. - Semey, 2002.
2. Baizhumanov AA Discrete mathematics and mathematical logic. - Shymkent, 2012.
3. Nursultanov K., Nakyshbekova K. One hundred prize-winning reports. - Semey, 1982.
4. Nursultanov K. Initiatives of mathematical logic. Sections 1 and 2. - Almaty: Republican Publishing House, 1994, 1995.

ҚАЗІРГІ БІЛІМ БЕРУ ЖҮЙЕСІНДЕ ФУНКЦИЯЛАРДЫ ЗЕРТТЕУДЕ ТУЫНДЫНЫ ҚОЛДАНУ ӘДІСТЕРІН ОҚЫТУ

Абдиназаров Д.Ж.
Тұрлыбай Г.С.
Шымкент университеті

Аннотация

В данной статье определяется также знакомство учащихся с понятием общей функции, возрастающей и убывающей функциями, четной и нечетной функцией, функцией, заданной в общем виде, свойством символа-устойчивости функции, нулями функции, наибольшим и наименьшим значениями функции и др.

XVII ғасырдан бастап туынды ұғымы математиканың ең маңызды ұғымдарының бірі болды. Ол қоршаған ортаны оқып үйренуде орасан зор орын алып келді, әлі де ерекше орын алып отыр. Функция ұғымының дамуына француз ғалымдары Р.Декарт (1596-1650) және (1601-1665) негізін қалаған координаталар әдісінің маңыздылығы айтарлықтай болды.

Декарт «Геометиясында» және Ферма, Ньютон, Лейбниц еңбектерінде функция ұғымы, негізінен, интуитивтік кейіпте болды және олар қандай да бір геометриялық немесе механикалық көзқарастармен тығыз байланыста болған еді: қисық нүктелерінің ординаталары – абциссаға тәуелді функция; жүрілген жол және жылдамдық – уақытқа (t) тәуелді функция және т.с.с. Мәселен, Ньютон функцияны флюэнта (ағымдық шама мағынасында, латынның fluere – ағым сөзінен алынған) деп аталған, ал туындыны флюкция деп атаған (осы fluere сөзінен) және сондықтан да Ньютон бойынша анықталатын функциялар әуелден-ақ үздіксіз болған. «Функция» сөзін (латынның functio – орындау, атқару мағынасындағы сөзінен алынған) 1673 жылдан бастап (қандай да бір функцияны орындайтын, атқаратын шама ретінде)Лейбниц қолдана бастады. Л.Эйлер (1707-1748) есімдері функция ұғымын қандай да бір аналитикалық өрнек ретінде, яғни айнымалығы аналитикалық амалдар қолдану арқылы құрастырылған өрнек ретінде ұғыну мен тығыз байланысты. Кезінде Л.Эйлер функцияға бұданда жалпылау көзқарас қалыптатыра білді:ол функцияны бір айнымалының екінші айнымалы шамаға тәуелділігі ретінде қарастырады. Бұл көзқарас кейінірек Н.И.Лобачевский (1792-1856), неміс ғалымы П.Дирихле (1805-1859) және өзге ғалымдардың еңбектерінде дамытылып, жалғасын тапты. Нәтижесінде функцияны сан жиындарының арасында орнатылған сәйкестік ретінде қарастыруға келіп соқты.

Түп тамыры ежелгі замандардан-ақ бастау алатын, шек ұғымының пайда болуы қисық сызықты фигуралардың аудандары мен қисық беттермен шектелген денелердің көлемдерін анықтаумен тығыз байланысты. Ежелгі грек математигі Евдокс (б.з.б. IV-ғасыр) айқын емес түрде шекке көшу тәсілдерін қолдана білген.XVII-ғасырда Евдокс тәсілі сарып (ада) қылу тәсілі деп атаған және оны Евклид, Архимед сияқты ежелгі ғалымдар қолданған. Өзінің осы тәсілін қолдана отырып, Евдокс пирамиданың көлемі, табанымен биіктігі пирамиданың табанымен биіктігіне тең призма көлемінің 1/3 бөлігіне тең болатынын көрсеткен. Евдокстың замандасы әрі оқушысы Диностират, өз ұстазының тәсілін қолдана отырып, осы заманғы белгілеулер бойынша түрінде жазылатын, I тамаша шекті тапқан десе де болады.

Функция ұғымы тек математикада ғана емес, басқа оқу пәндерінде де кеңінен пайдаланылады. Өйткені, табиғат құбылыстары арасындағы байланыстар математикалық түрде өрнектелгенде, яғни қарастырылып отырған шамалар арасында функциялық тәуелділік берілгенде ғана, тек сонда ғана нақты заңдылық түрінде тұжырымдама алатындығы белгілі. Сондықтан, мектеп оқушыларының функция ұғымын дұрыс меңгеруіне көп көңіл бөлінуі керек. Функция ұғымының ғылымға енуі Р.Декарттың “айнымалы шама” ұғымымен тығыз байланысты. “Функция” ұғымын ғылымға (XVII ғ-ң аяғында) Г.Лейбниц енгізді. Ол латынның “функтус” деген сөзінен шығып, қазақ тілінде “атқару” деген мағынаны білдіреді.

Табиғат құбылыстарын зерттеу жаратылыстану ғылымдарында кездесетін шамалар ұғымдарына алып келеді. Табиғат құбылыстарын байқау, тәжірибелер арқылы білу, физикалық, химиялық, биологиялық т.б. ғылымдарда кездесетін шамалардың өзара байланыста болатындығын көрсетеді. Мысалы:

1 Өткізгіштің бойымен электр тогы жүргенде, өткізгіш температурасы өзгеріп, жылу пайда болады. Электр тогының күші, өткізгіш кедергісі, уақыт және жылу мөлшерінің арасындағы тәуелділікті байқаймыз. Бұл мысалда электр тогының күші, өткізгіш кедергісі және уақыттың белгілі бір мәніне жылу мөлшерінің бір мәні сәйкес келеді.

2 Белгілі бір биіктіктен өз еркімен түсіп келе жатқан дененің қозғалысын байқап, уақыт пен дененің жүрген жолы ұзындығының арасындағы өзара байланысқа назар аударалық. Мұнда уақыттың әрбір мезетіне жолдың бір тиянақты ұзындығы сәйкес келеді.

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі

1 Есмұқанов М.Е Математикалық анализ курсы. –Алматы: Білім, 1995.

2 Алгебра и начала анализа в 9-10 классах: Пособие для учителей/А.М.Абрамов, Б.М.Ивлев, З.Н.Моисеева и др. –М.:Просвещение, 1982. - 336 б.

3 Ахметов М.Ж. Нақты сандар. Сан тізбектері және олардың шектері. –Алматы: Мектеп, 1984. - 80 б.

4 Әбілқасымова А., Рузанова Р. Алгебра және анализ бастамалары. – Алматы: Мектеп, 1988. – 144 б.

5 Баймұханов Б.Б. Математика есептерін шығаруға үйрету.-Алматы: Мектеп, 1988. – 144 б.

6 Бекбаулиева Ш., Қаңлыбаев Қ., Забежанская Н.Н., Меңдіғалиева М.Б. Алгебра және анализге кіріспе – Алматы: Ана тілі, 1971. – 152 б.

САЛЫСТЫРУЛАР ТЕОРИЯСЫ НЕГІЗІНДЕ КЕЙБІР САНДАРҒА БӨЛІНГІШТІК БЕЛГІСІНІҢ ДЕРБЕС ЖАҒДАЙЛАРЫН АНЫҚТАУ

Ділдахан Ж.Ж.
Мадияров Н.К. - п.ғ.к., доцент
Шымкент университеті

Аннотация

Қазіргі таңдағы мектептерде математикалық білім негізі оқушыларға функционалдық ойлауды, үздіксіз математикалық объектілермен қарым-қатынас жасауға бағыттайды. Мектеп бағдарламаларындағы елеулі өзгерістер де осы бағытта жүргізілуде.

Сонымен қатар, соңғы уақытта ұдайы түрде математиканың қолданылуының жаңа облыстары ашылуда.

Мектеп математика курсында сандардың бөлінгіштігі тақырыбында негізінен сандар теориясының негіздері қарастырылады: натурал сандардың бөлінгіштік белгілері, жай және құрама сан, берілген сандардың ең үлкен ортақ бөлгіші және ең кіші ортақ еселігі. Оқулықтарда сандардың бөлінгіштігі тақырыбын оқыту әртүрлі қарастырылады. Кейбір оқулықтарда жай бөлшектер тақырыбының құрамында жай бөлшектер мен натурал сандардың бөлінгіштігін өзара тығыз байланыста қарастыру көзделген. Ал, кейбір оқулықтар сандардың бөлгіштігін натурал сандар тақырыбының жалғасы ретінде өтуді көздейді.

Сандардың бөлгіштігі тақырыбындағы оқушылардың игеруіне тиісті алғашқы ұғымдар натурал санның бөлгіші және еселігі. Санның еселігі және бөлгіштерінің арасындағы өзара байланыстың мәнін ашып көрсетудің де маңызы ерекше: қандай да бір сан, берілген санның бөлгіші болса, онда берілген санның өзі бөлгішке еселі болады.

Белгілі әдіскер-математик В.М.Брадистің пікірінше «Натурал сандардың бөлінгіштік белгілері» тақырыбы - оқушылардың қызығушылықтарын арттыру үшін қажетті көрнекі материал болып табылады.

Натурал санның бөлгіші ұғымы, осы уақытқа дейін қандай да бір берілген санды бөлетінін сан ретінде түсіндірілген, ондағы бөлудің нәтижесі де екі түрлі болатын: бөлгішке берілген сан қалдықсыз бөлінеді немесе қалдық қалады. Бұл екі жағдайда да бір санды екінші санға бөлу орындалады. Ендігі жерде санның бөлгіші деп тек қана берілген сан қалдықсыз бөлінетін санды айтатын болады.

Мынадай есептің шешуінің практикалық және теориялық мәнісі зор: бөлу амалын орындамай тұрып, берілген санның бірі екінші санға бүтіндей бөліне ме, егер бөлінбесе, қандай қалдықтың қалатынын тағайындау. Бұл жерде кез келген бүтін санның басқа бір санға бөлінуі үшін қажетті және жеткілікті шарттарды көрсету, яғни бөлінгіштік белгілерін тағайындау өте маңызды.

Мектеп математика курсында бөлінгіштік белгісі оңай, практикалық қолданысқа тиімді болып табылатын кейбір сандардың нақтырақ айтқанда, 2-нің, 3-тің, 5-тің, 9-дың және 10-ның ғана бөлінгіштік белгілері оқытылады.

Оқушылардың жеке қабілеттерін дамыту – жалпы білім берудегі бірінші кезектегі маңызды мәселелердің бірі, бұл үшін олардың сұраныстары мен бейімділіктеріне сәйкес дифференциялды оқытуды кеңейту керек, яғни арнайы мектептердің және әртүрлі пәндерін тереңдетіп оқытылатын сыныптар желісін дамыту. Бұл бағыттың жүзеге асуы, әсіресе, фундаментальды ғылымдарға, соның ішінде математикаға өте қажет.

Мұғалімдер оқушылардың жас ерекшеліктеріне байланысты ақыл-ой, зерде қасиеттерін дамытатын математика сабақтарында, сыныптан тыс жұмыстарда стандарт емес есептерді шығартып үйретудің маңызы ерекше екенін түсіну қажет.

Жас математиктердің байқауы – математикалық олимпиадалар жастар, оқушылар арасындағы білім насихатының маңызды құралы болып табылады және орта мектептерде математикадан сабақ беру деңгейін жоғарылатуда, оқушылардың математикалық дайындықтарында үлкен орын алады.

Бұл мақалада бір санның екінші санға бөлінетінін-бөлінбейтінін және де қандай қалдық қалатынын білу керек болғанда аса қажет болып табылатын сандардың элементар теориясының маңызды бөлімінің бірі - салыстырулар теориясының негізінде кейбір сандардың бөлінгіштік белгілерінің дербес жағдайларын қорытып шығаруды мақсат еттік.

Сандардың элементар теориясының маңызды мәселерінің бірі болып табылатын салыстырулар теориясының негізіне тоқталайық. Салыстыру жөніндегі ұғым, мұны ең алғаш рет қолданған Гаусс, бір санның екінші санға бөлінгіштігі ұғымымен тығыз байланысты. Бұл ұғым бізге әсіресе берілген сандардың бірі екіншісіне бөлінетінін-бөлінбейтінін және де қандай қалдық қалатынын білу керек болғанда аса қажет болмақ.

Айталық k- алдын ала белгіленген бүтін оң сан делік. Былайғы жерде мұны біз **салыстыру модулы** деп атайтын боламыз. Егер a-b (не b-a) айырмасы k санына бөлінетін болса, онда бүтін a мен b екі сан k модулы бойынша **өзара салыстырымды** делінеді.

Гаусс қолданған белгілеу бойынша, салыстырымды сандарды былай жазады: $a \equiv b \pmod k$,

ал оқылуы: k модулы бойынша a саны b санымен салыстырымды**.** **a** мен **b** сандары салыстыру мүшелері деп аталады [1].

Мысалы, 27 мен 48 сандары 7 модулы бойынша өзара салыстырымды $27 \equiv 48 \pmod 7$ өйткені 27-48=-21 саны 7-ге бөлінеді. Ал 37 мен 15 сандары 7 модулы бойынша өзара салыстырымды емес, $37 \neq 15 \pmod 7$ өйткені 37-15=22 саны 7-ге бөлінбейді.

Айталық a мен b сандары mod k бойынша өз ара салыстырымды делік: $a \equiv b \pmod k$ a саны салыстырудың сол жақ бөлігі де, ал b саны –оң жақ бөлігі.

Салыстырылатын a мен b сандарының әрқайсысын k модулына бөлеміз: $a=kq_1+r_1$, $b=kq_2+r_2$, мұнда $0 \le r_1$, $r_2<k$

Шарт бойынша a мен b сандары k модулы бойынша салыстырымды, сондықтан $a-b=k(q_1-q_2) + (r_1-r_2)$

айырмасы k-ға бөлінеді.

Бөлінгіштітің бірінші қасиеті. Егер a мен b сандарының әрқайсысы үшінші c санына бөлінетін болса, онда олардың қосындысы не айырмасы $a \pm b$ де сол c санына бөлінеді.

Шынында, айталық a мен b сандары бірден c санына бөлінеді делік.

Теорема. a=bq шартын қанағаттандыратын q саны табылса, осы жағдайда, тек қана сол жағдайда a саны b-ге бөлінеді [2].

Олай болғанда 2-теорема бойынша бүтін q_1 мен q_2 сандары табылып, $a=cq_1$, $b=cq_2$, орындалады. Осы теңдіктерді мүшелеп қосып не азайтып, мынаны табамыз: $a \pm b=c(q_1 \pm q_2)$, яғни $c/(a \pm b)$ дәлелдемекшімізде осы болатын.

Бұдан бөлінгіштіктің бірінші қасиеті бойынша, r_1-r_2 айырмасының k-ға бөлінетіндігі шығады, ал бұл жағдай тек $r_1-r_2=0$, $r_1=r_2$ болғанда ғана екені түсінікті.

Сөйтіп, салыстырылатын сандарды модульға бөлгенде шығатын қалдықтары бірдей болады, сондықтан салыстырылатын сандарды кейде тең қалдықты сандар деп те атайды.

Ал, керісінше, тең қалдықты сандардың өзара салыстырымды болатындығы түсінікті.

Сонымен, екі a мен b санын k-ға бөлгенде бірдей қалдық шығатын болса, тек сонда ғана a мен b сандары k модулы бойынша салыстырымды болады.

Егер a-ны k-ға бөлгендегі қалдық r болса, a=kq+r, онда $a \equiv r(\mathrm{mod}\ k)$ болады.

Егер де a саны k-ға бөлінсе, яғни r=0 болса, онда $a \equiv 0(\mathrm{mod}\ k)$ болады. Демек k модулына еселік кез келген сан 0 санымен k модулы бойынша салыстырымды болады.

Анықтамаға қарағанда екі санның салыстырымдылық қатынасы дегеніміз осы сандардың модулы еселігіне дейінгі дәлдікпен алынған теңдігі болып отыр.

Салыстырулар қасиеттерінің теңдіктер қасиеттеріне толық дерлік ұқсастығы осы айтылып отырған жағдайға байланысты.

Саннның 8-ге бөлінгіштік белгісінің дербес жағдайларын анықтау

8-ге бөлінгіштік белгісі. $10^3 \equiv 0(\mathrm{mod}\,8)$ болатын себепті, мына салыстыру $m = (a_0 + a_1 10 + 10^2 a_2) + 10^3(a_3 + a_4 10 + ... + a_n 10^{n-3}) \equiv 0(\mathrm{mod}\,8)$ орындалу үшін, мына шарт $a_0 + a_1 10 + 10^2 a_2 \equiv 0(\mathrm{mod}\,8)$ қажетті және жеткілікті.

Бұған қарағанда, *8-ге бөлінгіштік белгісі мынадай болмақ: егер m санының соңғы үш цифрын өрнектейтін сан 8-ге бөлінсе, онда m санының өзі де 8-ге бөлінеді. Керісінше, егер m саны 8-ге бөлінсе, онда m санының соңғы үш цифрын өрнектейтін сан 8-ге бөлінеді.*

Осы жерден көріп тұрғанымыздай m санының 8-ге бөлінгіштік белгісінің соңы - үш таңбалы сан 8-ге бөлінема, бөлінбейма деген мәселеге келіп тіреледі екен. Олай болса үш таңбалы санның 8-ге бөлінгіштік белгісі қажет. $10^2 \equiv \pm 4(\mathrm{mod}\,8)$, $10 \equiv 2(\mathrm{mod}\,8)$ болатын себепті, мына салыстыру $m = a_0 + a_1 10 + 10^2 a_2 \equiv 0(\mathrm{mod}\,8)$ орындалу үшін, мына шарт $\pm 4a_2 + 2a_1 + a_0 \equiv 0(\mathrm{mod}\,8)$ қажетті және жеткілікті.

Бұған қарағанда, *үш цифрлы сандар үшін 8-ге бөлінгіштік белгісі* мынадай болмақ: *Егер m санының жүздігін өрнектейін санды ± 4 санына көбейтіп және ондықты өренектейтін цифрын 2 санына көбейтіп, бірлікті өрнектейтін цифрына қоссақ осы қосынды 8-ге бөлінсе, онда m саныда 8-ге бөлінеді.*

Мысалы. 472 саны 8-ге бөлінеді ма тексерейік. Яғни 472≡0 (mod 8) орындалуы үшін жоғарыдағы шарт бойынша ±4·4+2·7+2≡0 (mod 8)

$$\begin{cases} 16 + 14 + 2 \equiv 0(\mathrm{mod}8) \\ -16 + 14 + 2 \equiv 0(\mathrm{mod}8) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 32 \equiv 0(\mathrm{mod}8) \\ 0 \equiv 0(\mathrm{mod}8) \end{cases}$$

Бұл салыстырулар дұрыс болғандықтан 472≡0 (mod 8) салыстыруы да дұрыс болады.

Салдар -1. Егер a_2=2n болса, онда $4a_2 \equiv 0(\mathrm{mod}8)$ болатын себепті, мына салыстыру $\pm 4a_2 + 2a_1 + a_0 \equiv 0(\mathrm{mod}\,8)$ орындалу үшін мына шарт $2a_1 + a_0 \equiv 0(\mathrm{mod}\,8)$ қажетті және жеткілікті.

Мысалы: 472 саны 8-ге бөлінеді ма тексерейік. Яғни 472≡0 (mod 8) орындалуы үшін жоғарыдағы 1-салдар бойынша 2·7+2≡0 (mod 8), 16≡0 (mod 8). Бұл салыстыру дұрыс болғандықтан 472≡0 (mod 8) салыстыруы да дұрыс болады.

Салдар -2. Егер a_2=2n+1 болса, онда 8(2n+1) $\equiv 0(\mathrm{mod}\,8)$ болатын себепті, мына салыстыру $\pm 4a_2 + 2a_1 + a_0 \equiv 0(\mathrm{mod}\,8)$, $\pm 4(2n+1) + 2a_1 + a_0 \equiv 0(\mathrm{mod}\,8)$ орындалу үшін мына шарт $10a_1 + a_0 \equiv 4(2n+1)\,(\mathrm{mod}\,8)$ яғни, $\frac{10a_1 + a_0}{4} \equiv 2n + 1\,(\mathrm{mod}\,8)$ қажетті және жеткілікті.

Мысалы. 584 саны 8-ге бөлінеді ма тексерейік. Яғни 584≡0 (mod 8) орындалуы үшін жоғарыдағы 2-салдар бойынша $\frac{84}{4} \equiv 5(\mathrm{mod}\,8) \Rightarrow 21 \equiv 5(\mathrm{mod}\,8)$ болады. Бұл салыстыру дұрыс болғандықтан 584≡0 (mod 8) салыстыруы да дұрыс болады.

Санның 16-ға бөлінгіштік белгісін қорыту.

$10^4 \equiv 0(\mathrm{mod}16)$ болатын себепті, мына салыстыру $m = (a_0 + a_1 10 + 10^2 a_2 + a_3 10^3) + 10^4 (a_4 + a_5 10 + 10^2 a_6 + a_7 10 ... + a_n 10^{n-4}) \equiv 0(\mathrm{mod}16)$ орындалу үшін, мына шарт $m = a_0 + a_1 10 + 10^2 a_2 + a_3 10^3 \equiv 0(\mathrm{mod}16)$ қажетті және жеткілікті. Бұған қарағанда, *16-ға бөлінгіштік белгісі* мынадай болмақ: *егер m санының соңғы төрт цифрын өрнектейтін сан 16-ға бөлінсе, онда m санының өзінде 16-ға бөлінеді және керісінше егер m саны 16-ға бөлінсе, онда m санының соңғы төрт цифрын өрнектейтін сан 16-ға бөлінеді.*

Төрт таңбалы сандардың 16-ға бөлінетіндігін, не бөлінбейтіндігін бірден аңғару мүмкін бола бермейді. Осы себепті, біз өзіміздің зерттеу жұмысымызда төрт таңбалы сандардың 16-ға бөлінгіштік белгілерін тағайындауға тоқталдық.

$10^2 \equiv 4(\mathrm{mod}16)$ болатын себепті, мына салыстыру n= $a_0 + a_1 10 + 10^2 (a_2 + a_3 10) \equiv 0(\mathrm{mod}16)$ орындалу үшін, мына шарт n= $a_0 + a_1 10 + 4(a_2 + a_3 10) \equiv 0(\mathrm{mod}16)$, n=$4\overline{a_3 a_2} + \overline{a_1 a_0} \equiv 0(\mathrm{mod}16)$ қажетті және жеткілікті. *Бұған қарағанда төрт таңбалы сандар үшін 16-ға бөлінгіштік белгісі мынадай болмақ. Егер n санын оңнан солға қарай екі цифрдан топтап; тақ орнындағы екі цифрды өрнектейтін санды төртке көбейтіп, жұп орында тұрған екі цифрды өрнектейтін санға қосып, осы қосынды 16-ға бөлінсе онда n саныда 16-ға бөлінеді.*

Мысалы. $2544 \equiv 0(\mathrm{mod}16)$

Шешуі: $2544 \equiv 0(\mathrm{mod}16)$ салыстыруы орындалуы үшін 16-ға бөлінгіштік белгісі $4*25+44 \equiv 0(\mathrm{mod}16)$, $144 \equiv 0(\mathrm{mod}16)$ бұл салыстыру орындалғандықтан $2544 \equiv 0(\mathrm{mod}16)$ орындалады.

Санның 18-ге бөлінгіштік белгісін қорыту

m санының 18-ге бөлінгіштік белгісін анықтау үшін 18=9·2 екендігін ескерсек жеткілікті. Яғни *18-ге бөлінгіштік белгісі мынадай болмақ: Егер m санының барлық цифрларының қосындысы 9-ға және соңғы цифры 2-ге бөлінсе, онда m санының өзіде 18-ге бөлінеді.*

Бірақ біз өз жұмысымызда практикалық қолданылуы күрделі болғаныменде өзіндік ерекшелігі бар бөлінгіштік белгісін қорытып шығардық.

$10 \equiv -8(\mathrm{mod}18)$, $10^2 \equiv -8(\mathrm{mod}18)$, $10^3 \equiv -8(\mathrm{mod}18)$, $10^4 \equiv -8(\mathrm{mod}18)$, **...** , $10^n \equiv -8(\mathrm{mod}18)$ болатын себепті, мына салыстыру m= $a_0 + 10a_1 + 10^2 a_2 + 10^3 a_3 + 10^4 a_4 + ... + 10^n a_n \equiv 0(\mathrm{mod}18)$ орындалу үшін, мына шарт m= $a_0 - 8a_1 - 8a_2 - 8a_3 - 8a_4 - ... - 8a_n \equiv 0(\mathrm{mod}18)$ немесе m=$a_0 - 8(a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + ... + a_n)$ $\equiv 0(\mathrm{mod}18)$ қажетті және жеткілікті.

Бұған қарағанда 18-ге бөлінгіштік белгісі мынадай болмақ. Егер m санының бірлігінен басқа цифрларын қосып (-8)-ге көбейтіп қоссақ қосынды 18-ге бөлінсе, онда m саныда 18-ге бөлінеді.

Мысалы: $32076 \equiv 0(\mathrm{mod}18)$, $-8(3+2+0+7)+6 \equiv (\mathrm{mod}18)$, $-90 \equiv 0(\mathrm{mod}18)$ онда $32076 \equiv 0(\mathrm{mod}18)$ болады.

Санның 22-ге бөлінгіштік белгісін қорыту.

Бұл жерде де, m санының 22-ге бөлінгіштік белгісін анықтау үшін 22=11·2 екендігін ескере отырып, 2 мен 11 сандарына бөлінгіштік белгілерін біріктіре пайдаланып 22-ге бөлінгіштік белгісін қорытып шығаруға болар еді. Бірақ біз өз жұмысымызда өзіндік ерекшелігі бар 22-ге бөлінгіштік белгісін қорытып шығардық.

$10^2 \equiv -10(\mathrm{mod}\ 22)$

$10^4 \equiv -10(\mathrm{mod}\ 22)$

$10^6 \equiv -10(\mathrm{mod}\ 22)$

болатын себепті, мына салыстыру $m = (a_0 + 10a_1) + 10^2(a_2 + 10a_3) + 10^4(a_4 + 10a_5) + ... + 10^{2n}(a_{2n} + 10a_{2n+1}) \equiv 0(\mathrm{mod}\ 22)$ орындалуы үшін мына шарт $m = (a_0 + 10a_1) - 10(a_2 + 10a_3) - 10(a_4 + 10a_5) - ... - 10(a_{2n} + 10a_{2n+1}) \equiv 0(\mathrm{mod}\ 22)$ немесе $m = \overline{a_1 a_0}$ -10($\overline{a_3 a_2} + \overline{a_5 a_4} + \overline{a_7 a_6} + \overline{a_n a_{n-1}}$) $\equiv 0\,\mathrm{mod}(22)$ қажетті әрі жеткілікті.

Бұған қарағанда 22-ге бөлінгіштік белгісі мынадай болмақ. Егер m санының цифрларын соңынан бастап екеуден топтап, соңғысынан басқа топтарын қосып (-10)-ға көбейтіп қоссақ қосынды 22-ге бөлінсе, онда m саныда 22-ге бөлінеді.

Мысалы: $73986 \equiv 0(\mathrm{mod}\ 22)$, -10(7+39)+86 $\equiv (\mathrm{mod}\ 22)$, -374 $\equiv 0(\mathrm{mod}\ 22)$ онда $73986 \equiv 0(\mathrm{mod}\ 22)$

Санның 33-ке бөлінгіштік белгісінде осыған ұқсас қорытуға болады. Сонымен қатар **санның 27-ге және 37-ге бөлінгіштік белгісіде қорытылып шығарылған.**

Берілген m санының 27-ге не 37-ке бөлінетіндігін анықтау үшін, оның цифрларын оңнан солға қарай 3 цифрдан топтап бөлеміз. Бұдан кейін жұп және тақ орындардағы топтарды өрнектейтін сандарды қосамыз, осы қосынды 27-ге не 37-ге бөлінсе, онда m санының өзі де 27-ге не 37-ге бөлінеді. Бұл шарт қажетті және жеткілікті.

Мысалы: 133445157169179≡0 (mod 27) , (mod 37) салыстыруы дұрыс па?

Шешуі: 133 445 157 169 179≡0 (mod 27), (mod 37). Бұл салыстыру орындалу үшін 27-ге және 37-ге бөлінгіштік белгісі бойынша, 133+445+157+169+179≡0 (mod 27), (mod 37). 1083≡0 (mod 27), (mod 37), 83+1≡0 (mod 27), (mod 37), 84 $\not\equiv$0 (mod 27), (mod 37) салыстыруы дұрыс орындалмайды.

Онда 133445157169179 $\not\equiv$0 (mod 27), (mod 37) салыстыруы дұрыс болмайды.

Қорыта келе, бұл жұмысты орындау барысында:

- 7 мен 13-тің бөлінгіштік белгілеріне талдау жасалып, олардың негізінен көп таңбалы сандарға негізделгендігіне назар аудара отырып, үштаңбалы сандардың және олардың дербес жағдайлары ретінде қарастыра келе екітаңбалы және біртаңбалы сандардың 7 мен 13-ке бөлінгіштік белгілері қорытылып шығарылды;
- 8-дің бөлінгіштік белгісіне талдау жасай келе оның сол санның соңғы үш цифры құрайтын үштаңбалы сандардың бөліну-бөлінбеуіне байланысты анықталатындығына орай, үштаңбалы санның 8-ге бөлінгіштік белгісі қорытылып шығарылды. Сондай-ақ, үштаңбалы санның жүздігі жұп және тақ сан болып келгендегі дербес жағдайларына арналған белгілер анықталды;
- Санның 16-ға бөлінгіштік белгісіне талдау жасай отырып, оны анықтау санның соңғы төрт цифры құрайтын төрт таңбалы санның 16-ға бөліну бөлінбеуіне байланысты екендігіне көз жеткіздік. Соған байланысты, төрт таңбалы санның 16-ға бөлінгіштік белгісін қорытып шығардық;
- Оқулықтарда бөлінгіштік белгілері баяндалмаған сандардың 18-ге, 22-ге, 27-ге, 33-ке және 37-ге бөлінгіштік белгілерін өзбетімізше қорытып шығардық.
-

Әдебиеттер

1. Оразбаев Б.М. Сандар теориясы. Алматы: Мектеп, 1970
2. Воробьёв Н. Н. Признаки делимости, «Популярные лекции по математике», Выпуск 38, М., «Наука» 1988 г, 94 стр.

ҰҒЫМДЫ АНЫҚТАУ

Досанова А.
Шымкент университеті

Аннотация

В этой статье рассматривается определения понятие.

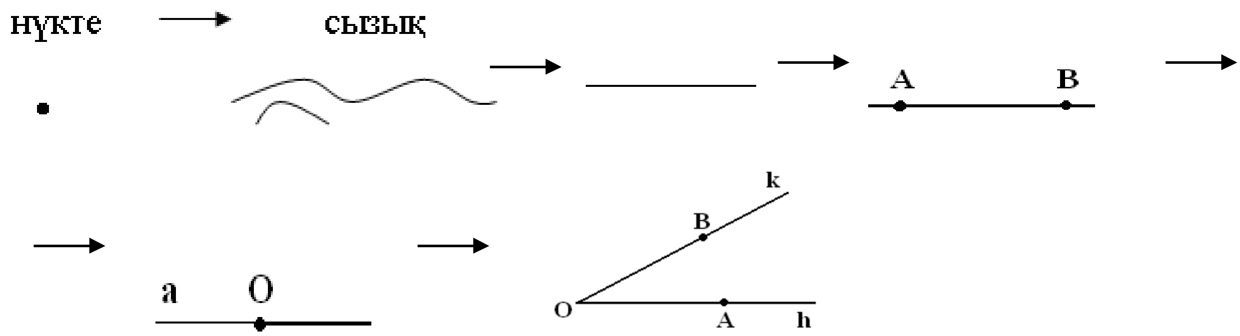
Ұғымды анықтау – берілген ұғым қамтылатын объектілер класын дәл бөліп алу. Ол үшін анықталатын ұғымда бейнеленетін елеулі белгілер көрсетіледі.

Егер ұғым дәл анықталған болса, онда анықталатын ұғымға бағынышты барлық объектілер енеді де, бұл ұғымға тиісті емес бір де бір объект енбейді.

Ұғымды анықтау жолдары мына төмендегідей:

1 Ұғымды тегі және түрлік ерекшеліктері бойынша анықтау Ұғымды тегі және түрлік ерекшеліктері бойынша анықтау үшін алдымен қандай да бір ұғым таңдалынады да, ол ұғымның белгілі бір – түрлік ерекшелігі бойынша одан басқа ұғым бөлініп шығады. Бөліп алынған ұғымда тектік ұғымның барлық белгілері сақталады да, оған қандай белгілер бойынша бөлінгенін білдіретін жаңа белгілер қосылады. Алғашқы ұғым тектік ұғым, одан бөлініп алған түрлік (анықталатын) ұғым делінеді. Тектік ұғымнан түрлік ұғымды (анықталатын ұғымды) бөліп алатын белгі түрлік ерекшелік немесе түрлік айырмашылық деп аталады.

Мысалы, *нүкте* анықталмайтын ұғым болып табылады, яғни тектік ұғым. Нүкте қозғалғанда, оның траекториясы – *сызық* пайда болады. *Сызық* – анықталмайтын ұғым, яғни нүктенің қозғалуынан пайда болады. Сызықты бір бағытта түзу бойымен сызсақ, онда *түзу* пайда болады. Түзудің геометриясы қарапайым. Түзуді екі нүктемен шектейтін болсақ, кесінді ұғымын аламыз. *Кесінді* – анықталатын ұғым, яғни түзудің екі нүктемен шектелген бөлігін *кесінді* деп атайды. Кесіндіні шектейтін нүктелер оның ұштары деп аталады. Ал, түзуде жатқан кез келген нүкте осы түзуді екі жарты түзуге бөледі. Осы жарты түзулердің әрқайсысы *сәуле* деп аталады. Егер жазықтықта кез келген бір нүктеден екі сәуле жүргізсек, онда олар жазықтықты екі бөлікке бөледі, яғни *бұрыш* ұғымы қалыптасады. *Бұрыш* – анықталатын ұғым, яғни бір нүктеден шығатын, екі сәуледен құралған фигура болып табылады.



Мектеп геометрия курсында анықтамалардың көпшілігі «ұғымның тегі және түрлік белгілері (ерекшеліктері)» негізінде тұжырымдалады. Ондай анықтаманың құрылысы былай кескінделеді:

1 Анықталатын ұғым = түрлік ерекшелік + ұғымның тегі.

2 Түрлік ерекшелік + ұғымның тегі = анықталатын ұғым.

Анықтаманың құрылысы басқаша да болуы мүмкін. Анықтама қандай түрге тұжырымдалғанына қарамастан, оның құрамында анықталатын ұғым, ұғымның тегі және анықталатын ұғымды, оның тектік ұғымынан ажыратып тұратын түрлік ерекшелігі болатындығын оқушы жақсы білуі тиіс. Сондықтан, оқушы ұғымның анықтамасын айтудан бұрын мынадай екі нәрсені ой елегінен өткізіп алады: 1) анықталатын ұғымның ең жақын тегі қандай? 2) анықталатын ұғымды оның ең жақын тегінен бөліп тұратын түрлік ерекшелігі қандай?

Ұғымның тегі және түрлік ерекшелігі бойынша анықтау формальды логикалық анықтама деп аталады.

Мектеп математика курсында ұғымдар көбінесе ең жақын тегі мен түрлік ерекшеліктері арқылы анықталады. Анықтамада ұғымның тегі көрсетіледі, ал анықталатын ұғым, оның түрі ретінде енеді, одан соң жаңадан еңгізілген ұғымды тектің басқа түрінен ерекшелейтін белгілері айтылады.

Мысалы, *нүкте деп* бөліктері болмайтынды айтады. Нүктенің өлшемі жоқ.

Сызық нүктенің қозғалуынан пайда болады; сызықтың өлшемі біреу, ол – ұзындық.

Бет сызықтың қозғалуынан пайда болады; беттің өлшемі екеу – ұзындығы, ені.

Дене беттермен толтырылады. Дененің өлшемі үшеу: оның ұзындығы, ені, биіктігі (немесе қалыңдығы).

Геометриялық фигура егер геометриялық дене – бетпен шектелген болса, онда геометриялық фигура – сызықпен шектелген беттің бөлігі. Бет сияқты, фигураның да өлшемі де екеу болады.

Басқа жағынан:

Геометриялық дене – кеңістіктің бөлігі; геометриялық дененің өлшемі үшеу. Оларды дененің ұзындығы, ені, биіктігі (немесе қалыңдығы) дейміз.

Бет – геометриялық дененің шегі. Беттің екі өлшемі – ұзындығы мен ені болады.

Сызық – екі геометриялық дененің қиылысуынан пайда болады. Сызықтың бір өлшемі болады.

Нүкте – екі сызықтың қиылысуынан пайда болады. Нүктенің ешқандайда өлшемі жоқ.

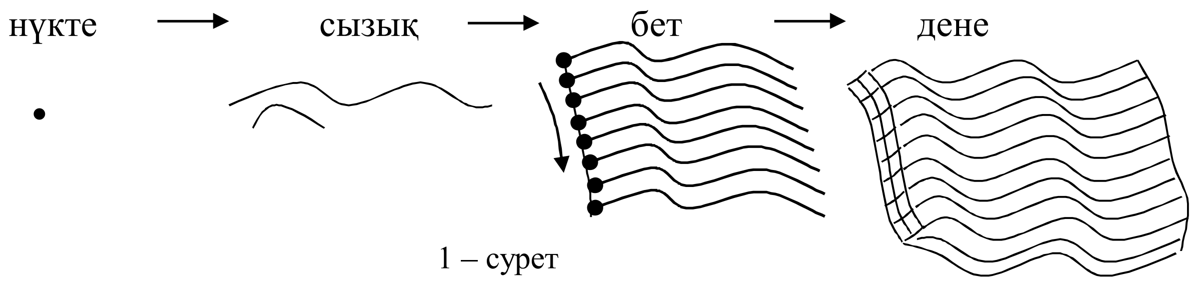
2 Генетикалық анықтама Мұндай анықтамалар ұғымның пайда болу жолын немесе тәсілін көрсету арқылы құрылады. Генетикалық анықтамада да ұғымның тегін және түрлік ерекшелігін көрсетеді, бірақ түрлік ерекшелік ұғымның қалай пайда болатынын сипаттайды.

Генетикалық анықтама мынадай сүлбеде құрылады:

1 Анықталатын ұғым = ұғымның құрылу үрдісі + тегі.

2 Ұғымның құрылу үрдісі + тегі = анықталатын ұғым.

Мысалы,



1 – сурет

Жоғарыдағы сызбада геометрия курсының қарапайым, анықталмайтын ұғымдарының шығу генетикасы кескінделген. Осыдан келе анықталатын ұғымдар: кесінді, сәуле, бұрыш, үшбұрыш, төртбұрыш т.с.с ұғымдар анықтала береді.

3 Жанамалай анықтау Ұғымды жанамалай анықтауда ұғымның қасиеттері мен арақатыстары аксиома арқылы сипатталады. Мысалы, *жүйелі геометиря курсындағы* «нүкте», «түзу», «жазықтық», «ара қашықтық» сияқты алғашқы ұғымдардың қасиеттері мен арақатыстары аксиомалар арқылы ашылады.

Мектеп геометрия курсында *анықтама берілмейтін ұғымдарға* «нүкте», «жазықтық», «түзу» т.б. жатады. Бұл бастапқы ұғымдар материалдық дүниенің объектілерін абстракциялау жолымен алынған, сондықтан бұларды оқыту барысында көрнекілікке ерекше назар аударылады. Бірақ алғашқы ұғымдардың дұрыс қалыптасуын есепке алу мақсатымен «Нүкте деп нені айтамыз?» «Түзу дегеніміз не?» т.с.с. сұрақтарды қоюдың мәні жоқ.

Оқушыларды анықтамаларды дұрыс тұжырымдауға үйрету үшін мынадай ережелер ескеріледі:

- анықтаманың өлшемдестігі. Бұл анықтамада елеулі белгілер анықталатын ұғымды басқа ұғымдардан ажырату үшін қажетті және жеткілікті болу дегенді білдіреді;
- анықтамада тек қана елеулі қасиеттер көрсетілуі тиіс;

- анықтамада терістеу болмау керек;
- анықтамада бос сөздер болмауы керек. Бұл анықталатын ұғымды сол ұғымның өзімен анықтамау дегенді білдіреді;
- анықтама түсінікті болуы қажет.

Оқыту үрдісінде ғылыми ұғымдарға анықтама беру екі жолмен жүзеге асырылады: 1) нақтылы-индуктивті; 2) абстрактілі-дедуктивті. *Бірінші жолда* ұғымның анықтамасы бірден тұжырымдалмайды. Мұнда ұғым туралы алғашқы түсініктердің пайда болуын, термин енгізу, символиканы түсіндіру (егер ұғымның символикалық белгілеуі болса), елеулі қасиеттерін ажырату, анықтама құру, ұғымды қарапайым жағдайларда қолдану т.с.с жүзеге асырылады. *Екінші жол* бойынша ұғымның анықтамасы алғашқы түсініктемелер жасалынбай, дайын түрде тұжырымдай отырып енгізіледі.

Қорыта айтқанда, оқыту үрдісінде ұғымдар анықтамасын алғашқы түсініктердің пайда болуын, термин енгізу, символиканы түсіндіру (егер ұғымның символикалық белгілеуі болса), елеулі қасиеттерін ажырату, анықтама құру, ұғымды қарапайым жағдайларда қолдану т.с.с жүзеге асырылады.

Әдебиеттер:

1. Геометрия. Оқыту әдістемесі. Жалпы білім беретін мектептің 7 –сыныбына арналған оқулық. 2-басылым-Алматы: «Атамұра» 2010.

2. Атанасян Л.С. Геометрия: Жалпы білім беретін мектептің 7-9 сыныптарға арналған оқулық. Л.С. Атанасян., И.Ф. Бутузов және т.б – Үшінші басылымы, - Алматы: «Мектеп баспасы» ЖАҚ, 2002 -336 б.

3. Мищенко Т. Первые уроки геометрии. Журнал - «Математика в школе», Москва. 9.10.2008.

ЖҮЙЕЛІ ГЕОМЕТРИЯ КУРСЫНЫҢ ЛОГИКАЛЫҚ ҚҰРЫЛЫМЫ

Досанова А.
П.ғ.к., Өтебаева Ш.К.
Шымкент университеті

Аннотация

В этой статье рассматривается логическая структура курсасистематической геометрии

Жүйелі геометрия курсын оқыту планиметрия курсын оқытудан басталады, ал планиметрия курсында геометрия курсының бастапқы ұғымдары анықталады. Сондықтанда алдымен «ұғым деген не?» соны анықтап алайық.

Ұғым – зерттелінетін объектінің жалпы, сонымен бірге маңызды белгілері, негізгі ой түйіні болатын барлық ерекше сипаттары туралы түсінік, мәліметтердің тұтастай жиынтығы туралы пайымдар болып табылады.

Ұғым қарастыратын объектінің, құбылыстың соған ғана тән ерекше қасиетін сипаттайды.

Ұғымдармен жұмыс жүргізгенде қолданылатын логикалық амалдардың бірі – ұғымдарды анықтау. Ұғымның анықтамасы деп ұғымның қажетті және жеткілікті белгі-шарттарын көрсететін сөздік немесе символдық сөйлемді айтады.

Оқыту үрдісінде оқушыларды математикалық ұғымдардың анықтамаларын дұрыс және дәл тұжырымдауға баулуға ерекше назар аударылады. Геометриялық ұғымдарға дәл анықтама беруге үйрету арқылы оқушылардың математикалық білімдерді саналы игеруі қамтамасыз етіледі, олардың логикалық ойлауы жетілдіріле түседі.

Математикалық ұғымдардың анықтамасын айтқан кездегі кемшіліктерді дер кезінде жөндеп отыру керек. Оның жолдары көп. Солардың ішіндегі ең тиімдісі қарсы мысал келтіру арқылы түзеу болып табылады. Бірақ, мәселе қателіктерді жөндеуде емес, ол қателіктерді болдырмауда.

Әдістемелік әдебиеттерге талдау жасау мен мектептегі оқыту тәжірибесінде жинақталған іс-тәжірибеге сүйене отырып, оқушылардың математикалық ұғымдардың анықтамасын білуге үйретуді мынадай бағыттарда жүргізудің тиімділігін көрсетуде:

- ұғымның анықтамасын тұжырымдап айту. Ондағы анықталатын ұғымды ажырату;
- анықталатын ұғымның тектік ұғымы мен түрлік белгілерін (ерекшеліктерін) ажырату;
- берілген объект ұғымның анықтамасына жататынын не жатпайтындығын анықтай алуға үйрету;
- оқушылардың анықтаманы оқулықтағыдай тұжырымдап айтып беруге немесе оның мазмұнына нұқсан келмейтіндей етіп өздігінше айтуға дағдыландыру т.б.

Оқушыларды ұғымның анықтамасын дұрыс тұжырымдай білуге үйрету үшін алдымен анықтама құрылысының қандай болатындығы туралы мағлұмат берілуі тиіс.

Геометрия – геометриялық фигуралардың қасиеттерін қарастыратын ғылым болғандықтан, геометриялық фигуралар абстрактылы, олар заттар немесе сызбалар арқылы модельденеді. Мысалы, өткір ұшталған қарындаштың ұшы нүктені, дәптер беті - тік төртбұрышты, дәптердегі сызықтар - параллель түзулерді модельдейді. Бұрыштың, квадраттың, дөңгелектің сызбасы - геометриялық фигуралардың кескіндері, модельдері ғана.

Ғылым нәрселер мен құбылыстардың мәнді белгілері мен олардың байланыстары туралы ұғымдардан құралады. Айтып өткендей, ұғым ақиқат нәрсенің жалпы және мәнді белгілерін бейнелейді. Ұғымның мәнді белгілері деп біртекті нәрселерді басқа нәрселерден айыруға әрқайсысы қажетті және бәрін бірге алғанда жеткілікті белгілердің жиынтығын айтады. Мәнді белгілер нәрсені сипаттайды және оны танып білуге мүмкіндік береді. Геометриялық ұғымдардың мысалдары: фигура, түзу, параллель түзу, үшбұрыш, квадрат, шеңбер, дөңгелек т.с.с. Геометриялық ұғымдарға олардың мәнді (елеулі) белгілері аталып, ең жақын тегі арқылы анықтама беріледі.

Мысалы, мынадай анықтаманы қарастырайық: *жазыңқы* бұрыш деп қабырғалары бір түзудің толықтауыш жарты түзулері болатын бұрышты айтады. (Бір қабырғасы екіншісінің созындысы болып келетін бұрышты *жазыңқы бұрыш* деп атайды). Жазыңқы бұрыш ұғымы бұрыш ұғымы арқылы анықталып тұр.

Бұрыш деп – бір нүктеден және сол нүктеден шығатын әр түрлі екі жарты түзуден құралатын фигураны айтады.

Бұрыш ұғымы жарты түзу немесе сәуле ұғымы арқылы анықталып тұр.

Түзудің берілген нүктесінің бір жағында жатқан барлық нүктелерінен тұратын бөлгілі *жарты түзу* немесе *сәуле* деп аталады.

Сәуле - түзу ұғымы арқылы анықталуда. Ал түзу ұғымын басқа ұғым арқылы анықтау мүмкін емес. Түзу алғашқы ұғым.

Әрбір ұғымды бұдан бұрын анықталған ұғым арқылы анықтау мүмкін бола бермейді. Барлық жағдайда да, соңында алдындағы ұғым арқылы анықтауға болмайтын алғашқы геометриялық ұғымдарға келеміз. Геометрия курсында ұғымдар *анықталмайтын* және *анықталатын* ұғымдар болып екіге бөлінеді.

Геометрияда *алғашқы, бастапқы (анықтама берілмейтін)* ұғымдар ретінде *нүкте, түзу, жазықтық* алынады. Бұл ұғымдар *негізгі қарапайым геометриялық фигуралар* деп те аталынады.

Алғашқы, бастапқы геометриялық фигуралардың арасындағы байланыстар мен қатыстарды білдіретін *тиісті, арасында жатады, өтеді, тең т.б.* алғашқы ұғымдар қатарына жатады.

Қарапайым геометриялық фигуралардың қасиеттері ешқандай шүбә келтірілмейтін дұрыс делінеді де, *аксиомалар* деп аталынады.

Басқа геометриялық ұғымдар алғашқы, бастапқы ұғымдар арқылы анықталады, одан кейінгі ұғымдарға алдын анықталған ұғымдар арқылы анықтама беріледі.

Геометриялық фигуралардың қасиеттерін тәжірибелік жолмен тағайындау жеткіліксіз. Мысалы, параллелограмды сызуға және оның қарама-қарсы қабырғаларын өлшеуге болады, бірақ олардың теңдігі туралы болжам ғана жасаймыз. Біздің қабылдауларымыз және өлшеу құралдары арқылы алған нәтижелер бұл болжамның дұрыстығына кепіл бола алмайды, тек ойқорытулар көмегімен растау (дәлелдеу) арқылы ғана «параллелограмның қарама-қарсы қабырғалары тең» деген қорытынды жасаймыз.

Ақиқаттығы белгілі бір талқылаулар арқылы тағайындалатын сөйлем *теорема деп аталады*. Егер ой қорытулар арқылы теореманың дұрыстығына көз жеткізілсе, онда оны *дәлелдеу,* егер дұрыс болмаса – *бекерге* шығару делінеді.

Дәлелдеу кезінде аксиомаларды, анықтамаларды және бұрын дәлелденген теоремаларды пайдаланады. Алғашқы, бастапқы геометриялық фигуралардың қасиеттері дәлелденбейді.

Сонымен геометрия курсының логикалық құрылымының негізіне дедуктивті немесе аксиоматикалық әдіс алынған және оның мәні мынада:

- *негізгі анықталмайтын ұғымдар айтылады: нүкте, түзу, жазықтық, олардың арасындағы қатыстар: тиісті, арасында жатады, өлшем т.б.;*
- *анықталмайтын ұғымдардың қасиеттерін және олардың арақатынасын сипаттайтын сөйлемдер – аксиомалар тұжырымдалады;*
- *негізгі ұғымдар және аксиомалар негізінде жаңа енгізілген ұғымға анықтама беріледі;*
- *негізгі ұғымдарға, аксиомаларға, анықтамаларға сүйініп теоремалар дәлелденеді.*

Қорыта айтқанда, оқыту үрдісінде оқушыларды математикалық ұғымдардың анықтамаларын дұрыс және дәл тұжырымдауға баулуға ерекше назар аударылуы керек.

Әдебиеттер:

1. Геометриядан мектеп оқулықтары: Погорелов А.В. Геометрия. Жалпы білім беретін мектептің 7-11 сыныптарына арналған оқулық. «Мектеп» баспасы. 382 б; Шыныбеков Ә.Н. Жалпы білім беретін мектептің 7 сыныбына арналған оқулық. 2-басылымы- Алматы: «Атамұра» 2007 – 96 б.
2 .Жұбаев Қ. Геометрияны оқыту әдістемесі.– Алматы: РБК, 2009.
3. Методика и технология обучения математики. Курс лекций М 54 пособие для ВУЗов / научн. ред. Н.Л. Стефановой, Н.С. Подходовой. – М.:Дрофа, 2010-416 с.

КЕЗ КЕЛГЕН САНДАР БОЛЫП КЕЛГЕН АНЫҚТАЛМАҒАН ТЕҢДЕУДІ ШЕШУ ТӘСІЛІ

Мырзаханова А.
П.ғ.к., аға оқытушы Өтебаева Ш.К.

Аннотация

В этой статье рассматривается схема решения неопределенногоуравнения, в котором любые числа.

Коэффициенттері кез келген сандар болып келген анықталмаған теңдеуді шешудің тәсілін мысалмен көрсетелік.

Мысалы. $23x + 53y = 109$ теңдеуі берілген болсын.

Бұл теңдеудің коэффициенті аз белгісізді табамыз, мұнда ондай белгісіз *x*:

$$x = \frac{109 - 53y}{23}$$

немесе бүтін бөлігін айырғанда

$$x = 4 - 2y + \frac{17 - 7y}{23}.$$

y бүтін болып келгенде x те бүтін болу үшін $\frac{17 - 7y}{23}$ өрнегі бір бүтін сан болып келуі қажет те және жеткілікті де болады. Бұл бүтін санды t деп белгілесек, мынау шығады:

$$\frac{17 - 7y}{23} = t \text{ немесе } 17 - 7y = 23t, \ \ 23t + 7y = 17.$$

Енді y пен t-ге $\frac{17 - 7y}{23} = t$ теңдеуін немесе оның орнына

$$23t + 7y = 17$$

теңдеуін қанағаттандырарлықтай бүтін мәндер тапсақ, онда сонымен қабат х-ке де сәйкес бүтін мәдер табылады да, есебіміз шешілген болады. Сөйтіп, берілген теңдеуді шешудің мәселесін одан басқа бір коэффициенттері берілген теңдеудікінен кем болып келген жабайырақ теңдеуді шешудің мәселесіне келтіреміз.

Жаңа теңдеуді де бастапқыша қарастырамыз. Бұдан y-ті табамыз

$$y = \frac{17 - 23t}{7} = 2 - 3t + \frac{3 - 2t}{7}.$$

y бүтін болу үшін қажетті және жеткілікті шарт $\frac{3-2t}{7}$ өрнегінің бүтін сан болуы. Бұл санды t_1 деп белгілеп, былай жазамыз: $\frac{3 - 2t}{7} = t_1$ немесе $7t_1 + 2t = 3$.

t мен t_1-дің кейінгі теңдеуді қанағаттандыратын бүтін мәндеріне қарап, x пен y-ке де берілген теңдеуді қанағаттандыратын сәйкес бүтін мәндер табамыз. Сондықтан әуелгі есебіміз коэффициенттері алдыңғынікінен де кем болып келген кейінгі теңдеуді шешуге келіп тіреледі. Мұны да бұрынғыша қарастырамыз:

$$t = \frac{3 - 7t_1}{2} = 1 - 3t_1 + \frac{1 - t_1}{2}.$$

$\frac{1-t_1}{2}$ өрнегін бүтін t_2 санына теңестіріп былай жазамыз:

$$\frac{1 - t_1}{2} = t_2 \text{ немесе } 2t_2 + t_1 = 1.$$

Бұл кейінгі теңдеуде белгісіздің біреуінің коэффициенті бірге тең болып келген. Мұндай теңдеуді шешуді білеміз. Оны шешкенде табатынымыз:

$$t_1 = 1 - 2t_2.$$

Бұл теңдеудегі t_2-ге қалауымызша бүтін мәндер беріп t_1-ге бүтін мәндер табамыз. t_1 мен t_2-нің табылған бүтін мәндерін t_2-нің мына өрнегіне:

$$t = 1 - 3t_1 + \frac{1 - t_1}{2} = 1 - 3t_1 + t_2$$

апарып қойып, t-нің сәйкес бүтін мәндерін табамыз. Ең ақырында, y пен t-нің пар мәндерін x-тің мына өрнегіне:

$$x = 4 - 2y + \frac{17 - 7y}{23} = 4 - 2y + t$$

апарып қойып, x-тің сәйкес бүтін мәндерін табамыз.

x пен y-ті біреуден t_2 арқылы өрнектеуге де болады.

Ол үшін t өрнегіндегі t_1-нің орнына оның t_2 арқылы көрсетілген өрнегін жазамыз:

$$t = 1 - 3t_1 + t_2 = 1 - 3(1 - 2t_2) + t_2$$

немесе $$t = -2 + 7t_2.$$

Енді y-тің өрнегіндегі t мен t_1-нің орнына олардың t_2 арқылы көрсетіл-ген өрнектерін жазамыз:

$$y = 2 - 3t + t_1 = 2 - 3(-2 + 7t_2) + (1 - 2t_2)$$

немесе

$$y = 9 - 23t_2 .$$

Ең ақырында y пен t-нің табылған мәндерін x-тің өрнегіне қойғанда шығатыны:

$$x = 4 - 2y + t = 4 - 2(9 - 23t_2) + (-2 + 7t_2)$$

немесе

$$x = -16 + 53t_2 .$$

Сүйтіп, x пен y-ке мынадай формулалар таптық:

$$x = -16 + 53t_2 , \quad y = 9 - 23t_2 .$$

t_2-ге қалауымызша оң да, теріс те бүтін мәндер беріп, берілген теңдеудің сансыз көп шешімдерін табамыз, олардың кейбіреулері мына кестеде көрсетілген:

t_2	0	1	2	–1	–2
x	–16	37	90	–69	–122
y	9	–14	–37	32	55

Берілген теңдеудің және одан кейінгі теңдеулердің коэффициенттеріне қолданылған операцияларды қарастырсақ, олардың мынадай ретпен келгендігін байқауға болады:

1. Берілген теңдеудің үлкен коэффициенті 53 кіші коэффициенті 23-ке бөлінген, сонда бөлінді 2, қалдық 7 болып шыққан.

2. Берілген теңдеудің кіші коэффициенті 23 бірінші қалдық 7-ге бөлінген, сонда бөлінді 3, екінші қалдық 2 болып шыққан.

3. Бірінші қалдық 7, екінші қалдық 2-ге бөлінген, сонда бөлінді 3, үшінші қалдық 1 болып шыққан.

Басқаша айтқанда, берілген теңдеудің коэффициенттерінің ең үлкен ортақ бөлгішін табу үшін қолданылатын операцияларды қолданғандай болдық.

Өзара жай екі санның ең үлкен ортақ бөлгіші 1 болатындығын білетінбіз. Ал анықталмаған теңдеуде белгісіздердің коэффициенттерін өзара жай сандар деп аламыз, олай болса, теңдеуге жаңағы айтылған операцияларды қолданғанда, қашан да болса, белгісіздердің біреуінің коэффициенті бірге тең болып келетін теңдеу шығады да, сонымен қабат, берілген теңдеудің де шешімі табылады.

Сонымен, егер анықталмаған теңдеудің белгісіздерінің жанындағы коэффициенттер өзара жай сандар болса, онда теңдеудің қашан да болса бүтін шешімдері болады.

Жалпы анықталмаған теңдеулерді шешуді жоғары сыныптарда таңдау компоненті арқылы енгізу математика курсының ғылыми деңгейін көтереді, оқушыларда математикалық мәдениеттің маңызды элементтерін қалыптастыруға жүйелі бағыт береді, сонымен қатар оқушыларда ғылыми-теориялық көзқарасты қалыптастыруда да үлкен рөл атқарады.

Әдебиеттер

1.Потапов М.К. и др. Математика. Методы решения задач. Для поступающих в вузы. М., 2005.

2. Сканави М.И. Сборник задач по математике для поступающих в вузы: В 2 кн. Кн. 1. М., 2002. 3.Шарыгин И. Ф. Факультативный курс по математике. Решение задач: Учебное пособие для 10 класса средней школы, М.: Просвещение, 2009

БӨЛШЕКТІ ҮЗДІКСІЗ БӨЛШЕККЕ ЖІКТЕУ

Есімханова А.
Шымкент
университеті

Аннотация

В этой статье рассмтривается непрерывные частицы и их применение для производства.

Үздіксіз бөлшектер кез келген нақты санды кез келген алдын ала берілген дәлдікпен рационал бөлшектер арқылы өрнектеуге мүмкіндік тудырады, бұл жағынан алғанда үздіксіз бөлшектердің маңызы ондық бөлшектердікінен кем түспейді.

$$a_0 + \cfrac{1}{a_1 + \cfrac{1}{a_2 + \cfrac{1}{a_3 + \dots}}} \qquad (1)$$

түріндегі өрнекті үздіксіз бөлшек дейді. Мұндағы $a_0, a_1, a_2, a_3, \dots$ сандары, a_0-ден басқасы, бүтін оң сандар. Олар үздіксіз бөлшектің толымсыз бөліндәлері деп аталады. Шектеулі толымсыз $a_0, a_1, \dots, a_n$ бөліндәлері бар үздіксіз бөлшекті шектеулі, ал шектеусіз толымсыз $a_0, a_1, \dots$ бөліндәлері бар үздіксіз бөлшекті – шектеусіз үздіксіз бөлшек деп атайды. Егерде толымсыз бөліндәлердің мәндері мен орналасу реті берілсе, онда үздіксіз бөлшек толық анықталған деп саналады. Сондықтан $a_0, a_1, a_2, a_3, \dots$ толымсыз бөліндәлі үздіксіз бөлшекті $[a_0, a_1, a_2, a_3, \dots]$ деп те белгілейді. Олай болса,

$$[a_0, a_1, a_2, a_3, \dots] = a_0 + \cfrac{1}{a_1 + \cfrac{1}{a_2 + \cfrac{1}{a_3 + \dots}}}$$

Теорема. Кез келген рационал санды шектеулі, ал иррационал санды шектеусіз үздіксіз бөлшек түрінде көрсетуге болады.

Дәлелдеуі. Шынында да, айталық α рационал сан болсын, $\alpha = \frac{a}{b}$. a-ны b-ге бөліп,

$$\alpha = ba_0 + r_0, \quad 0 < r_0 < b, \qquad (2)$$

екенін табамыз. Мұндағы a_0 саны $\frac{a}{b}$-ден аспайтын ең үлкен бүтін сан, яғни $a_0 = \left[\frac{a}{b}\right]$ екені түсінікті.

(2) теңдікті

$$\frac{a}{b} = a_0 + \frac{1}{\left(\frac{b}{r_0}\right)} \qquad (3)$$

түрінде қайта жазып, b-ні r_0-ге бөлеміз:

$$b = r_0 a_1 + r_1, \quad 0 \le r_1 < r_0, \qquad (4)$$

мұндағы a_1 саны $\frac{b}{r_0}$-ден аспайтын ең үлкен бүтін сан болады, яғни $a_1 = \left[\frac{b}{r_0}\right]$.

(4) –ден $\frac{b}{r_0} = a_1 + \frac{1}{\left(\frac{r_0}{r_1}\right)}$ мәнін тауып, (3) –ге қоямыз. Сонда

$$\frac{a}{b} = a_0 + \cfrac{1}{a_1 + \cfrac{1}{\left(\cfrac{r_0}{r_1}\right)}} . \qquad (5)$$

Енді r_0-ді r_1-ге бөлеміз:

$r_0 = r_1 a_2 + r_2 , \quad 0 \le r_2 < r_1 ,$

мұндағы $a_2 = \left[\frac{r_0}{r_1}\right]$. Бұдан $\frac{r_0}{r_1}$-нің мәнін

$$\frac{r_0}{r_1} = a_2 + \cfrac{1}{\left(\cfrac{r_1}{r_0}\right)}$$

тауып, (5)-ге қойсақ, мынау шығады:

$$\frac{a}{b} = a_0 + \cfrac{1}{a_1 + \cfrac{1}{a_2 + \cfrac{1}{\left(\cfrac{r_1}{r_0}\right)}}} \qquad (6)$$

Тағыда r_1-ді r_2-ге бөлеміз:

$r_1 = r_2 a_3 + r_3 , \quad 0 \le r_3 < r_2 .$

$\frac{r_1}{r_2} = a_3 + \cfrac{1}{\left(\cfrac{r_2}{r_3}\right)}$-нің мәнін (6) –ға қойып,

$$\frac{a}{b} = a_0 + \cfrac{1}{a_1 + \cfrac{1}{a_2 + \cfrac{1}{a_3 + \cfrac{1}{\left(\cfrac{r_3}{r_2}\right)}}}} , \quad a_3 = \left[\frac{r_1}{r_2}\right] , \qquad (7)$$

аламыз.

Бұдан әрі $\frac{r_2}{r_3}$ қатынасын тауып,

$r_2 = r_3 a_4 + r_4 , \quad 0 \le r_4 < r_3 ,$

$$\frac{r_2}{r_3} = a_4 + \cfrac{1}{\left(\cfrac{r_3}{r_4}\right)}$$

жоғарыдағы сияқты, (7)-ге қоямыз және осы процесті соза береміз. Мына

$a = b a_0 + r_0 ,$

$b = r_0 a_1 + r_2 ,$

$r_0 = r_1 a_2 + r_3 ,$

$r_1 = r_2 a_3 + r_3 ,$

. . . . . .

теңдіктері мен $b > r_0 > r_1 > r_2 > r_3 > \ldots$ теңсіздіктері саны шектеулі бөлулерден кейін, міндетті түрде алдыңғысы соңғысына қалдықсыз бөлінетін r_{n-2}, r_{n-1} қалдықтары шығатынын көрсетеді: $r_{n-2} = r_{n-1} a_n$.

Олай болса, $\frac{a}{b}$ рационал санын көрсететін үздіксіз бөлшек саны шектеулі $a_0, a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$ толымсыз бөліндiлерін ғана қамтиды, яғни

$$\frac{a}{b} = a_0 + \cfrac{1}{a_1 + \cfrac{1}{a_2 + \cfrac{1}{a_3 + \ldots + \cfrac{1}{a_n}}}} = [a_0; a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n].$$

Айталық енді, α - иррационал сан болсын. a_0 арқылы α -дан аспайтын ең үлкен бүтін санды белгілейік, яғни $a_0 = [\alpha]$. Сонда

$$\alpha = a_0 + \alpha_1, \quad 0 < \alpha_1 < 1. \tag{8}$$

Мұнда α_1 иррационал сан болады, әйтпесе α рационал сан болған болар еді.

Айталық $\frac{1}{\alpha_1}$ -нің бүтін бөлігі a_1 болсын, сонда

$$\frac{1}{\alpha_1} = a_1 + \alpha_2, \text{ мұнда } \quad 0 < \alpha_2 < 1. \tag{9}$$

Дәл осы сияқты, егерде $\frac{1}{\alpha_2}$ -нің бүтін бөлігі a_2 болса, онда

$$\frac{1}{\alpha_2} = a_2 + \alpha_3, \quad 0 < \alpha_3 < 1. \tag{10}$$

Жоғарыдағыдай, төмендегі теңдіктерді табамыз:

$$\frac{1}{\alpha_3} = a_3 + \alpha_4, \quad 0 < \alpha_4 < 1,$$

$$\frac{1}{\alpha_4} = a_4 + \alpha_5, \quad 0 < \alpha_5 < 1, \tag{11}$$

. . . .

Мұндағы $\alpha_4, \alpha_5, \ldots$ иррационал сандар

$$a_3 = [\alpha_3], \quad a_4 = [\alpha_4], \ldots$$

α иррационал сан болғандықтан, сандардың бүтін бөлігін табу процесі шектеулі бола алмайды.

(8), (9), (10) және (11) теңдіктерінен біртіндеп,

$$\alpha = a_0 + \frac{1}{(\alpha_1)} = a_0 + \cfrac{1}{a_1 + \cfrac{1}{(\alpha_2)}} = a_0 + \cfrac{1}{a_1 + \cfrac{1}{a_2 + \cfrac{1}{(\alpha_3)}}} =$$

$$= a_0 + \cfrac{1}{a_1 + \cfrac{1}{a_2 + \cfrac{1}{a_3 + \cfrac{1}{(\alpha_4)}}}} = a_0 + \cfrac{1}{a_1 + \cfrac{1}{a_2 + \cfrac{1}{a_3 + \ldots}}}$$

табамыз.

Сөйтіп, α үшін шектеусіз үздіксіз бөлшек аламыз [8, 272-274б].

α иррационал санын үздіксіз бөлшекке жіктеуге мысалдар қарастырайық.

Мысал 1. $\sqrt{11}$ -дің жіктелуін табайық.

Шешуі. $\alpha = \sqrt{11}$ болсын. $\sqrt{11}$ -дің бүтін бөлігін айырып алайық $\lfloor\sqrt{11}\rfloor = 3$, ал оның бөлшек бөлігін $\frac{1}{\alpha_2}$ түрінде алайық, мұндағы $\sqrt{11} - 3 < 1$. Сонда $\alpha_2 = \frac{1}{\sqrt{11} - 3} > 1$. Осы процесті жалғастыра отырып мынаны аламыз.

$$\alpha = \alpha_1 = \sqrt{11} = 3 + \frac{1}{\alpha_2}, \quad \alpha_2 > 1,$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{\sqrt{11} - 3} = \frac{\sqrt{11} + 3}{2} = 3 + \frac{1}{\alpha_3}, \quad \alpha_3 > 1,$$

$$\alpha_3 = \frac{2}{\sqrt{11} - 3} = \frac{2(\sqrt{11} + 3)}{2} = 6 + \frac{1}{\alpha_4}, \quad \alpha_4 > 1.$$

Егер осы қадамда тоқтайтын болсақ, α санын былай жазуға болады:

$$\alpha = 3 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{6 + \cfrac{1}{\alpha_4}}}$$

Екінші жағынан α_3 үшін жазылған формуладан $\sqrt{11} = 3 + \frac{1}{\alpha_4}$ екенін көруге болады. Сондықтан $\alpha_4 = \alpha_2$ болғандықтан, осы кезден бастап толымсыз бөлінділер қайталанып отырады.

Ендеше $\sqrt{11}$ санының үздіксіз бөлшекке жіктелуі

$$\sqrt{11} = [3,\ 3,\ 6,\ 3,\ 6, \ldots]$$

түрінде болады.

Қорыта айтқанда, бөлшекті үздіксіз бөлшекке жіктеуді оқып үйрену біріншіден сандар теориясын терең үйреніп оның қолдану салаларын кеңінен білуге мүмкіншілік береді. Екіншіден орта мектеп оқушылары үшін жүргізілетін математикалық үйірмелерде арнайы тақырып ретінде өтуге болады.

Әдебиеттер:

1. Оразбаев Б.М. Сандар теориясы. А.: «Мектеп», 2014
2. Прохоров Ю.В. Математика. Большой энциклопедический словарь/– 3-е изд.– М.: Большая Российская энциклопедия, 2013 – 848 с.
3. Л.Я. Куликов «Алгебра и теория чисел», М.1979.
4. Хинчин А.Я. Цепные дроби / А.Я. Хинчин – 4-е изд. стереотипное,М.: Наука, 1978. – 112 с.

АНЫҚТАЛМАҒАН (бірінші дәрежелі) ТЕҢДЕУЛЕР ЖӘНЕ ОЛАРДЫ ШЕШУ

Есімханова А.

Шымкент университеті

Аннотация

В этой статье рассматривается неопределенные (первоклассные) уравнения и их решение

Үздіксіз бөлшектер теориясының $ax+by=c$ түріндегі қарапайым анықталмаған теңдеулерін шешуде қолданылуын көрсетейік.

Бұл теңдеулер анықталмаған теңдеулер болғандықтан, олардың сансыз көп шешімдері болуы мүмкін. a, b, c, D коэффициенттерін бүтін сандар деп есептесек, бұл теңдеулердің шешімдері деп бүтін шешімдерін ғана түсінеміз.

Алдымен бірінші дәрежелі

$$ax+by=c \qquad (1)$$

теңдеуінің бүтін санды шешімдерін қарастырайық. Мұндағы a, b, c - бүтін сандар. Әуел бастан a, b коэффициенттерін өзара жай сандар деп қарауға болады, өйткені егер $(a,b)=d>1$ болса, онда (1) теңдіктен c–нің d–ге бөлінетіндігі шығады. (1) теңдеудің екі жақ бөлігін де d–ге қысқартып, оны тиісті түрге келтіреміз. Егер $(a,b)=d$ және c саны d–ге бөлінбесе, онда (1) теңдеуді бүтін x пен y қанағаттандырмайды. Айталық енді $(a,b)=1$, яғни a мен b өзара жай сандар болсын. Ол уақытта әрқашан да α мен β сияқты бүтін сандар табылып,

$$a\alpha+b\beta=1$$

болатындығы белгілі. Мұның екі жақ бөлігін де c-ге көбейтсек,

$$a(\alpha c)+b(\beta c)=c.$$

Бұдан іздеп отырған шешіміміздің

$$x=\alpha c, \quad y=\beta c$$

екендігі көрінеді. Сөйтіп, төмендегі қажетті қорытындыға келеміз.

Теорема. Егер $(a,b)=1$ болса, (1) анықталмаған теңдеудің ең кемінде бір бүтін шешімі болады.

Дәлелдеуі. Егер (1) теңдеудің ең кемінде бір бүтін шешімі болса, онда

сансыз көп бүтін шешімдері болатындығын көрсету оңай. Айталық, x_0 мен y_0 (1)-дің бүтін шешімі болсын:

$$ax_0+by_0=c$$

x пен y қалған шешімдердің бірі десек,

$$a(x-x_0)+b(y-y_0)=0$$

немесе

$$\frac{y-y_0}{x-x_0}=\frac{-a}{b} \qquad (2)$$

болады.

a мен b өзара жай сандар болғандықтан, $\frac{a}{b}$ - қысқармайтын бөлшек. Олай болса, (2)-ден

$$y-y_0=-at, \quad x-x_0=bt$$

мұндағы t - кез келген бүтін сан. Дәлелдеу керегі де осы.

Теорема. Егер x_0 мен y_0 сандары (1) анықталмаған теңдеудің бір бүтін шешімі және $(a,b)=1$ болса, онда қалған сансыз көп шешімдері

$$x=x_0+bt, \quad y=y_0-at \qquad (3)$$

(мұндағы $t=0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots$)

формулаларынан анықталады.

t-нің еріктілігіне байланысты, (3) формуланы тағы да мынадай түрде жазуға болады:

$$x=x_0-bt, \quad y=y_0+at$$

Табылған (3) формула, (1) теңдеудің барлық бүтін шешімдерін табу үшін, оның бір дербес шешімін білу жеткілікті екендігін көрсетеді.

Үздіксіз бөлшектің қасиеттері (1) анықталмаған теңдеудің қарапайым бір дербес шешімін табуға мүмкіндік береді.

Айталық,

$$\frac{a}{b} = [a_0; a_1, a_2, \ldots, a_k]$$

$\frac{a}{b}$-нің үздіксіз бөлшекке жіктелуі болсын.

$\frac{a}{b}$ бөлшегінің өзі k нөмірлі $\frac{P_k}{Q_k}$ лайықты бөлшегін көрсетеді. Егер $\frac{P_k}{Q_k}$ бөлшегі $\frac{P_{k-1}}{Q_{k-1}}$-ге тетелес бөлшек болса, онда лайықты бөлшектің 2^0 қасиеті бойынша

$$P_k Q_{k-1} - Q_k P_{k-1} = (-1)^{k+1}$$

болады. Теңдіктің екі жақ бөлігін де $(-1)^{k+1}$ c-ге көбейтіп,

$$P_k = a, \ Q_k = b$$

екенін ескерсек,

$$a\left[(-1)^{k+1} c Q_{k-1}\right] + b\left[(-1)^k c P_{k-1}\right] = c$$

болатынын табамыз.

Егер соңғы теңдікті (1) мен салыстырсақ, (1)-нің ізделініп отырған шешіміне келеміз:

$$x_0 = (-1)^{k+1} c Q_{k-1}, \ y_0 = (-1)^k c P_{k-1} \ldots \qquad (4)$$

Ал олай болса (1) теңдеудің шешімдерінің жалпы түрі

$$x = (-1)^{k+1} c Q_{k-1} + bt, \ y = (-1)^k c P_{k-1} - at \qquad (5)$$

болады.

Мұндағы $t = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots$

Дербес шешім x_0, y_0-ні тапқан кезде, $\frac{b}{a}$-ның үздіксіз бөлшекке жіктелуінен де бастауға болады.

Мысал 1. $24x - 115y = -31$ теңдеуінің барлық бүтін шешімдерін табайық.

Шешуі. $24x - 115y = -31$

Мұнда

$$a = 24, \ b = -115, \ c = -31$$

$-\frac{24}{115}$-тің үздіксіз бөлшекке жіктелуі:

$$-\frac{24}{115} = [0; 4, 1, 3, 1, 4]$$

Лайықты бөлшектерді табайық.

Кесте 2.1 Лайықты бөлшектер табу

		0	4	1	3	1	4
P_k	1	0	1	1	4	5	24
Q_k	0	1	4	5	19	24	115

Демек, $k = 6$

(4)ге сүйеніп, берілген теңдеудің дербес шешімін тапсақ:

$$x_0 = (-1)^{5+1} \cdot (-31) \cdot 24 = -744$$

$$y_0 = (-1)^5 \cdot (-31) \cdot 5 = -155$$

болады.

Ал (5) бойынша жалпы шешімдерін аламыз:

$x\ = -744 + 115t$

$y\ = -155 + 24t$

немесе $t + 7$-ні t' арқылы белгілесек, ақырында

$x\ = 61 + 115t'$; $\quad y = 13 + 24t'$

болады. Мұндағы t', сол сияқты t кез келген бүтін сан.

Мысал 2. $17x - 9y = 6$ теңдеуін қарастырайық. Бұл теңдеудің барлық жалпы шешімін табайық.

Шешуі. Берілген теңдеуде

$a = 17,\ b = -9,\ c = 6$. $\quad -\dfrac{17}{9}$-ті үздіксіз бөлшекке жіктейік. Оның жіктелуі

$-\dfrac{17}{9} = [-2; 9]$

түрінде болады.

Лайықты бөлшектердің мәнін біртіндеп табайық:

$\dfrac{P_0}{Q_0} = \dfrac{-2}{1},\ \dfrac{P_1}{Q_1} = -\dfrac{17}{9}$

Ендеше, $k = 1,\ P_1 = 17,\ Q_1 = -9$

Алдыңғы (4) теңдеуге сүйеніп, берілген теңдеудің дербес шешімін тапсақ:

$x_0 = (-1)^{1+1} \cdot 6 \cdot 1 = 6$

$y_0 = (-1)^1 \cdot 6 \cdot (-2) = 12$

болады.

Ал (5) бойынша жалпы шешімдерін табамыз:

$x\ = 6 + 9t$

$y\ = 12 + 17t$

Мысал 3. $157x + 30y = 17$. Бүтін шешімдерін анықтайық.

Шешуі.

$a = 157,\ b = 30,\ c = 17$

$\dfrac{157}{30} = [5; 4, 3, 2]$

Лайықты бөлшектердің мәнін біртіндеп табатын болсақ:

$\dfrac{P_0}{Q_0} = \dfrac{5}{1},\ \dfrac{P_1}{Q_1} = \dfrac{21}{4},\ \dfrac{P_2}{Q_2} = \dfrac{68}{13},\ \dfrac{P_3}{Q_3} = \dfrac{157}{30}$

Бұдан, $k = 3,\ P_1 = 157,\ Q_1 = 30$

(4)-ге сүйеніп, теңдеудің дербес дербес шешімін табамыз:

$x_0 = (-1)^{3+1} \cdot 17 \cdot 13 = 221$

$y_0 = (-1)^3 \cdot 17 \cdot 68 = -1156$

болады.

(5) теңдеу бойынша жалпы шешімдерін аламыз:

$x\ = 221 - 30t$

$y\ = -1156 + 157t$

немесе $t - 7$-ні t' арқылы белгілесек, ақырында

$x\ = 11 - 30t'$; $\quad y = -57 + 157t'$

болады. Мұндағы t', сол сияқты t кез келген бүтін сан.

Қорыта айтқанда, үздіксіз бөлшектер теориясының $ax + by = c$

түріндегі қарапайым анықталмаған теңдеулерін шешуде қолданылуын көрсеттік. Сандар теориясын терең үйреніп оның қолдану салаларын кеңінен білуге мүмкіншілік береді.

Әдебиеттер:

1. Оразбаев Б.М. Сандар теориясы. А.: «Мектеп», 2014
2. Прохоров Ю.В. Математика. Большой энциклопедический словарь/.– 3-е изд. – М.: Большая Российская энциклопедия, 2013 – 848 с.
3. Л.Я. Куликов «Алгебра и теория чисел», М.1979.

КӨРСЕТКІШТІК ТЕҢДЕУЛЕР ЖӘНЕ ОЛАРДЫ ШЕШУ ӘДІСТЕРІ

Мырзаханова А.

Аннотация

В этой статье рассматривается показательные уравнения и методы их решении.

А) Бүтін көрсеткішті дәреже және оның қасиеттері

Натурал көрсеткішті дәреженің анықтамасы бойынша әрбір n∈N (n>1) саны мен *a* нақты саны үшін

$$a\cdot a\cdot\ldots\cdot a=a^n,$$

және

$$a^1=a$$

теңдіктері орындалады. Мұнда n саны ***дәреже көрсеткіші*** деп, ал ***a*** саны ***негізі*** деп аталады.

Сонымен бірге әрбір нақты $a\neq 0$ саны мен бүтін теріс $m(m\in Z, m<0)$ саны үшін

$$a^m=\frac{1}{a^{-m}},a^0=1$$

теңдіктері орындалады.

Натурал және бүтін көрсеткішті дәрежелердің қасиеттері ортақ. Атап айтсақ, кез келген $a\neq 0$, $b\neq 0$ нақты сандары мен әрбір бүтін (натурал) *n, m* сандары үшін төмендегідей теңдіктер орындалады:

1) $a^n\cdot a^m=a^{n+m}$; 2) $a^n:a^m=a^{n-m}$; 3) $(a^n)^m=a^{nm}$; 4) $(a\cdot b)^n=a^n\cdot b^n$;

5) $\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}$.

Мұнда натурал көрсеткішті дәрежелер негізі *a* кез келген нақты сан болатынын, ал бүтін көрсеткішті дәрежелер негізі $a\neq 0$ теңсіздігін қанағаттандыратын кез келген нақты сан болатынын ескерсек жөн [36].

М ы с а л.

$$1) a^{-18}\cdot a^{20}\cdot a^2=a^{-18+20+2}=a^4;$$

$$2) x^3:x^5=x^{3-5}=x^{-2}=\frac{1}{x^2};$$

$$3) (2a^{-2}b^2)^{-3}=2^{-3}a^{-2(-3)}b^{2(-3)}=\frac{1}{2^3}a^6b^{-6}=\frac{a^6}{8b^6}.$$

Ә) Рационал көрсеткішті дәреже және оның қасиеттері

Егер алдында айтылғанда m саны n-ге қалдықсыз бөлінетін болса, онда $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$ теңдігі орындалатынын көрдік. Мысалы, $\sqrt[5]{2^{10}} = 2^{\frac{10}{5}}$.

Бұл теңдік санның кез келген бөлшек дәрежесін анықтауға мүмкіндік береді.

Анықтама *a>0 және* $r = \frac{m}{n}$ *рационал саны берілсін. Мұндағы m-бүтін сан, ал n-натурал сан. Онда* $a^r = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$.

Егер $r>0$ және $a=0$ болса, онда анықтама бойынша $0^r=0$ деп есептейміз.

М ы с а л ы.

$$(0,2)^{\frac{2}{5}} = \sqrt[5]{(0,2)^2}; 3^{-\frac{3}{4}} = 3^{\frac{-3}{4}} = \sqrt[4]{3^{-3}};$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{2,1} = \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{21}{10}} = \sqrt[10]{\left(\frac{1}{3}\right)^{21}}; 0^{\frac{1}{2}} = 0.$$

Ал $0^{-\frac{2}{3}}, (-2)^{\frac{3}{4}}, (-8)^{\frac{1}{6}}$ сияқты өрнектердің мағынасы болмайды.

Егер a>0, b>0 болса, онда кез келген p және q рационал сандары үшін [37,43].

$$1) a^p \cdot a^q = a^{p+q}$$

$$2) a^p : a^q = a^{p-q}$$

$$3) (a^p)^q = a^{pq}$$

$$4) \left(\frac{a}{b}\right)^p = \frac{a^p}{b^p}$$

$$5) (ab)^p = a^p \cdot b^p$$

Дәлелдеу. Берілген p және q рационал сандарын бөлімдері бірдей бөлшектермен жазалық: $p = \frac{m}{n}; q = \frac{k}{n}$. Онда

$$a^p \cdot a^q = a^{\frac{m}{n}} \cdot a^{\frac{k}{n}} = \sqrt[n]{a^m} \cdot \sqrt[n]{a^k} = \sqrt[n]{a^m \cdot a^k} = \sqrt[n]{a^{m+k}} = a^{\frac{m+k}{n}} = a^{\frac{m}{n}+\frac{k}{n}} = a^{p+q}$$

Осыдан әрбір рационал p саны үшін

$$a^{-p} = \frac{1}{a^p}$$

теңдігі шығады. Шынында да, 1-қасиет бойынша $a^p \cdot a^{-p} = a^0 = 1$. Осыдан $a^{-p} = \frac{1}{a^p}$ болатыны шығады. $a^{p-q} \cdot a^q = a^{p-q+q} = a^p$ теңдігінен 2-қасиеттің орындалатындығы шығады.

3-қасиеттің дәлелдеуі: $a>0$, $p = \frac{m}{n}; q = \frac{k}{l}$ болсын. Онда

$$(a^p)^q = \sqrt[l]{(\sqrt[n]{a^m})^k} = \sqrt[l]{\sqrt[n]{a^{mk}}} = \sqrt[ln]{a^{mk}} = a^{\frac{mk}{nl}} = a^{\frac{m}{n} \cdot \frac{k}{l}} = a^p \cdot a^q$$

4, 5-қасиеттерінің дәлелдеуі: $p = \frac{m}{n}$ болса, онда

$$(ab)^p = (ab)^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{(ab)^m} = \sqrt[n]{a^m \cdot b^m} = \sqrt[n]{a^m} \cdot \sqrt[n]{b^m} = a^p \cdot b^p$$

Егер $a>0,\ a\neq 1$ және $b>0$ болса, онда $\boldsymbol{a^x=b}$ теңдеуін **қарапайым көрсеткіштік теңдеу** деп атайды. Егер $b>0$ болса, онда бір түбірі бар екені, ал $b\leq 0$ болғанда оның түбірлері болмайтыны белгілі. Осы мәліметтер бойынша $b>0$ жағдайында $\boldsymbol{a^x=b}$ теңдеуінің жалғыз түбірі бар:

$$\mathbf{x=\log_a b}$$

теңдігімен анықталатындығы шығады.

Әдетте көрсеткіштік теңдеулерді

$$\boldsymbol{a^{f(x)}=a^{g(x)}}\ (a>0,\ a\neq 1)$$

түріне келтіріп шешеді. Бұл теңдеу $y=f(x)$ және $y=g(x)$ функцияларының ортақ анықталу облысында $f(x)=g(x)$ теңдеуімен мәндес болады.

Сонымен көрсеткіштік теңдеулерді мектеп курсында 3-типке бөлген жөн.

- *Қарапайым көрсеткіштік теңдеулерді шешу.*

Оның жалпы түрі $\boldsymbol{a^x=b}$ мұндағы $a>0$ және $a\neq 1$ мұнда $y=a^x$ функциясының анықталу облысы барлық нақты сандар, ал мәндерінің облысы оң нақты сандар жиыны екенін ескеру әрбір теңдеу үшін қажет. Өйткені $b\leq 0$ теңдеуінің түбірі болмайды.

Бұл теңдеуді шешу жолы, $a^x=b$ мұндағы b-ны $b=a^c$ түрінде өрнектейміз. Сонда теңдеу $a^x=a^c$ түрге келеді, бұл теңдеудің $x=c$ екені шығады.

Мысалы: $3^{x-3}=81$ теңдеуін шешейік.

Ең алдымен $81>0$ шартын ескереміз, бұл шарт орындалады $81=3^4$, $3^{x-3}=3^4$,

$x-3=4$ бұдан теңдеудің түбірі $x=7$ екені шығады.

- *Квадрат теңдеулерге келтірілетін көрсеткіштік теңдеулерді шешу.*

Мұндай теңдеулердің жалпы түрін $ka^{2x}+ba^x+c=0$ түрде көрсетуге болады. Бұл түрдегі теңдеулерді шешу үшін $a^x=y$ ауыстыру жасаймыз, сонда бастапқы теңдеу $ky^2+by+c=0$ квадрат теңдеуге келеді. Оның түбірлері бар болса, онда олардың көрсеткіштік функция мәндерінің облысында жату шарты тексеріледі, әрі қарай теңдеуді шешу 1-типтегідей жалғасады.

М ы с а л ы: $4^x-5*2^x+4=0$ теңдеуін шешейік.

Теңдеуді $2^{2x}-5*2^x+4=0$ түрде жазып $2^x=y$ алмастыру жасасақ, онда теңдеу $y^2-5y+4=0$ түрге келіп, оның $y=4$ және $y=1$ екі шешімі болады. Бұл екі сан үшін $4>0$ және $1>0$ шарттары орындалады. Сондықтан алмастыру теңдеуін $2^x=4$ және $2^x=1$ шешсек $x=2$, $x=0$ шығады.

- *Негіздері әр түрлі болып келген көрсеткіштік теңдеулерді шешу.*

Мектеп курсындағы мұндай теңдеулердің тек дәрежелері бірдей болып келгенде ғана оларды шешуге қол жетеді. Оны мысал арқылы шығару жеткілікті, мұнда негізінен дәреженің негізгі қасиеттерін кеңінен қолдану керек.

М ы с а л ы. $5^{x+2}=8^{x+2}$ теңдеуін шешейік. $8^{x+2}>0$ болғандықтан, $\frac{5^{x+2}}{8^{x+2}}=1$ етіп түрлендіреміз, одан $\left(\frac{5}{8}\right)^{x+2}=\left(\frac{5}{8}\right)^0$ шығады. Сонда $x+2=0$-ден $x=-2$ түбірі табылады.

Осылай көрсеткіштік теңдеулерді типке бөліп, оларды шығару жолдарын қарастырғаннан кейін көрсеткіштік теңсіздіктерді және теңдеулер жүйесін шешуде біршама жеңілдіктер тудырады. Басқа да тақырыптарды осылай типтерге бөліп түсіндіру оқушыларға әрі түсінікті , әрі қабылдауына жеңіл. Сыныптағы оқушылардың білім деңгейіне қарай берілетін есептердің қиындығын өзгертуге болады.

Әдебиеттер:

1. Кулагин Е. Д. 3000 конкурсных задач по математике. М., 2002. Натяганов В. Л., Лужина Л. М. Методы решения задач с параметрами. Часть 1., М., 2004.

2. Потапов М.К. и др. Математика. Методы решения задач. Для поступающих в вузы. М., 2005.

3. Сканави М.И. Сборник задач по математике для поступающих в вузы: В 2 кн. Кн. 1. М., 2002.

4. Корешкова ТА., Глазков Ю.А., Мирошин В.В. и др. Математика: Типовые тестовые задания. М.

5. Письменный Д. Т. Готовимся к экзамену по математике (школа и вуз). М., 2006.

28 Методика преподавания математики в средней школе. Ю.М.Колягин, В.А. Оганесян. Общая методика. Уч. Пособие для студ. Ф-м фак. Пед. Инс-в. –М.:Просвещение, 1975-462 с.

Б.Э.ДЕЙІНГІ VI Ғ. ЖӘНЕ Б.Э. ДАҒЫ V Ғ. АРАЛЫҒЫНДАҒЫ ГРЕК-РИМ МӘДЕНИЕТІ ЕЛДЕРІНДЕГІ МАТЕМАТИКАНЫҢ ДАМУЫ

Зайны М.Б.
Байжуманов А.А.

Аннотация

Рассматривается история развитие математики VI веков до нашей эры и V века греко-римских культур. Коротка изложена школа Пифогора и их научные исследоания. Рассмотрен вопрос породокс бесконечности Демокрита и Евдокса.

Вавилон, Египет елдері құлдилаған кезде жаңа халық-гректер пайда болды (б.э.д. VIII-VII ғғ.). математика баяу дамып, прогресс болған жоқ. Бірақ б.э.д. VI ғ.жағдай құрт өзгерді. Математика таңқаларлық жылдамдықпен абстракт, дедуктивті ғылымға айналды (қатаң дәлелденетін ғылым туылды). Б.э.д. гректерді парсылар жаулады, гректер жеңді, орталығы Афина болды. Б.э.д. VI ғ. Македония елі күшейді. Филлип, оның баласы Александр Македонский Афинаны жаулады (356-323 жж.) Эллийия мәдениеті басталды. VI ғ. Математикалық теория, дүниенің математикалық моделі жасалды.

Евдокстың қатыстар теориясы, Аристотельдің формаль логикасы болды (біздің заманымызда толығымен анализ жасалды). Алғашқы натурфилософия мектебі ашылды. Діннің логматтары қобалжи бастады.

Гректер аттикалық (геродиандық) нөмірлеуді қолданды (б.ғ.д. II ғ.). (Рим нөмірлеуіне негізделген, аддитив принципте еді).

Нөмірлеу абакты қолданумен байланысты болды, аттикалық нөмірлеу әріптік нөмірлеуге ауысты.

1) Фалес (б.э.д. VI ғ.) Ионий мектебінде (наивный материалистік позицияда) болған. Фалес күннің тұтылуын алдын ала айтқан (б.э.д. 585 ж тұтылған). Себебі Вавилон астрономиясын Фалес білген. Эллиндер арасында ионийлар геометриямен шұғылданды. Фалес:

1) Диаметр дөңгелекті екіге бөледі. 2) Теңбүйірлі үшбұрыштың бұрыштары тең болады. 3) Екі түзу қиылысса тең бұрыштар шығады. 4) Екі қабырғасы және бір бұрышы тең екі үшбұрыш тең болады. Теңіздегі кемеге дейінгі қашықтықты таба білген.

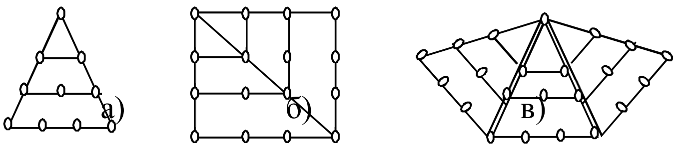
Пифагор мектебі

Математиканы түп тамырымен өзгерткен ғалымдар мектебі – Пифагор мектебі. Ол иррационалдық (пропорция) теориясымен шұғылданды, бес дұрыс көпжақтарды құрды. Сол кезде Шар сияқты деген елес болды.

Жерді шар сияқты деп алғаш айтқан – Аристотельдің әкесі болатын. Астрономия, геометрия, музыка (гармония), арифметика (сандар теориясы) – төр ғылым Пифагор айтуы бойынша «Математика» деген ұғым. Математика терминін Пифагор тұңғыш қолданған. Дұрыс бес көпдақтың үшеуін Пифагор құрған, ал қалған екеуін – икосаэдр, октаэдрд Теэтет құрған. Демек Пифагор стреометрияға көтерілген. Алғашқы кезде прифагоршылар барлық кесінділер өлшемдес деген. Пифагорлықтар үшін сан бірлердің жиынтығы болған (бүтін он сан).

$1+2+3+\ldots+(2n-1) = n^2$

$1+2+3+\ldots+n = n(n+1)/2$



а) үшбұрышты сандар, б) квадрат сандар, в) бес бұрыш сандар.

а) $1, 1+2=3, 1+2+3=6, \ldots, n(n+1)/2$

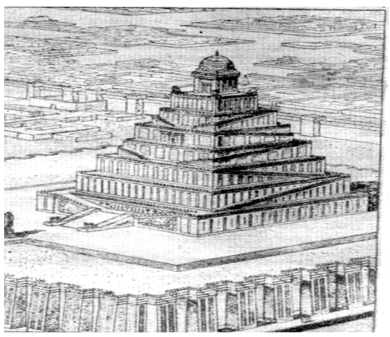
б) $1, 1+3=4, 1+3+5=9, \ldots, 1+3+5+\ldots+(2n-1)=n^2$

в) $1, 1+4=5, 1+4+7=12, \ldots, 1+4+7+\ldots+(3n-2) = n(3n-1)/2$

Жетілген сандар өзінің бөлушілерінің қосындысына тең болады. Мысалы: $6=1+2+3$, $28=1+2+4+7+14$, … , егер $p=1+2+4+\ldots+2^n$ жай сан болса, онда $2^n p$ жетілген сан болады. XVIII ғ. Эйлер Евклид теоремасындағы көрсетілген саннан басқа жетілген жұп санның болмайтындығын дәлелдеді. Бірақ шекті, шексіз сандағы жетілген санның бар болуы туралы мәселе шешілмеген және бір де бір тақ жетілген сан табылмаған, оның болмайтындығы дәлелденбеген.

Тек Грецияда m/n түріндегі бөлшекке амалдар қолданған. Өлшемдес емес кесінділердің ашылуы – математиканың дамуына бет бұрыс болды. Оны XIXғ. Евклидтік емес (бейевклидтік) геометрияның ашылуына теңеуге болады немесе XXғ. Салыстырулар теориясымен теңеуге болады.

Аудандары 3, 5, 6, 7, ..., 17 болған квадраттың диагоналы қабырғасымен өлшемдес емес дәлелденді. Оны дәлелдеген Феодор.



Вавилон зиккураты

Демокрит

Шексіздіктің парадоксы

Өлшемдес еместіктермен қабат шексіз шама математикаға енді. Енді шексіз жиындардың қасиеттерін зерттеу керек болды. Үздіксіздік пен шексіздік ұғымына байланысты қиындықтар ертедегі математиканың негізінің терең кризисіне алып келді. Б.э.д. Vғ.Грециядағы жағдай XIX-XXғғ. Қазіргі математиканың жағдайын еске салды. Екеуіне себеп нақты сандар проблемасы болды. Нағыз қиындықты табу Зенон Элейскийдің (б.э.д. Vғ.) қолынан келді. Ол қиындықты парадокс, апорий деп, ол проблема 25ғ. бойы математиктердің көңілін бөлуде. Ертедегі Зенонның 40 тан аса апорийі белгілі болған. Мысалы қозғалыс апорийі «Дихотомия» (қақ бөлу): қозғалатын дене жолдың соңына еш уақытта жете алмайды. Себебі IABI=1 десек екіден бір, төрттен бір, сегізден бір, ... лар үшін жол жүру керек $\Sigma 1/2^n=1$ болғандықтан еш кақытта ол апорий шешілмейді. Г.Вейль сол қиындықты түсіндіру үшін есептегі шартты өзгертіп Ферманның ұлы теоремасы шешер еді деді.

Демокрит (б.ғ.д. V-IVғғ.). Архимедтың айтуы бойынша Демокрит пирамида призманың 1/3 не тең шамалы болатынын тапқан. Ол өзінің натурфилософиясын математикаға көшірген. Оның айтуы бойынша шекті әлем бөліктен – атомнан тұратын дене құрастыра бастаған, егер оның көлемі белгілі болса. Дененің көлемі оны құрастырушы элементар бөліктер көлемінің қосындысынан тұрады деген. Қазір пирамиданы шекті сандағы призмадан құруға болмайтыны дәлелденді.

Евдокс – қатыстар туралы ілімді, шекке өтудің қатаң методын жасады. Ол математиканың жаңа негіздерінің бастамасы еді. Оның сфералық геометрияның бастамасы туралы білімі, елесі болған. Алғашқы жұлдыз каталогын жасаған, Күн мен Жердің диаметрлері қатынасы 9:1 екенін білген. Ол алғаш рет Жердің меридиан анықтамасын берген. «Басамада» шамалар қатысы туралы, теңдеудегі бір операция – көбейту болған. (a:b)x(b:c)=a:c деген болатын Евклид. Ол кезде қатысты санның жалпылануы сияқты қарастыра бастаған. Сан ұғымының кеңеюі төмендегідей болды. Ислам елдің математикасында (XI-XIII ғғ.). Европаның математикасында (XVI-XVII ғғ.) болды. Есептеу техникасына байланысты Евдокстың «Сарқу методы» кітабында былай жазылған:
$\alpha_1=a-a_1< \alpha/2$, $\alpha_2=\alpha_1-a_2< \alpha_1/2< \alpha/4$, … , $\alpha_N= \alpha_{N-1}/2^{N-1}< \alpha/2^N$, $2^N a_N<a<Nb$, демек $\alpha_N<b$;

Әдебиеттер

1. Абенова М. «Математика тарихы». Шымкент, 2000.
2. «История математики с древнейших времен до начала XIXв». Т. 1-3, под редакцией А.П. Юшкевич М., 1970ж. «Наука».

ДИЗЬЮНКТИВТІ ҚАЛЫПТЫ ФОРМАЛАРДЫ МИНИМИЗАЦИЯЛАУ КҮРДЕЛІЛІГІНІҢ ЛОКАЛ БАҒАЛАРЫ

Байжуманов А.А.
Зайны М.Б.

Аннотация

Рассматривается некоторые проблемы минимизации некоторых логических формул заданных в виде дизъюнктивных нормальных форм и оценки их сложности.

Бұл жұмыста дизъюнктивті қалыпты форма(д.қ.ф.) класындағы Бульдік формулаларды минимизациялау мәселелерінің кейбір аспектілерін қарастырамыз. Логикалық алгебра функцияларын минимизациялау мәселесі ғылыми әдебиеттерде терең көрсетілген [1-3]. Сонымен бірге минимизациялау мәселеріндегі кейбір проблемалар, яғни минимизация мәселелерімен байланысты геометриялық түрдегі тәсілдер, д.қ.ф-ларды қысқарту үшін локалды алгоритм, функцияның әр түрлі ішкі кластары үшін минимал д.қ.ф. алгоритмін құрудың метрикалық сипаттары және д.қ.ф үшін типтік және экстрималдық жағдайлар. Соңғы уақыттарда қысқартылған және минимал д.қ.ф.лардың күрделілігін бағалау[3], д.қ.ф.лар курделігін бұғаттаудың таралуы [1] , асимптоталық синтездеу әдісімен ең кіші д.қ.фларды табу бойынша[2] көптеген зерттеулер белгілі және локалды алгоритмдердің сипаттамаларын жеңілдету үшін қызықты бағалар алынған.

Айталық $X=\{x_1,x_2,\dots x_m,\dots\}$ - бастапқы айнымалылар алфавиті берілген болсын. Логикалық алгебрасында немесе бульдік функцияларда осы алфавитте анықталған $f(x_1,x_2,\dots,x_n)x_i\neq x_j, i\neq j$ функцияны қарастырамыз .

Белгілеу енгіземіз:

$$x^\delta=\begin{cases}\bar{x}, \text{егер } \delta=0\\ x, \text{егер } \delta=1\end{cases}.$$

Мұнда $x^\delta=1$ болатынын тек $x=\ \delta$ жағдайдағана дұрыс екенін көру қиын емес. Логикалық алгебраның n айнымалыға байланысты кез келген f функциясы формула ретінде терістеу, конъюнкция және дизъюнкция арқылы төмендегідей жазылуы мүмкін:

$$f(x_1,x_2,\dots,x_n)=\vee x_1^{\delta_1}\cdot x_2^{\delta_2}\cdot\ldots\cdot x_n^{\delta_n} \qquad (1)$$

$$(\delta_1,\delta_2,\dots,\delta_n \ \ f(\delta_1,\delta_2,\dots,\delta_n)=1$$

Бұл формула символдар саны аз болған қысқартылған формула алуға көп септігін тигізеді. Бұл формуланы кемел дизъюнктивті қалыпты форме(к.д.қ.ф.) деп атауға келісеміз.

1-анықтама. $K = x_{i_1}^{\delta_1} \& x_{i_2}^{\delta_2} \& \ldots \& x_{i_r}^{\delta_r}$ логикалық көбейтінді элементарлық коньюнкция (э.к) деп аталады (бұдан былай оны қолайлық үшін $K = x_{i_1}^{\delta_1} x_{i_2}^{\delta_2} \ldots x_{i_r}^{\delta_r}$ ретінде жазуға келісеміз), бұл жерде x_{i_j} әртүрлі айнымалылар, ал r саны коньюнкцияның рангі деп аталады.

2-анықтама . Элементар конъюнкциялары әртүрлі болған $D = K_1 \vee K_2 \vee \ldots \vee K_m$ логикалық қосындыны дизъюнктивті қалыпты форма(д.қ.ф.) деп аталады. (1) түріндегі д.қ.ф. кемел дизъюнктивті қалыпты форме(к.д.қ.ф.) деп аталады, ал m санын д.қ.ф.нің ұзындығы деп атауға келісеміз.

3-анықтама . f функцияның минимал(төте) д.қ.ф.сы деп f функцияны іске асыратын және басқа д.қ.ф.лармен салыстырғанда ең кем санды айнымалылар(элементар конъюнкциялар) қатысатын д.қ.ф.ны айтамыз.

Логикалық алгебраның n айнымалыға байланысты f функциясы үшін минимал және төте д.қ.ф. құру f функцияның қысқартылған д.қ.ф.сынан элементар конъюнкцияларды жоюмен байланысты.

Логика алгебрасының функцияларын минимимизациялаудың екі әдісін қарастырамыз: бірінші әдіс – бағытталған тізбекті есептеу, екіншісі – локальдық.

Бастап әрбір $\mathcal{D}_c$ қысқартылған д.қ.ф. ішінен $\mathcal{D}_Q$ Квайн д.қ.ф.сын құрамыз [4]. Оның үшін кезекпен $\mathcal{D}_c$ д.қ.ф. дан алынған әрбір К э.к. ның ЯДРО -ға кіретіні немесе кірмейтіні қарастырылады, яғни $\{K_1, K_2, \ldots, K_r\}$ э.к.лар жиынтығы үшін К э.к. $\mathcal{D}$ д.қ.ф.ның бірінші ретті аймағына тиістілігі тексеріледі:

$$N_K \subseteq \bigcup_{j=1}^{r} N_{K_j}.$$

Егер тиістілік орынға ие болмаса, онда K э.к.ны ядроға тиісті етіп белгілейміз. Содан кейін барлық K э.к.лар үшін ядроға кірмейтіндер тексеріледі:

$$N_K \subseteq \bigcup_{j=1}^{S} N_{K_j},$$

бұл жерде $K_j (j = 1, S)$ -ядролық коньюнкциялар. Егер тиістілік орынға ие болса, онда осы э.к. $\mathcal{D}_c$ д.қ.ф.дан алып тасталады, ал қалғандарынан $\mathcal{D}_Q$ Квайн д.қ.ф.сы қалыптасады.

Айталық Квайн д.қ.ф.сы мынадай түрге ие болсын:

$$\mathcal{D}_Q = K_1 \vee K_2 \vee \ldots \vee K_m.$$

Барлық ядролық коньюнкциялардың $\{K_{i_1}, K_{i_2}, \ldots, K_{i_s}\}$ жиыны f функциясының әрбір тұйықты д.қ.ф.сына кіреді, сондықтан және әрбір минимал және төте д.қ.ф.ларғада енеді.

Логикалық алгебра функцияларын тізбекті есептеу арқылы алынған минимал формулалар синтезі.

Айталық D $K_{i_j} (j = \overline{1, s})$ э.к.ры ядролық болған $D_Q / \vee_{j=1}^{s} K_{i_j}$ д.қ.ф.ға кіретін белгілі бір сандағы э.к.лары бар д.қ.ф. болсын.

$D_Q / \vee_{j=1}^{s} K_{i_j}$ д.қ.ф.да э.к.лардың рангісін өсу ретімен орналастырамыз:

$$r_1 \le r_2 \le \cdots \le r_{m-s}.$$

$(m - s)$–өлшемді ε^{m-s} кубты қарастырамыз, мұнда $\tilde{\alpha} = (a_1, a_2, \ldots, a_{m-s})$ координаталы әрбір набор(жиналым) D д.қ.ф.ға келесі түрде сәйкес келеді: яғни D д.қ.ф.ға K_j енеді, егер $a_j = 1$болса, және D д.қ.ф.ға енбейді, егер $a_j = 0, (j = \overline{1, m - S})$ болса.

ε^{m-s} кубтың барлық $\acute{\alpha}$ наборларын j деңгейлі деп атаймыз, егер $||\tilde{\alpha}|| = j,\ j = \overline{0, m - s}$ болса (мұнда бірлік координаттар саны j –ге тең). Барлық наборларды антилексикографиялық ретімен орнатамыз.

$(m - s)$ – өлшемді ε^{m-s} кубтың наборлар жиынында $\varphi(a_1, a_2, \ldots, a_{m-s})$ және $\varphi^{`}(a_1, a_2, \ldots, a_{m-s})$функцияларын төмендегідей түрде енгіземіз: $\varphi(a_1, a_2, \ldots, a_{m-s}) = t$, егер осы D д.қ.ф.ның $(a_1, a_2, \ldots, a_{m-s})$ наборлары және $K_{i_j}, (j = \overline{1, s})$ ядролық э.к. үшін төмендегідей сәйкестік орындалса

$$\left| N_D \cup \bigcup_{j=1}^{S} N_{K_{i_j}} \right| = t,$$

$$\varphi`(a_1, a_2, \dots, a_{m-s}) = \sum_{j=1}^{m-S} \left|N_{K_j}\right| \cdot \alpha_j + \sum_{j=1}^{S} \left|N_{K_{i_j}}\right|.$$

Көрініп тұрғандай,

$$\left|\bigcup_{j=1}^{S} N_{K_{i_j}}\right| \le \varphi(\tilde{a}) \le \left|N_f\right|, \sum_{j=1}^{S} \left|N_{K_{i_j}}\right| \le \varphi`(\tilde{a}) \le (m-s)\left|N_{K_j}\right| + \sum_{j=1}^{S} \left|N_{K_{i_j}}\right|.$$

$\varphi(a_1, a_2, \dots, a_{m-s})$ және $\varphi`(a_1, a_2, \dots, a_{m-s})$–монотонды функциялар.

Егер $\varphi(a_1, a_2, \dots, a_{m-s}) = \left|N_f\right|$ болса, онда D д.қ.ф.ның $(a_1, a_2, \dots, a_{m-s})$ наборына сәйкес келетін және ядролық коньюнкциялардың жиынтығы f функциясын іске асырады.

Егер $\tilde{a} \in \varepsilon^{m-s}$ наборы үшін $\varphi(\tilde{a}) = \left|N_f\right|$ орындалса және кез келген $\tilde{a}`$наборы үшін сондай $\|\tilde{a}\| = \left\|\tilde{a}`\right\| + 1, \rho(\tilde{a}, \tilde{a}`) = 1$ $(\rho(\tilde{a}, \tilde{\beta})$ - $\tilde{a}$ және $\tilde{\beta}$ наборлар координаттарының өзара әртүрлі сандары), $\varphi(\tilde{a}`) < \left|N_f\right|$ шарт орындалады және осы наборға сәйкес келетін D д.қ.ф. ядролық коньюнкциялар жиынтығынан тұйықты д.қ.ф. үшін f функциясы қалыптасады. f функцияның тұйықты д.қ.ф.сын анықтайтын барлық наборлар жиынтығы φ функциясының $\left|N_f\right|$ мәні төменгі шекарасын көрсетеді, ал оған д.қ.ф. ядролық коньюнкциялар жиынтығымен барлық тұйықты д.қ.ф. fфункциялар жиынтығы сәйкес келеді.

Төмендегі функцияны қарастыру

$$\varphi`(\tilde{a}) = \sum_{j=1}^{m-S} 2^{n-r_j} \cdot a_j + \sum_{j=1}^{S} 2^{n-r_{i_j}}$$

және оны есептеу үшін көп мөлшерде жұмыс қажет емес, ал $\varphi(\tilde{a})$ функциясының мәндерін есептеу үшін тиісті д.қ.ф.ға кіретін сәйкес интервалдардың нүктелер жиынтығын қарастыру қажет және осы жиынтықта өзара әр түрлі болған нүктелер есептеледі.

Егер $\varphi`(\tilde{a}) < \left|N_f\right|$ болса, онда $\varphi(\tilde{a}) < \left|N_f\right|$, сондықтан алдымен $\varphi`(\tilde{a})$ мәнін $\tilde{a}$ жиынтығы үшін, содан кейін қажет болған жағдайда осы $\varphi(\tilde{a})$ функциясының мәнін есептеу ұсынылады.

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі:

1. Журавлев Ю.И. Оценки сложности алгоритмов построения минимальных дизъюнктивных нормальных форм для функций алгебры логики, Сб. «Дискретный анализ», вып. 3, 1984, 41-77.

2. Байжуманов А.А., Ибрагимов О.М. Дискреттік математика және математикалық логика. Оқулық. ЭСПИ Алматы, 2020.

КӨРСЕТКІШТІК ТЕҢДЕУЛЕР ЖӘНЕ ОЛАРДЫ ШЕШУ ӘДІСТЕРІ

Мырзаханова А.

Аннотация

В этой статье рассматривается показательные уравнения и методы их решения

А) Бүтін көрсеткішті дәреже және оның қасиеттері

Натурал көрсеткішті дәреженің анықтамасы бойынша әрбір $n \in N$ (n>1) саны мен a нақты саны үшін

$$a \cdot a \cdot \ldots \cdot a = a^n,$$

және

$$a^1 = a$$

теңдіктері орындалады. Мұнда n саны ***дәреже көрсеткіші*** деп, ал ***a*** саны ***негізі*** деп аталады.

Сонымен бірге әрбір нақты $a \neq 0$ саны мен бүтін теріс $m (m \in Z, m<0)$ саны үшін

$$a^m = \frac{1}{a^{-m}}, a^0 = 1$$

теңдіктері орындалады.

Натурал және бүтін көрсеткішті дәрежелердің қасиеттері ортақ. Атап айтсақ, кез келген $a \neq 0$, $b \neq 0$ нақты сандары мен әрбір бүтін (натурал) n, m сандары үшін төмендегідей теңдіктер орындалады:

1) $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$; 2) $a^n : a^m = a^{n-m}$; 3) $(a^n)^m = a^{nm}$; 4) $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$;

5) $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$.

Мұнда натурал көрсеткішті дәрежелер негізі a кез келген нақты сан болатынын, ал бүтін көрсеткішті дәрежелер негізі $a \neq 0$ теңсіздігін қанағаттандыратын кез келген нақты сан болатынын ескерсек жөн [36].

М ы с а л.

$$1) a^{-18} \cdot a^{20} \cdot a^2 = a^{-18+20+2} = a^4;$$

$$2) x^3 : x^5 = x^{3-5} = x^{-2} = \frac{1}{x^2};$$

$$3) (2a^{-2}b^2)^{-3} = 2^{-3} a^{-2(-3)} b^{2(-3)} = \frac{1}{2^3} a^6 b^{-6} = \frac{a^6}{8b^6}.$$

Ә) Рационал көрсеткішті дәреже және оның қасиеттері

Егер алдында айтылғанда m саны n-ге қалдықсыз бөлінетін болса, онда $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$ теңдігі орындалатынын көрдік. Мысалы, $\sqrt[5]{2^{10}} = 2^{\frac{10}{5}}$.

Бұл теңдік санның кез келген бөлшек дәрежесін анықтауға мүмкіндік береді.

Анықтама *$a>0$ және $r = \frac{m}{n}$ рационал саны берілсін. Мұндағы m-бүтін сан, ал n-натурал сан. Онда* $a^r = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$.

Егер $r>0$ және $a=0$ болса, онда анықтама бойынша $0^r=0$ деп есептейміз.

М ы с а л ы.

$$(0,2)^{\frac{2}{5}} = \sqrt[5]{(0,2)^2}; 3^{-\frac{3}{4}} = 3^{\frac{-3}{4}} = \sqrt[4]{3^{-3}};$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{2,1} = \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{21}{10}} = \sqrt[10]{\left(\frac{1}{3}\right)^{21}}; 0^{\frac{1}{2}} = 0.$$

Ал $0^{-\frac{2}{3}}, (-2)^{\frac{3}{4}}, (-8)^{\frac{1}{6}}$ сияқты өрнектердің мағынасы болмайды.

Егер $a>0$, $b>0$ болса, онда кез келген p және q рационал сандары үшін [37,43].

$$1) a^p \cdot a^q = a^{p+q}$$

$$2) a^p : a^q = a^{p-q}$$

$$3) (a^p)^q = a^{pq}$$

$$4) \left(\frac{a}{b}\right)^p = \frac{a^p}{b^p}$$

$$5) (ab)^p = a^p \cdot b^p$$

Дәлелдеу. Берілген p және q рационал сандарын бөлімдері бірдей бөлшектермен жазалық: $p=\frac{m}{n};q=\frac{k}{n}$. Онда

$$a^p\cdot a^q=a^{\frac{m}{n}}\cdot a^{\frac{k}{n}}=\sqrt[n]{a^m}\cdot\sqrt[n]{a^k}=\sqrt[n]{a^m\cdot a^k}=\sqrt[n]{a^{m+k}}=a^{\frac{m+k}{n}}=a^{\frac{m}{n}+\frac{k}{n}}=a^{p+q}$$

Осыдан әрбір рационал p саны үшін

$$a^{-p}=\frac{1}{a^p}$$

теңдігі шығады. Шынында да, 1-қасиет бойынша $a^p\cdot a^{-p}=a^0=1$. Осыдан $a^{-p}=\frac{1}{a^p}$ болатыны шығады. $a^{p-q}\cdot a^q=a^{p-q+q}=a^p$ теңдігінен 2-қасиеттің орындалатындығы шығады.

3-қасиеттің дәлелдеуі: $a>0$, $p=\frac{m}{n};q=\frac{k}{l}$ болсын. Онда

$$(a^p)^q=\sqrt[l]{(\sqrt[n]{a^m})^k}=\sqrt[l]{\sqrt[n]{a^{mk}}}=\sqrt[ln]{a^{mk}}=a^{\frac{mk}{nl}}=a^{\frac{m}{n}\cdot\frac{k}{l}}=a^p\cdot a^q$$

4, 5-қасиеттерінің дәлелдеуі: $p=\frac{m}{n}$ болса, онда

$$(ab)^p=(ab)^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{(ab)^m}=\sqrt[n]{a^m\cdot b^m}=\sqrt[n]{a^m}\cdot\sqrt[n]{b^m}=a^p\cdot b^p$$

Егер $a>0$, $a\neq 1$ және $b>0$ болса, онда $\boldsymbol{a^x=b}$ теңдеуін **қарапайым көрсеткіштік теңдеу** деп атайды. Егер $b>0$ болса, онда бір түбірі бар екені, ал $b\leq 0$ болғанда оның түбірлері болмайтыны белгілі. Осы мәліметтер бойынша $b>0$ жағдайында $\boldsymbol{a^x=b}$ теңдеуінің жалғыз түбірі бар:

$$\mathbf{x=log_a b}$$

теңдігімен анықталатындығы шығады.

Әдетте көрсеткіштік теңдеулерді

$$\boldsymbol{a^{f(x)}=a^{g(x)}}\ (a>0,\ a\neq 1)$$

түріне келтіріп шешеді. Бұл теңдеу $y=f(x)$ және $y=g(x)$ функцияларының ортақ анықталу облысында $f(x)=g(x)$ теңдеуімен мәндес болады.

Сонымен көрсеткіштік теңдеулерді мектеп курсында 3-типке бөлген жөн.

- *Қарапайым көрсеткіштік теңдеулерді шешу.*

Оның жалпы түрі $\boldsymbol{a^x=b}$ мұндағы $a>0$ және $a\neq 1$ мұнда $y=a^x$ функциясының анықталу облысы барлық нақты сандар, ал мәндерінің облысы оң нақты сандар жиыны екенін ескеру әрбір теңдеу үшін қажет. Өйткені $b\leq 0$ теңдеуінің түбірі болмайды.

Бұл теңдеуді шешу жолы, $a^x=b$ мұндағы b-ны $b=a^c$ түрінде өрнектейміз. Сонда теңдеу $a^x=a^c$ түрге келеді, бұл теңдеудің $x=c$ екені шығады.

Мысалы: $3^{x-3}=81$ теңдеуін шешейік.

Ең алдымен $81>0$ шартын ескереміз, бұл шарт орындалады $81=3^4$, $3^{x-3}=3^4$,

$x-3=4$ бұдан теңдеудің түбірі $x=7$ екені шығады.

- *Квадрат теңдеулерге келтірілетін көрсеткіштік теңдеулерді шешу.*

Мұндай теңдеулердің жалпы түрін $ka^{2x}+ba^x+c=0$ түрде көрсетуге болады. Бұл түрдегі теңдеулерді шешу үшін $a^x=y$ ауыстыру жасаймыз, сонда бастапқы теңдеу $ky^2+by+c=0$ квадрат теңдеуге келеді. Оның түбірлері бар болса, онда олардың көрсеткіштік функция мәндерінің облысында жату шарты тексеріледі, әрі қарай теңдеуді шешу 1-типтегідей жалғасады.

М ы с а л ы: $4^x-5*2^x+4=0$ теңдеуін шешейік.

Теңдеуді $2^{2x}-5*2^x+4=0$ түрде жазып $2^x=y$ алмастыру жасасақ, онда теңдеу

y^2-5y+4=0 түрге келіп, оның y=4 және y=1 екі шешімі болады. Бұл екі сан үшін 4>0 және 1>0 шарттары орындалады. Сондықтан алмастыру теңдеуін $2^x=4$ және $2^x=1$ шешсек x=2, x=0 шығады.

- *Негіздері әр түрлі болып келген көрсеткіштік теңдеулерді шешу.*

Мектеп курсындағы мұндай теңдеулердің тек дәрежелері бірдей болып келгенде ғана оларды шешуге қол жетеді. Оны мысал арқылы шығару жеткілікті, мұнда негізінен дәреженің негізгі қасиеттерін кеңінен қолдану керек.

М ы с а л ы. $5^{x+2}=8^{x+2}$ теңдеуін шешейік. $8^{x+2}>0$ болғандықтан, $\frac{5^{x+2}}{8^{x+2}}=1$ етіп түрлендіреміз, одан $\left(\frac{5}{8}\right)^{x+2}=\left(\frac{5}{8}\right)^{0}$ шығады. Сонда x+2=0-ден x=-2 түбірі табылады.

Осылай көрсеткіштік теңдеулерді типке бөліп, оларды шығару жолдарын қарастырғаннан кейін көрсеткіштік теңсіздіктерді және теңдеулер жүйесін шешуде біршама жеңілдіктер тудырады. Басқа да тақырыптарды осылай типтерге бөліп түсіндіру оқушыларға әрі түсінікті , әрі қабылдауына жеңіл. Сыныптағы оқушылардың білім деңгейіне қарай берілетін есептердің қиындығын өзгертуге болады .

Әдебиеттер:

1. Кулагин Е. Д. 3000 конкурсных задач по математике. М., 2002. Натяганов В. Л., Лужина Л. М. Методы решения задач с параметрами. Часть 1., М., 2004.
2. Потапов М.К. и др. Математика. Методы решения задач. Для поступающих в вузы. М., 2005.
3. Сканави М.И. Сборник задач по математике для поступающих в вузы: В 2 кн. 1. М., 2002.
4. Корешкова ТА., Глазков Ю.А., Мирошин В.В. и др. Математика: Типовые тестовые задания. М.
5. Письменный Д. Т. Готовимся к экзамену по математике (школа и вуз). М., 2006.
6. Методика преподавания математики в средней школе. Ю.М.Колягин, В.А. Оганесян. Общая методика. Уч. Пособие для студ. Ф-м фак. Пед. Инс-в. –М.:Просвещение, 1975-462 с.

ЛОБАЧЕВСКИЙ ЖАЗЫҚТЫҒЫНДАҒЫ ҮШБҰРЫШТАР МЕН ТӨРТБҰРЫШТАРДЫҢ БАЙЛАНЫСЫ

Найзабекова Г.С.

Ғылыми жетекші: Байжуманов А.А., ф.-м.ғ.к.

Аннотация

Рассматривается некоторые задачи геометрии Лабочевского и метрические связность треугольника с четырехугольником на плоскости.

Абсолюттік геометрияда мына теоремалар дәлелденген:

Тең бүйірлі үшбұрыш туралы теоремалар

- Үшбұрыштын теңдігінің үш белгісі.
- Үшбұрыштың сыртқы бұрышының қасиеті.
- Үшбұрыштың қабырғалары мен бұрыштары арасындағы қатынастар.
- Үшбұрыштың биссектрисасы, медианасы қасиеттері.

Біз осыларға сүйене отырып тек Лобачевский жазықтығында орындалатын кейбір теоремаларды қарастырамыз.

1^0 Үшбұрыштың ішкі бұрыштарының қосындысы 2d-дан кем болады.

Дәлелі: Саккери дәлелдеуі бойынша үшбұрыштың ішкі бұрыштарының қосындысы 2d-дан артбайды $\delta_{АКС} \leq 2d$, $\delta_{АКС} \leq 2d$ деген V постулатпен барабар.

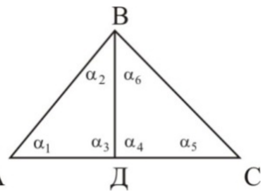
Ал, Лобачевский геометриясында V постулат және одан теоремалар орындалмайтындықтан $\delta_{\text{АКС}} \le 2d$ болады.

Айырым $\delta_{\text{АКС}} \le 2d = Д_{АКС}$ үшбұрыш АВС-ның деректісі делінеді.

Мынадай теорема бар. Егер $\Delta ABC -$да АДС болса $Д_{АВС} = Д_{АВД} + Д_{ДВС}$

Дәлелі: $Д_{АВС} = 2d - \delta_{АВС} = 2d - (\delta_{АВД} + \delta_{ДВС} - 2d) = 2d - \delta_{АВД} + 2d - \delta_{ДВС} = Д_{АВД} + Д_{ДВС}$

2^0 Үшбұрыштың ішкі бұрыштарының қосындысы тұрақты емес, әр үшбұрышта әртүрлі болады.



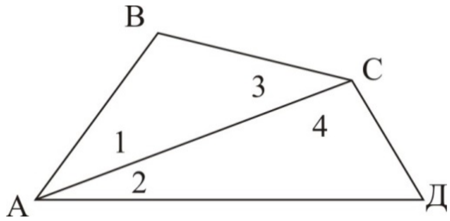
1-сурет

Дәлелі: $\Delta ABC_1\ ДEAC$ берілген. Оның бұрыштарын суреттегідей белгілейік сонда (1-суреттен) $\delta_{ABC} = \angle A + \angle B + \angle C = \alpha_1 + (\alpha_2 + \alpha_1) + \alpha_3 =$
$= \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_5 + \alpha_6 + 2d - 2d = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_5 + \alpha_6 + (\alpha_3 + \alpha_4) - 2d = \delta_{АВД} + \delta_{ДВС} - 2d$

Ал, 1^0 бойынша $\delta_{АДС} < 2d.$ Сондықтан соңғы теңдіктен $\delta_{ABC} < \delta_{АВД}$, яғни $\delta_{ABC} \ne \delta_{АВД}$.

3^0 Дөңес төртбұрыштын ішкі бұрыштарының қосындысы $4\alpha -$ дан кем болады.

Дәлелі: 2-суреттен $\delta_{АВСД} = \angle A + \angle B + \angle C + \angle B = \angle 1 + \angle B + \angle 3 +$
$+ \angle 4 + \angle Д + \angle 2 = \delta_{ABC} + \delta_{АВД} \angle 2d + 2d = 4d$.

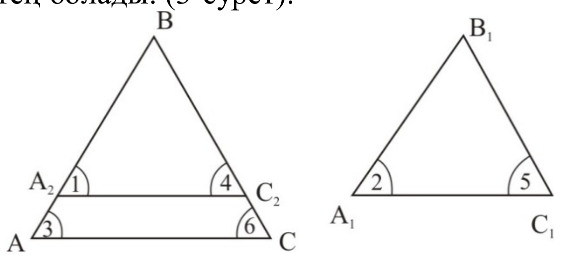


2-сурет

Салдар: а) Лобачевский жазықтығында параллель түзулерге ортақ перпендикуляр болмайды.

б) Кез келген екі түзудің екеуіне де перпендикуляр болатын екі түзу жүргізуге болмайды.

4^0 Бір үшбұрыштын үшбұрышы екінші үшбұрыштың сәйкес бұрыштарына тең болса ол үшбұрыштар өзара тең болады. (3-сурет).



3-сурет

Дәлелі: $\Delta ABC, \Delta A_1B_1C_1$ үшбұрыштарды $\angle A = \angle A_1, \angle B = \angle B_1, \angle C = \angle C_1$ болсын.

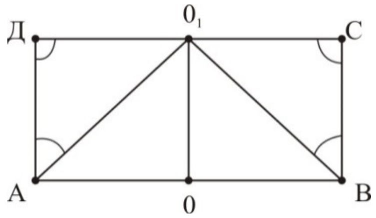
Бұл кезде $AB = A_1B_1$ болатынын дәлелдейік. Ол үшін $AB \ne A_1B_1$ дейік ВА мен ВС сәулелер бойында A_2, C_2 нүктелерді $BA_2 = B_1A_1, BC_2 = B_1C_1$ болатындай етіп алайық. Сонда үшбұрыштың теңдігінің 1-белгісі бойынша $\Delta A_2BC_2 = \Delta A_1B_1C_1$ болады. сондықтан

$\angle 1 = \angle 2$ болады. теорема шарты бойынша $\angle 3 = \angle 2$. Сондықтан $\angle 1 = \angle 3$. Осы сияқты $\angle 4 = \angle 6$.

Ұйғарым бойынша $AB > A_1B_1$ сондықтан AA_2B болады, яғни A_2C_2 AC түзуі AB қабырғаны қияды. Ал, $\angle 1 = \angle 3$ болғандықтан A_2C_2, AC түзулер қиылыспайды. Сондықтан AA_2C_2C төртбұрышты дөңес болады. $\angle 1 = \angle 3$; $\angle 4 = \angle 6$ болғандықтан $\delta_{AA_2}C_2C = 4d$ $\left(\angle 1 + \alpha_1 = 2d;\ \angle 4 + \alpha_2 = 2d \Rightarrow \angle 3 + \alpha_1 + + \angle 6 = \angle 4d\right)$. Мұндай болу Лобачевский жазықтығында мүмкін емес. Сондықтан $AB \neq A_1B_1$ деген дұрыс емес, яғни $AB = A_1B_1$ болады. Сөйтіп үшбұрыштың теңдігінен екінші белгісі бойынша $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$.

5^0 Лобачевский геометриясында Саккеридің сүйір бұрыш гипотезасы орындалады.

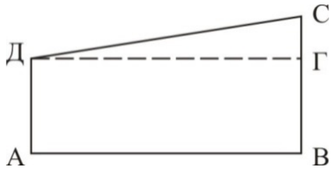
Табаны AB-ға бүйір қабырғалары АД мен ВС перпендикуляр болатын және өзара АД=ВС тең болатын АВСД бұрышты Саккери төртбұрышы дейді. Бұл төртбұрыш үшін (4а-сурет) 1-ден, $\angle ABC = \angle BCД$ 2-ден, $\angle ABC, BCД$ сүйір болды. 3-ден, $AД < BC$ болса, онда $\angle ДAC < \angle CДA$ болады.



4а-сурет

Дәлелі. а) АВ-ның О ортасы болсын, $OO_1 \perp AB$ жүргізейік. Онда $\Delta AOO_1 = \Delta BOO_1$ бұдан $AO_1 = BO_1$ болады және $\angle OAO_1 = \angle OBO$ болады. Сондықтан $\angle ДAO_1 = \angle O_1BC$. Сонымен $ДA = CB, AO_1 = BO_1$ $\angle ДAO_1 = \angle CBO_1$ болғандықтан $\Delta AДO_1 = \Delta BCO_1$ бұдан $\angle AДO_1 = \angle BCO_1$.

б) 3^0 бойынша АВСД-ның 4 бұрышының қосындысы 4d дан кем болу керек, ал $\angle A = \angle B = d$. $\angle Д = \angle C$. $\angle A + \angle B + \angle C + \angle Д \angle 4d$ $d + d + 2\angle C \angle 4d$, $\angle C \angle d$ $\angle Д = \angle C$ болғандықтан $Д < d$.



4б-сурет

в) егер $BC > AД$ болса (4 б-сурет), $BT = AД$ салсақ $\angle ДTB$ $\Delta ДTC$ үшін сыртқы бұрыш. Сондықтан $< ДTB >< ACT$ ал, $< AДC > < AДT >=$ $=< ДCT \Rightarrow \angle AДC > \angle ДCT$. Мұнын дұрсы: егер $\angle C < \angle Д$ болса $AД < BC$ болады.

Әдебиеттер

1. Лаптев Б.А. Лобачевский и его геометрия. М.: Просвещение. 1976 г.
2. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия: Учебн.для вузов.-7-е изд., стер. М: ФИЗМАТЛИТ, 2004 г.

ДИСКРЕТТІК МАТЕМАТИКАДА ФОРМУЛАЛАРДЫ ТИІМДІ АУЫСТЫРУ ТӘСІЛДЕРІ

Найзабекова Г.С.

Ғылыми жетекші: Байжуманов А.А., ф.-м.ғ.к.

Аннотация

Рассматривается важные проблемы минимизации некоторых логических формул полученных от функции обшей импликации, эквивалентности и конъюнкции в виде полиномов Жегалкина и оценки их сложности.

Логикалық алгебраның жаңа ғылыми облыстарындағы қосымша болып келетін және соңғы кездері өте оптимал жолдармен логикалық формулалар құрылымының минимал шешімдеріне алып келетін объекттер жиынымен және құбылыстарды танып – білу проблемалары [1], медициналық немесе техникалық диагностикалары [2], қазіргі кездегі автоматтардың құрылуы [3], тестік мәселелерді тексеру, дискреттік құрылымдардағы қателіктерді табу және жөндеу , функционал элементтердің синтез мәселелері және т.б. салалар болып табылады.

Логикалық формулаларда кез келген функциялар қатысқан базистен $D_2 = \{0,1, x_1 \& x_2, x_1 \oplus x_2\}$ базистерге ауыстыруда үлкен қиындықтар туады.

Себебі әр бір формуланы ауыстырғанда олардың негізгі сипатын D_2 базисте бейнелеу үшін көптеген амалдар орындалады.

Сондықтан, ауыстырудың жалпы формулаларын қолдану өте тиімді нәтижелер береді. Кезектегі қарастырылатын теориялық жұмыстар осы мақсаттарға қаратылған.

Кезектегідей белгілеулер енгіземіз:

$\{A_i\}_{\sim}^{m}$ - m реттік тізбекті эквиваленция амалы ;

$\{A_i\}_{\vee}^{m}$ - m реттік дизъюнкция амалы

$\{A_i\}_{\oplus}^{m}$ - m реттік mod 2 бойынша қосу амалы ;

$\{A_i\}_{\to}^{m}$ - m реттік импликация амалы ;

$\{A_i\}_{\&}^{m}$ - m реттік конъюнкция амалы ;

$\{A_i\}_{//}^{m}$ - m реттік реттік Шеффер функциясы.

Айталық

$$\{A_i\}_{o}^{m} = A_1 \circ A_2 \circ \dots \circ A_m$$

болсын, мұнда “о” белгісі жоғарыда көрсетілген функциялардың кез келгенін белгілейді.

$$\{A_i\}_{o1}^{m} \equiv \{A_j^*\}_{o2}^{m1}$$

көріністегі теңдік o_1 логикалық амалдан o_2 логикалық тізбекке ауыстыруды сипаттайды, мұнда

$i=1,2,\dots,m$; $j=1,2,\dots,m^1$; $m^1 = K_{o2}^{o1}(m)$ -теңдіктің оң жағындағы тізбекке қатысатын қарапайым конъюнкциялар (қ.к) саны;

$L_{o2}^{o1}(m)$ – $\{A_j^*\}_{o2}^{m1}$ формуладағы барлық A_i өрнектегі қатысатын айнымалылар саны; A_i , A_j^* - қ.к.лар, o_1 және o_2 логикалық амалдар белгілері.

<u>Анықтама.</u> $\{x_{i1}^{\sigma 1} \cdot x_{i2}^{\sigma 2} \cdot \dots \cdot x_{ie}^{\sigma \ell}\}$ реттегі э.к.лар жиыныны <u>іспеттес</u> деп айтамыз, егер $\sigma_{it} = 1$, $\sigma_{jk} = 0$, $t = 1,2,\dots,q$; $k = q+1, q+2,\dots,\ell$ болса, мұнда x_{ijk} терістемелі айнымалылар деп айтылады, ал ℓ санын осы қ.к.ның рангі деп айтуға келісеміз.

<u>Теорема 1.</u> D_2 жүйесінде тізбекті импликация амалы Жегалкин полиномында кезектегідей жалғыз тәсілмен ауыстырылады:

$$_{i=1}\Rightarrow^{m} A_i \equiv {}_{i=1}\Sigma^{s1}\ {}_{j=2i}\Sigma^{s2}\ {}_{k=j+1}\Sigma^{s3} \dots {}_{\ell=n+1}\Sigma^{sm} A_{2i-1} A_j A_k \dots A_\ell \oplus$$
$$\oplus\ {}_{i=1}\Sigma^{z1}\ {}_{j=2i}\Sigma^{z2}\ {}_{k=j+1}\Sigma^{z3} \dots {}_{\ell=n+1}\Sigma^{zm} A_{2i-1} A_j A_k \dots A_\ell \oplus C,$$

мұнда $S_1=m/2-(t/2-1)$, $S_2=m-t+2$, $S_3=m-t+3$, ..., $S_m=m$;

$Z_1=m/2-(p-1)/2$, $Z_2=m-p+2$, $Z_3=m-p+3,\dots$, $Z_m=m$,

$$t = \begin{cases} 2, 4, \dots, m, & \text{егер } m \text{ жұп болса,} \\ 1, 3, \dots, m, & \text{кері жағдайда.} \end{cases}$$

$$P = \begin{cases} 1,3,\dots, m-1, & \text{егер } m \text{ жұп болса,} \\ 2,4,\dots, m-1, & \text{кері жағдайда.} \end{cases}$$

$$C = \begin{cases} 1, \text{ егер } m \text{ жұп болса,} \\ 0, \text{ кері жағдайда} \end{cases}$$

және күрделік баға мынадай есептеледі:

$$K_{\Sigma}^{\rightarrow}(m) = \begin{cases} 1+2/3\ (2^m-1), \text{ егер } m \text{ жұп болса,} \\ 1/3\ (2^{m+1}-1) \quad \text{кері жағдайда.} \end{cases}$$

мұнда p,t элементар конъюнкциядағы аргументтер саны.

Дәлелі. Теоремадағы негізгі формуланың дәлелі [1] дегі теоремалардың дәлеліне ұқсас болғандықтан оны қарастырып отырмаймыз. Ал оның орнына кез келген m үшін полиномда қатысатын элементар конъюнкциялардың санын есептеу формуласын дәлелдейміз.

Мұнда $T_i(i=1,2,...,m)$ арқылы айнымалылар саны 1 ден m ге дейін өскендегі полиномның элементар конъюнкциялар санын белгілейміз. Қашан m = 2 және m = 3 болғанда

$$A_1 \rightarrow A_2 = A_2\ A_2 \oplus A_1 \oplus 1,$$

$$A_1 \rightarrow A_2 \rightarrow A_3 = A_1A_2A_3 \oplus A_1A_2 \oplus A_1A_3 \oplus A_1 \oplus A_3$$

формулаларға ие боламыз және $T_2 = 3$, $T_3 = 5$ екендігі белгілі.

Егер полиномды біртіндеп тізбекті құрастыратын болсақ, онда әр бір кезектегі полиномда қатысатын элементар конъюнкциялар саны алдынғысының екі еселенгендігінен не біреу көп, не біреу кем болатындығын байқаймыз. Мұнда, егер m - жұп болса бұл сан біреуге көп, ал кері жағдайда біреуге кем болады екен. Осы заңдылыққа сәйкес m нің өсуіне байланысты полиномдағы элементар конъюнкциялар санын айқындайтын сандар тізбегін құрастыруымыз мүмкін:

$$T_i = \begin{cases} 2\ T_{i-1} + 1, \text{ егер } i \text{ жұп болса,} \\ 2\ T_{i-1} - 1, \text{ кері жағдайда,} \end{cases}$$

мұнда $i = 2,3,\ldots,m$. .

Енді бұл сандар тізбегін жұп және тақ айнымалылар үшін екі топқа бөлеміз:

T_{2k} : {3,11,43,171,…} , k = 1,2,…,m/2;

T_{2k-1} : {1,5,21,85,341,…} , k = 1,2,…,(m+1)/2

Осы жерден

$$T_{2k} = T_{2(k-1)} + 2^{2k-1}$$

және

$$T_{2k-1} = T_{2(k-1)-1} + 2^{2k-2}$$

немесе

$$T_{2k} = 1+ 2^1 + 2^3 + 2^5 +\ldots+ 2^{2k-1} =$$
$$= 1+ 2\ (1 + 2^1 + 2^4 +\ldots+ 2^{2k-2}) =$$
$$= 1+ 2\ (1 + 4^1 + 4^2 +\ldots+ 4^{(k-1)},$$
$$T_{2k-1} = 2^o + 2^2 + 2^4 +\ldots+ 2^{2k-2} = 1+ 4^1 + 4^2 +\ldots+ 4^{k-1}$$

екендігі келіп шығады.

Бұл шекті тізбектерді геометриялық прогрессия мүшелері қосындысы арқылы есептесек

$$T_{2k} = 1 + 2(4^k-1)/(4-1) = 1+ 2/3\ (4^k-1),$$
$$T_{2k-1} = (4^k-1)/3 = 1/3\ (4^k-1)$$

немесе егер 2k = m жұп болғанда және 2k-1= m, 2k=m+1 тақ болғанда, сонымен бірге $4^k = 2^{2k}$ екендігін есепке алсақ кезектегі заңдылыққа ие боламыз:

$$T_m = \begin{cases} 1 + 2/3\ (2^m-1), \text{ егер } m \text{ жұп болса,} \\ 1/3\ (2^{m+1}-1) \text{ кері жағдайда.} \end{cases}$$

Теорема дәлелденді.

Теорема 2.

$$\{A_i\}_{\sim}{}^m \equiv \{A_j{*}\}_{\Sigma}{}^{m1}$$

ауыстыру аналитикалық формада жалғыз түрде кезектегідей жіктеледі:

$$_{i=1}{\approx}^m A_i = \begin{cases} \neg\,(\,_{i=1}\boldsymbol{\Sigma}^{\mathbf{m}} A_i), \text{ егер m жұп болса,} \\ _{i=1}\boldsymbol{\Sigma}^{\mathbf{m}} A_i, \quad \text{кері жағдайда} \end{cases}$$

және

$$K_{\Sigma}{}^{\sim}(m) = \begin{cases} m\text{-}1 \text{ ,егер} \quad \text{жұп болса,} \\ m\text{ , кері жағдайда.} \end{cases}$$

$$L_{\Sigma}{}^{\sim}(m) = \begin{cases} m + 1, \text{ егер} \quad \text{жұп болса,} \\ m\text{ , кері жағдайда.} \end{cases}$$

Ауыстырудағы формулалар және оларға сәйкес күрделік бағаларды табу тривиал болғандықтан теореманың дәлелін келтірмейміз.

Сонымен бірге бұл ауыстыру үшін кері мәселеде симметриялы түрде орындалады, яғни

$$_{i=1}\boldsymbol{\Sigma}^m A_i = \begin{cases} \neg\,(\,_{i=1}{\approx}^m A_i), \text{ егер m жұп болса,} \\ _{i=1}{\approx}^m A_i, \quad \text{кері жағдайда} \end{cases}$$

Теорема 3.

$$\{A_i\}_{\&}{}^m \equiv \{A_j{*}\}_{\Sigma}{}^{m1}$$

аналитикалық ауыстыру Жегалкин полиномында жалғыз түрде кезектегідей бейнеленеді:

$$_{i=1}\boldsymbol{\&}^{\mathbf{m}} (\neg A_i) = \,_{i=1}\&^m A_i \oplus \,_{i=1}\Sigma^2 \,_{j=i+1}\Sigma^3 \dots \,_{k=\ell+1}\Sigma^m A_iA_j\dots A_k \oplus\dots$$

$$\dots\oplus \,_{i=1}\Sigma^{m-1} \,_{j=i+1}\Sigma^m A_iA_j \oplus \,_{i=1}\Sigma^m A_i \oplus 1.$$

Теореманың дәлелі индукция әдісі арқылы өте оңай табылады. Сондықтан оны қарастыруды ізденушінің өзіне қалдырамыз.

Әдебиеттер:

1. А.Л.Горелик, В.А.Скрипкин. Методы распознования. Москва «Высшая школа» 1987.
2. Журавлев Ю.И, Платоненко И.М, «Об экономном умножении булевых уравнений».- ЖВМ и МФ, том-24, 1984 г.
3. А.А.Байжуманов., Ибрагимов О.М. Дискретті математика және математикалық логика. ЭСПИ,Алматы ,2020 ж.

БОЛАШАҚ МАТЕМАТИК ПЕДАГОГТАРЫНЫҢ КРЕАТИВТІ ІС-ӘРЕКЕТТЕРІН ҚАЛЫПТАСТЫРУ

Әлиева Д.М.
Асанова А.Т. – Ф-м.ғ.д.,профессор
Шымкент университеті

Аннотация

По мере того как потребности человека в обществе растут, необходимо добиваться любых изменений посредством творчества, чтобы подготовить людей к жизни, в которой происходят быстрые изменения, из-за быстрого развития общества, которое решает проблемы нетрадиционным и качественным способом. Чем настойчивее потребность общества в творческой инициативе личности, тем более теоретически необходимо глубже рассмотреть стимулы и условия творческих проблем, их источник.

Қазіргі білім беру стратегиясы барлық білім алушыларға өз таланттарын және шығармашылық талаптарын, жеке жоспарларын іске асыруларына мүмкіндік жасауда. Бұл позициялар Отандық мектептердің гуманистік даму тенденциясына сәйкес келеді. Білім алушылардың жеке мүмкіндіктерімен педагогтар хабардар болып, оларды үздіксіз дамытып «арттырулары» қажет. Ұжымдық немесе жеке оқу түрі болсын бүгінгі таңда бастауыш сынып оқушыларының шығармашылық әрекеттерімен байланысты ойлау қабілеттерін дамыту өзекті мәселе [1,б. 44].

Негізгі құндылықтарды білмей, балалар жалған, күмәнді құндылықтарды тез қабылдайды. Білім берудің негізгі мақсаты өсіп келе жатқан ұрпақты болашаққа дайындау болып табылады. Шығармашылық – бұл осы мақсатты тиімді іске асырушы жол.

Шығармашылық – дамудың көрсеткіші креативтілік болып табылады. Психологиялық зерттеулерде креативтілік ұғымы индивидтің жеке және ақыл-ой ерекшеліктерін, мәселелерді дербес шеше алуға қабілеті бір тума ойлардың туындауы және оларды шеше білу кешенімен түсіндіріледі.

Креативтілікті индивидтің жеке және тұлғалық ерекшеліктерімен көптеген тұлғаларға тән үрдіс және кешен деп қарастыру қажет.

Қазіргі ғылыми зерттеулер тұлғада шығармашылық дамыту бұл жалпы дамуға қайталанбас ықпал беретінін дәлелдейді: эмоциялық сферасы қалыптасады, ойлауы жетіледі, әсемдікке, өнерде және өмірде бала сезімтал бола бастайды. Сабақтағы шығармашылық тапсырмалар тұлғаның жалпы шығармашылығының дамуына, бұл өз кезеңінде қайырымдылықты, қиялды, образдық – ассосиациялық ойлауды, есті белсендіріп, байқампаздықты, интуицияны тәрбиелеп, баланың ішкі әлемін қалыптасуына себепші болады.

Интеллектуалдық белсенділіктің креативтілік деңгейіндегі адамдар құбылыстардың себептерін түсінуге тырысады, ал бұл өз кезегінде зерттеудің жаңа мақсаттарына айналады, талдау үрдісін тереңдетеді.

Болашақ мамандардың интеллектуалдық капиталы осы көрсетілген барлық талаптардан тұратындықтан, педагогика және психологиядан алынатын білім де оны биік деңгейде, яғни ғылыми жаңалықтар ашу, жоғары технологияларды күнделікті қолдану сияқты талаптарға сай болуы керек. Педагогика мен психологияға деген қызығушылықты, ол арқылы адамның креативтік қабілетін ашу, оның шығармашылық ойлауын қалыптастыру, әлемді өзінше тани білуге жетелеу арқылы дамытуға болады.

Қазақстан Республикасының үздіксіз білім беру жүйесі саясатының басты мақсаттарының бірі жан - жақты, жоғары білімді, шығармашылық қабілетті жеке тұлғаны қалыптастыру. Жақсы мұғалім - бұл қай кезде де ең алдымен кәсіби деңгейі жоғары, интеллектуалдық, шығармашылық әлеуеті мол тұлға. Ол оқытудың жаңа технологияларын өмірге ендіруге дайын, оқу-тәрбие ісіне шынайы жанашырлық танытатын қоғамнын ең озық бөлігінін бірі деп ссептеледі. Жоғары оқу орнында білікті мұғалімді даярлау үшін оқытушының да, оқушның да қажымас еңбегі қажет. Педагогикалык практика мұғалімді кәсіби даярлау жүйесінде басты элемент болып табылады. Қазақстан Республикасында білім беруді дамытудың 2011-2020 жылдарға арналған Мемлекеттік бағдарламасының педагог кадрларды даярлау, қайта даярлау және олардың біліктілігін арттыру саласында «педагог кадрларды даярлау бағдарламаларына оқытудың бүкіл жылдар бойы үздіксіз педагогикалық және психалогиялық-педагогикалық практиканы енгізу» қажеттігі көрсетілген [2, б 36].

Оқушылардың креативтілік белсенділігін қалыптастыруда оқу материалдарының маңыздылығы дәрежесіне қарай оның құндылығын анықтап, сабақ беру мен оқу үрдісін ұйымдастыра білудің маңызы зор.

Зерттеуші ғалымдар оқудағы креативтілік белсенділікті қалыптастыру мәселелерін тәжірибеде шешудің түрлі жолдарын бөліп көрсеткен. Олар мына төмендегілер:

- оқу үрдісіне қатысушылардың екі жақты сипаты әсері негізінде оқытушы мен оқушының бірлескен іс-әрекеті арқылы (Т.Сабыров, Н.Хмель, Е.Галант, Б.А.Оспанова);

- креативтілік іс-әрекеттің дербестігін қалыптастыратын өзіндік жұмысты ұйымдастыру мен оқу міндеттерін іріктеп шешу арқылы (Н.Меньчинская, П.Пидкасистый, Т.Шамова, А.Әбілқасымова, Р.Омарова, А.Мустояпова);

- оқытудағы әдістемелік білімдер элементтерін енгізу арқылы (И.Лернер, Б.Коротяев);

- іс-әрекеттің бағдарланушылық негізін құрайтын жалпылама білімдерді енгізу арқылы

(П.Гальперин, Н.Талызина, Ш.Т.Таубаева) [3,б. 15-16].

Оқыту үрдісінде оқушының креативтілік белсенділігін қалыптастыру үшін білімдер мен әрекет тәсілдерін алуды қажеттендіруді қалыптастыратын шарттарды, өзін-өзі бейімдеу шарттарын, мәселелерді шешудің түрлі нысандарын ұйымдастыру дағдыларын дамытудың шарттарын қамтамасыз етілуі тиіс.

Оқушылардың креативтілік белсенділігінің даму деңгейлеріне тоқталатын болсақ, оның ең жоғары деңгейі креативтілік міндеттерді өз бетінше қоюмен, тапсырмалардың шешімін табуда неғұрлым тиімді жолдарын болжаумен және өз бетінше айқындаумен, өздігінен бағалаумен сипатталады. Ал, орташа деңгей жоғары деңгейдің кейбір элементтерінің оқытушының көмегімен орындалатынымен сипатталады. Төменгі деңгейде оқушыға белгілі бір әрекеттің үлгісі болғанда, оларды орындау тәсілдері туралы көмек болғанда ғана креативтілік әрекетін ынталандыруға, белгілі тәсілдерге бағдарлануда көрініс табады [4,б. 23].

Креативтілік ізденімпаздық пен белсенділік жеке тұлғаның алуан қырлы болмыс-бітімі болып табылады. Ол – сезімталдық, креативтілік және еріктік үрдіс нәтижесі, креативтілік уәж бен өз бетінше әрекет тәсілдерінің жиынтығы, танымға деген тұрақты құлшыныс болып табылатын креативтілік әрекетке бейімделу.

Оқушылардың креативтілік белсенділігін арттырудың негізгі факторларына олардың өз мүмкіндігін сезінуі, оқушылардың өз таңдауымен жұмыс істеуі, оларға оқытушы тарапынан қойылатын талап пен қабілеттерінің сәйкес болуы, т.б. жатады.

Оқушылардың креативтілік іс-әрекетін белсендіруді қалыптастырудағы тиімді әдістерге жеке-жеке тоқталайық.

Проблемалық - дамыта отырып оқыту әдістер жүйесі. Бұл әдістер жүйесі мынадай негіздер бойынша топталды: проблема деңгейіне байланысты; мұғалім әрекеті түріне байланысты (оқытушының баяндау әдісі: монологты, көрсету, диалогты; оқушылардың өзіндік жұмысын ұйымдастыру әдісі, эвристикалық, зерттеу).

Монологты оқыту әдістері. Белгілері: оқытушының оқу материялын ауызша баяндауы, фактілерді қызғылықты суреттей отырып түсіндіруі, т.б., проблемалық жағдайлардың пікірталас түрінде пайда болуы. Оқушылардың орындаушылық іс-әрекеті басым: белсенді ойлау, бақылау, тыңдау және есте сақтау, іс- әрекеттің үлгі бойынша орындалуы; білімін, сапасын бағалау.

Көрсету әдісі. Белгілері: оқу-креативтілік немесе ғылыми проблеманың шешілу логикасы көрсетіледі; дәлелдеме, пікірлер үлгілері беріліп, шындыққа жету жолы көрсетіледі.

Диалогты әдіс. Негізгі белгілері: оқу материалын әңгіме формасында беру.

Эвристикалық әдіс. Негізгі белгілері: материалды оқыту эвристикалық әңгіме ретінде ұйымдастырылады; креативтілік сұрақтар қойылады; креативтілік тапсырмалар шешіледі; оқу проблемалары қойылып, оны оқушы мұғалім көмегімен шешеді.

Зерттеу әдісі. Негізгі белгілері: оқытушы проблемалық сипаттағы тапсырмаларды береді, жұмыстың мақсатын оқушымен бірлесе отырып құрайды, оқушылардың өзіндік жұмыстарын ұйымдастырады. Теориялық және практикалық сипаттағы проблемалық жағдайлар оқушылардың тапсырларды орындауы барысында туындайды.

Алгоритмдік әдіс. Негізгі белгілері: оқушының ауызша жауап беруі; әрекет үлгісін көрсету және оның орындалу алгоритмін көрсету (ережелер біртұтастығы); оқушылардың өздері жасағанда мүмкін болатын жағдайлар.

Интерактивті әдіс. Оқу процесінде оқу ақпаратын меңгеру және қабылдау өзара креативтілік қарым-қатынас арқылы жүзеге асады. Интерактивті оқыту әдістері тұлғааралық қарым – қатынасқа негізделе отырып, «жеке тұлғаны дамытуға бағытталатын» қазіргі білім беру парадигмасын қанағаттандырады. Сонымен бірге, сапалы білім алудың алғышарттары болып табылатын таным белсенділігі мен ізденіс дербестігін қалыптастырып қана қоймай, ары қарай дамытады. Қазіргі кезеңдегі оқушылардың белсенділігін қалыптастырудың шарттарының бірі – оқытушы мен оқушылардың өзара қарым-қатынасындағы ынтымақтастық болып табылады. Білім берудің ұлттық моделіне көшуде ойшыл, зерттеуші, өз ісінде жаттандылықтан аулақ, тәжірибелік қызметте педагогикалық үйлестіруді шебер меңгерген псхолог – педагогтік диагностика қоя білетін іскер оқытушы қажет. Оқытушының бағыттаушы рөлінің арқасында оқушылардың білімді игеруге бағытталған, әрі қарай өз бетімен білім алуды қажетсінуі, ізденуі креативті түрде ойлауы қалыптасады. Оқу-креативтілік және ғылыми ізденістер жүйесі оқушылардың көзқарасын кеңейтуде интеллектін көтеруде, болашақ маманның әлеуметтік-психологиялық мінезіндегі жеке қасиеттерінің дамуына елеулі әсер етеді [5,б. 15-16].

Демек, оқушылардың креативтілік белсенділігі – олардың жеке дамуын қамтамасыз етеді, өзіндік шығармашылық ой-өрісін кеңейте білуімен сипатталатын жеке тұлғаға тән қасиет.

Қазіргі кезеңде мұғалімдер шығармашыл балалармен жұмыс жасау кезінде кездесетін проблема - балалар жасөспірім жасқа жеткенде шығармашылық қабілеттерін жоғалтады немесе оны жасыра бастайды. Оларды құрдастарымен қарым-қатынас, өздерінің көшбасшылық қасиеттері көбірек қызықтырады. Көбінесе оларға жалқаулық, шоғырлана алмау, нақты ғылымдарды ұнатпау кедергі болады, оларды ұзақ мерзімді жобаны жасауға итермелеу қиын.

Креативтілікті дамытудың шарттарын, әдістерін анықтау, математиканы оқыту процесінде креативтілікті дамытуда қолдануға болатын стандартты емес есептерді шығару кезінде оқушының іс-әрекетінің алгоритмін құруға мүмкіндік берді.

Автордың математиканың оқытушысы ретіндегі көп жылдық тәжірибесі математикадағы стандартты емес есептерді шешуде ақыл-ой әрекетінің әдістерін жүйелеуге мүмкіндік берді.

Креативті баланы алған білімдерін шығармашылықпен өңдеуге бағыттау, өз бетінше ойлау қабілетін дамыту, құру, ойлап табу, өз мүмкіндіктерін жақсы жағынан ұсына білу маңызды.

Креативті ойлаудың теориялық негіздерін зерттеу көрсеткендей:

Тар мағынадағы креативті дивергентті ойлау, ал кең мағынада шығармашылық интеллектуалды қабілеттер деп түсіндіріледі. Сонымен бірге, «шығармашылық» ұғымы «шығармашылық әлеует» ұғымына қарағанда кеңірек, өйткені шығармашылық феномені әлеуетті және нақты түрге ие.

Шығармашылық дегеніміз - стандартты емес ойлау мен өзін-өзі ұстау қабілеті, өзіне, өзінің жұмысына қатынасы, сондай-ақ өзінің тәжірибесін түсіну және дамыту.

3. Шығармашылық ойлау қабілеті бар балаларды оқытудың ерекшеліктері: мәжбүрлеудің жоқтығы және ұзақ мерзімді артықшылықтарды ескере отырып, тәуелсіздік пен көрегендіктің көрінуі, жетістіктерді тану үшін жағдайлар жасау, метатану дағдыларын дамыту, әмбебаптылық, ынтымақтастық педагогикасын қолдану, стратегиялар мен оқыту әдістерін қолдану шығармашылықты дамытатын.

4. Шығармашылық ойлаудың жасырын потенциалының көрінуіне ықпал ететін негізгі жағдайлар анықталды: шығармашылық білім беру ортасын құру, мұғалім

тарапынан эмпатия көрінісі, балаға белсенділік еркіндігі, инновациялық технологияларды балаларды шығармашылық ойлауға үйретуде қолдану;

Шығармашылық қабілеті бар балаларды оқыту оңай процесс емес, олар әрдайым жоғары интеллект деңгейіне, жақсы оқу қабілетіне ие бола бермейді, олар ашуланшақтық, мінез, сыныптағы тәртіпті ерекшелендіре алады. Оларға эмпатия, педагогикалық такт және өзара ынтымақтастық көрінісімен жас және нақты ерекшеліктерді ескере отырып, жеке, сараланған тәсіл қажет.

Білім берудегі инновация - бұл адамның және қоғамның үнемі өзгеріп отыратын қажеттіліктеріне сәйкес оны дамытудың табиғи және қажетті шарты. Бір жағынан, дәстүрлі құндылықтарды сақтауға үлес қосу, екінші жағынан, инновациялар ескірген және ескірген барлық нәрселерден бас тартуды жүзеге асырады, әлеуметтік қайта құрулардың негізін құрайды. Ақпараттың маңызды мәртебесі, ақпараттық кеңістіктің жоғары динамикасы мен қанықтылығы және білім беру ұйымының түлегі шығу кезінде қандай білім, білік және дағдылар алуы арасындағы қайшылықты өзектендіру кезінде білім міндетті түрде жаңашылдыққа ұшырады. Білім беру түлекке және қазіргі қоғамда өмір сүру үшін «құралдар» беруге мәжбүр.

Сонымен болашақ математика мамандарының креативті ісәрекеттерін жетілдірудің мақсаты, олардың әр түрлі пәндерді игеру барысында алған білімдері, біліктіліктері және дағдыларын зерттеу нысандарында қолдана алу арқылы білімдерін жоғарылату және жетілдіру, ғылымға деген қызығушылығын арттыру, ой-өрісін дамыту, жобалау-зерттеу қабілетін қалыптастыру, өз бетінше білімін толықтыруға пайдалану, алған мағлұматтарды талдау, дұрыс қорытынды жасау және үйрету болып табылады.

Ақиқат дүниені танып білудегі математикалық талдау пәнінің ролі орасан зор. Ақиқат дүниені танып білу туралы ілімді танып-білу теориясы немесе бейнелеу теориясы деп атайды. Өзімізді қоршап тұрған дүниедегі құбылыстарды зерттеп, олардың қандай заңдылықтарға бағынатынын біліп және кейбіреулерін адамзаттың игілігіне пайдалану үшін түрлендіріп әрекеттенуді практика дейміз. Осы әрекеттерді жүзеге асыру үшін түрлі әдістер керек. Ақиқат дүниені танып білудегі белгілі негізгі әдістер: эмпирикалық немесе сезімдік, тәжірибелік-эксперименттік, логикалық, математикалықстатистикалық т.с.с. әдістер.

Сабақтың өнімділігі де сабақтың сапасына байланысты. Әр сабақтың және жыл бойғы жұмыстың түпкі мақсаты бағдарламалық материалды жақсы игеру болуы керек. Сабақтан сабаққа біз сабақтың тиімді өтуі үшін барымызды саламыз, көптеген әдістер бар. Алайда, математика сабақтарының қысқаруы және оқулықтардағы материалдың үнемі күрделеніп отыруы бір жағынан пән ретінде математикаға деген қызығушылықтың төмендеуіне әкеледі, ал екінші жағынан математика жалпы білім берудің негізі болып табылады. Ақыр соңында, қоғамның өзекті мәселелерінің бірі - өзгермелі әлеуметтік және экономикалық жағдайларда өмір сүруге ғана емес, бар шындыққа оны жақсы жаққа өзгерте отырып, белсенді әсер етуге дайын бәсекеге қабілетті жеке тұлғаны қалыптастыру. Осыған байланысты мұндай адамға қойылатын белгілі бір талаптар - шығармашылық, белсенділік, жауапкершілік, дамыған интеллектке ие болу.

Пайдаланылған әдебиеттер:

1. Қазақстан Республикасының Президенті Нұрсұлтан Назарбаевтың Қазақстан халқына жолдауы. – Астана: Елорда, 2006. - 44 б.

2. Қазақстан Республикасы «Білім туралы» Заңы – Астана, 2007. -36 б

3. Хайдарова С. Оқушының шығармашылығын дамыту. // Бастауыш мектеп. – 1997. - №4. – 15-16б.

4. Шевченко Л.Л. Педагогическое творчество. - М., 1996.- 23 б.

5. Козырева Л.А. Лекции по педагогике и психологии творчества. - Пенза, 1994.- 65 б.

ОҚУШЫЛАРДЫҢ МАТЕМАТИКАЛЫҚ ҚАБІЛЕТІН ДАМЫТУДЫҢ МҮМКІНДІКТЕРІ МЕН ЖОЛДАРЫ

Бекахметова Ж.Қ
Ғылыми жетекшісі ф.-м.ғ.д.,проф. Тлеубергенов М.И.
Шымкент университеті

Түйін

Мақалада оқушының математика сабағында зерттеушілік қабілетін шыңдау үшін маңызды кезеңдер қарастырылған.

Әрбір оқушыға табиғаттың өзі айналадағы өмірді танып білу, оны зерттеу қабілетін сыйлаған. Дұрыс жолға қойылған оқыту осы қабілетті қалыптастырып оны одан әрі дамытуға тиісті. Оны жүзеге асыру үшін оқушылардың білім алу іскерліктерін жетілдіруге баса назар аудару тиіс. Әдетте ізденістік және зерттеушілік мәселелерді шешуде бір ғана талаптанушылық аздық етеді. Зерттеушілік қызметтің тиімділігі оқушылардың осы іске құлшынысы мен оны орындай білу шамасына байланысты. Оқушылардың зерттеуге деген қызығушылығын ояту, оларды ғылыми – зерттеу әдістерімен қаруландыру аса пайдалы болады.

Оқушыларды зерттеушілік қабілетінің келесідей негізгі кезеңдерін білуге, оны жүзеге асыра алуға ұмтылдыру маңызды:

- зерттеушілік қабілетін мотивациялау;
- проблема қою;
- нақты материалды жинау;
- алынған материалды жүйелеу және талдау;
- болжам ұсыну;
- болжамды тексеру;
- болжамды дәлелдеу немесе теріске шығару [65].

Педгогикалық үрдісте оқушы мен мұғалімнің арасында өзара әрекеттесуі әр түрлі әдістер арқылы іске асырылады. Ғалымдар әдістерді анықтау мен классификациялаудың көптеген жолдарын ұсынды.

Қазіргі білім беру жүйелерінде «Оқушыларды жаңа мәліметтер іздеуге қалай үйретуге болады?», «Оларды мәселелерді көре алуға, болжам жасай алуға, сұрақтар қоя алуға, бақылауға, эксперименттеуге, ұғымдарға анықтама бере алуға қалай үйретуге болады?», − деген сұрақтарға жауап іздеу ең көкейкесті болып отыр.

Жаңа білім беру технологияларының көпшілігі оқушыларды өзіндік зерттеу тәжірибесін жобалау мен оны жүзеге асыру үрдісіне «енгізудің» әр түрлі жолдарын қарастырады. «Бірақ, іс жүзінде, оларға зерттеу ізденістерін қалай жүргізуді үйретпесе, оларда зерттеушілік қабілеттерді арнайы дамытпаса ізденіс жасау іскерлігі қалыптасатындай жағдай қайдан пайда болады?», − деген заңды сұрақ туындайды.

Қазіргі таңда зерттеушілік қызметке қабілеттілікті анықтау, оны дамыту мәселесі көптеген зерттеушілердің ғана емес, мұғалімдердің де алдында тұрған мәселе.

Қабілет мәселесін қарастыруда «талант», «дарын» терминдеріне мән бермей өтуге болмайды. Көптеген зерттеушілер мен психологтар «талантылық», - деп белгілі бір салада (өнер, музыка) жоғарғы жетістікке жеткізетін қабілетті айтады. Олар талантылықтың тұқым қуалау арқылы берілуі өмірде көп кездесетін жағдай болғанымен, ол ерекше фактор бола алмайтындығын дәлелдейді.

Ең алғаш «қабілет» мәселесін көтерген С.Л. Рубинштейн іс-әрекеттің қабілетті дамытудағы рөлін нақтылады. Осыдан бастап қабілеттердің әрекетте дамитындығы жайлы теория қалыптасып, бұл екі категория біртұтастықта қарастырылатын болды. Ол: «Қабілеттер – бір немесе бірнеше іс-әрекеттерді нәтижелі орындаудың шарты болып табылатын адамның жеке ерекшеліктері. Адамға кез келген іс-әрекетті нәтижелі орындауға мүмкіндік беретін қабілеттердің сапалық үйлесуін дарындылық, оның жоғарғы дәрежесі – талант», − деп атады [3].

Зерттеу - дарынды балаларды оқытудың негізі. Онсыз баланың потенциалды қабілетін ашу, дамыту мүмкін емес.

Дарынды оқушының ізденушілік қабілетін дамыту зерттеуге үйретудің түрлі формалары мен әдістері арқылы жүзеге асырылады. Солардың ішіндегі ең тиімдісі оқушылардың ғылыми қоғамын, ғылыми жобалар жарысын республикалық, халықаралық деңгейде ұйымдастыру. Мұндай қорытынды жасау жарыстардың даму динамикасына көпжылдық бақылау жүргізуге мүмкіндік береді [2].

Білім, білік, дағдыларды жеңіл, тез игеру қабілеттерге тәуелді болады және бұлардың игерілуі қабілеттердің дамуына ықпал жасайды. Бұдан қабілет пен еңбектің бір-бірін жетілдіріп, ықпал етіп отыруы олардың сапалық ерекшеліктері екенін көреміз.

Білім мен біліктің болмауы, жалқаулық – қабілеттердің дамуын тежейді. Қабілеттер оқушыға дайын түрінде берілмейді, бұлар – тәрбиелеу мен оқыту барысында әрдайым жүзеге асатын дамудың нәтижесі. Туа бітетін тек нышандар, яғни қабілеттер негізінде жататын анатомиялық-физиологиялық ерекшеліктер болуы мүмкін. Оқу, білім алу қабілетінің өзі оқушының нақты іс - әрекетінсіз пайда болуы мүмкін емес. Адамдардың барлық қабілеттері – адамзаттық қатынастардың жемісі. Қатынастар деңгейі әр оқушыда әр түрлі болғандықтан қабілеттердің деңгейі де әр түрлі болады.

Қабілет әрекеттің белгілі бір түрімен айналысуға мүмкіндік беретін бейімділікте байқалады.

Сонымен, зерттеу қабілеті деп кез келген зерттеушіге қажет келесідей іскерліктерді түсінеді: мәселелерді көре алу, болжам айта алу, бақылау, эксперимент жүргізе алу, ой қорытулар мен тұжырымдар жасай алу, ұғымдарға анықтама бере алу және т.с.с. деген тұжырым жасауға болады. Зерттеу қабілеттерінің теориялық моделін құрудың маңыздылығы зор. Онсыз зерттеу қабілеттерін диагностикалау мен дамыту туралы сөздердің мәні болмайды. Ғалымдардың еңбектерін зерделей отырып зерттеу қабілеттері келесідей үш құрамнан тұратыны анықталды: іздеу белсенділігі, дивергенттік ойлаудың деңгейі, конвергентті ойлаудың деңгейі. Демек, зерттеу қабілеттері осы құрамдардың өзара байланыстарының нәтижесі болып табылады.

Сонымен қатар, әрекет ету алгоритміне сәйкес, зерттеу проблемаларды айқындаудан басталатынын көруге болады. Гректің «problema» сөзінің аудармасы «мәселе», «тосқауыл», «қиындық» дегендерді білдіреді. Сол сияқты, белгісіздікті де білдіреді.

Проблема дегеніміз – субъектінің өзінде бар іздену құралдарымен (білім, білік, іздену тәжірибесі және т.б.) шешуге болатын проблемалық ахуал. Сондықтан, кез келген проблемада проблемалық ахуал болады. Бірақ, кез келген проблемалық ахуал (субъекті шешу құралын игермеген болса) проблема бола бермейді.

Проблемалық міндет дегеніміз проблемалық ахуалдағы іздену, зерттеу барысында шешілетін мәселе. «Міндеттің мазмұны», - деп белгілі мен ізделініп отырғанның арасындағы қайшылық нәтижесінде пайда болған проблеманы айтамыз». Ал, проблемалық міндетті шешуде оқушы міндетті проблема ретінде қабылдап, оны өздігінен шешетін болса, онда бұл оның ойлау қабілетін дамытудың ең басты шарты болып табылады, бұл біздің зерттеуіміз үшін қажетті, өйткені оқушылардың ізденіс әрекеттерінің пайда болуы шығармашылық іс-әрекеттің бір сатысы.

Жаңа тақырып өту барысында проблемалық ахуалды пайдалану және оларды шешу туралы ұсыныстарға байланысты проблемалық көбінесе оңай түсінілетінін атап өтеміз. Проблемалық оқыту үлгісінің негізіне талдау жасаған ғалым М.И. Махмутов [6]. Проблемалық оқыту дидактикалық жүйе сияқты мына принциптерге сүйенеді: оқытудың ғылымилығы мен жүйелігі; оқушылардың оқудағы белсенділігі мен ізденімпаздығы; білім берудің, тәрбиелеудің және дамудың бірлігі; теорияның практикамен баланысы; оқу мен еңбектің уәжі; қиындық пен түсініктілік; оқытудағы саралаушылық пен даралаушылық; кәсіпке бағыттаушылық.

Проблемалық оқытуды енгізу ең алдымен, оқытудың мазмұнын арнаулы түрде ұйымдастыруды талап етеді. «Проблемалық оқыту, әдетте, ұғымдарды теориялық қорытындылаудың әлде бір деңгейі бар жерде болады; ол неғұрлым жоғары болса, әдетте, мазмұнның (оқу материалдарының) проблемалық деңгейі соғұрлым жоғары болмақ».

Проблемалық оқыту принциптерін іске асыру сабақ пен практикалық сабақтарда проблемалық ахуалды жүйелі түрде жасауды, проблемаларды шешуді, оқушылардың ең басты нәрсені ажырата білуге, болжамдарды тұжырымдай білуге, оларды шеше білуге, өз бетінше ізденіп білім алуға үйретуді көздейді. Сабақты ұйымдастыру мына талаптарды қанағаттандыруға тиіс[4]:

1) алғашқы ұйымдастыру сәтінің болуы;
2) өткен сабақтың ең маңызды қағидаларының қайталануы;
3) сабақ жоспарының хабарлануы;
4) тақырыптағы жазулардың ұқыпты жазылуы, сөздің анық айтылуы;
5) баяндаудың әсерлігі; сабақ бойынша қорытындылардың болуы;
6) оқушылар мен тығыз байланыста болу;
7) техникалық құралдарды пайдалану;
8) саралаушылық, яғни сабақтың оқушылардың түрлі деңгейіне бағдарлау;
9) ой – пікірді аяғына дейін жеткізбеу, яғни өз бетінше ойланып толғануға, қосымша материалдарды іздестіруге ынталандыру.

Жалпы проблемалық оқыту сабақта проблемалық ахуал тудырып, проблеманы шешуді талап етеді.

Проблемалық оқытудың негізгі ерекшелігі келесідей: оқушының білетіні мен білмейтінінің арасында қайшылықтар пайда болады және проблемалық міндетті шешуге дайын тәсіл болмағандықтан, проблемалық ахуал туындайды, осыған орай, оқушының ізденушілік әрекеті мен ынтасы күшейе түседі. Мектепке арналған математика курсын оқып – үйрену кезінде проблемалық ахуал туғызатын бірнеше ұғымдарды, теоремаларды жағдайларды атап өтуге болады.

Проблемалық ахуалдар мынадай кездерде туындауы мүмкін[4]:

а) теориялық негіздеуді керек ететін практикалық есептерді шешу кезінде;
ә) есепті шешудің әдісін іздеу кезінде;
б) эксперимент жасау кезінде;
в) көрнекі құралдарды пайдалануда;
г) ғылыми таным әдістерін пайдалану кезінде (ұқсастық, жалпылау және т.б.);
ғ) тарихи шолу жасауда;
д) лабораториялық және өлшеу жұмыстарын жүргізуде;
е) қызықты сюжеттерді пайдалануда;
ж) берілген тақырып бойынша есептер құрастыру кезінде [73, Б. 108].

Проблемалық оқытудың мақсаты – ғылыми таным нәтижелерін, білімдер жүйесін ғана меңгеріп қоймай, сонымен бірге оқушының танымдық дербестігін қалыптастырып, оның шығармашылық қабілеттерін дамыту. Проблемалық оқыту үрдісін ұйымдастырудың негізіне оқушының оқу танымдық ізденіс әрекетінің ұстанымы, яғни олардың ғылыми жаңа нәрселерді немесе білімдерді практикада қолданудың тәсілдерін ойлап табу ұстанымы жатады.

Сонымен қатар, оқушыларға білімді даяр күйінде бәрін мұғалімнің өзі баяндап бермей, олардың алдына белгілі проблемалық міндет қойып, соны оқушы ізденетіндей, әрекетке барып өздері шештіретіндей етіп оқу қабілетін ұйымдастыру.

Проблемалық оқыту барысында мұғалімнің қызметі мынадан тұрады: неғұрлым күрделі ұғымдардың мазмұнын түсіндіре отырып, ұдайы проблемалық ахуалдар туғызады, оқушыларға фактілерді хабарлап, олардың оқу-танымдық қызметті фактілерді талдау негізінде оқушылар өзбеттерімен қорытындылар мен жинақтаулар жасайтындай, ұғымдарды, белгілі білімдерді жаңа ахуалдарда өздігінен қолданатындай, немесе шындық болмысты көркем бейнелейтіндей етіп ұйымдастырады.

Сабақ өту барысында әр түрлі проблемалық ахуалдар тууы мүмкін. Мәселен, мұғалім тақырыптың өзінен-ақ сұрақ-жауап алу арқылы оқушыларды қызықтыра түсе алады. Проблемалық ахуалды тақырып мазмұнын түсіндіріп тұрғанда да жасауға болады.

Библиографиялық тізімдер

1. Лернер. И.Я. Дидактические основы методов обучения. – М.:Педагогика, 2011.–186 с.
2. Икрамов Д.Ж. Теория и практика развития математической культуры школьников .- Ташкент.: Уқитувчи, 2013.- 280с.
3. Махмутов М.И. Современный урок.–М.: Педагогика, 2011.-192с.
4. Скаткин М.Н. Совершенствование процесса обучения / Проблемы суждения.-М.: Педагогика, 2012.-206с.
5. Щукина Г.И. Активизация познавательной деятельности учащихся в процессе обучения. – М.: Педагогика, 2010. – 164с.
6. Современные проблемы преподавания математики//Сб.статей.Составили: Антонов Н.А., Гусев В.А. - М.:Просвещение, 2012. – 304с.

САНДЫҚ ӘДІСТЕР ПӘНІНІҢ КЕЙБІР ЖУЫҚТАП ЕСЕПТЕУ ТӘСІЛДЕРІ

Болат А.

Ғылыми жетекшісі: ф.-м.ғ.д.,проф. Жуматов С.С.

Түйін

Мақалада сандық әдістер пәнінде көптеп қолданылатын жуықтап есептеу тәсілдеріне: түбірлерді айыру, теңдей екіге бөлу әдісі, хорда әдісіне тоқталып, мысалдар мен сызбалар келтірілген.

Мұнда f(x)=0 түріндегі теңдеулерді шешудің түрліше сандық әдістері қарастырылады, мұндағы f(x)-кез-келген функция. Кейбір жекелеген жағдайларда ғана көрсетілген теңдеудің «дәл» шешімін анықтауға болады, бірақ, бұл кезде алынатын формулалар әдетте өте көлемді болып келеді, сондықтан оларды қолдану едәуір қиындықтар туғызады. Егер алгебралық немесе трансцендентті теңдеулер айтарлықтай күрделі болса, онда олардың дәл шешімдерін табу өте қиынға соғады. Сонымен қатар, кейбір жағдайларда теңдеулердің тек жуық коэффициенттері белгілі болады, және сәйкесінше, теңдеудің дәл шешімдері туралы мәселенің маңызы жойылады.

Аталған жағдайларға байланысты қарастырылатын теңдеудің түбірлерін жуықтап табудың әдістері және олардың дәлдік дәрежесін бағалау әдістерінің маңыздылығы арта түседі. Төменде алгебралық және трансцендентті теңдеулерді шешуге арналған келесі сандық әдістер баяндалады: түбірлерді айыру, теңдей екіге бөлу әдісі, хорда әдісі[2].

Бір айнымалысы бар кез келген теңдеуді

$$f(x)=0 \qquad (1)$$

түрінде жазуға болады. Мұндағы $f(x)$ функциясы $[a,b]$ аралығында анықталған және үздіксіз.

Анықтама. $f(\xi)$=0 теңдігі орындалатын ξ саны осы теңдеудің түбірі немесе шешімі деп аталады.

Анықтама. Егер (1) теңдеудегі $f(x)$ функциясы алгебралық болса, яғни

$$f(x)=a_0x^n+a_1x^{n-1}+...+a_{n-1}x+a_n \qquad (2)$$

онда (1) теңдеуді алгебралық теңдеу деп атаймыз.

Мұндағы $a_0,a_1,...,a_n$ – кез келген нақты сандар; n – натурал сандар.

Алгебралық теңдеулерге мысалдар келтіреміз:

x^2-5x+6=0; $\sqrt{2x+6}+\sqrt{6x-4}$ =14;

$\frac{x-\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}}=\frac{x-1}{4}$.

Көрсетілген мысалдарда екінші және үшінші теңдеулерді қарапайым арифметикалық амалдармен теңдеуге келтіруге болады.

Егер (1) теңдеудегі $f(x)$ функциясы алгебралық болмаса, онда (1) теңдеуді трансцендент теңдеу дейміз. Көрсеткішті a^x, логарифмдік $\log_a x$, тригонометриялық (sinx, cosx, tgx т.с.с.) функциялар трансцендент функцияларға жатады. Трансцендент теңдеулерге мысалдар келтіреміз:

$x+5\,tgx = 0$; $2^x-2\cos x = 0$; $\lg(x+1) = tg(x)$;

(1) теңдеудің түбірі нақты комплекс сан болуы мүмкін. Біз жеке нақты түбірлерді анықтаймыз.

Теңдеуді жуықтап шешу екі кезеңнен тұрады[4]:

1. $f(x)$=0 теңдеудің нақты түбірлері бар ма, әлде жоқ па, соны анықтау керек. Егер бар болса нешеу екенін, әрқайсысында тек қана бір нақты түбір болатын интервалдарды анықтаймыз.

2. Әр интервалдағы нақты түбірлерді жуықтап шешу әдісімен берілген дәлдікпен есептеп табамыз.

Төменде жоғары алгебра курсындағы теңдеулердің кейбір қасиеттерін дәлелдеусіз келтіреміз[4]:

1. Кез келген алгебралық теңдеудің кемінде бір нақты немесе комплекс түбірі болады.

2. Кез келген n-дәрежелі алгебралық теңдеудің түбірлерінің саны n- нен артық болмайды.

3. Кез келген нақты коэфицентті алгебралық теңдеу тек қана жұп комплекс түбірге ие болуы мүмкін.

4. Кез келген тақ дәрежелі алгебралық теңдеу кемінде бір нақты түбірге ие болады.

Теңдеулер бірінші және екінші дәрежелі болса (сызықты және квадрат теңдеулер), онда дайын есептеу формулалары бар, олар бізге мектеп программасынан белгілі. Теңдеулер үшінші және төртінші дәрежелі болғанда да дайын формулалар көмегімен есептеуге болады (Кардано формулалары). Бірақ та бұл формулалар күрделі. Алгебралық теңдеулердің бес және одан көп болған кезде оларды аналитикалық жолмен шешу мүмкін емес (Абель формуласы). Мұндай теңдеулерді тек қана дербес жағдайларда шешуге болады. Сондықтан да сандық әдістерде түбірлерді жуықтап табудың бірнеше әдістері қолданылады. Бұл әдістермен кез келген алгабралық немесе трансцендент теңдеулер берілген дәлдікпен шешіледі.

Түбірлерді бөлектеу дегеніміз теңдеудің тек қана бір ғана түбірі жататын [a,b] интервалын табу. Бұл интервалда f(x) функциясы монотонды және екі ұшында қарама-қарсы таңбалы мәндер қабылдауға тиіс, яғни $f(a)f(b)<0$ және f(x), $f'(x)$ – таңбаларын өзгертпейді. Түбірлерді графикалық және аналитикалық әдістермен бөлектеуге болады [2].

Түбірлерді графикалық әдіспен бөлектеудің тәсілдерін келтірейік:

1 - тәсіл. Бұл тәсіл өте қарапайым, былай орындалады. Декарттың координата системасында y= f(x) функция графигін саламыз. Графиктің OX осімен қиылысқан нүктелер теңдеудің түбірлері болып табылады.

Мысал. $x^3 - 3x^2 + 1=0$ теңдеудің түбірлері 2.1- суретте бөлектелген.

$y=x^3-3x^2+1$

x	-1	0	1	2	3
y	-3	1	-1	-3	1

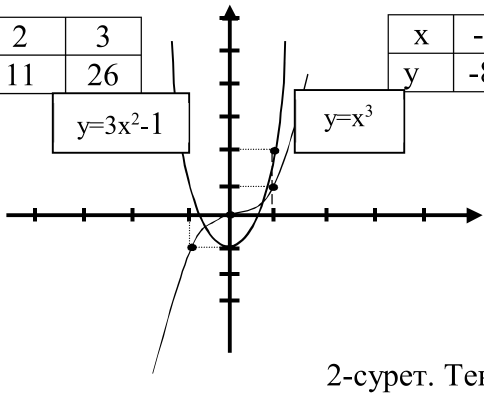
[-1;0], [0;1], [2;3]

1-сурет. Теңдеудің түбірін бөлектеу

2 - тәсіл. f(x)=0 теңдеуді $f_1(x)= f_2(x)$ түріне келтіреміз. Декарттың координата системасында y= $f_1(x)$ және y= $f_2(x)$ функцияларының графиктерін саламыз. Егер осы қисық сызықтар қиылысатын болса, онда қиылысу нүктелерінен ОХ осіне перпендикуляр жүргіземіз. Перпендикуляр сызықтың ОХ осімен қиылысу нүктесі теңдеудің түбірі болады. 2.2- суретте жоғарыдағы мысал осы тәсілмен шешіп көрсетілген.

x	-1	0	1	2	3
y	2	-1	2	11	26

x	-2	-1	0	1	2	3
y	-8	-1	0	1	8	27



2-сурет. Теңдеудің түбірін бөлектеу

Теңдеулердің түбірін жуықтап табудың ең қарапайым әдісі ретінде графикалық әдіс есептеледі. Бұл әдіспен теңдеулердің түбірлерін жоғары дәлдікпен табу үшін графиктерді мүмкіншілігі барынша анық және үлкен масштабпен сызу керек. Сонда да графикалық әдіспен түбірлерді жоғары дәлдікпен табу қиын. Өйткені сызбада теңдеудің түбірлерін тек қана шекараланған аралықта іздейміз, яғни қалағанымызша үлкен аралық ала алмаймыз және теңдеудің неше түбірі бар деген сұраққа жауап бере алмаймыз. Сондықтан да түбірлерді жоғары дәлдікпен табу үшін, басқа жуықтау әдістерін қолданамыз. Ал графикалық әдісті түбірлерді бөлектеуде пайдаланамыз.

Түбірлерді аналитикалық әдіспен бөлектеу: $f(x)$=0 теңдеудің түбірлерін аналитикалық әдіспен бөлектеу үшін математикалық анализдің кейбір теоремаларын дәлелдеусіз келтіреміз[5].

Теорема 1. Егер $f(x)$ функциясы $[a,b]$ аралығында үздіксіз және шеткі нүктелерінде қарама-қарсы таңбалы мәндерге ие болса, онда $[a,b]$ аралығында f(x) функциясының кемінде бір түбірі жатады.

Теорема 2. Егер $f(x)$ функция [a,b] аралығында үздіксіз және монотон болса, аралықтың шеткі нүктелерінде қарама-қарсы таңбалы мәндерге ие болса, онда $[a,b]$ аралығында $f(x)$=0 теңдеудің тек қана бір түбірі жатады.

Теорема 3. Егер $f(x)$ функция $[a,b]$ аралығында үздіксіз, осы аралықтың шеткі нүктелерінде қарма-қарсы таңбалы мәндерге ие болса және $f'(x)$-тың таңбасы өзгермесе, онда $[a,b]$ аралығында $f(x)$=0 теңдеуінің тек қана бір түбірі жатады.

Теорема 4. Егер $f(x)$ функциясы берілген аралықта анықталған және үздіксіз болса, оның монотон функция болуы үшін, осы аралықта $f'(x)\geq 0$ немесе $f''(x)\leq 0$ шарттарының бірінің орындалуы қажетті және жеткілікті.

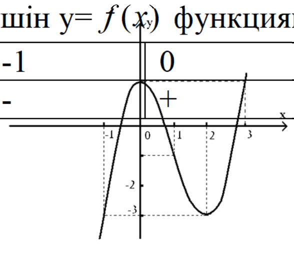
Анықтама. y= $f(x)$ функциясы берілген аралықта монотонды деп аталады, егер осы арлыққа тиісті кез-келген $x_1<x_2$ үшін $f(x_1)\leq f(x_2)$ (монотон өсуші) немесе $f(x_1)\geq f(x_2)$ (монотон кемуші) шарттары орындалса.

Осы айтылғандардан пайдаланып $y=x^3-3x^2+1=0$ теңдеуінің түбірлерін бөлектейміз. Ол үшін функцияның туындысын 0-ге теңеп, критикалық нүктелерін табамыз

$$y' = 3x^2 - 6x = 0 \quad 3x(x-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Енді әрбір аралықтар үшін y= $f(x)$ функцияны және оның туындысын зерттейміз.

X	-∞	-1	0	1	2	3	∞
y	-	-	+	-	-	+	+



y'	+	+	0	-	0	+	+

]-∞;0[функциясы өседі;
]0;2[функциясы кемиді ;
]2;∞[функциясы өседі.
[-1;0]; [0;1] ; [2;3] аралықтарында y = f(x) функциясының түбірлері жатады.

Түбірлерді есептеу: $f(x)=0$ теңдеуінің нақты түбірін $\bar{x}$ және жуық түбірін ξ деп белгілейік. Ал ε – берілген өте кіші сан болсын.

Анықтама. Егер $|\xi-\bar{x}|\le$ ε шарты орындалса, онда ξ саны $f(x)=0$ теңдеудің ε дәлдікпен анықталған жуық түбірі деп аталады. Алғашқы жуықтауларды есептейік. Жуықтап есептеу қадамдарын итерация деп атаймыз.

Анықтама. Әрбір итерациядан кейін есептелген түбір нақты түбірге жуықтайтын болса, онда итерациялық процесс ықшамдалатын, ал жуықтамаса ықшамдалмайтын процесс деп аталады.

Әрбір итерациядан кейін мына шарт тексерілуі тиіс:

$$\left|x^{(i+1)}-x^{(i)}\right|\le\varepsilon \quad i=0,1,2,3,... \qquad (3)$$

мұндағы $x^{(i+1)}$ - (i+1) – итерацияда есептелген түбір, $x^{(i)}$ - i- итерацияда есептелген түбір. Бұл шарт итерациялық процесстің аяқталу шарты деп аталады.

Келесі әдіс- аралықты қақ бөлу әдісі:

$f(x)=0$ теңдеудің $[a,b]$ аралығында бөлектенген болсын, яғни бұл аралықта $f(x)$ функциясы үздіксіз және $f(a)f(b)<0$ шарт орындалады. *d=b-a* аралықтың ұзындығы. Теңдеудің түбірін ε дәлдікпен табайық. Түбір $\xi\in[a,b]$ болғандықтан $(a\le\xi\le b)$ a-ны түбірдің кемімен алынған жуық мәні, ал b-ны түбірдің артығымен алынған жуық мәні дейміз. Теңдеудін түбірі ретінде a-мен b-ның арасында жатқан кез-келген ξ $(a\le\xi\le b)$ санын аламыз. Егер $d<\varepsilon$ болса, теңдеудің түбірі ретінде a мен b-ны түбірдің артығымен алынған жуық мәні дейміз. Теңдеуді түбірі ретінде a-мен b-ның арасында жатқан кез келген ξ_0 (a ≤ ξ_0 ≤ b) санын аламыз. Егер $d>\varepsilon$, болса $[a,b]$ аралығын қақ бөліп, c=$\frac{a+b}{2}$ нүктені табайық. Онда берілген аралығымыз ұзындығы $\frac{b-a}{2}$ -ге тең болатын екі аралыққа бөлінеді. Осы екі аралықтың қайсысында $f(x)$ функциясы шеткі нүктелерінде таңбасын өзгертсе, яғни $f(c)f(x)<0$ шарты орындалса, сол аралықты таңдап аламыз. Егер кесінді ұзындығы $d_1\le\varepsilon$ болса, онда түбір ретінде $x_1=\frac{a+b}{2}$ немесе $x_2=\frac{c+b}{2}$ аламыз. Ал шарт орындалмаса жоғарыдағы іс-әрекеттерді қайталаймыз. Сонымен аралықты қақ бөлуді $d_n\le\varepsilon$ (n – бөлулер саны) шарт орындалғанша жалғастырамыз.

Мысал. $x^3-3x^2+1=0$ теңдеуінің $[0,1]$ аралықтағы түбірін $\varepsilon=0,1$ дәлдікпен табайық.
Шешуі.

$$f(0)=1>0,$$
$$f(1)=-1<0,$$
$$a=0;\ b=1;\ d=|b-a|=1>\varepsilon.$$

Есептеуді бастаймыз

$$c=\frac{a+b}{2}=\frac{0+1}{2}=0,5,$$
$$f(0,5)=(0,5)^3-3(0,5)^2+1=0,125-0,75+1=0,375>0,$$

$[0{,}5;1]$ аралығын таңдап аламыз. $a=0{,}5;\;\; b=1$,

$$d_1=|b-a|=|1-0{,}5|=0{,}5>\varepsilon,$$

$$c=\frac{a+b}{2}=\frac{0{,}5+1}{2}=0{,}75,$$

$$f(0{,}75)=(0{,}75)^3-3(0{,}75)^2+1=0{,}422-1{,}687+1=-0{,}265<0,$$

$[0{,}5;0{,}75]$ аралығын қарастырамыз. $a=0{,}5;\;\; b=0{,}75$,

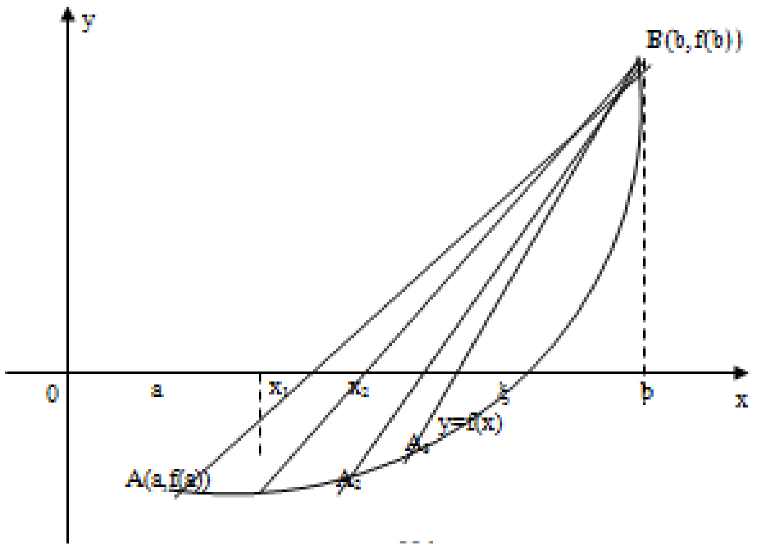
$$d_2=|b-a|=|0{,}75-0{,}5|=0{,}25>\varepsilon,$$

$$c=\frac{a+b}{2}=\frac{0{,}5+0{,}75}{2}=0{,}625,$$

$$f(0{,}625)=(0{,}625)^3-3(0{,}625)^2+1=0{,}244-1{,}172+1=0{,}072>0,$$

$[0{,}5;0{,}75]$ аралықты аламыз. $a=0{,}625;\;\; b=0{,}75$,

$d_4=|b-a|=|0{,}688-0{,}625|=0{,}063<\varepsilon$. Сонымен шарт орындалды. Түбір ретінде $[0{,}625;0{,}688]$ аралығында жататын кез-келген ξ санын алуға болады.



3-сурет. Хордалар (a) әдісі үшін график.

Сондықтан a мен b-ның арифметикалық ортасын аламыз

$$\xi=\frac{0{,}625+0{,}688}{2}=0{,}656.$$

A_2

Хордалар әдісіне тоқталайық:

Трансцендент және алгебралық теңдеулерді шешуде хордалар әдісі көп қолданылады. Сонымен $f(x)=0$ теңдеуінің түбірі $[a,b]$ аралығында бөлектенген болсын, яғни бұл аралықта $f(x)$ функциясы үздіксіз және аралықтың шеткі нүктелерінде қарама-қарсы таңбаларға ие $(f(a)f(b)<0)$. Теңдеудің түбірін ε дәлдікпен табайық. Хордалар әдісін қолдануды екі жағдай үшін қарастырамыз.

1– жағдай. $y=f(x)$ функциясының бірінші және екінші туындыларының таңбалары бірдей, яғни $f'(x)f''(x)>0$ болсын. Онда:

$a)\ f(a)<0;\ f(b)>0;\ f'(x)>0;\ f''(x)>0,$

$b)\ f(a)>0;\ f(b)<0;\ f'(x)<0,\ f''(x)<0,$

өрнектері орынды. Осылардың біреуін а) нұсқасын көріп шығайық (3-сурет).

$f(x)=0$ теңдеудің бастапқы түбірі деп $y=f(x)$ функциясы графигінің OX өсімен қиылысу нүктесі x_0 –ді аламыз. Графиктің A және B нүктелерінен түзу сызық (хорда) жүргіземіз. Аналитикалық геометрия курсынан белгілі, A және B нүктелерінен өтетін түзу сызық теңдеуі

$$\frac{y-f(a)}{f(b)-f(a)}=\frac{x-a}{b-a} \qquad (4)$$

формуласымен өрнектеледі.

Жүргізілген хорданың OX өсінің қиылысу нүктесі x_1 –ді жуық түбір деп аламыз және оның координатасын анықтаймыз. (4) теңдеуге $x=x_1$ және $y=0$ мәндерін қойып, x_1 –ді есептейміз, яғни

$$x_1=a-\frac{f(a)(b-a)}{f(b)-f(a)}. \qquad (5)$$

Егер табылған түбір x_1 (3) – шартты қанағаттандырса, онда x_1 –ді ε - дәлдікпен табылған жуық түбір деп атаймыз. Ал қанағаттандырмаса келесі жуық түбірді $[x_1;b]$ аралығында іздейміз. Жоғарыдағы іс-әрекет-терді осы аралықта қайталап, x_2 - түбірдің координатасын анықтаймыз

$$x_2=x_1-\frac{f(x_1)(b-x_1)}{f(b)-f(x_1)}. \qquad (6)$$

Егер x_2- түбір де бізді қанағаттандырмаса, яғни берілген дәлдік ε үшін $|x_2-x_1|\le\varepsilon$ шарт орындалмаса, келесі x_3 - түбірді есептейміз т.с.с.

$$x_{n+1}=x_n-\frac{f(x_n)(b-x_n)}{f(b)-f(x_n)} \qquad (7)$$

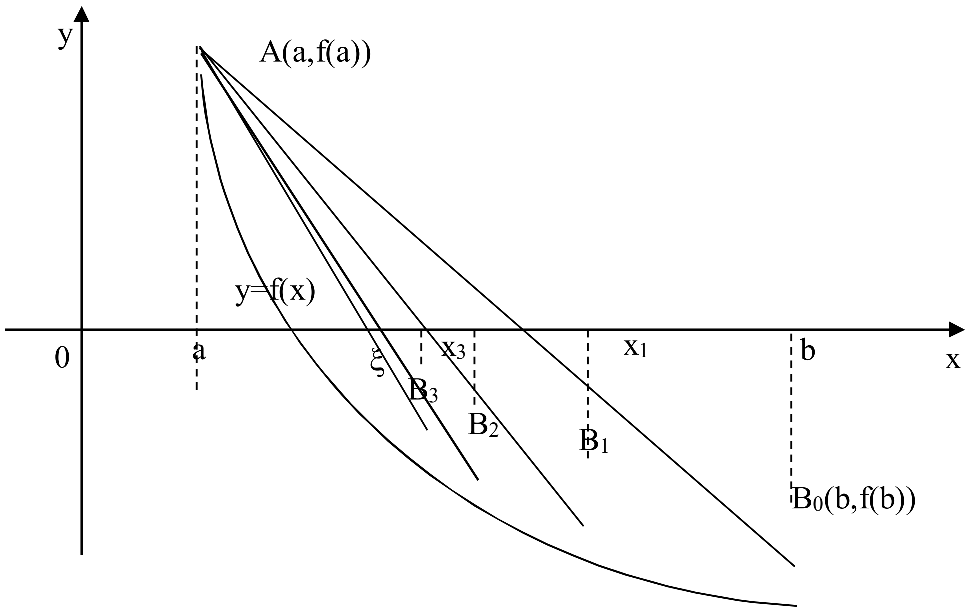
формуламен, $|x_{n+1}-x_n|\le\varepsilon$ шарт орындалғанша жалғастырамыз. Осы көрсетілген формула (7) $f(a)>0;\ f(b)<0;\ f'(x)<0;\ f''(x)<0$ өрнектері үшін де орынды (b - вариант).

2– жағдай. $y=f(x)$ функциясының бірінші және екінші туындыларының таңбалары қарама-қарсы, яғни $f'(x)f''(x)<0$.

Онда
$a)\ f(a)>0;\ f(b)<0;\ f'(x)<0;\ f''(x)>0,$

$b)\ f(a)<0;\ f(b)>0;\ f'(x)>0;\ f''(x)<0,$

өрнектері орынды. Осылардың біреуін көріп шығайық (4-сурет).



4-сурет. Хордалар (а) әдісі үшін график.

$f(x)=0$ теңдеуінің бастапқы түбірі x_0 – деп $y=f(x)$ функциясы графигінің ОХ өсімен қиылысу нүктесін аламыз. А және В нүктелерінен жүргізілген түзу сызық (хорда) теңдеуін жазамыз

$$\frac{y-f(b)}{f(b)-f(a)}=\frac{x-b}{b-a}. \quad (8)$$

Хорданың ОХ өсімен қиылысу нүктесі x_1 –ді берілген теңдеудің жуық түбірі деп қабылдаймыз және оның координаталарын анықтаймыз. Ол үшін (8) теңдеуге y=0 және $x=x_1$ мәндерін қойып, x_1 –ді есептеу формуласын табамыз

$$x_1=b-\frac{f(b)(b-a)}{f(b)-f(a)}. \quad (9)$$

Табылған шешімді жуық түбір деп аламыз. Ал егер x_1 – түбір (3) –шартты қанағаттандырмаса, жоғарыдағы іс-әрекеттерді $[a,x_1]$ аралық үшін қайталап, x_2-ті табамыз.

$$x_2=x_1-\frac{f(x_1)(x_1-a)}{f(x_1)-f(a)}. \quad (10)$$

Ізделіп жатқан түбір енді $[a,x_2]$ аралықта жатады. Егер табылған түбір $|x_2-x_1|\le\varepsilon$ шартты қанағаттандырмаса, есептеуді жалғастырамыз.

Осылайша итерацияны

$$x_{n+1}=x_n-\frac{f(x_n)(x_n-a)}{f(x_n)-f(a)} \quad (11)$$

формуласымен есептеуді, $|x_{n+1}-x_n|\le\varepsilon$ шарт орындалғанша жалғастырамыз. Осы айтылғандар $f(a)<0,\ f(b)>0,\ f'(x)>0,\ f''(x)<0$ өрнектері үшін де орынды.

Сонымен трансцендент және алгебралық теңдеулерді хорда әдісімен шешу формуласы $y=f(x)$ функциясының бірінші және екінші туындысының таңбаларына байланысты. Егер $f'(x)f''(x)>0$ болса, онда жуық түбір (7) формуламен, ал $f'(x)f''(x)<0$ болса, онда (11) формуламен есептеледі.

Мысал. $x^3+x^2-3=0$ теңдеуінің $[0{,}5;1{,}5]$ аралықтағы түбірін $\varepsilon=0{,}005$ дәлдікпен табайық.

Шешуі.

$f(0{,}5) = -2{,}625 < 0,$

$f(1{,}5) = 2{,}600 > 0,$ Түбірді

$f'(x) = 3x^2 + 2x > 0,$

$f''(x) = 6x + 2 > 0.$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)(b - x_n)}{f(b) - f(x_n)}, \qquad x_0 = a$$

формуламен есептейміз.

$x_0 = 0{,}5,$

$x_1 = 1{,}012 \quad |x_1 - x_0| = 0{,}512 > \varepsilon,$

$x_2 = 1{,}130 \quad |x_2 - x_1| = 0{,}118 > \varepsilon,$

$x_3 = 1{,}169 \quad |x_3 - x_2| = 0{,}039 > \varepsilon,$

$x_4 = 1{,}173 \quad |x_4 - x_3| = 0{,}004 < \varepsilon.$

Есептеуді төртінші итерацияда тоқтатамыз. $x = 1{,}173$ жоғарыдағы теңдеудің $\varepsilon = 0{,}005$ дәлдікпен табылған түбірі болады.

Библиографикалық тізім

1.Архангельский А.Я. Программирование в Delphi для Windows. Версии 2006, 2007, Turbo Delphi. –М.: ООО «Бином - Пресс», 2010. -1248с.
2. Фленов М.Е. Библия Delphi. 3-е изд. перераб. и док. –СПб.: БХВ – Петербург, 2011. -608с.
3. Чеснокова О.В. Delphi 2007. Алгоритмы и программы. / Под. общ.редакцией Алексеева Е.Р. –М.: НТ Пресс, -2011. -368с.
4. Омельченко Л.Н., Шевякова Д.А. Самоучитель Visual Fox Pro 9.0. –СПб.:БХВ - Петербург, 2015. -608с.
5. Шапорев Д.С. Visual Fox Pro. Уроки программирования. –СПб.: БХВ - Петербург, 2009. -480с.
6. Алексеев В.Е., Ваулин А.С., Петрова Г.Б. Вычислительная техника и программирование. Практикум по программированию. / Под. ред.А.В.Петрова. –М.: Высшая школа, 2011. -400с.

ДЕКАРТТЫҚ КООРДИНАТАЛАР ЖҮЙЕСІНДЕГІ ЖАЗЫҚ ФИГУРАЛАРДЫҢ АУДАНЫН АНЫҚТАЛҒАН ИНТЕГРАЛ КӨМЕГІМЕН ЕСЕПТЕУ

Бурибаева Г.А.
Ғылыми жетекшісі – ф.-м.ғ.д.,проф.Тлеубердиев М.И.
Шымкент университеті

Түйін

Мақалада геометриялық жазық фигуралардың ауданын есептеп шығаруға анықталған интегралдың қолданылу аясын анықтап, мысалдар келтірілген

Бұл жерде аудан теріс санмен өрнектелмейтінін еске сақтау керек. Айталық

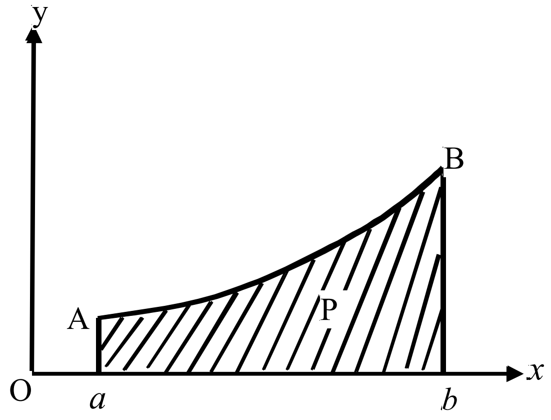
$$y = f(x) \qquad (1)$$

функциясы кейбір $[a,b]$ кесіндісінде анықталған және үзіліссіз бол-сын. (1) функция мынадайжағдайларда болуы мүмкін:

I. Барлық $x \in [a,b]$ үшін ол функцияның мәндері теріс емес, яғни

$$f(x) \geq 0\,. \qquad (2)$$

Жоғарыдан (2) функцияның графигімен, төменнен абсциссалар осімен, бүйірлерінен $x = a$ және $x = b$ түзулерінің кесінділерімен шенелген $aABb$ жазық фигурасын құрамыз (1-сурет).



$$P = \int_a^b f(x)dx \text{ немесе } P = \int_a^b ydx \quad (3)$$

бойынша анықталады.

II. Барлық $x \in [a,b]$ үшін $f(x)$ функциясы тек теріс мәндер ғана қабылдайтын болсын, яғни

$$f(x) < 0 . \qquad (4)$$

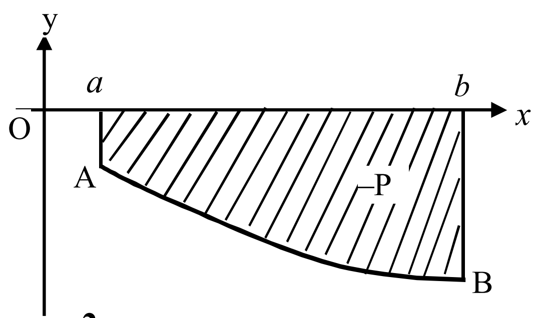
1-сурет

Сонда $\int_a^b f(x)dx < 0$ болады.

(4) функцияға сәйкес қисық сызықты трапеция құрамыз. Сон-дықтан бұл трапецияның ауданы мына формула

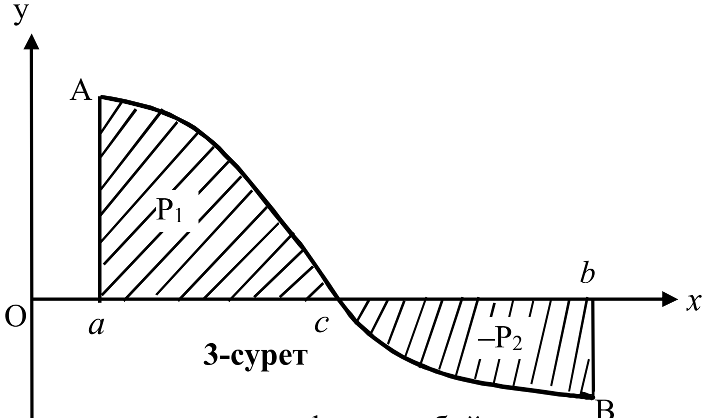
$$P = |-P| = \left|\int_a^b f(x)dx\right|$$

бойынша анықталады.



2-сурет

III. Айталық $f(x)$ функциясы $[a,b]$ кесіндісінде оң да, теріс те мәндер қабылдасын. Бұл жағдайда ол функцияның графигі $[a,b]$ кесіндісін ең болмағанда бір нүктеде қиып өтеді (3.3-сурет).



3-сурет

Сонда бұл фигураның ауданы мына формула бойынша анықталады:

$$P = P_1 + |-P_2| = P_1 + P_2 = \int_a^c f(x)dx + \left|\int_c^b f(x)dx\right| .$$

Енді AB қисығы параметрлік түрде $\begin{cases} x = \varphi(t) \\ y = \psi(t) \end{cases}$ теңдеулерімен бері-ліп, $\varphi(t), \varphi'(t), \psi(t)$ функциялары $[\alpha, \beta]$ кесіндісінде үзіліссіз, сонымен бірге

$$\begin{cases} a = \varphi(\alpha) \\ b = \psi(\beta) \end{cases}$$

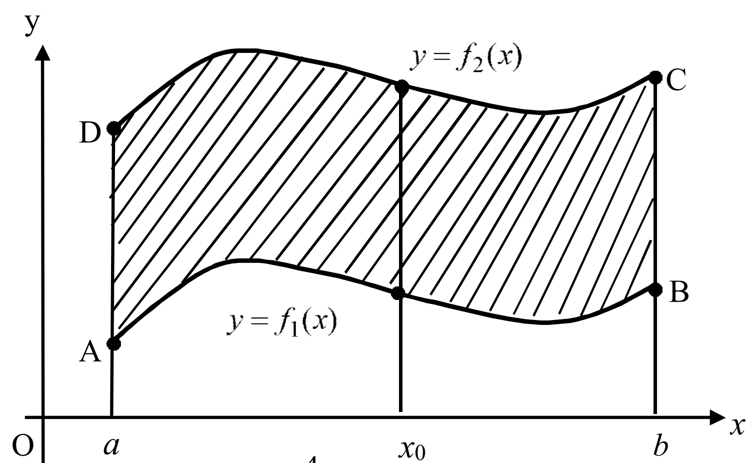
болсын делік.

Бұл жағдайда $aABb$ қисық сызықты трапецияның ауданы P-ні анықталған интегралдағы айнымалыны ауыстыру ережесін пайдала-нып шығарсақ, (3) формула мына түрге келеді:

$$P = \int_a^b y dx = \int_\alpha^\beta \psi(t)\varphi'(t) dt .$$

Біз жоғарыда тек қисық сызықты трапециялар түрінде берілген жазық фигуралардың аудандарын есептеу мәселесін қарастырдық. Ал, іс жүзінде кез келген жазық фигура қисық сызықты трапеция формасында болып келе бермейді. Міне, сондықтан, қарапайым фигура ұғымын енгізу қажет.

Анықтама. Егер жазық фигура жоғары мен төменнен үзіліссіз $y = f_1(x)$ және $y = f_2(x)$ теңдеулерімен берілген қисықтармен, ал солы мен оңынан x=a және x=b түзулерімен шенелген болып, сонымен бірге x= xo түзуімен берілген фигураның контурының қиылысу нүктелерінің саны екіден артық болмаса, онда бұндай фигураны *қарапайым* фигура деп атайды (4-сурет).



4-суре

Осындай қарапайым фигураның ауданы мынадай формуламен анықталады:

$$P = \int_a^b [f_2(x) - f_1(x)]dx . \qquad (4)$$

Дәлелдеу. $P_2 = \int_a^b f_2(x)dx -$ бұл интеграл боялған фигура мен оның төменгі жағындағы боялмаған фигураның ауданының қосындысын өрнектейді, ал $P_1 = \int_a^b f_1(x)dx -$ интеграл боялған фигураның төменгі жағындағы боялмаған фигураның ауданын өрнектейді. Сонда мына айырма

$$P = P_2 - P_1 = \int_a^b f_2(x)dx - \int_a^b f_1(x)dx = \int_a^b [f_2(x) - f_1(x)]dx$$

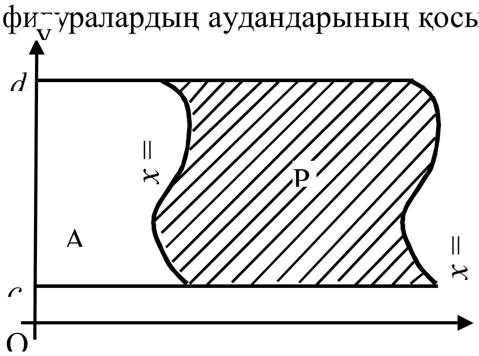
$aABb$ қарапайым фигураның ауданын анықтайды, яғни

$$P = \int_a^b [f_2(x) - f_1(x)]dx .$$

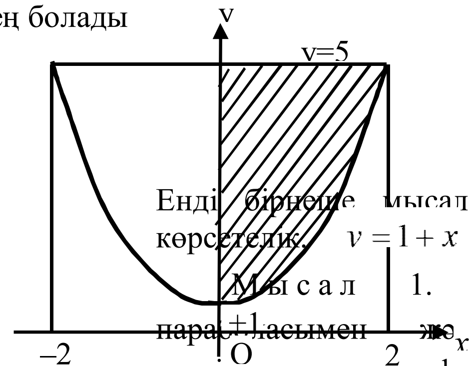
Дәл осы сияқты мына фигура да қарапайым фигура деп аталады (3.5-сурет):

$$P = \int_c^d [g_2(y) - g_1(y)]dy . \qquad (4')$$

Ескерту. Табиғаттағы фигуралардың барлығы бірдей қарапайым фигура түрінде болып келе бермейді. Бұндай жағдайларда берілген фигураны қарапайым фигураларға келетіндей етіп, түзу сызықтар-дың көмегімен бөліктеу керек. Сонда берілген фигураның ауданы бөлік қарапайым фигуралардың аудандарының қосындысына тең болады



5-сурет



Енді бірнеше мысал шығарып көрсетелік. $y = 1 + x$

М ы с а л 1. $y = 1 + x^2$ параболасымен және $y = 5$ түзуімен шенел-ген фигурасының ауданын есептеу керек.

Ш е ш у . $y = 1 + x^2$ парабола мен $y = 5$ түзуінің қиылысу нүкте-лерін табамыз:

$$\begin{cases} y = 1 + x^2 \\ y = 5 \end{cases} \Rightarrow 5 = 1 + x^2 ,$$

$x^2 = 4$, $x = \pm 2$.

Бұл фигура *Oy* осіне қарағанда симметриялы (6-сурет). Олай болса *Ox* осінің оң жағындағы бөлігінің ауданын тауып, оны екіге көбейтсек, онда іздеп отырған фигураның аудан табылады, яғни

$$P = 2\int_0^2 [5 - (1 + x^2)]dx = 2\int_0^2 (4 - x^2)dx = 2\left(4x - \frac{x^3}{3}\right)\Bigg|_0^2 =$$

$$= 2\left(8 - \frac{8}{3}\right) = 2 \cdot \frac{16}{3} = \frac{32}{3} .$$

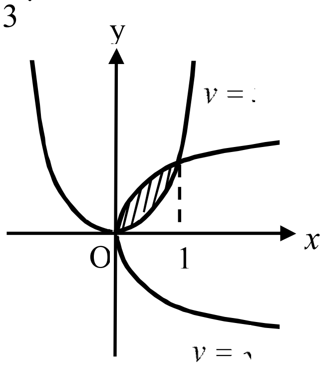
М ы с а л 2. $y = x^2$ және $y = \sqrt{x}$ параболаларымен шенелген фигураның ауданын есептеу керек (7-сурет).

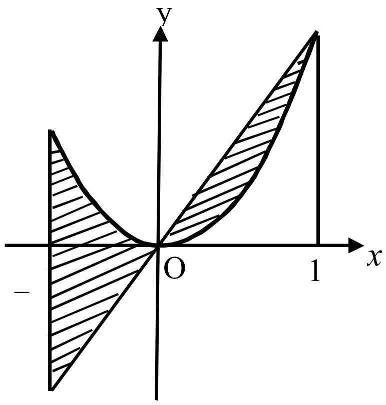
Ш е ш у . $\begin{cases} y = x^2 \\ y = \sqrt{x} \end{cases} \Rightarrow x^2 = \sqrt{x}$, $x^4 = x$, $x^4 - x = 0$, $x(x^3 - 1) = 0$,

$x_1 = 0$, $x_2 = 1$.

$$P=\int_0^1[\sqrt{x}-x^2]dx=\int_0^1\sqrt{x}\,dx-\int_0^1 x^2dx=\int_0^1 x^{\frac{1}{2}}dx-\int_0^1 x^2dx=\left.\frac{x^{3/2}}{\frac{3}{2}}\right|_0^1-\left.\frac{x^3}{3}\right|_0^1=$$

$$=\frac{2}{3}-\frac{1}{3}=\frac{1}{3}.$$





7-сурет 8-сурет

М ы с а л 3. $x=-\dfrac{1}{2}$, $y=x^2$ және $y=x$ сызықтарымен шенелген фигураның ауданы P-ны табу керек (8-сурет).

Ш е ш у . $P=\displaystyle\int_0^1(x-x^2)dx+\int_{-\frac{1}{2}}^0(x^2-x)dx=\left.\left(\frac{x^2}{2}-\frac{x^3}{3}\right)\right|_0^1+\left.\left(\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}\right)\right|_{-\frac{1}{2}}^0=$

$$\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)-\left(-\frac{1}{24}-\frac{1}{8}\right)=\frac{1}{6}+\frac{4}{24}=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$$

М ы с а л 4. $y=x^3$, $x+y=2$ және $y=0$ сызықтарының арасындағы фигураның ауданын есептеу шығару керек (9-сурет).

Ш е ш у і .

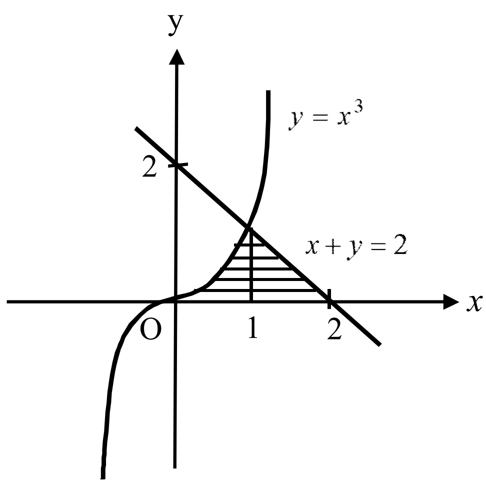
$$\begin{cases}x+y=2\\ y=x^3\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}y=2-x\\ y=x^3\end{cases}$$

$2-x=x^3$, $x^3+x-2=0$,

$(x^3-1)+(x-1)=0$,

$(x-1)[x^2+x+1+1]=0$,

$(x-1)(x^2+x+2)=0$, $x=1$.



8-сурет

$$P=\int_0^1 x^3dx+\int_1^2(2-x)dx=\left.\frac{x^4}{4}\right|_0^1+\left.\left(2x-\frac{x^2}{2}\right)\right|_1^2=\frac{1}{4}+(4-2)-\left(2-\frac{1}{2}\right)=$$

$$=\frac{1}{4}+2-\frac{3}{2}=\frac{1}{4}+\frac{1}{2}=\frac{3}{4}.$$

Библиографиялық тізімдер

1 Рахымбек Д. Оқушылардың логика-методологиялық білімдерін жетілдіру. – Алматы: Оқулық және әдістемелік әдебиеттер жөніндегі республикалық баспа кабинеті, 2010. – 255 б.

2 Баймуханов Б.Б. Методические основы обеспечения базового уровня общеобразовательной математической подготовки в школах Казахстана. - Алматы, 2012. - 128 с.

3 Медеуов Е.О. Совершенствование информатизации образовательных процессов в высшей школе // Высшая школа Казахстана. – 2011. – № 4–5. – С. 38–40.

4 Нұғысова А. Болашақ математика мұғалімдерін оқушылардың есеп шығару білігін қалыптастыруға даярлаудың ғылыми-әдістемелік негіздері: дис. ... пед. ғыл. док.: 13.00.08/ - 2013. 240 б.

5 Балықбаев Т.О. Теоретико–методологические основы информационной модели формирования студенческого контингента вузов: дис. ... докт. пед. наук: 13.00.02 /АГУ им Абая. – Алматы, 2013. – 298 с.

6 Кабдыкаиров К. Дидактические основы совершенствования математического образования в высшей школе: дис. ... докт. пед. наук: 13.00.02. – Алматы, 1994. – 250 б.

7 Қараев Ж.А., Қуанбаева Б. Жетілдірілген педагогикалық жүйені жобалаудың дидактикалық шарттары // Ізденіс. – Алматы, 2014. – №1. – 233

БОЛАШАҚ МАТЕМАТИКА МАМАНДАРЫНЫҢ ЖОБАЛАУ-ЗЕРТТЕУ ІС-ӘРЕКЕТТЕРІН ЖЕТІЛДІРУДІҢ ТЕОРИЯЛЫҚ НЕГІЗДЕРІ

Зұлпыхарова А.А.
Ғылыми жетекшісі, ф.-м.ғ.к., Ахметова С.Т.

Түйін

Мақалада студенттердің жобалау-зерттеу іс-әрекеттерінің даму тарихы көне заманнан бастау алатындығы келтірілген. Көне заманнан белгілі болған нәрсе-танымдық белсенділік қана есте сақтауды және барлық пән бойынша білімдердің, үдерістер мен құбылыстардың мәнін терең түсінуге мүмкіндік беретіндігі айтылған.

Таным үрдісі өте күрделі үдеріс. Оның себебі бізді қоршаған дүние шексіз. Танымдық іс-әрекеттер жалпы түрде алғанда адамның табиғатты бейнелеуі. Сондықтан студенттердің ЖЗІӘ дамуының тарихы көне заманнан бастау алады деп айтуға болады. Көне заманнан белгілі болған нәрсе-танымдық белсенділік қана есте сақтауды және барлық пән бойынша білімдердің, үдерістер мен құбылыстардың мәнін терең түсінуге мүмкіндік береді. Педагогикалық-психологиялық еңбектерде шығармашылық туралы (И.Я.Лернер, В.В.Давыдов, Я.А.Пономарев т.б.), шығармашылық қабілеттің құрылымы және оның түрлері (А.Н.Леонтьев,С.Л.Рубинштейн, П.Я.Гальперин т.б.), ал дарындылық және қабілеттіліктің шығармашылықпен байланысы жөнінде (Л.С.Выготский, В.А.Крутецкий, А.М.Матюшкин т.б.).ЖОО-да математика мұғалімінің кәсіби қызметіне бағытталған логикалық-методологиялық дайындығын жетілдірудің ғылыми-әдістемелік жүйесін жасау (Д.Рахымбек), ғалым зерттеушілердің жұмыстарында қарастырылған.Болашақ мұғалімдер даярлайтын ЖОО-да математикалық талдау курсын оқытудың әдістемелік жүйесін зерттеу (О.Сатыбалдиев), экономикалық ЖОО-ының студенттеріне математикалық пәндерді оқытудың әдістемелік жүйесінің дамуын зерттеу (М.Е.Исин), ЖОО жүйесінде математика мұғалімдерін кәсіби-әдістемелік дайындығын жетілдіру (К.Қағазбаева), педагогтардың зерттеу дағдыларын қалыптастыру (Г.П.Скамницкая), мектепте жоғары математика элементтерін оқыту және оған мұғалімдерді дайындау (О.Сатыбалдиев, С.М. Сеитова)т.б. мәселелері қазіргі заман ғалымдарының еңбектерінде зерттеліп, дамыта оқыту үдерісін қолданып, білім алушылардың білім сапасын арттыру мәселелерінің шешімдері ұсынылған. Сонымен бірге студенттердің танымдық ізденімпаздығын қалыптастыру (А.Е.Абылқасымова, Р.С. Омарова), студенттердің зерттеу дағдыларын қалыптастыру (С.П Арсенов, М.Н.Белялова), студенттердің ғылыми-зерттеу әрекетін қалыптастырудың педагогикалық шарттарын (Г.К. Баймукашева), педагогикалық ЖОО-ның студенттерінің оқу-зерттеушілік іс-әрекеттері (Н.С. Амелина) зерттелген.

Осы зерттеулердің теорияларына сәйкес, болашақ математика мамандарының белсенді іс-әрекеті кезінде ғана, олардың тұлғалық дамуы мен білімді меңгеруі қалыптасады, сонымен қатар іс-әрекет барысында тәжірибе жинақтап, нәтижесінде саналы түсініктері қалыптасады.

Педагогикалық жүйелерді басқарудағы жобалаудың ғылыми-теориялық негіздері оқу-жобалау іс-әрекет үдерісінде болашақ мамандардың экологиялық мәдениетін қалыптастыру мәселелері, математикалық пәндерді жобалау әдісін пайдаланып оқыту дәстүрлі оқыту жүйесіне қарағанда неғұрлым тиімді болатынын, атап айтқанда, математикалық ұғымдарды қалыптастыруға, математикалық білімдер сапасын арттыруға мүмкіндік беретіні анықталған.

Жоғары математикалық білім беру жүйесін дамытудың заманауи сатысында болашақ математика мамандарын даярлаудың мазмұнына, үдерісіне және сапасына жаңа талаптар қойылуда.

Жобалау әдісі математиканы оқытуды қамтамасыз ететін, оның заманауи талаптарына жауап беретін инновациялық педагогикалық құралдар мен әдістер арсеналында ерекше орын алады.

Р.С.Бондаревскаяның пікірі бойынша, жобалау іс-әрекеті - бұл педагогтың жаңалықтарды тиімді іске асыруды қамтамасыз ететін өзінің кәсіптік қызметінің жаңа сапалы деңгейін арттыруүдерісі . Сондай-ақ жобалау білім берудің базалық құндылығын сақтауға мүмкіндік беретіндігін және сонымен бір уақытта әлеуметтік-мәдениеттік оқиғалардың өзгерістерін ескеру екендігін атап көрсетеді.

Сонымен, «студенттердің жобалау-зерттеу іс-әрекеттері» түсінігінің мәнін және мазмұнын талдау үшін, осы іс-әрекеттің ерекше қырларын ажыратып қарастырайық.

Іс-әрекеттің жалпы теориясына сүйенсек, іс-әрекет – оқу үдерісінің негізі деп айтуға болады. «Іс-әрекет» түсінігі психологияда негізгі түсінік болып табылады. «Іс-әрекет» - еңбек, жұмыс, белсенділік және мінез-құлықтың маңызынтүсіндіреді.

Іс-әрекет психологиясын зерттеген ғалым Г.В. Суходольский «Іс-әрекет түсінігіне, оның қалыптасқан түсініктерінен басқа анықтама беру мүмкін емес» - деп көрсетеді [4].

Оқу іс-әрекеті дегеніміз – білім алушының оқу үдерісіне қатысты белсенділік көрсетуінің негізгі түрі, ал оның негізгі үдерісі тек оқуды құрайды.

Студенттердің оқу үдерісіндегі іс-әрекеттің негізгі мақсаты – танымдық іс-әрекет болып табылады. Дидактикада оқу термині, танымдық іс-әрекетпен байланыстырылып қолданылады. П.И.Пидкасистый [8] оқуды - оқу үдерісі құрылымындағы танымдық іс-әрекеттің арнайы түрі ретінде анықтаса, ал В.А. Сластенин бұл анықтаманы нақтылай келе, танымдық іс-әрекет тек қана оқу үдерісінде, нақты ерекше қалыптасқан адамға ғана тән, оқу танымдық іс- әрекет немесе оқу деп түсіндірді[2].

Сондықтан, оқу іс-әрекетінің ең алғашқы түрі ретінде танымдық іс- әрекетті алуға болады. Бірақ, кез-келген оқу іс-әрекеті танымдық іс-әрекет деп түсіндірілмейді, себебі кейбір тапсырмалар түрлері тек қана жаттығу сипатындаберіледі.

Оқу-танымдық іс-әрекет - білім алушының саналы (білім түрінде немесе іс-әрекет тәжірибесі негізінде) немесе материалдық түрде жаңа нәтиже алуға бағытталған, білім беруші және білім алушының өзара әрекеттестігі. Оқу - танымдық іс-әректтің негізгі ерекшелігі, оның нәтижеге бағытталуымен, студенттердің алдыңғы ұрпақ тәжірибесін, жұмыстың жаңа тәсілдерін, өз бетінше жаңалық ашуда қолдануымен, сонымен қатар мүлде жаңаны «ашуда» байқалады.

Демек, оқытушының педагогикалық шығармашылық ізденісінің ең басты мақсаты – студенттің танымдық ойлау қабілетін дамыту, сонымен қатар өзінің бойындағы шығармашылық ізденісін шәкірттерінің бойына сіңдіре білу, студенттердің жобалау-зерттеу іс әрекеттерін жетілдіру болып табылады.

Шығармашылық іс-әрекет нәтижесінде, тек қана шығармашылық қабілеттер дамиды.

Математикалық талдау пәнін оқыту үдерісінде болашақ математика мамандарының шығармашылық іс-әрекетін И.П. Калошина [3] сипаттап берген. Оның анықтаған белгілер жүйелеріне бізде қосыламыз. Біздің пікірімізше де, шығармашылық іс-әрекет, біріншіден, субъекттің пәндік ортада арнайы тапсырмаларды, теоремаларды, ережелерді және тағы басқа оған қажетті проблемаларды шешу амалдарын шешуге бағытталған; екіншіден, субъект саналы және саналы емес деңгейде тапсырмаларды орындау амалдарын жасаудың бағдары ретінде, өзіне қажетті жаңа білімдерді қарастыруымен байланысты; үшіншіден, субъект үшін белгісіз жаңа білімдердің қалыптасуы мүмкіндігі мен оның негізінде тапсырманы орындау амалдарын дұрыс жасауымен сипатталады.

Е.А. Молчанова[4]зерттеушілік(шығармашылық) іс-әрекетті сипаттайтын келесі негізгі көрсеткіштерді ұсынды:

- бірқатар нысананы қарастырудан алған білімдерін басқа нысанамен салыстыру; нысананы басқа көзқарас тұрғысынан қарастыру;
- тапсырма шарттарына немесе талаптарына өзгертулер енгізу арқылы жаңа қатынастарға нысаналарды қосу; зерттеу нысанында қойылған анық емес талаптармен шектеулерді алу;
- тапсырмада берілген нысананың негізгі қасиеттерін анықтау; әрбір нысананы өзінің шынайы бейнесімен салыстыру; нысаналар арасындағы жақын қатынастарды білу;
- тапсырманың жалпы (жеке) шешімінен жаңа фактілермен нәтижелерді алу, шекті жағдайды қарастыру;
- тапсырмада қарастырылмаған нысаналар арасындағы байланыстарды орнату;
- тапсырма жағдайларын зерттеудің әртүрлі тәсілдерін жүйелеу.

А.К. Маркова[5]зерттеушілікті(шығармашылықты), жаңаны табу және іздену деп қарастырып, педагогтың кәсіби іс-әрекеті мазмұнындағы зерттеушіліктің екі деңгейін анықтады:

1) зерттеушіліктің кең мағынасы - өзі үшін жаңа нәрсені ашу, яғни оқытушының педагогикалық проблемаларды шешудің стандартты емес өзгермелі амалдарын табуы;
2) зерттеушіліктің тар мағынасы - өзі және басқалар үшін жаналық ашушы, табушы.

Оқу іс-әрекетінің анықталған түрлерін нақты тұжырымдау үшін, П.И. Пидкасистый ұсынған, оқытушының білімді баяндауы мен студенттің өзіндік жұмысын байланыстыру түрлерін төмендегідей көрсетсек:

1) оқытушы барлық материалды баяндайды, ал студент оны бекітеді;
2) оқытушы негізгі сұрақтарды баяндайды, ал студент барлық материалды өз бетінше қарастырады;
3) оқытушы жұмыстың мазмұны мен әдістемесін таныстырады, ал студент, оның жетекшілігімен, жоспарда қарастырылған сұрақтардың барлығын өз бетінше меңгереді;
4) оқытушы студенттердің өзіндік жұмысын ұйымдастырады, олардың алдына сұрақтар қояды, проблеманы қалыптастырады, жартылай немесе толық оларды шешу жолдарын ұсынады;
5) оқытушы студенттерге белгілі құбылыстар және үдерістер жайлы хабарлайды.

Заманның сұранысына сай жаңашыл педагог маман қатарында тек шығармашылық іс-әрекет қана емес, зерттеушілік іс-әрекеті қалыптасқан педагог маман ерекше орыналуда.

Сонымен, жалпы «зерттеу» сөзінің түсінігі – танымдық қызметтің арнайы түріретіндеғылымғатәнжаңабіліменөндірутәсілідептүсіндіріледі[6].

Ал «зерттеушілік іс-әрекетке» философиялық сөздікте – жаңа білім өндіруге бағытталған ойлау туралы, қоғам туралы әрекет деген түсінік беріледі.

Зерттеушілік іс-әрекет туралы зерттеудің негізін қалаушылардың бірі - Д. Берлайн. Ол физиологиялық бағыттылық тұрғысынан бергенанықтамасында «зерттеу іс-әрекет – беймәлімділіктің туындауынан ынтаны бәсеңдетпеуге бағытталған әрекет» десе, А.Н. Поддьяков «зерттеу іс-әрекеті - сырттай қоршаған ортадан жаңа мәліметтер іздестіру мен оларды табуға бағытталған белсенді әрекет» деген түсінік береді [87].

Жалпы ғылыми – теориялық, педагогикалық және әдістемелік еңбектерде жобалау-зерттеушілік іс - әрекеттің маңызын ашу мақсатындағы көзқарастарды талдай келе, оны анықтаудың бірнеше бағытталған іс-әрекеттер негізінде болатындығын байқауға болады.

Ғылыми әдебиеттерде және диссертациялық зерттеу жұмыстарында «жобалау-зерттеу іс-әрекеттері» әр түрлі көзқарастарға ие.

Қазіргі кезде заманның сұранысына сай, тек шығармашылық іс-әрекетнемесе*зерттеушілік* іс-әрекеті қалыптасқан педагог ғана емес, жобалау-зерттеушілік іс-әрекеттері жетілген жаңашыл шебер педагогтар қажет.

Сонымен қорыта келе, болашақ математика мамандарыныңЖЗІӘ дегеніміз-жаңалықты оқу үдерісінде анықтауға, олардың байланыстары мен қатынастарын орнатуға, нақты фактілерді теориялық және эксперименттік тұрғыдан дәлелдеуге, таным жүйесінің жобалау-зерттеу әдістері арқылы заңдылықтарды анықтауға бағытталған жобалау мазмұнындағы ізденудегі зерттеу іс-әрекет деген тұжырымға келдік.

Болашақ математика мамандарыныңЖЗІӘжетілдіретін осындай жаңа әдістердің бірі - жобалауәдісі. Жобалау - «proicere» деген латын сөзі. Бұл сөз «жоспарлау, дайындау» сияқты мағынаны немесе жоспардың жүзеге асырылуын білдіреді.

Жобалау әдісі XIX ғасырдың 2-ші жартысында АҚШ ауылшаруашылығы мектептерінде пайда болған. Оның негізін қалаған психолог, педагог, философ Джон Дьюи.

Сонымен қатар танымдық прагматизм философиясының өкілі Девей жобалаудың ғылыми және саяси концепциясының іргетасын қаласа, оның әріптесі Килпатрик жобалау әдісін ауқымды мағынасына қарай тәрбиеге қатысты философия ретінде бағалады. Осыған байланысты Килпатрик жобалауды «әлеуметтік ортада өткізілетін жүректен шыққан мақсатты іс-әрекет» ретінде қарастырады [52, б. 40].

Жобалау әдісі Еуропада XX ғасырдың басында басталғанымен, Қазақстанда соңғы жылдары ғана білім беру салалары кредиттік жүйеге көшкелі беріоқыту әдістемесінде қолданыла бастады.

Жобалау әдісі ТМД елдерінің оқыту жүйесінде де кең өріс алып жатқаны белгілі.

Жобалау әдісін теориялық тұрғыдан негіздеу Ресейлік В.П.Беспалько[88], В.В.Давыдов[89], В.К.Дьяченко[90], Л.В.Занков[91],П.Я.Гальперин[92],Н.В. Кузьмина[93]т.б. ғалымдардың ғылыми зерттеулерінің нәтижесінде, сонымен қоса Е.Н.Ильина[94], С.Н.Лысенкова[95], В.Ф.Шаталов[96]т.с.с. әдіскерлердің практикалық тәжірибелерінің негізінде қарастырылған.

1965 жылдан бері қарай жобалау әдісі халықаралық деңгейде қолданыла бастады.

Бұл әдіске қайта оралудың басты себебін ғалымдар, білім алушылар нақты практикалық мәселені шешу үшін әрекет үстінде бірнеше рет теорияға үңілетіндігімен байланыстырады, соның нәтижесінде өз ісінің қалай орындалғанын бағалай алады, өз қолдарымен жасалған іс оларға қанағаттанарлық, өзіне сенімділік әкеледі. Ғалымдар бұл әдістіңосы артықшылықтарына үлкен мән берген.

Қазіргі кезде жобалау әдісін қолдану идеясы кәсіптік оқу орындарының қызметінде қайтадан басты орын алды. Оқытушының жобалау әдісіне деген қызығушылығы дәл осымен түсіндіріледі.

Жобалау әдісінің мақсаты -болашақ математика мамандарының білімдерінің жетіспеген тұстарын өзбетінше және қызығушылықпен, түрлі жолдармен таба алуына; алған білімдерін танымдық және практикалық мақсаттарды шешу үшін пайдалануға үйренуіне; түрлі топтарда жұмыс істей отырып, өздерінің зерттеушілік (жинақтау, бақылау, эксперимент жүргізу, талдау, гипотеза құру) қабілетін, логикалық ойлау қабілетін дамытуына жағдай жасау [4].

Библиографиялық тізімдер

1. Рахымбек Д. Оқушылардың логика-методологиялық білімдерін жетілдіру. –Алматы: Оқулық және әдістемелік әдебиеттер жөніндегі республикалық баспа кабинеті, 2008. – 255 б.
2. Баймуханов Б.Б. Методические основы обеспечения базового уровня общеобразовательной математической подготовки в школах Казахстана. - Алматы, 2012. - 128 с.
3. Медеуов Е.О. Совершенствование информатизации образовательных процессов в высшей школе // Высшая школа Казахстана. – 2011. – № 4–5. – С. 38–40.
4. Нұғысова А. Болашақ математика мұғалімдерін оқушылардың есеп шығару білігін қалыптастыруға даярлаудың ғылыми-әдістемелік негіздері: дис. ... пед. ғыл. док.: 13.00.08/ - 2010. 240 б.

ДАЛАМБЕРДІҢ ӘДІСІМЕН ГУРСАНЫҢ ЕСЕБІН ШЕШУ

Мамбетова А.М.

Аннотация

Төмендегі

$Lu = u_{xx} - u_{yy} = f(x,y)$ *(1)*

толқын теңдеуінің ең қарапайым моделдік шекаралық есептерін қарастырайық. $\Omega \subset R^2$ *- дегеніміз (x,y) - жазықтықтығында жатқан,* $y = 0$ *осінің AB:* $0 \le x \le 1$ *кесіндісімен және* $0 \le y$ *сәтінде толқын теңдеуінің AC:* $x + y = 0$ *және BC:* $x - y = 1$ *характеристикалармен шектелген шамалы аймақ болсын.*

Мақалада тек $y < 0$ жарты жазықтығында қарастырамыз ,себебі , толқын теңдеуі аралаас типті Лаврентьев - Бицадзе теңдеуінің бір бөлігі ретінде көп кездеседі, яғни , мына ,

$$Lu = -\mathrm{sgn}y - u_{xx} - u_{yy} = f(x,y)$$

теңдеудің бөлігі ретінде.

$W_2^{\ell}(\Omega)-$дегеніміз Соблевтің кеңістігі болсын , оның скаляр көбейтіндісі, мынадай ($l = 1$)

$$f(x,y)_1 = \iint\limits_{\Omega} f \cdot \bar{g}(x,y) dxdy + \iint\limits_{\Omega} (f_x \cdot \bar{g}_x + f_y \cdot \bar{g}_y) dxdy$$

ал нормасы, мынадай , $\|f\|_1^2 = \iint_\Omega |f(x,y)|^2\,dxdy + \iint_\Omega (|f_x|^2 + |f_y|^2)dxdy$ болатын белгілі .

Кошидің есебі. Мына

$u|_{AB} = 0\,, u_y|_{AB} = 0\,,$ (2)

шарттарға сай келетін жоғарыдағы, (1) теңдеудің шешімін табу есебін француздің көрнекті математигі Кошидің есебі дейді .

Гурса есебі. Мына

$u|_{AB\cup ИC} = 0\,,$ немесе $u|_{AB} = 0\,,$ $u|_{BC} = 0\,,$ (3)

шарттарға сай келетін жоғарыдағы (1) теңдеудің шешімін табу есебін Гурсаның есебі дейді .

Дарбудың есебі: төмендегі

$u|_{AB\cup AC} = 0$ (4)

немесе

$$u|_{AB\cup BC} = 0$$

шарттарға сай келетін жоғарыдағы (1) теңдеудің шешімін табу есебін Дарбудың есебі дейді ,

Нахушевтің есебі . (сырғымалы шекаралық есеп)

$u|_{AB} = 0\; u[\Theta_0(t)] = \alpha u[\Theta_1(t)], 0 \le t \le 1.1.$ (5)

$$\Theta_0(t) = \left(\frac{t}{2}, -\frac{t}{2}\right) \Theta_1(t) = \left(\frac{1+t}{2}, \frac{t-1}{2}\right)$$

шарттарға сай келетін жоғарыдағы (1) толқын теңдеуінің шешімін табу есебін Нахушевтің есебі дейді. Алдымен шешімнің не екенін анықтап алайық. Олар негізінде байырғы (классикалық) және қазіргі (современный) болып екіге бөлінеді[3].

Байырғы шешімдерге қойылатын талаптар қатты , олар қажетінше біртегіс болуы керек, ол қазіргі заман шешімдерінде ондай талаптар мейлінше әлсіреген Бұл талаптар зерттеу барысында қолданылған әдістермен тікелей байланысты және көп жағдайда солардың туындайды.

Ω -аймағында екі рет үздіксіз дифференциалданатын, жоғарыдағы , (1) теңдеу мен оған сәйкес шекаралық шарттарды тепе-теңдікке айналдыратын $u(x,y)\epsilon C^2(\Omega)$ -функциясын сол шекаралық есептің тұрлаулы (регулярный) шешімі дейміз неше оны классикалық , сондай-ақ байырғы шешімі деуге-де болады[4].

Егерде есептің шекаралық шарттарына сай, мынадай, $u_n \in C^2(\Omega),\; n = 1,2,..$ функциялар тізбегі табылып,мына , $u_n(x,y) \to u,\; Lu \to f(x,y)\; n \to \infty$ сәтінде шарттар орындалса, онда $u(x,y) \in L^2(\Omega)$ функциясы сол есептің әлді (сильное) шешімі дейміз. мұндай атап функционалдық кеңістігі жинақталудың түріне байланысты қалыптасқан .

Қойылған есептерге сәйкес әлді оператор ды енгізейік, яғни $C^2(\Omega)$ - класының шекаралық шарттарға сай сызықтық көпсаласында (1) өрнегімен анықталған оператордың қабындысын табайық . Оларды сәйкесінше, былай, L_C , L_G , L_{D1} , L_{D2} , деп белгілейік.

Осы анықтамалар бойынша , $u(x,y)$ функциясы. әлді оператор анықталу аймағында жатса ғана әлді шешім болады (яғни $u \in D(\bar{L})$),ал кез келген $f \in L_2(\Omega)$ үшін есеп әлді шешілуі үшін есепке сәйкес әлді оператордың үздіксіз қайтарымды болуы қажетті әрі жеткілікті.

Ескерту: Біздің тек біртекті шекаралық есептерді қарастыруымыздың бір себебі оларға сәйкес сызықтық дифференциалдық операторды қарастыруымызда .

Шекаралық шарттар әртекті (неоднородное) болған сәтте оған сәйкес келетін оператордың аныталу аймағы сызықтық көпсала болмайды .

Кошидің есебінің жайлығын зерттеуге біз кейінірек ораламыз , әзірше басқаларын қарастырайық[5].

Алдымен тұрлаулы шешімнің бірегейлік мәселесіне көңіл аударалық . Бұл үшін есепке сәйкес келетін біртекті есептің елеулі шешімінің болмауы қажетті әрі жеткілікті екені бесенеден белгілі, яғни оның нолден өзге шешімінің болмауы Әңгіме мына

$$Lu = u_{xx} - u_{yy} = 0 \quad (6)$$

теңдеу туралы болып отыр .

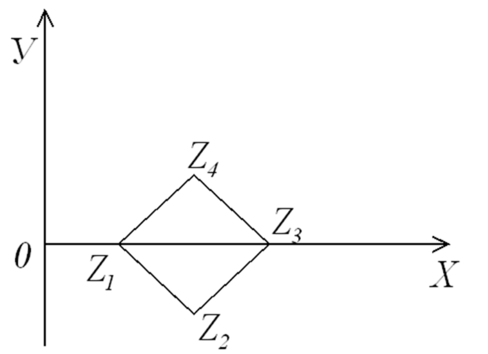
Бұл бөлімде біз жоғарыдағы (6) теңдеудің кеңшешімі (обобщенные решение) ретінде, мына ,

$$u(x,y) = \varphi(x+y) + \psi(x-y) \quad (7)$$

функцияны қабылдамақпыз, мұндағы $\varphi(x), \psi(x) \in C[0,1]$,

Бұлай етуіміздің себебі $\varphi, \psi \in C^2[0,1]$, сәтінде, жоғарыдағы, (7) формула (6) теңдеудің $C^2(\Omega)$ класына тиісті жалпы шешімін береді .

Келесі орташа мән туралы теорема немесе Асгейрссонның принципі көпке танымал .

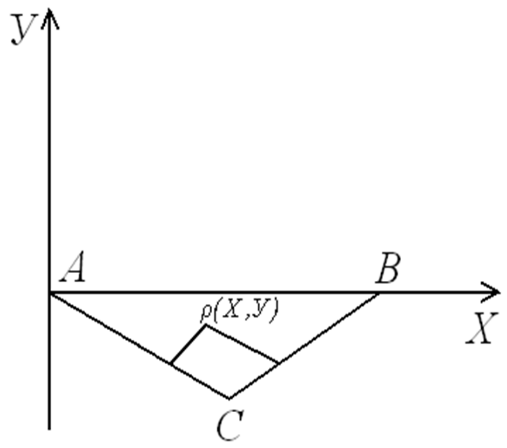


Сурет 1.

Жоғарыдағы (6) толқын теңдеуінің кең шешімінің характеристикалық төртбұрыштың қарама-қарсы төбелеріндегі мәндерінің қосындылары өзара тең болады, яғни

$$u(z_1)+u(z_3)=u(z_2)+u(z_4) \qquad (8)$$

Кері тұжырымның-да орынды екені айдан анық: $u(z)\in C(D)$ - дегеніміз белгілі бір дөңес D аймағындағы үздіксіз функция болсын делік ; егер кезкелген $D_1 \leq \bar{D}$ характеристикалық төртбұрыш үшін (8) орынды болса , онда $u(z)$ - функциясы , жоғарыдағы (6) теңдеудің D - аймағындағы кеңшешімі болады, айтпақшы z_1, z_2, z_3, z_4- нүктелері , әлгі D_1 - характеристикалық төртбұрыштың төбелері.



Осы Асгейрссонның принципіне иек арта отырып жоғарыдағы (3)- (5) шекаралық шарттардыың Гурсаның, Дарбудың және А.М . Нахушевтің $(\alpha \neq -1)$ есептерінің бірегей шешімдері бар екеніне көз жеткіземіз. Мысалы , егер

$u(x,y)=u_1(x,y)-u_2(x,y)$ дегеніміз Гурса есебінің екі шешімінің айырымы болса, онда

$$v_{xy}=0\,,$$
$$u|_{AB\cup BC}=0$$

болар еді . Онда кезкелген $P(x,y)\in\Omega$ нүктесі үшін, мына

$$u(p)+u(c)=u(k)+u(L)\,;$$

теңдік орындалар еді , мұнан , $u(p)=0$, қажеті-де сол еді немесе керегі -де осы еди [6].

Жоғарыдағы, (7) формула арқылы да Кошидің есебінің кең шешімінің бірегейігін көруге болатынына назар аударайық. Шынында да,

Сурет 2.

$$u(x,y)=\varphi(x+y)+\psi(x-y),$$

$$u|_{AB}=u|_{y=0}\Rightarrow \varphi(x)+\psi(x)=0,$$

$$\left.\frac{du}{dy}\right]_{AB}=\left.\frac{du}{dy}\right]_{y=0}=\left[\varphi^{/}(x+y)-\psi^{/}(x-y)\right]_{y=0}=\varphi^{/}(x)-\psi^{/}(x)=0,$$

мұнан $\varphi(x) - \psi(x) = C - const$, $\Rightarrow$

$$\begin{cases}\varphi(x)+\psi(x)=0,\\ \varphi(x)-\psi(x)=C\end{cases} \Rightarrow \varphi(x)=\frac{C}{2}, \psi(x)=-\frac{C}{2}, \Rightarrow$$

$$\Rightarrow u(x,y)=\varphi(x+y)+\psi(x-y)=\frac{C}{2}-\frac{C}{2}\equiv 0.$$

Сондай-ақ , жоғарғыда қойылған есептердің шешімідерінің бірегейлігін Даламбердің формуласы арқылы -да дәл жоғарыдағыдай жолмен , көрсетуге болады.

Библиографиялық тізім

1 Садыбеков М.А., Кальменов Т.Ш. О задаче Дирихле и нелокальных краевых задачах для волнового уравнения. Дифференциальные уравнения, 2010, т.26, №1, с.60-65.

2 Молдабекова С., Шалданбаев А.Ш. О регулярной разрешимости одной нелокальной краевой задачи для волнового уравнения. Наука и образование ЮК, 2011, №6(46), с.105-109.

3 Нахушев А.М. О некоторых краевых задачах для гиперболических уравнения и уравнений спешанного типа, Дифференциальные уравнения2010, т.5, №1, с.62-69.

4 Кумыкова С.К. Об одной краевой задаче со смещениями, Дифференциальные уравнения, 2011, т.12, №1, с.40-44.

5 Кальменов Т.Ш., Ахметова С.Т., Шалданбаев А.Ш. К спектральной теории уравнений с отклоняющимся аргументов. Математический журнал, Алматы, 2012, т.4,№ 3, с.41-48.

БІРІНШІ РЕТТІ ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕҢДЕУДІҢ ЖАЛПЫ ШЕКАРАЛЫҚ ЕСЕБІ ТУРАЛЫ

Мырзахожаев Е.С.

Ғылыми жетекшісі ф.-м.ғ.д.,проф. Муратбеков М.Б.

Шымкент университеті

Түйін

Мақалада бірінші ретті дифференциалдық теңдеу қарастырылған және ол теңдеуге қойылатын шектік есептердің анықтамасы келтірілген ,сонымен қатар қойылған шектік есептің шешімінің бірегейлігі туралы лемма дәлелденген

Бірінші ретті дифференциалдық теңдеудің жалпы шекаралық есебі деп, мына есепті

$$y'(\alpha) = f(x), 0 < x < 1 \tag{1}$$

$$\alpha y(0) + \beta y(1) = 0 \tag{2}$$

айтамыз, мұндағы $f(x)$ функциясы $(0,1)$ интервалында үзіліссіз функция, ал $y(x)$ функциясы $(0,1)$ аралығында үзіліссіз дифференциалданатын, ал $[0,1]$ сегментінде үзіксіз функция; α мен β, қалауымызша алынған, комплекс сандар. Алдымен, есептің шешімінің бірігейлігіне тоқталайық.

Лемма 1. Егер α мен β комплекс сандары

$$\alpha^2 - \beta^2 \neq 0 \tag{3}$$

шартын қанағаттандырса, онда мына

$$y'(\alpha) = 0 \tag{4}$$

$$\alpha y(0) + \beta y(1) = 0 \tag{5}$$

шекаралық есептің, нөлден өзгеше шешімі жоқ.

Дәлелдеуі.

$z(x)=\alpha y(x)+\beta y(1-x)$ болсын делік, онда (4)-(5) теңдеуден $z(0)=0$ және $z'(x)=\alpha y'(x)-\beta y'(1-x)=0$ екенін көреміз. Демек, $z(x)$ функциясы мына

$$\begin{cases} z'(x)=0 \\ z(x)=0 \end{cases}$$

Коши есебінің шешімі. Бұл есептің нөлден өзгеше шешімі жоқ екенің біз білеміз, олай болса $\alpha y(x)+\beta y(1-x)=0$, мұнан x ты 1-x пен ауыстырсақ $\alpha y(1-x)+\beta y(x)=0$ екенін көреміз.

Демек, $y(x)$ функциясы, мына

$$\begin{cases} \alpha y(x)+\beta y(1-x)=0 \\ \beta y(x)+\alpha y(1-x)=0 \end{cases}$$

теңдеулер системасының шешімі. Бұл теңдеулер системасының анықтауышы

$$\Delta=\begin{vmatrix} \alpha & \beta \\ \beta & \alpha \end{vmatrix}=\alpha^2-\beta^2\neq 0$$

нөлден өзгеше болғандықтан $y(x)\equiv 0$, бізге керегі де, осы еді.

Лемма 2**.** Егер $\alpha^2-\beta^2\neq 0$ болса, онда мына

$$y'(\alpha)=f(x), 0<x<1 \qquad (1)$$

$$\alpha y(0)+\beta y(1)=0 \qquad (2)$$

шекаралық есептің шешімі бар болса,ол тек біреу ғана.

Дәлелдеуі. Егер $u(x)$ және $v(x)$ деген екі шешімі бар болса, онда олардың айырымы $y(x)=u(x)-v(x)$ функциясы (4)-(5) есептің шешімі болады. Шынында да

$$y'(x)=u'(x)-v'(x)=f(x)-f(x)=0.,$$

$$\alpha y(0)+\beta y(1)=\alpha[u(0)-v(0)]+\beta[u(1)-v(1)]=\alpha u(0)+\beta u(1)-[\alpha v(0)+\beta v(1)]=0$$

Демек, $y(x)=u(x)-v(x)\equiv 0\Rightarrow u(x)=v(x)$.

Енді (5.1)-(5.2) есептің шешімін табайық, бұл үшін $z(x)=\alpha y(x)+\beta y(1-x)$ болсын дейік, сонда $z=0$ және $z'(x)=\alpha y'(x)-\beta y'(1-x)=\alpha f(x)-\beta f(1-x)$ болады.

Ньютон-Лейбниц формуласы бойынша,

$$z(x)-z(0)=\int_0^x z'(t)dt=\int_0^x[\alpha f(t)-\beta f(1-t)]dt, \text{ мұнан } \quad z(x)=\int_0^\alpha[\alpha f(t)-\beta f(1-t)]dt$$

(6)

Енді $z(x)=\alpha y(x)+\beta y(1-x)$ теңдігінен $y(x)$-ты табайық. Егер x-тің орнына 1-x қойсақ, $z(1-x)=\alpha y(1-x)+\beta y(x)$ деген теңдік аламыз. Демек $y(x)$ функциясы, мына

$$\begin{cases} \alpha y(x)+\beta y(1-x)=z(x) \\ \beta y(x)+\alpha y(1-x)=z(1-x) \end{cases}$$

системасының шешімі. Бұл системасының шешімін Крамер әдісімен шешейік:

$$\Delta=\begin{vmatrix} \alpha & \beta \\ \beta & \alpha \end{vmatrix}=\alpha^2-\beta^2,$$

$$\Delta_1=\begin{vmatrix} z(x) & \beta \\ z(1-x) & \alpha \end{vmatrix}=\alpha z(x)-\beta z(1-x),$$

$$\Delta_2=\begin{vmatrix} \alpha & z(x) \\ \beta & z(1-x) \end{vmatrix}=\alpha z(1-x)-\beta z(x),$$

$$y(x)=\frac{\Delta_1}{\Delta}=\frac{\alpha}{\alpha^2-\beta^2}z(x)-\frac{\beta}{\alpha^2-\beta^2}z(1-x),$$
$$y(1-x)=\frac{\Delta_2}{\Delta}=\frac{\alpha}{\alpha^2-\beta^2}z(1-x)-\frac{\beta}{\alpha^2-\beta^2}z(x), \qquad (7)$$

Табылған (7) формулаға,(7) формуланы апарып қойсақ

$$y(x)=\frac{\alpha}{\alpha^2-\beta^2}\int_0^x[\alpha f(t)-\beta f(1-t)]dt-\frac{\beta}{\alpha^2-\beta^2}\int_0^{1-x}[\alpha f(t)-\beta f(1-t)]dt$$

Соңғы интегралды түрлендірейік

$$\int_0^{1-x}[\alpha f(t)-\beta f(1-t)]dt=\begin{vmatrix}\xi=1-t\\ d\xi=-dt\end{vmatrix}=-\int_1^x[\alpha f(1-\xi)-\beta f(\xi)]d\xi=$$
$$=\int_x^1[\alpha f(1-\xi)-\beta f(\xi)]d\xi=\int_x^1[\alpha f(1-t)-\beta f(t)]dt$$

Демек,

$$y(x)=\frac{\alpha}{\alpha^2-\beta^2}\int_0^x[\alpha f(t)-\beta f(1-t)]dt-\frac{\beta}{\alpha^2-\beta^2}\int_x^1[\alpha f(1-t)-\beta f(t)]dt$$

болады екен. Әбден сенімді болу үшін тексеріп көрейік.

$$y'(x)=\frac{\alpha}{\alpha^2-\beta^2}[\alpha f(x)-\beta f(1-x)]+\frac{\beta}{\alpha^2-\beta^2}[\alpha f(1-x)-\beta f(x)]=$$
$$=\frac{(\alpha^2-\beta^2)f(x)}{\alpha^2-\beta^2}-\frac{\alpha\beta}{\alpha^2-\beta^2}f(1-x)+\frac{\alpha\beta}{\alpha^2-\beta^2}f(1-x)=f(x),$$
$$y(0)=-\frac{\beta}{\alpha^2-\beta^2}\int_0^1[\alpha f(1-t)-\beta f(t)]dt,$$
$$y(1)=\frac{\alpha}{\alpha^2-\beta^2}\int_0^1[\alpha f(t)-\beta f(1-t)]dt,$$
$$\alpha y(0)+\beta y(1)=-\frac{\alpha\beta}{\alpha^2-\beta^2}\int_0^1[\alpha f(1-t)-\beta f(t)]dt+\frac{\beta\alpha}{\alpha^2-\beta^2}\int_0^1[\alpha f(t)-\beta f(1-t)]dt=$$
$$=\frac{\beta\alpha}{\alpha^2-\beta^2}\int_0^1[\alpha f(t)-\beta f(1-t)-\alpha f(1-t)+\beta f(t)]dt=$$
$$=\frac{\beta\alpha}{\alpha^2-\beta^2}\int_0^1(\alpha+\beta)[f(t)-f(1-t)]dt=\frac{\alpha\beta}{\alpha-\beta}\int_0^1[f(t)-f(1-t)]dt=$$
$$=\frac{\alpha\beta}{\alpha-\beta}\left[\int_0^1 f(t)dt-\int_0^1 f(t)dt\right]=0$$

Теорема 1. Егер $\alpha^2-\beta^2\neq 0$ болса, онда, мына

$$y'(\alpha)=f(x), 0<x<1 \qquad (1)$$
$$\alpha y(0)+\beta y(1)=0 \qquad (2)$$

шекаралық есептің, бір ғана шешімі бар және ол мына

$$Y(x)=\frac{\alpha}{\alpha^2-\beta^2}\int_0^x[\alpha f(t)-\beta f(1-t)]dt-\frac{\beta}{\alpha^2-\beta^2}\int_0^x[\alpha f(1-t)-\beta f(t)]dt \qquad (8)$$

Ескерту. Егер $\alpha^2-\beta^2=0$ болса, онда бұл (5.8) формула ешнәрсе бермейді, сондықтан бұл жағдай арнайы зерттеуді қажет етеді.

Шешімнің басқа түрі де бар. Егер (5.1) теңдеуді $[0,x]$ аралығында интегралдасақ, онда

$$y(x) = y(0) + \int_0^x f(t)dt \qquad (5.9)$$

болады, егер әлгі теңдеуді $[x,1]$ аралығында интегралдасақ,

$$y(1) - y(x) = \int_x^1 f(t)dt, \quad y(x) = y(1) - \int_x^1 f(t)dt, \qquad (5.10)$$

деген теңдік аламыз. Енді (5.9) формуланы $\alpha -$ ға, ал (5.10) формуланы β-ға көбейтіп, шыққан көбейтінділерді қоссақ,

$$\alpha y(x) + \beta y(x) = \alpha y(0) + \beta y(1) + \alpha \int_0^x f(t)dt - \beta \int_x^1 f(t)dt = \alpha \int_0^x f(t)dt - \beta \int_x^1 f(t)dt,$$

$$(\alpha + \beta) y(x) = \alpha \int_0^x f(t)dt - \beta \int_x^1 f(t)dt, \; y(x) = \frac{\alpha}{\alpha + \beta} \int_0^x f(t)dt - \frac{\beta}{\alpha + \beta} \int_x^1 f(t)dt$$

Теорема 2. Егер $\alpha + \beta \neq 0$ болса, онда мына

$$y'(\alpha) = f(x), 0 < x < 1 \qquad (1)$$
$$\alpha y(0) + \beta y(1) = 0 \qquad (2)$$

шекаралық есептің, бірақ шешімі бар, және ол мынау

$$y(x) = \frac{\alpha}{\alpha + \beta} \int_0^x f(t)dt - \frac{\beta}{\alpha + \beta} \int_x^1 f(t)dt \qquad (11)$$

Егер $\alpha + \beta = 0$ болса, онда (11) формула еш нәрсе бермейді және бұл кездейсоқ емес, себебі бұл сәтте бірегейлік жоқ, мына

$$\begin{cases} y'(x) = 0, \; 0 < x < 1 \\ \alpha y(0) + \beta y(1) = 0 \end{cases}$$

есептің нөлден өзгеше шешімі бар. Шынында: кез келген С тұрақты шамасы есептің шешімі бола алады. Демек, егер $y(x)$ функциясы (1)-(2) есептің шешімі болса, онда $y(x) + C$ функциясы да есептің шешімі болады.

Енді $\alpha^2 - \beta^2 = 0$ жағдайына тоқталайық, егер $\alpha = \beta \neq 0$ болса, онда $\alpha y(0) + \beta y(1) = \alpha[y(0) + y(1)] = 0,$ мұнан $y(0) + y(1) = 0$. Мына,

$$y'(x) = f(x), \; 0 < x < 1 \qquad (12)$$
$$y(0) + y(1) = 0 \qquad (13)$$

есепті, антипериодты есеп дейді.

Егер $z(x) = y(x) + y(1 - x)$ десек, онда $z(0) = y(0) + y(1) = 0$ және $z'(x) = y'(x) - y'(1 - x) = f(x) - f(1 - x)$. Демек, $z(x)$ функциясы Кошидің, мына,

$$z'(x) = f(x) - f(1 - x)$$
$$z(0) = 0$$

есебінің шешімі болады, демек бұл функция бірмәнді анықталады:

$$z(x) = \int_0^x [f(t) - f(1 - t)]dt$$

Демек, антипериодты есептің кез келген $y(x)$ шешімі үшін

$$y(x) - y(1 - x) = \int_0^x [f(t) - f(1 - t)]dt$$

теңдігі орындалады, өкінішке орай бұл теңдіктен $y(x)$ функциясын бірмәнді анықтай алмаймыз.

Егер $u(x) = y(x) - y(1-x)$ десек, онда $u\left(\frac{1}{2}\right) = 0$ және

$$\begin{cases} u'(x) = y'(x) + y'(1-x) = f(x) + f(1-x) \\ u\left(\frac{1}{2}\right) = 0 \end{cases}$$

Демек $u(x) = \int_{\frac{1}{2}}^{x} [f(t) + f(1-t)]dt, \ \frac{1}{2} < x \le 1$

Енді мына жайды ескерейік.

$z(1-x) = y(1-x) + y(x) = z(x), \ u(1-x) = y(1-x) - y(x) = -u(x)$

Демек, бұл функцияларды $\left[0, \frac{1}{2}\right]$ немесе $\left[\frac{1}{2}, 1\right]$ аралықтарында білу жеткілікті, сонан соң $z(x)$ функциясын $\left[\frac{1}{2}, 1\right]$ аралығына, ал $u(x)$ функциясын $\left[0, \frac{1}{2}\right]$ аралығына әлгі формулалар арқылы таратамыз ,оларды

$\tilde{z}(x)$ және $\tilde{u}(x)$ деп белгілейміз.

Сонымен, антипериодты есептің шешімі мынадай

$$y(x) = \frac{\tilde{z}(x) + \tilde{u}(x)}{2} = \begin{cases} \dfrac{z(x) - u(1-x)}{2}, 0 \le x \le \dfrac{1}{2} \\ \dfrac{z(1-x) + u(x)}{2}, \dfrac{1}{2} \le x \le 1 \end{cases}$$

болады. Тексеріп көрейік, егер $0 \le x \le \frac{1}{2}$ болса, онда

$$y(x) = \frac{1}{2}\left\{\int_0^x [f(t) - f(1-t)]dt - \int_{\frac{1}{2}}^{1-x} [f(t) + f(1-t)]dt\right\}$$

болады, мұнан

$$y'(x) = \frac{1}{2}[f(x) - f(1-x) + f(1-x) + f(x)] = f(x)$$

Егер $\frac{1}{2} \le x \le 1$ болса, онда

$$y(x) = \frac{1}{2}\left\{\int_0^{1-x} [f(t) - f(1-t)]dt + \int_{\frac{1}{2}}^{x} [f(t) + f(1-t)]dt\right\},$$

мұнан

$$y'(x)=\frac{1}{2}\left[-f(1-x)+f(x)+f(1-x)+f(x)\right]=f(x)$$

$$y(0)=-\frac{1}{2}\int_{\frac{1}{2}}^{1}\left[f(t)+f(1-t)\right]dt,\ \ y(1)=\frac{1}{2}\int_{\frac{1}{2}}^{1}\left[f(t)+f(1-t)\right]dt,\ y(0)+y(1)=0$$

Бұл есепті басқаша жолмен де шығаруға болады, егер $y'(x)=f(x)$ теңдеуін алдымен $[0,x]$ сонан соң $[x,1]$ аралығында интегралдасақ,

$$y(x)=y(0)+\int_0^x f(t)dt,\ \ y(x)=y(1)-\int_x^1 f(t)dt$$

функцияларын аламыз. Осы формулалары өзара қосып, шекаралық шартты ескерсек

$y(x)-\frac{1}{2}\int_0^x f(t)dt-\frac{1}{2}\int_x^1 f(t)dt$ формуласын аламыз.

Библиографиялық тізімдер

1. Кальменов Т.Ш., Шалданбаев А.Ш., Ахметова С.Т. К спектральной теории уравнений с отклоняющимися аргументами. Математический журнал, Алматы 2014, т 4, №3 (13), 41-48с.
2. Ахиезер Н.И., Глазман И.М. Теория линейных операторов в гильбертовом пространстве. – М.: Наука2009.-543с.
3. Кальменов Т.Ш., Шалданбаев А.Ш., Ахметова С.Т. К спектральной теории уравнений с отклоняющимися аргументами. Математический журнал, Алматы 2014, т 4, №3 (13), 41-48с.
4. Бари Н.К. О базисах в гильбертовом пространстве. //ДАН, 54(2006), 383-386с.
5. Кальменов Т.Ш., Шалданбаев А.Ш., Ахметова С.Т. К спектральной теории уравнений с отклоняющимися аргументами. Математический журнал, Алматы 2012, т 4, №3 (13), 41-48с.

ПЛАНИМЕТРИЯ ЕСЕПТЕРІН ВЕКТОР КӨМЕГІМЕН ШЕШУ ӘДІСТЕРІ

Орынбаева Р.К.
Ғылыми жетекшісі ф.-м.ғ.к.Бакирова Э.А.
Шымкент университеті

Түйін

Мақалада жазықтықтағы геометриялық есептерді векторлардың көмегімен шығару тәсілдері қарастырылған.

Мектептің геометрия курсында векторларды оқу арқылы, векторлардың көмегімен көптеген геометриялық есептер шешіледі. Есептерді шешудің белгілі әдісіне енді векторларды пайдалану қосылады.

Векторларды қолданып есептер шығару кезінде берілген өрнектегі барлық белгілі, белгісіз шамаларды вектор тілінде қарастыру керек. Осылай жазу қиын болмаған жағдайда векторларды қолданып есеп шығаруға болады.

Геометриялық есептерді вектор көмегімен шешу нәтижелі болады, егер оқушылар есепті шешудің жалпы ережесімен таныс болса.

1. Есепті шешу кезінде не берілген, нені дәлелдеу керек екеніне көңіл аудару керек. Есептің шартын оның қорытындысынан бөліп қарау керек . Есептің шарты мен берілгендерін шартты белгілеулермен жазу керек.

2. Есептің қорытындысынан тұратын барлық қатынастарды біліп алу керек. Оларды векторлық түрде жазу қажет.

3. Орындалған қатынастардың орнына берілгендерді қою қажет. Суретке қарай отырып солардың қайсысын дәлелдеу үшін қолдану қажеттігін таңдау қажет.

4. Берілгендерден өзіңіз таңдаған қатынастармен байланысы бар салдар алу қажет.

5. Суреттен таңдап алынған қатынастарға қатысатын векторларды бөліп алып оларға сұрақ қою қажет: « Оларды қандай векторлар арқылы өрнектеуге болатынын» . Қойылған сұраққа жауап беру үшін, бұл векторларды барлық орынды қатынастардан қарау керек.

6. Егер векторларды басқа векторлар арқылы өрнектеуге суретке қосымша толықтырулар енгізу қажет болса, онда оны өте қарапайым түрде орындауға тырысу қажет.

7. Есептің шартында не берілгенін үнемі есте ұстау қажет. Есеп қиындап кеткен жағдайда есептің шартында берілгендерден қалып кеткендері бар жоқтығын тексеру қажет.

8. Қиындықтар теореманы болмаса басқа да берілгендерді дұрыс пайдаланбағаннан болуы мүмкін, онда туған қиындықтан құтылу үшін ойға атақты теореманы немесе есепті түсіру керек.

9. Егер таңдаған қатынастарыңызда (2 ереже бойынша) 4 – 8 ережелердің барлығын пайдалану кезінде дәлелдеу мүмкін болмаған жағдайда, басқа ережелерді қолданып 4 – 8 ережені қайта тексеру қажет.

Осы ережелерді пайдалана білу оқушылардың өз бетінше жұмыс істеуін, ойлау қабілетін, шеберлігін және дағдысын арттырады. Осылардың ішіндегі ең маңыздысы келесілері:

1.Ойлау қабілетін геометриялық тілден векторлық тілге және керісінше векторлық тілден геометриялық тілде жазу арқылы арттыруға болады.

2.Білімін – векторлар, олардың қасиеттерін, олардың арасында орындалатын қатынастар арқылы арттыруға болады.

3.Бір векторды басқа векторлар арқылы өрнектеуге болады.

Осыларды жеке – жеке қарастырайық.

1. Геометриялық тілден векторлық тілге өту және керісінше өтуде ойлау қабілетін арттыру. Мысалдар:

1) теңдік $\overline{\grave{A}\hat{A}} = k\,\overline{CD}$ $(k -$оң сан) мұндағы $\left[AB\right]\subset a,$ $\left[CD\right]\subset в$ болса, онда $\grave{a} \,//\, \hat{a}$ болады.

2) теңдік $\overline{AC} = \dfrac{m}{n}\overline{CB}$ және $\overline{OC} = \dfrac{n}{m+n}\overline{OA} + \dfrac{m}{m+n}\overline{OB}$ $(m, n -$ кез келген сан, $O -$ жазықтықтың кез келген нүктесі) C нүктесі $[AB] -$ векторын $m : n$ қатынаста бөледі дегенді білдіреді, $|AC| : |CB| = m : n$ деген сөз.

3) мына теңсіздіктердің әрқайсысы $\overline{\grave{A}\hat{A}} = k_1\,\overline{BC}; \overline{AC} = k_2\,\overline{BC}; \overline{AC} = k_3\,\overline{AB}$

$\overline{OC} = p\,\overline{OA} + q\,\overline{OB}$ $\left(p + q = 1\right)$, ($O -$жазықтықтың кез – келген нүктесі)

$\alpha\overline{OA} + \beta\overline{OB} + \gamma\overline{OC} = 0$ $\qquad (\alpha + \beta + \gamma = 0)$

A, B, C үш нүктесінің бір түзуге тиістілігін білдіреді.

4) $\overline{\grave{A}\hat{A}} * \overline{\tilde{N}D} = 0$ $\left(A \neq B, A, B \in a, C \neq D, \quad C, D \in в\right)$ теңдеуі $\grave{a} \perp b$ дегенді білдіреді.

Осы қатынастарға байланысты векторлардың көмегімен келесі есептерді шығаруға болады:

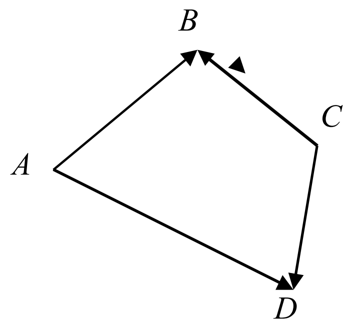
5) Кесінділер мен түзулердің параллелдігі
6) Кесіндіні берілген қатынаста бөлу
7) Үш немесе бірнеше нүктенің бір түзуге тиістілігін
8) Екі түзудің перпендикулярлығын

2. Векторлар арасындағы қатынаста векторлардың қасиеті және сәйкес теоремалар ерекше орын алады.

Күрделі есептерді шешу кезінде ең кең қолданылатын есептер мен теоремаларды қарауға болады. Олар геометриялық есептер шешуге векторлық аппараттық практикалық қолдануларында сүйеніш болып табылады.

Мысал-1 Кез – келген A, B, C, D нүктелері үшін келесі теңдіктің дұрыстығын дәлелдеу қажет.

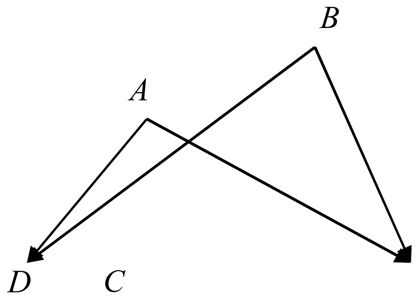
а) $\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{AD} + \overline{CB}$ бұл теңдіктен



1 – сурет

$\overline{AB} - \overline{AD} = \overline{CB} - \overline{CD}$ $\quad \overline{DB} = \overline{DB}$ екендігі шығып теңдік дәлелденді

б)



2-сурет

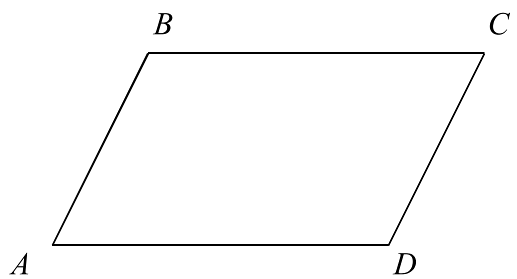
$\overline{AC} + \overline{BD} = \overline{AD} + \overline{BC}$

$\overline{A\tilde{N}} - \overline{AD} = \overline{\hat{A}C} - \overline{\hat{A}D}$

$\overline{D\tilde{N}} = \overline{D\tilde{N}}$

Келесі есеп параллелограммның векторлық тілдегі қажетті және жеткілікті шарты болып саналады.

Мысал-2. A, B, C, D төртбұрышы параллелограмм болуы үшін кез клген О нүктесінен мына теңдіктің орындалуы қажетті және жеткілікті: $\overline{OA} + \overline{\hat{I}\tilde{N}} + = \overline{\hat{I}\hat{A}} + \overline{\hat{I}D}$. Тура және кері теңдік келесі түрде дәлелденеді.



3-сурет

$\overline{OA} - \overline{OB} = \overline{OD} - \overline{OC}$

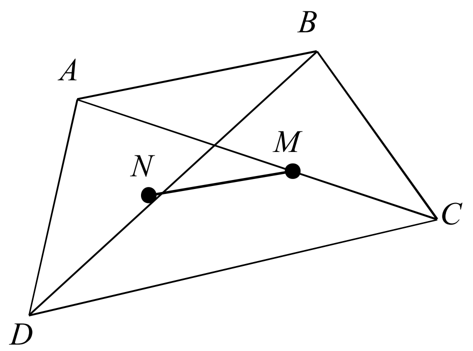
$\overline{BA} = \overline{CD}$ бұдан $ABCD$ - параллелограмм

Дәлелдеуден қарастырып отырған қатынас мына түрде жазылатыны көрінеді.

$\overline{ÀÂ} = \overline{DC}$, $\overline{BC} = \overline{AD}$

Мысал-3. M, N нүктелері $ABCD$ төртбұрышының AC, BD- диогональдарының ортасы . Дәлелдеу керек:

$$\overline{MN} = \frac{1}{2}\left(\overline{AB} + \overline{CD}\right)$$



4 – сурет

$$\overline{MN} = \overline{MA} + \overline{AB} + \overline{BN}$$
$$\overline{MN} = \overline{MC} + \overline{CD} + \overline{DN}$$
$$2\overline{MN} = \overline{MA} + \overline{MC} + \left(\overline{AB} + \overline{CD}\right) + \overline{BN} + \overline{DN}$$

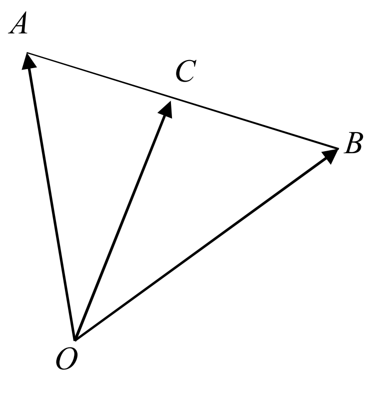
$\overline{MA} = \overline{CM}$ және $\overline{BN} = \overline{ND}$ болғандықтан, онда

$$\overline{MN} = \frac{1}{2}\left(\overline{AB} + \overline{CD}\right)$$

Есептерді векторларды пайдаланып шешуде келесі теорема ерекше орын алады.

Теорема-1 (кесінді берілген қатынаста бөлу)

$Ñ$ – нүктесі $[ÀÂ]$ - кесіндісін $|ÀÑ| : |CB| = m : n$ қатыста бөлуі үшін келесі теңдіктің орындалуы қажетті және жеткілікті.



$$\overline{OC} = \frac{n}{m+n}\overline{OA} + \frac{m}{m+n}\overline{OB}$$

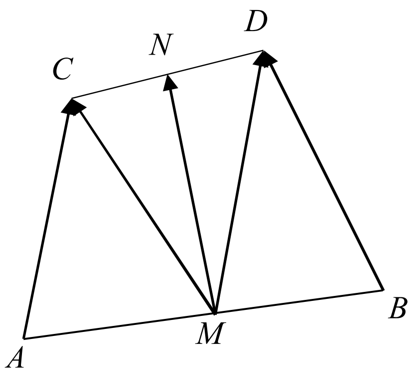
5- сурет

$|ÀÑ| : |CB| = m : n$ теңдігінен

$$\frac{1}{m}\overline{AC}=\frac{1}{n}\overline{CB}$$
$$\frac{1}{m}\left(\overline{OC}-\overline{OA}\right)=\frac{1}{n}\left(\overline{OB}-\overline{OC}\right)$$
$$\Downarrow$$
$$\Downarrow$$
$$\left(\frac{1}{m}+\frac{1}{n}\right)\overline{OC}=\frac{1}{m}\overline{OA}+\frac{1}{n}\overline{OB}$$
$$\Downarrow$$
$$\overline{OC}=\frac{n}{m+n}\overline{OA}+\frac{m}{m+n}\overline{OB}$$

Теорема-2 а) Егер M, N нүктелері сәйкес AB, CD кесінділерін бөлетін бірдей қатыста бөлетін болса $|AM|:|MB|=|CN|:|ND|=m:n$, онда келесі теңдік орындалады:

$$\overline{MN}=\frac{n}{m+n}\overline{AC}+\frac{m}{m+n}\overline{BD}$$



6 – сурет

$$\begin{cases}\overline{MN}=\overline{MA}+\overline{AC}+\overline{CN}\\ \overline{MN}=\overline{MB}+\overline{BD}+\overline{DN}\end{cases}\Rightarrow$$

$$\begin{cases}\frac{1}{m}\overline{MN}=\frac{1}{m}\overline{MA}+\frac{1}{m}\overline{AC}+\frac{1}{m}\overline{CN}\\ \frac{1}{n}\overline{MN}=\frac{1}{n}\overline{MB}+\frac{1}{n}\overline{BD}+\frac{1}{n}\overline{DN}\end{cases}\Rightarrow$$
$$\left(\frac{1}{m}+\frac{1}{n}\right)\overline{MN}=\frac{1}{m}\overline{MA}+\frac{1}{m}\overline{AC}+\frac{1}{m}\overline{CN}+\frac{1}{n}\overline{MN}\Rightarrow$$
$$\left(\frac{1}{m}+\frac{1}{n}\right)\overline{MN}=\left(\frac{1}{m}\overline{MA}+\frac{1}{n}\overline{MB}\right)+\left(\frac{1}{m}\overline{AC}+\frac{1}{n}\overline{BD}\right)+\left(\frac{1}{m}\overline{CN}+\frac{1}{n}\overline{DN}\right)$$

Бұдан $\frac{m+n}{mn}\overline{MN}=\overline{0}+\left(\frac{1}{m}\overline{AC}+\frac{1}{n}\overline{BD}\right)+\overline{0}\Rightarrow\ \overline{MN}=\frac{n}{m+n}\overline{AC}+\frac{m}{m+n}\overline{BD}$

Библиографиялық тізім

1. Н.И. Постоева. Векторное алгебра и основы аналитической геометрии в пространстве. ЛГУ. 2013г.
2. И.Ю. Шарыгин. Факультативный курс по математике. Решения задач. Москва. «Просвещение».
3. В.Г.Чичигин. «Методика предподаванию геометрии». Москва. Учпедиз. 2010г.

МАТЕМАТИКА КУРСЫ ЕСЕПТЕРІНІҢ ПРАКТИКАЛЫҚ БАҒЫТТЫЛЫҒЫН АРТТЫРУДЫҢ ПЕДАГОГИКАЛЫҚ НЕГІЗДЕРІ

Санаева А.С.
Ғылыми жетекшісі- ф.- м.ғ.к.,доц.Кадирбаева Ж.М.

Түйін

Мақалада 12 жылдық білім беру жүйесінде бастауыш мектеп математика курсы есептерінің практикалық бағыттылығын арттыру жұмыстарында оқушылардың іс-әрекеттік дағдылары мен өз білімдерін практикада дұрыс қолдану дағдылары қарастырылған.

Оқушының ой-өрісін дамытып, алған білімдерін өз тәжірибесінде жаңа жағдайларда қолдану біліктілігін, ізденімпаз, шығармашыл тұлға қалыптастырудың бірден-бір жолы 12 жылдық білім беруге көшу екенін әлемдік тәжірибе дәлелдеуде. Бүгінгі күні республикамызда 12 жылдық білім беруге толық көшуге дайындық жұмыстары жан-жақты талқылануда. 12 жылдық білім беру жүйесіне көшу-қоғамдағы елеулі өзгерістер мен адамдар арасындағы қарым-қатынас құралдарының қарыштап дамуына байланысты жаңа адамды қалыптастыруды көздеген заман талабы.

12 жылдық білім беру жүйесінде бастауыш мектеп математика курсы есептерінің практикалық бағыттылығын арттыру жұмыстарында оқушылардың іс-әрекеттік дағдылары мен өз білімдерін практикада дұрыс қолдану дағдылары дамытылады. Әрекет теориясы психология ғылымының басты бағыттарының бірі.Бұл тұрғысында психолог-ғалым Т.Тәжібаев: «Адам психологиясының сипаттамасын беру үшін оның іс-әрекетінің басты-басты белгілерін атап өткен жөн. Осындай айрықша сипаттардың бірі ─ адамның дүниедегі заттарға, құбылыстарға, еңбек обьектісіне , оның процесіне назар соғуы, зейін қоюы, әр уақыт адам санасының бір затқа, құбылысқа, болмысқа бағыт алып » отыруын іс-әрекет деп таниды [2]. Ресейлік ғалым В.В.Давыдов адамның қоршаған ортаны өзгертуге арналған практикалық қимылын іс-әрекет деп таниды: «Деятельность ─ это практическое преобразование общество человеком обьективного мира». Ғалым іс-әрекетті іштей мынадай бөліктерге: образ ─ зат (предметность) ─ мағына (смысль) ─ іс-әрекет (действия) деп жіктейді [2].

Бірқатар психолог ғалымдар іс-әрекеттің мынадай құрамдас бөліктерін атап көрсетеді[3]:

1. Мақсат ─ құрал ─ нәтиже
2. Іс-әрекет ─ қимыл ─ нәтиже
3. Түрткі ─ норма ─ білім ─ дағды ─ құрал
4. Мақсат ─ себеп ─ дағды ─ нәтиже ─ іс-әрекет пен нәтиже арасындағы байланыс.

Математика сабағында практикалық мәнді тапсырмаларды орындау барысында оқушылардың іс-әрекеті деп ─ балалардың бүтіндей ақыл-ой, теориялық білімдері мен практикалық дағдылары арқылы алдына қойылған проблеманы шешу барысында қолданылатын әрекеттер тобын айтамыз. Ал білімдері мен біліктерін практикада дұрыс қолдану үшін оқушыда алдымен дағдылар қалыптасуы шарт. Оқыту үдерісінде оқушылардың практикалық біліктер мен дағдыларды жөнінде: А.М.Фридман, Ю.К.Бабанский, Н.А.Лошкарева, И.Д.Буртовой, Т.Әбдіғалиева, Ж.Балтабаева, Б.В.Беляев, Б.Г.Пинский т.б. құнды пікірлер айтқан. [5]. Практикалық білік пен дағды қазіргі мектептегі білім мазмұнының бөліктері қатарына жатады. Оқушы жалпы білім жүйесін, оған жеткізетін іс-әрекеттер, әдіс-тәсілдермен қатар оқу еңбегін саналы орындауға, білім алуға жетелейтін біліктер мен дағдыларды меңгереді. Оқушыларда қалыптасқан біліктер мен дағдыларды кез келген жаңа жағдайда пайдалана алса, баланың шығармашылық ауқымы кеңейеді. Іс жүзіне асқан іс-әрекет арқылы оқушы қоршаған орта шындығын тереңірек танып біледі. Міне, сондықтан білік пен дағды оқу процесінде үлкен мәнге ие.

Жас шәкірттерді тек жаңа білім жүйесін игертумен шектелмей, сол оқудың саналы болуына ықпал ететін икемділік пен дағдыларды қалыптастыру - маңызды мәселе. Мұғалімнің басты міндеті-оқушыны өздігінен кітап, сөздік және анықтама әдебиеттерімен жұмыс істеуге, кез келген іс-әрекетті жүзеге асыруда жоспарлы түрде уақытты үнемдеп, саналы орындауға жаттықтыру[4].

Ресейлік психолог Б.В.Беляев практикалық дағдылар түсінуден кейін сол түсініктерді қабылдау процесі кезінде пайда болады дейді. Ол дағдылардың қалыптасуын мынадай өрнек түрінде көрсетеді: білік-дағды-білік. Ғалымның сөзінше: « ... если учащиеся может сказать что-либо изучаемом языке, только благодаря тому, что он сознательно использует соответствующие знания, то это должно быть названо лишь первичным умением, а не навыком. Умением называется такое действие, которое совершается человеком впервые и с пониманием. Но подлинная речь есть вторичное умение, которое основывается не столько на знаниях, сколько на навыках. Под навыком же подразумевается такое действие, которое совершается человеком без участия сознания, т.е. автоматически, благодаря тому, что человек многократно совершал это действие в прошлом» [6] болып шығады. Ол практикалық дағдылар жөнінде айтқанда оны оқушының шығармашылық іс-әрекетіне жатқызады: «Речевые навыки конечно существуют, но речь-это всегда творческая деятельность. Любая речь любого человека творчески создается им в целях сообщения другим таких своих мыслей, которые у него возникают впервые, в связи с каждый раз по-новому складывающимся жизненными событиями и ситуациями и под их влиянием. Пользуясь языком в своей речи, человек никогда не бывает автоматом, а всегда характеризуется речевым творчеством. Речевая деятельность может быть поэтому расчленена только на отдельные умения - умения слушать, говорить, читать и писать, потому что умение представляет собой такое действие, которое совершается человеком всегда с учетом неповторимого стечения обстоятельств и на основе приобретенных навыков». [6]. Сонымен қатар ғалым дағдыны біліктен кейін қалыптасатын іс-әрекет деп таниды. Дағды (навык)-әрине білікті(умение) қайталау нәтижесінде қалыптасқан әрекет. Мысалы, оқыту дағдыларына оқушылар кітаппен және басқа түрлі басылымдармен жұмыс істеуі арқылы үйренеді.

Қазақ психолгиясының негізін салушы ғалым Қ. Жарықбаев дағды іс-әрекеттеріне мынадай анықтама береді[6]:

1. Дағдыландыру - соқыр сезімдермен және басқа нәсіл арқылы пайда болған биологиялық әрекетпен салыстырғанда адамның жеке басының тіршілігінде пайда болатын қылықтар.
2. Дағдылану үйренумен, жаттығумен бір әрекетті бірнеше рет қайталаумен, дәл қазіргі әрекетті басынан өткізген адамның бұрынғы тәжірибесіндегі әрекеттермен байланысып, жүзеге асады.
3. Дағдылануға алғашқы кезде әдейілеп зейін, ерік-жігер, күші жұмсалса да, кейін біртe-бірте автоматтану арқылы жүзеге асып отырады. Бірақ барлық дағдылану автоматизм тәрізді болады деуге болмайды. Кейбір өте күрделі дағдыланулар (мәселен, ақыл-оймен байланысты) автоматизм түрде әрекет етпеуі де мүмкін.
4. Дағдылану бір қалыпта өзгермей тұратын әрекет емес. Егер адам өзінің әрекетін де, жүріс-тұрысын да, ақыл-ойын да жаттығу, қайталау арқылы атқаратын болса, сол әрекетіне басқа әрекеттерге де көшіре алады. Мысалы, адам әр уақытта оң қолымен жазып, сол қолымен еш уақытта жазып көрмесе де, ол сол қолымен де жаза алады[6] .

Е.В. Гурьянов дағды: 1. Іс-әрекет жүргізу арқылы қалыптасады; 2. Жаттығулар орындау барысында қалыптасады, - дейді. Бұл пікір бойынша дағдыға кез-келген іс-әрекет жатпайды, тек жаттығу негізінде қаланған іс-әрекеттер жатады[8].

Сонымен психолог ғалымдардың көрсетуі бойынша дағды жаттығудың қайталануы арқылы іс-әрекеттің автоматты түрде орындалуы деңгейі екендігін байқаймыз. Кіші жастағы мектеп оқушыларының практикалық дағдылар қалыптасуы олардың қарапайым болса да, алған білімдерінің іс-жүзінде пайдалануы деп түсінуі қажет.

Тағы да бір мысал, 7 санынан кейін келетін санды жазыңдар (атандар). 6 санының алдында тұрған санды жазыңдар. 5-ті 1-ге арттырындар және пайда болған санды жазыңдар. Егер 7-ні 1-ге кемітсеңіздер қандай сан шығады? Егер 6-дан 1-ді шегерсеңдер қандай сан шығады? Ойдағы санға 1-ді қосыңдар, сонда 7 шығады. Мұндай сан ойладындар ма? Әрбір алдыңғы сан келесі саннан қаншаға кем? Әрбір келесі санға бірді қоссаң немесе алдыңғы саннан бірді шегерсең қандай сан шығуы мүмкін ? Мысалдар келтіріңдер

6 мен 8 аралығында қандай сан тұр? 4-тен 9-ға дейінгі сандарды алтыдан 1-ге дейінгі сандарды жазыңдар. Қандай сандар қалып қойған? 2...4...5...7...9.

3,5,8,9 сандары берілген. Осы сандардың алдындағы сандарды жазыңдар. Олардан кейін келетін сандарды жазыңдар.

Содан кейін ғана бала алған білімін жаттығу барысынды пайдаланып,қайталайды да,есептерді дұрыс шешуге дағдылана бастайды.

А.А.Люблинская, П.Я.Гальперин негізін салған ақыл-ой әрекетін сатылап қалыптастыру теориясын былай түсіндіреді: П.Я.Гальперин негізін салған «ақыл-ой әрекетінің сатылап қалыптасу» концепциясы практикалық іс-әрекет - адам ойлануының барлық жоғары формаларының даму процесіндегі алғашқы баспалдақ (саты) деген түсінікке құрылған. Бірінші кезеңде бала мәселені шешу үшін сыртқы материалдық әрекеттерді қолданады. Екіншіде-бұл әрекеттер тек елестетіледі де, бала оларды сөзбен айтады (басында дауыстап, сонан соң іштей). Тек соңғы, үшінші кезеңде сыртқы-заттық әрекет «жинақталып», ішкі жоспарға енеді. Кең құлашты материалдық әрекеттің жинақы ақыл-ойлық модельге айналуының әрбір кезеңі үшін берілген мысалдың шарттары мен мазмұнындағы оқушыға, бағыт-бағдардың белгілі бір түрі тән. Жоғары деңгейдегі мұндай бағдарларға мәселелердің берілген түрі үшін өте маңызды жалпылама сипаттағы тану белгілері жатады (олар заңдар мен ұғымдарда көрсетілген [7].

Мұнда оқушы ақыл-ой әрекетінің өзін сатылап қалыптасатындығын, және әрбір сатыны қайталап отыру барысында дағдыланатынын көруге болады. Оқушылардың практикалық дағдысының негізінде ақылға салынған әрекет жатады. Іс-әрекетті игертудің бастапқы кезеңінде бұл әрекеттер оның негізгі компоненттері болады. Мысалы, оқуға үйрету кезеңіндегі дыбыстан буын, буындарды қосу арқылы мағыналы сөзге айналдыру оқудың негізгі мазмұны болып табылады. Оқуға жаттығу үстінде оқушы жылдам оқуға дағдыланады. Яғни ол бұдан былай дыбыстан буын құрауды, буындарды қосуды мақсат етіп қоймайды. Өйткені оның әрекеті енді, жеңіл, жүгіртіп оқитын дағдыға айналады. Қандай да болсын, дағдының негізінде шартты рефлекс байланыстарды қалыптастыру және бекіту жатады. Іс-әрекетті үнемі қайталау нәтижесінде белгілі бір нерв жүйесінде қозу процесін тұрақтандыру пайда болады. Сөйтіп, реакция мерзімін қысқартатын, бір жүйеден екінші жүйеге дәлме-дәл көшіп отыратын шартты рефлекстік байланыстар жүйесі пайда болады.

Қалыптасқан нерв механизмдері әрекетті орындау процесінде бірқатар өзгерістер туғызады. Біріншіден, дағдының қалыптасуы нәтижесінде әрекетті орындау мерзімі қысқарады. Екіншіден, артық қимыл қозғалыстар жойылады. Мысалы, бірінші сынып оқушылары жазуға үйренудің алғашқы кезінде едәуір дене және бұлшық ет күшін жұмсайды. Ал жазу дағдысы қалыптасқан соң, артық қимыл және күш жұмсау жойылады. Үшіншіден, жеке дербес қимылдар біртұтас әрекетке тоғысады. Дамудың ең жоғарғы шегіне көтерілген дағдыларды автоматталған әрекет деп атайды [7]. Д.Б.Элькониннің осы еңбегіндегі зерттеу нәтижелеріне қарағанда дағдының қалыптасуы үш кезеңнен тұрады[7]:

1) Талдау кезеңі. Оқушылар сауат ашу кезеңінде әріптермен танысады. Бұған қоса, сол әріптердің тіл дыбыстарына сәйкес келуі, олардыан буын құрауы, буыннан сөз, сөзден сөйлем құралатыны біртіндеп үйретіледі. Балалардың әріптен буын, буыннан сөз құрау дағдылары өте баяу қалыптасады. Мұның бірнеше психологиялық себептері бар.

Біріншіден, бала әріп таңбаларын жөнді ажырата алмайды. Бұлар дағдының қалыптасуына үлкен бөгет жасайды.

2) Жинақтау кезеңі. Бұл кезеңде оқушы әріптерді бір-бірімен жеңіл біріктіре алады. Тұтас сөзді тезірек оқуға асығады да, оның жеке бөлшектері әріп айырмашылықтары неғұрлым аз болса, солғұрлым көбірек қателеседі. (Мысалы, келу-кету, жазу-жасу).

3) Автоматтану кезеңі. Үшінші кезеңде бала әріптерді тез танып, бір-біріне қосып оқи алады. Енді ежелеуді қойып, бір қалыппен тез оқитын болады. Біз зерттеуімізде осы пікірге сүйендік.Мысалы, мектепке енді келген оқушыларға сандарды үйретуде тақпақ арқылы сандарды жттатқызған дұрыс.

Математикадан алғашқы ұғым берудің мазмұнын анықтай отырып, бағдарлама жасағанда 6 жастағы балаларды кеңістікті бағдарлай білу, заттарды және олардың жиынтықтарын салыстыруға қажетті негізгі математикалық алғашқы ұғымдарды меңгерту мәселелерін қарастырдық. Өйткені бұл мәселелер даярлық кластарындағы балаларға берілуге тиісті алғашқы математикалық білім - дағдыларға кіріспе болып табылады.Себебі "биік - аласа", "ұзын - қысқа", "кең - тар", "жуан - жіңішке", "үлкен - кіші" деген заттардың салыстырмалы қасиеттері мен қатынастары туралы, "көп - аз", "көп - бір", "көп - емес" т.б. осылар сияқты заттың сандық қатынасы туралы, "оң - сол", "оң жақта", "сол жақта", "жоғарыда - төменде", "алдында - артында", "алыс-жақын", сияқты заттардың кеңістіктегі орны туралы түсініктерсіз 6 жастағы балаларға математиканың негізгі ұғымдарын меңгерту мүмкін емес. Сондай- ақ алғашқы кезеде оқушылардың сандар жөніндегі білімдерін санамақтар арқылы дамытқан дұрыс. Оқушылардың тілі сандарды айтуға дағдыланып, математикалық білімдері кеңейеді. «Жеті алма» жұмбақ өлеңі арқылы есеп шығарту.

Табақта бес алма,
Қолында екі алма,
Қосқанда барлығын,
Болады жеті алма.
Бір алма апама,
Бір алма атама,
Екі алманы бөлемін,
Тәтеме – сыбаға.
Нешеуін алады?
Нешеуі қалады?
Мысалы:
Бір үйде, біз нешеуміз?
Кел санайық екеуміз:
Бас бармағым – папам,
Балаң үйрек – атам,
Ортан терек – ағам,
Шылдыр шүмек – мен,
Титтей бөбек – сен.
Бір үйде біз нешеуміз?
Бір үйде біз бесеуміз.

«Санамақ» өлеңі (ойыны) алғашқы ондықты оқып үйрену кезінде математиканың бастапқы негіздерін меңгеруге толық мүмкіншілік береді де, келесі ондыққа өтуді оңайлатады, оны әсіресе, ойына сақтау қабілеті төмен балалар үшін (санның рет қатарынан жазылғанда) қолданған жөн.

Дағды жаттығу процесінде қалыптасады. Осы тақпақтарды қайта-қайта айтқызу арқылы оқушылардың математикалық білімдерін қалыптастырылады. Қалыптастырмақшы дағдыға оқушының ынталы болуы сол дағдының қалыптасуына маңызды рөл атқарады. Дағды бастауыш сынып оқушыларын оқыту ісінде және оларды дамыту жолында маңызды қызмет атқарады.

Библиографиялық тізімдер

1. Қаңлыбаев Ұ. И., Ахметов М. Математиканы тереңдетіп оқытатын класстардың үлгі бағдарламасы. -Алматы: Арна,2009. -35 б.
2. Пойа Д. Как решать задачу. -Львов.: Квантор, 2011. -215 с.
3. Баймұханов Б. Математика есептерін шығару. -А.: Мектеп, 2008.
4. Бекжүрсінов Ұ. Ойын – тиімді тәсіл. Бастауыш мектеп, 2011 № 10, 28-29 б.б.

ГЕОМЕТРИЯЛЫҚ ТҮРЛЕНДІРУЛЕР ӘДІСІ ТУРАЛЫ

Сульбаева Ж.М.

Ғылыми жетекшісі- ф.-м.ғ.к.,доц. Кадирбаева Ж.М.

Түйін

Геометриялық салулар теориясының дамуы физикадағы, сызудағы кейбір мәселелерді шешуге көмектесті. Мысалы, физикалық шамалардың өзгерісін графиктік жолмен сипаттауда, геометриялық фигуралардың сызбаларын орындауда қолданылады. Мақалада геометриялық түрлендірулерге мысалдар келтірілген.

Геометриялық салулар IX – XV ғасырларда Араб және Таяу Шығыс елдеріндегі ұлы математиктердің де назарында болды. Әл – Фарабидің «Табиғат сырын геометриялық фигуралар арқылы танытарлық рухани айла әрекеттері» деп аталатын шығармасы түгелдей геометрия мәселелеріне арналып, 150 – ге тарта салу есептері шығарылған. Он бес есеп сызғыш пен адымы тұрақты циркуль арқылы шешіледі.

Әл – Фарабидің негізгі жетістігі - әр жерде шашырап жүрген геометриялық салу есептері туралы материалдарды жинастырып, жүйеге келтірген «принциптер» тағайындады және геометрияның белгілі бір саласына айналдырды.

XVI ғасырда салу есептерін шешумен ұлы суретші ғалым Леонардо да Винчи (1452 – 1519) айналысқан. Оның салуларында, тіпті Әл – Фарабимен дәл келетін жерлері бар. Әл–Фараби, Әбу әл Вафа, Леонардо да Винчи, т. б. ғалымдардан басталған геометриялық салу есептерін жүйелеу әрекеттері XVIII – XIX ғасырларда белгілі математиктер Э. Маскерони, Я. Штейнер еңбектерінде өз жалғасын тауып, қазіргі конструктивтік геометрияның қалыптасуына бастама болды.

Дегенмен, ортағасырларда конструктивті геометрия мәселелерімен көптеген математиктер еңбектенсе де, бұл салада айтарлықтай өзгерістер болмады. Тек XVII-XX ғ.ғ. математиканың жаңа салаларының өркендеуіне байланысты геометриялық салулар теориясы дами бастады. Бір жағынан, конструктивті геометрияның мәселелері жаңа математикалық теориялар мен әдістердің өркендеуіне ыкпалын тигізді.

Әсіресе геометриялық салулармен тығыз байланыста дамығандар: аналетикалық геометрия, проективтік геометрия, алгебралық және трансценденттік сандар теориясы, аналетикалық функциялар теорясы және т.б.

Р.Декарт (1596-1650), Ньютон (1643-1727), Эйлер (1707-1783), Гаусс (1744-1808), Ферма, т.б. математиктер конструктивті есептермен шұғылданған. Мәселен, Декарт және Ньютон конустық қиманың көмегімен бұрыштың трисекциясы туралы есепті шешсе, Ньютон мен Эйлер Аполлоний есебін шешудің өз әдістерін жасады. XVIII – XIX ғасырларда белгілі матема-тиктер Э.Маскерони, Я.Штейнер еңбектері қазіргі конструктивтік геометрия-ның қалыптасуына бастама болды.

XIX - XX ғасырларда геометриялық салулар теориясында көптеген еңбектер жазылды. Ф.Клейн мен Энриквестің «Геометриялық салулар теориясы» кітабы, Лебег пен Бибербаханың, А.Адлердің еңбектері жарияланды. 1881 жылы жарыққа шыққан И.И.Александровтың «Гео-метриялық салу есептерін шешу әдістері» атты кітабы ең үздік туындылардың бірі болды.

Геометриялық салулар теориясының дамуы физикадағы, сызудағы кейбір мәселелерді шешуге көмектесті. Мысалы, физикалық шамалардың өзгерісін графиктік жолмен сипаттауда, геометриялық фигуралардың сызбаларын орындауда қолданылды. Инженерлер мен техниктер кейбір практикалық жұмыстарды графиктер мен сызбалардың көмегімен орындады.

Математиканы оқытуда салу есептеріне аса көңіл бөлінеді, себебі ондай есептер мазмұны жағынан да, құрылымы жағынан да оқушыларға түсінікті. Бұл - нағыз шағын математикалық зерттеу.

Геометриялық салулар оқушының математикалық белсенділігін, кеңістікті елестету тапқырлығы мен алғырлығының дамуына, яғни болашақ маман иесіне қажет қасиеттердің дамуына әсер етеді.

Салу есептерін шешу барысында «кескіндеу сауаттылығының» теориялық және практикалық негіздері қалыптасады, яғни оқушы есепті шешудің жиі қолданылатын әдістері мен әртүрлі шарттарға сәйкес қолданылатын құрал - жабдықтармен танысады. Бұл, әдетте, есепті формальды қабылдауға жол бермейді.

Мектептегі геометрия курсының әрбір тарауының соңында салу есептерін шешу оқушыларды осы тақырыпты терең меңгеруіне әсер етеді.

Айталық жазықтықтағы Ф фигурасының әрбір М нүктесіне осы жазықтықтың қандай да бір анықталған M' нүктесін сәйкестендіретіндей ереже орнатылған болсын. Онда жазықтықта Ф фигурасының түрлендіруі берілген делінеді. M' - M нүктесінің образы, ал M - M' нүктесінің прообразы деп аталады.

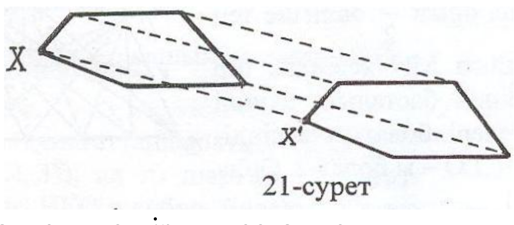
Берілген Ф фигурасының нүктелеріне сәйкестендірілген нүктелер жиыны Ф' фигурасын құрайды және ол фигураны Ф-ң образы деп атайды.

Түрлендіруді геометриялық салулар теориясында қолдану геометриялық турлендірулер әдісі деп аталады. Түрлендірулер әдісінің негізгі мақсаты – берілген немесе ізделінді фигураларды түрлендіре отырып, есепті оңай шешілетіндей қарапайым түрге келтіру. Көптеген салу есептерін шешуде жазықтықты геометриялық түрлендіру нәтижелі қолданылады. Енді солардың түрлеріне тоқталып өтейік.

Параллель көшіру, көрнекі түрде, нүктелері бір бағытта, бірдей арақа-шықтыққа көшірілетін түрлендіру деп түсіндіріледі.

Жазықтықта декарттық координаталар системасын енгіземіз. Кез - келген (х, у) нүктесі жазықтықтың (х+а, у+в) нүктесіне көшетіндей Ғ фигурасын түрлендіру параллель көшіру деп аталады, мұндағы а,в сандары барлық (х,у) нуктелері үшін бірдей.

Параллель көшіру х'=х+а, у'=у+в формулаларымен беріледі. Бұл формулалар параллель көшірудегі (х,у) нүктесі көшетін нүктенің х', у' координаталарын көрсетеді (1-сурет).



21-сурет

Параллель көшіру – қозғалыс.

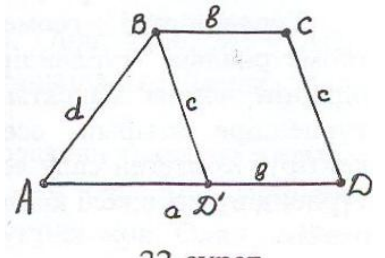
Параллель көшіруде нүктелер параллель (немесе беттесетін) түзулер бойымен бірдей қашықтыққа ауысады. Параллель көшіруде түзу өзіне параллель түзуге немесе өз - өзіне көшеді.

Параллель көшіруді геометриялық салуларда қолдану параллель көшіру әдісі деп аталады. Осы әдіс бойынша есепті шешуге берілген немесе ізделінді фигураларды не олардың элементтерін параллель көшіруден пайда болған фигуралар қарастырылады. Бұл есепке талдау жасауды барынша жеңілдетеді.

Параллель көшіру әдісі фигураның «шашыраңқы» бөліктерін біріктіруде, көпбұрыштарды (әсіресе, төртбұрыштарды) салуда жиі қолданылады. Мұнда, әдетте, бір немесе бірнеше кесінділердің параллель көшірудегі образдарын қарастыру арқылы салуды жеңілдететін қосымша фигуралар (мысалы, үшбұрыш) қарастырылады.

Мысал: Берілген төрт қабырғасы бойынша трапеция салыңыз.

Шешуі:

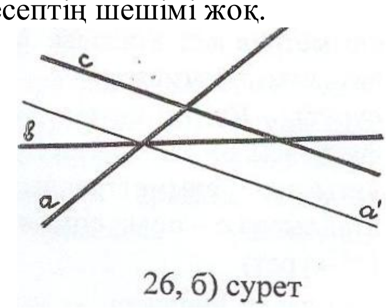


22-сурет

Талдау. Есеп шешілді делік, яғни ізделінді АВСД трапециясы тұрғызылған. AD = a – үлкен табан, ВС = в – кіші табан, ал AB = d және CD = с – бүйір қабырғалар.(2-сурет) векторына қатысты параллель көшіру қарастырайық. Сонда CD қабырғасы BD'(D'$\in$AD) қабырғасына көшеді. ABD' үшбұрышын берілген үш қабырғасы бойынша $\vec{CB}$ салу оңай. Онда ізделінді трапецияны салу үшін BD' кесіндісін $\vec{AD}$ векторы бағытымен, ұзындығы в–ға тең болатындай қашықтыққа параллель көшіреміз.

Салу. 1) AB = d, BD' = c, AD' = a - в қабырғалары бойынша ABD' үшбұрышы
2) AD' түзуі
3) AD = a кесіндісі, A-D'-D және D $\in$ AD'
4) ТД'Д : BD'→CD кесіндісі
5) BC кесіндісі
ABCD - ізделінді трапеция

Дәлелдеу.
Салу бойынша AD = a, AB = d, ал параллель көшірудің қасиеті бойынша CD = c, BC$||$ AD. Сонда BC = DD' = AD - AD' = a - (a – в) = в.
Зерттеу. Егер CD – AB < AD – BC < CD + AB қатынасы орындалса, есептің бір ғана шешуі бар. Қалған жағдайларда есептің шешімі жоқ.



26, б) сурет

Библиографиялық тізім

1.Кунакова К.У., Токбергенова У.К. Вопросы предпрофильной подготовки в контексте самоопределения учащихся. //Білім-Образование. –2010. № 4
2. Рахымбек Д. Математиканы оқыту әдістемесі, Шымкент:ЮКГУ, 2011.
3.Рахымбек Д. Оқушылардың оқу үдерісіндегі құзіреттілігін қалыптастырудағы мұғалімнің әдістемелік дайындығы. //Оқушы құзіреттілігін дамыту негізінде білім сапасын арттыру мәселелері. РҒӘК материалдары. Шымкент, 2010
4.Абылқасымова А.Е Көбесов А.,Рахымбек Д., Кенеш Ә. Математиканы оқытудың теориясы мен әдістемесі. Алматы: Білім, 2010 -208б.
5. Абылқасымова А.Е. және т.б. Алгебра 9-сыныпқа арналған оқулық, Алматы: Мектеп, 2015.
6. Погорелов А. В. Геометрия орта мектептің 7-9 сыныптарына арналған оқулық - Алматы: Просвещение-Қазақстан, 2013ж. – 248б.
7. Алдамұратова Т.А. Математика Жалпы білім беретін мектептің 5-сыныбына арналған оқулық – Алматы: Атамұра, 2011ж – 288б.

8. Алдамұратова Т.А. Математика Жалпы білім беретін мектептің 6-сыныбына арналған оқулық – Алматы: Атамұра, 2012ж – 367б.
9. Погорелов А. В. Геометрия орта мектептің 7-9 сыныптарына арналған оқулық - Алматы: Просвещение-Қазақстан, 2013ж. – 248б.
10. Шыныбеков Ә.Н. Геометрия Жалпы білім беретін мектептің 8-сыныбына арналған оқулық – Алматы: Мектеп, 2014ж – 128б.

САН ӨСІНДЕ БЕРІЛГЕН ШРЕДИНГЕР ОПЕРАТОРЫНЫҢ СЫЗЫҚТЫ ТӘУЕЛСІЗ ШЕШІМДЕРІ ТУРАЛЫ

Толешов Б.А.
Ғылыми жетекшісі – п.ғ.д.,доц. Кадирбаева Р.И.
Шымкент университеті

Түйін
Мақалада сан өсінде берілген екінші ретті Шредингер операторының сызықты тәуелсіз шешімдерінің бар болуы туралы теорема дәлелденген.

Сан өсінде берілген

$$-u''+p(x)u=\lambda u$$

теңдеуін қарастырамыз. Мұндағы $p(x)=p_1(x)+ip_2(x)$ комплексмәнді функция. $p(x)$ функциясы келесі екі шартты қанағаттандыратын болсын.

1°. $p_2(x)$ функциясы жартылай шенелген, яғни не төменнен, не жоғарыдан шенелген, ал $p_1(x)$ - кез келген функция.

2°. $p_1(x)$ функциясы төменнен шенелген, ал $p_2(x)$ - кез келген функция.

Бірінші жағдайда

$$p_2(x)\geq 1 \text{ (не } p_2(x)\leq -1) \tag{1}$$

деп есептейміз.

Екінші жағдайда

$$p_1(x)\geq 1 \tag{2}$$

теңсіздігі орындалады деп есептейміз.

1°және 2° екі жағдайында да $p(x)$ -ке жорамал немесе нақты тұрақтыларын қосу арқылы (A) және (B) теңсіздіктерінің орындалуын көрсетуге болады.

Біртекті дифференциалды теңдеуді қарастырайық

$$-u''+p(x)u=0 \tag{3}$$

(A) және (B) шарттары орындалғанда (1) теңдеуінің $\chi(x)\in L_2(-\infty;0)$ шешімі және $\psi(x)\in L_2(0;+\infty)$) шешімі бар болатынын көрсетеміз.

Алдымен

$$-u''+p(x)u=f \tag{4}$$

теңдеуімен байланысты күрделі емес бірнеше формулаларды келтіреміз, мұндағы $p(x)=p_1(x)+ip_2(x)$. (2) теңдеуінің шешімін $u(x)$ деп белгілейміз, сәйкес теңдікті $\overline{u}(x)$ - қа көбейтеміз және (α,β) интервалында интегралдаймыз. Теңдіктің сол жағындағы өрнекті бір рет бөліктеп интегралдау арқылы мынадай теңдік аламыз

$$-\overline{u}u'|_{\alpha}^{\beta}+\int_{\alpha}^{\beta}(|u'|^2+p_2(x)|u|^2)dx+i\int_{\alpha}^{\beta}r|u|^2dx=\int_{\alpha}^{\beta}f\overline{u}dx \tag{5}$$

(3) – ші формуладан жорамал және нақты бөлігін бөліп алсақ

$$\mathrm{Im}-\overline{u}u'|_{\alpha}^{\beta}+\int_{\alpha}^{\beta}r|u|^2dx=\mathrm{Im}\int_{\alpha}^{\beta}f\overline{u}dx \tag{6}$$

$$\mathrm{Re} - \bar{u}u'|_{\alpha}^{\beta} + \int_{\alpha}^{\beta}\int_{\alpha}^{\beta}(|u'|^2 + p_2(x)|u|^2)dx = \mathrm{Re}\int_{\alpha}^{\beta} f\bar{u}dx \tag{7}$$

Келесі леммаларды дәлелдейміз. Ең алдымен, бірінші жағдайға байланысты лемма.

Лемма 1. Егер $p(x)$ функциясының жорамал бөлігі үшін

$$p_2(x) \geq 1 \text{ (не } p_2(x) \leq -1), \ -\infty < x < +\infty \tag{8}$$

шарты орындалатын болса, онда

$$-u'' + (p_1(x) + ip_2(x))u = 0 \tag{9}$$

теңдеуінің $L_2(-\infty;0)$ кеңістігінде жататын $\chi(x) \in L_2(-\infty;0)$ шешімі және $L_2(0;+\infty)$ кеңістігінен $\psi(x) \in L_2(0;+\infty)$ шешімі табылады.

Дәлелдеуі. Анығырақ болу үшін, $p_2(x) \geq 1$ деп есептейміз.

(7) теңдеуінің шешімін $\varphi(x)$ *және* $\theta(x)$ арқылы белгілейміз, $x = 0$ болғанда келесі шарттарды қанағаттандырады

$$\left.\begin{array}{l} \varphi(0) = 1, \theta(0) = 0 \\ \varphi'(0) = 0, \theta'(0) = 0 \end{array}\right\} \tag{10}$$

$\psi(x)$ шешімін келесі түрде анықтаймыз

$$\psi(x) = \varphi(x) + l\theta(x) \tag{11}$$

мұндағы l таңдап алынатын кейбір тұрақты. $-\psi'' + (p_1(x) + ip_2(x))\psi = 0$ теңдігінен (4) теңдеудің негізінде

$$\int_0^b p_2(x)|\psi(x)|^2 dx = \mathrm{Im}\psi'\bar{\psi}'|_0^b \tag{12}$$

теңдеуін аламыз, мұндағы $b > 0$. l-ді келесі

$$\mathrm{Im}\psi'\bar{\psi}\,|_{x=b} = 0 \tag{13}$$

теңдеуді қанағаттандыратындай етіп таңдаймыз.

Ол үшін

$$\mathrm{Im}\frac{\psi'}{\psi}|_{x=b} = 0$$

(14)

болуы жеткілікті. ((11)-ді $|\psi(b)|^2$ бөлдік). (12) шартты былай жазуға болады:

$$\frac{\varphi'(b) + l\theta'(b)}{\varphi(b) + l\theta(b)} = \beta$$

(15)

мұндағы, β - нақты сан. $-\varphi'(b)\theta(b) + \theta'(b)\varphi(b) = 1$ (7) теңдеу жағдайында Вронский анықтауышы сақталады. Сондықтан (13) теңдеу кейбір (l) комплексті жазықтығынан (β) жазықтығына бөлшекті-сызықты бейнелеуді анықтайды. (13) теңдеуден (l)-ге қатысты төмендігіні аламыз

$$l(\beta) = \frac{\varphi(b)\beta - \varphi'(b)}{-\theta(b) + \theta'(b)} \tag{16}$$

(12) және (11) теңдікті қанағаттандыратындай, β-нақты болғанда (16) теңдіктен l-ді таңдауға болады. Бұдан байқағанымыз (14) теңдіктегі β-нақты оське ұмтылғанда, $l(\beta)$ кейбір K_b шеңберді бейнелейді. $\beta = \dfrac{\theta'(b)}{\theta(b)}$ нүктесі жойылған ақырсыздыққа айналады, онда K_b центрі

$$\beta_0 = \frac{\theta'(b)}{\theta(b)} \tag{17}$$

нүктесінде бейнеленеді. K_b шеңбердің центрі

$$l(\beta_0)=\frac{\varphi\overline{\theta}'-\varphi'\overline{\theta}}{\overline{\theta}\theta'-\theta\overline{\theta}'}\Big|_{x=b} \qquad (18)$$

нүктесінде болады. (16) теңдіктің бөлімі нолден өзге екенін байқаймыз. Бұл дәлел (10) теңдік сияқты келесі теңдіктен шығады

$$\int_{\theta}^{b} p_2(x)|\theta|^2dx=\operatorname{Im}\theta'\overline{\theta}\,\Big|_0^b=\frac{\theta'\overline{\theta}-\theta\overline{\theta}'}{2i}\Big|_{x=b} \qquad (19)$$

(19) теңдіктен сондай-ақ, $x=0$ болғанда $\theta(x)$ (10) шартты қанағаттандыратынын білеміз.

$l(0)-l(\beta_0)$ айырмасын есептеп, K_b шеңберінің радиусын оңай табамыз

$$R_b=\frac{1}{\left|\theta'\overline{\theta}-\overline{\theta}\theta'\right|_{x=b}}$$

немесе (17) теңдік әсерінен

$$R_b=\frac{1}{2\int_0^b p_2(x)|\theta(x)|^2dx}$$

(20)

Енді (17) теңдіктен келесі қатынасты аламыз

$$\operatorname{Im}\frac{\overline{\theta}'}{\overline{\theta}}\Big|_{x=b}<0 \qquad (21)$$

Бұл теңсіздік β жазықтығында K_b шеңберінің ішкі төменгі жарты жазықтығын бейнелейді. Сәйкесінше, (15) теңдікте $\operatorname{Im}\beta<0$ не $\operatorname{Im}\psi'\overline{\psi}\,|_{x=b}<0$ болғанда (14) және (13) теңдіктің сол бөліктерімен қарапайым байланыста болады. Бұл теңсіздік (12) теңдік күшімен келесіге эквивалентті:

$$\int_0^b p_2(x)|\psi(x)|^2dx<-\operatorname{Im}\psi'\overline{\psi}\,|_{x=0}$$

Соңғы өрнек (10) және (11) есебінен былай жазылуы мүмкін

$$\int_0^b p_2(x)|\psi(x)|^2dx<-\operatorname{Im}l \qquad (22)$$

Байқағанымыздай, егер l нүктесі K_b шеңберінің бойында жатса, онда (22) қатынасқа айналады. b параметрінің өсуі нәтижесінде $\overline{K}_b$ шеңбері алдында болғанның ішкі жағында орнатылады. $b_2>b_1$ болсын және кейбір оқшауланған l нүктесі $\overline{K}_{b_2}$ шеңберінде не шекарасының бойында жатады. Онда берілген l үшін (22) қатынасты $b=b_1$ болғанда $<$ белгісі болады. $b=b_1<b_2$ және өзгермейтін l-де бұл қатынас қатаң теңсіздікке ауысады. Ал бұл l-дің $\overline{K}_b$ шеңберінде жататынын білдіреді. Дәлелдеу керегі осы.

Енді $b_n\to+\infty$ болсын. Онда $\overline{K}_{b_n}$ шеңбердің тізбегі не нүктеге, не кейбір шеңбердің шегіне топталады. Шеңберде жататын $\hat{l}$ нүктесін таңдап аламыз, онда (22) қатынас күшімен

$$\int_0^{b_n} p_2(x)|\psi(x)|^2dx<-\operatorname{Im}\hat{l}$$

және сәйкесінше

$$\int_0^{+\infty} p_2(x)|\psi(x)|^2dx\le-\operatorname{Im}\hat{l} \qquad (23)$$

Сондықтан, $p_2(x)\ge 1$ теңсіздігінен $L_2(0,+\infty)$ - де жататын

$$\psi(x) = \varphi(x) + \hat{l}\,\theta(x) \tag{24}$$

шығады. Бұл жерден

$$\operatorname{Im}\hat{l} < 0\ . \tag{25}$$

Ұқсастық жолмен , $L_2(-\infty,0)$ -де жататын

$$\chi(x) = \varphi(x) + \hat{m}\theta(x) \tag{26}$$

шешімін құруға болады. Бұдан шығатыны

$$\operatorname{Im}\hat{m} > 0 \tag{27}$$

Лемма дәлелденді.

Библиографиялық тізімдер

1. Сарсенби, А.М., Безусловные базисы, связанные с неклассическим дифференциальным оператором второго порядка.//Дифференциальное уравнения. -2010. -Т.46. -№ 4. –с.506-511
2. Садыбеков М.А., Сарсенби А.М., Критерий базисности системы собственных функций инволюции// Дифференциальное уравнения. -2012. –Т.48. -№8. –с.1126.
3. Макин А.С. О некоторых свойствах собственных и присоединенных функций эллиптического оператора второго порядка.// Дифференц.уравнения.-2012.-Т.24.-№1.-С.116-123.
4. Ломов И.С. Некоторые свойства собственных и присоединённых функций оператора Штурма-Лиувилля // Дифференц. уравнения. – 2010. - Т. 18, № 10. - С. 1684-1694

ЖАРАТЫЛЫСТАНУ-МАТЕМАТИКАЛЫҚ БАҒЫТТА БЕЙІНДІК БІЛІМ БЕРУДІ ДАМЫТУДЫҢ ЖОЛДАРЫ

Ханиева А.Х.

Ғылыми жетекшісі-ф.-м.ғ.д.,проф. Жуматов С.С.

Шымкент университеті

Аннотация

Мақалада заманауи талаптарға сай жаратылыстану-математикалық бағытта бейіндік білім беруді дамытудың жолдары қарастырылған

Қазіргі таңдағыоқушыларға бейіндік білім беру жағдайын талдай отырып, олардың негізгі ерекшеліктері анықталуда: жеке білім беретін пәндерді тереңдетіп оқыту; саралайоқыту, оқушылардың өз қабілеттері, икемдері мен қажеттіліктеріне сәйкес жеке білім траекториясын таңдап алуы; білімі әртүрлі дәрежедегі оқушылардың қабілеттеріне сәйкес деңгейлеп оқыту; оқушылардыәлуметтендіру, оларды кәсіби тұрғыдан өзіндік орын анықтай білуге дайындау; жалпы және кәсіби білім беру арасындағы байланыстың болуын, мектеп бітірушілерді жоғары кәсіби оқу орындарының бағдарламаларын игеруге дайындау; төрт курс түрлері бойынша: базалық жалпы білім беруші курстар, бейінді курстар, қолданбалы курстар және таңдау курстарынан (элективтер) әртүрлі комбинациялар жасау мүмкіндігі; негізгі мектеп оқу жоспарына міндетті таңдау курстары мен оқушылардың келешек оқу бағдарын таңдауынаәсер ететін кәсіби сынақтарды енгізу арқылы бейіндік оқытуды іске асыру.

Қазіргі таңда білім беру кеңістігіндегі инновациялық үдерістердің бағыттарының бірі – мектептің жоғары сатысын бейіндік оқытуға көшіру болып табылады. Ол өз алдына оқушылардың қызығушылықтарын, икемдері мен қабілеттерін толығырақ ескеретін білім беру үдерісінің құрылымы, мазмұны және ұйымдастырудағы өзгерістері негізінде саралай және даралай оқытуды қалыптастырады.

Мектептің негізгі орта білім деңгейін аяқтаған оқушылар таңдау бағытына қарай жалпы орта білім беру деңгейінде оқуларын жалғастырады.

Жалпы орта білім беру оқушының табиғат, қоғам және адам туралы біртұтас, аяқталған білім жүйесін меңгеруін, функционалдық сауаттылығының дамуын, тұлғаның интеллектуалдық, рухани-адамгершілік және физикалық дамуын, білім мазмұнын саралау, кіріктіру және бейіндеу негізінде болашақ мамандығының бағытын таңдау жағдайын қамтамасыз етеді. Сонымен қатар оқушылардың бағдарлы бағыттар шеңберінде өз бетінше білімге деген сұраныстары мен қызығушылықтарын анықтау, сондай-ақ олардың өмір бойы оқуға дайындығын қамтамасыз ету және мамандық таңдауға дайындығы негізінде әртүрлі типтегі білім беру мекемелерінде бейіндік оқытуға мүмкіндік береді.

Бейіндік білім беру – оқушының тұлғалық және өмірлік өзін-өзі анықтауын қамтамасыз ететін, оқытудың даралануы мен саралануын жүзеге асыратын жалпы орта білім беруді аяқтау кезеңі. Бұл оқыту әрекетінің ұйымдастыру жүйесінде жоғарғы сынып оқушыларының қызығушылығы мен талабы, қабілеттері ескерілген жағдайда оқушының танымдық, болашақ кәсіби бағдарына сәйкес дербес дамуы үшін бейіндік оқыту жүзеге асырылады [4].

Бейіндік оқыту – жалпы орта білім беретін мектептердің жоғары сыныптарында даралап оқытуға, оқушының әлеуметтенуіне, сонымен қатар орта және жоғары кәсіптік білім беру мекемелерімен ынтымақтастығына бағытталған арнайы дайындық жүйесі [3].

Бейіндік оқыту – жеке тұлғаға бағытталған оқу үдерісін іске асыруға бағытталғандықтан, мұнда оқушының өзіндік дара білім алу аймағын құруына мүмкіндігі кеңейеді. Бейіндік оқытуға көшу келесі міндеттерді жүзеге асыруды алдына қояды:

- толық жалпы білім беру бағдарламаның жеке пәндерін терең оқытуды қамтамасыз ету;
- білім алушылардың жеке тұлғалық, дараланған, өзіндік білім алу бағдарламаларын құруларына мүмкіндік беру;
- икемді оқыту мазмұнын кеңінен саралауға жағдай жасау;
-әртүрлі қабілеттіліктері бар білім алушылардың өздерінің бейінділіктері, дара икемділіктері мен талаптарына сәйкес келетін толық білім алуға тең қол жеткізуін орнатуға көсектесу;
- білім алушыларды әлеуметтендіру мүмкіндіктерін кеңейту, жалпы және кәсіптік білім беру арасындағы сабақтастықты қамтамасыз ету.

Бейінді оқыту және бейіналды дайындық мәселесімен отандық педагог-ғалымдарымыз.ӘбілқасымоваА.Е, ҚағазбаеваӘ.К., ҚараевЖ.А., РахымбекД. және т.б. айналысуда.

Бейіндік оқытудың мақсаты– жаратылыстану-математикалық, қоғамдық-гуманитарлық бағыттары және олардың ішкі бағдарларға бөлінуі бойынша жалпы орта білім беру мазмұнын саралау, жүйелеу, кіріктіру және кәсіптік бейімдеу жолымен оқушылардың қабілеттеріне, бейімділіктеріне, өмірлік қажеттіліктеріне сәйкес жеке білім беру бағдарламаларын таңдап алып, сапалы білімді игеруіне мүмкіндік беру болып табылады.

Жалпы орта білім беру деңгейіндегі жоғары сыныптарға арналған типтік оқу жоспарын шартты түрде үш бөлікке бөлуге болады:

1) жалпы білім беретін базалық пәндер. Бұл сыныптағы барлық оқушылар үшін міндетті болып саналады;

2) белгілі бір бағыттағы таңдаған оқушылар үшін міндетті және сол бағытты толық анықтайтын тереңдетілген бейіндік пәндер;

3) оқушылардың өз таңдауы бойынша енгізілетін таңдау (қолданбалы) курстары.

Типтік оқу жоспарының алғашқы екі бөлігі (базалық және бейіндік пәндер) инварианттық компоненттің, ал соңғы бөлігі (қолданбалы курстар) вариативтік компоненттің құрамына енеді.

Бейіндік оқытудың базалық пәндері және олардың мазмұны жаратылыстану-математикалық және қоғамдық-гуманитарлық бағыттарда біркелкі болады. Ал, бейіндік пәндердің білім мазмұны оқушылардың мүдделерін, қабілеттері мен қажеттіліктерін есепке ала отырып тиімді педагогикалық жағдайлар жасауға бағытталады. Сонымен қатар, ол барлық оқушыларды жоғары оқу орындарының сәйкесінше мамандықтарында кәсіби білім алуға қажетті дайындық деңгейімен қамтамасыз ету[4].

Жаратылыстану-математикалық бағыттағы бейіндік пәндер және олардың мазмұны: оқушы тұлғасының интелектуалдық әлеуетін дамыту мақсатында физика-математикалық және химия-биологиялық білім беруді; бағдар бойынша базалық пәндерді тереңдетіп оқытуды; қоршаған әлемді түрлендірудегі математиканың, информатиканың, физиканың, биологияның және химияның рөлі туралы түсініктерін қалыптастыруды; оқушылардың логикалық, математикалық, ғылыми-жаратылыстану, инженерлік ойлауын қалыптастыруды, әртүрлі өмірлік жағдайларға және болашақ кәсіби қызметіне қажетті оқушылардың аналитикалық, практикалық біліктері мен дағдыларын жетілдіруді; оқытуды бейіндендіруге жағдай жасауды және оқушыларды одан әрі кәсіби өзін-өзі анықтауға, өзін-өзі дамытуға даярлауды қамтамасыз етеді [5], [6].

Жаратылыстану-математикалық білім жалпы білімнің құрамдас бөлігі болғандықтан, оны іріктеудің негізгі ұстанымдарына: білім мазмұнының қоғам сұраныстары мен талаптарына сәйкестігін; ғылымилығы мен жүйелілігін; ізгілігі мен құндылығын; кіріктірілгендігі мен реттілігін; білім мазмұны құрылымының білім берудің барлық деңгейіндегі сабақтастығы мен үздіксіздігін; оқытудың мазмұндық және процессуалдық жақтарының бірлігін, оқыту мен практиканың байланысын жатқызамыз. Білім мазмұны осы ұстанымдарға бағынуы тиіс, өйткені мазмұнды таңдау мен оның құрылымын түзудің дұрыстығы оқытудың тиімділігі мен сапасына ықпал ететін аса маңызды фактор болып табылады [5], [6].

Бейіндік оқыту барысын жүзеге асыруда мұғалімдер ұжымы, ата-ана, оқушы арасында түрлі жұмыстар жүргізіліп, оқушылардың болашақ мамандықтарын дұрыс таңдауына бағыт беретін педагогикалық ынтымақтастық қалыптасуы керек. Білім беретін мұғалімдердің біліктілігі, оқылатын пәндердің мазмұны, ерекшелігі оқу жоспарындағы мектеп компоненті мен оқушы компонентіндегі пәндердің құрылымы жан-жақты талқыланып, олардың бағдарламаларын жасауға, білім беруді жаңа сапаға көтеру үшін оқыту технологияларын таңдауға, оқушының оқу-танымдық іс-әрекетін басқаруына бағыт-бағдар беріледі.

Бейіндік оқытуды іске асыру үшін мынадай міндеттер қойылады[6]:

-бейіндік оқытуды теориялық-әдіснамалық қамтамасыз ету;

-бейіндік оқытуды құқықтық-нормативтік қамтамасыз ету;

-бейіндік оқытуды ұйымдық-педагогикалық қамтамасыз ету;

-бейіндік оқытуды ғылыми-әдістемелік қамтамасыз ету. Аталған міндеттерді өз дәрежесінде қолдану бейіндік оқытуды іске асырудың тиімді жолдары. Математиканы бейінді оқытудың негіздері оқушыларды бір бағдарлама бойынша негізгі үш деңгейде дайындау:жалпы мәдени, қолданбалы және шығармашылық.

-жалпы мәдени деңгей – болашақта математикамен айналыспайтын оқушылар үшін;

-қолданбалы деңгей – болашақ кәсіби мамандықтарында математика маңызды роль атқаратын оқушылар үшін;

-шығармашылық деңгей – болашақтағы кәсіби мамандығы математика немесе оған жақын білімдер болатын оқушылар үшін.

Бейінді оқыту – оқытуды саралау мен даралау құралы. Бейінді білім беру – бұл жоғары сынып оқушыларының арнайы дайындық жүйесі, ол білім алушылардың жалпы білім беретін орта мектептің соңғы сатысындағы оқу үдерісін: нақты талаптар мен қабілеттіліктерге сәйкес келетіндей, оқушылар өздерін саналы түрде жасаған таңдауын өздерінің кәсіптік мамандықтары ететіндей барынша даралауға бағытталған.

Жаңа педагогикалық технологиялар деңгейлік саралауға сүйене отырып, бұл жұмысты дәстүрлік құрамдағы кәдімгі сыныптарда да қолдануға мүмкіндік бере отырып, бейіндік оқыту – оқытуды саралау мен даралаудың құралы екендігіне көз жеткізеді. Бұл технологияны пайдалану оқушылардың оқуға деген жағымды мотивациясын арттырады, олардың мектептегі уақытын ыңғайлы, тиімді етеді.Оқушылар, мұғалімдер мен ата-аналар арасындағы конфликттерді барынша азайтып, олардың арақатынасына сенімділік пен құрметпен қараушылыққа тәрбиелейді. Бейіндік оқыту әдістерін ендіру үшін төмендегілерді қолданады:

- диагностикалық тест қорытындыларын;
- диагностикалық тарату құралдары;
- әдістемелік көмекші құралдар мен нұсқаулар;
-факультативтік сабақтар, қызығушылықтар мен бейінділіктер.

Бүгінгі күндегі орта білім берудің негізгі қозғаушы күштері – жалпы білім беретін мектептерде бейінді оқытуды жаппай енгізу, бейінді мектептер мен ресурсты орталықтардың дамуы болып табылады.

Еліміздегі бірқатар мектептер жүйесінде бейіндік оқытуды ұйымдастыру тұжырымдамасын іске асыру барысында бейіндік оқыту ресурстық орталықтары құрылған. Бейіндік оқытудың ресурстық орталықтары – бұл жаңа басқарушы механизмі. Ресурстық орталық – оқушыларды бейіндік оқыту мен бейіналды даярлықтарын ұйымдастырудың тиімді құралы. Ресурстық орталық желілік мектептердің кадрлық, материалды-техникалық, ғылымиәдістемелік мүмкіншіліктерін ескере отырып, олардың білім берудегі бейіндік және базалық сапасын қамтамасыз етуге бағытталған.

Бейіндік оқытудың ресурстық орталықтары мектептердің құрылымдық бөлімшесі бола отырып, өзіне жақын орналасқан шағын аймақтардағы бірнеше мектептерді біріктіреді. Бейіндік ресурстық орталықтарының артықшылығы:

- көпбейінділікті қажет етеді;
- бейіндік пәндер мен элективті курстарды таңдау үшін кең мүмкіндіктің болуы;
- оқушыларды индивидуалды оқу жоспарлары бойынша оқыту үшін жағдайлардың жасалуы;
-ауыл мектептерін жеке білім беру мекемелері ретінде сақтауға мүмкіндік беруі [9].

Бейіндік оқытудың ресурстық орталықтарының білім беру ортасы және жоғары оқу орны, біліктілігі жоғары педагогикалық оқытушылардың бар болуы, орта және жоғары білімнің интеграциясы – бұл еліміздегі сапалы білім берудің сәтті жүзеге асуының кепілі.

Жалпы білім беретін орта мектептердегі бейіндік оқыту ресурстық орталығы – заманауи талаптарға сай бәсекеге қабілетті, жан-жақты дамыған тұлғаны тәрбиелеу үшін құрылған. Ресурстық орталықтың басты миссиясы – оқушыларды қабілеттері мен жеке ерекшелігін, бейімділіктерін анықтап, дамытып, сапалы біліммен қамтамасыз етуге жағдай жасау.

Библиографиялық тізімдер

1.Қазақбаева Д.М. Мектепте жаратылыс-ғылыми білім беруді дамытудың теориясы мен практикасы: п.ғ.д. диссер.авторефераты. – Астана, 2010. – 51 б.

2.Дуйсебек А.Т. Современные векторы трансформации методологии и содержанияобразования //12 жылдықбілім беру = 12-летнее образование. – 2011. – №5. – С.50-53.

3.Жолдасбекова С.А., Камалов Ю.Н., Қонақбаева Ұ.Ж. Оқушылардың бейіндік оқуларын ұйымдастыру негіздері. Пед.маманд.студ.арналған оқу құралы. – Алматы.2013 – 201 б.

4.Садыков Т.С., Абылкасымова А.Е. Методология 12-летнего образования. – Алматы: НИЦ «Ғылым», 2003. – 164 с.

ДИОФАНТ ТЕҢДЕУЛЕРІ ТУРАЛЫ МӘЛІМЕТ

Юсупалиева Д.Ж.
Ғылыми жетекшісі–ф.-м.ғ.к. Бакирова Э.А.
Шымкент университеті

Аннотация

Бұл мақалада математикадағы Диофант теңдеулерінің пайда болу тарихынан мәліметтер келтіріліп, сол теңдеулерге қарапайым мысалдар көрсетілген.

Ежелгі юнон (грек) ғалымы Диофант туралы бізге аз мағлұматтар сақталған. Оның біздің эрамыздан бұрын үшінші ғасырда өмір сүргені белгілі. Оның неше жасқа келгендігі туралы сөзді юнон ғалымы Метродор оның кесенесінде тасқа былай деп жазған екен:

Диофант өз өмірінің алтыдан бір бөлігін, он екіден бір бөлігін жасөспірімдікке, жетіден бір бөлігін перзентсіздікте жүргеннен кейінгі 5 жылдан кейін бір ұл көргендігін, ұлы атасының жарты жасына жеткеннен кейін қаза табады. Ұлының өлімінен 4 жылдан кейін Диофант та қаза табады. Сонда Диофант неше жаста болған?

Мәселенің шартына қарағанда диофант x жасқа келген десек, онда

$$\frac{1}{6}x+\frac{1}{12}x+\frac{1}{7}x+5+\frac{1}{2}x+4=x$$

Теңдеуін аламыз. Бұл теңдеуді шешіп $x=84$ екендігін, яғни Диофанттың 84 жасқа келгенін табамыз.

Диофант «Арифметика» атымен 13 кітап жазған, осы кітаптардың алтауы толық болмаған көріністе бізге жетіп келген. Бір қызығы атақты грек ғалымы, геометрияның «атасы» Евклидте 13 кітап жазған. Бұл кітаптар арифметика және алгебраға арналған. Диофанттың кітаптары оқулық болмастан, түрлі мәселелер көрінісінде болып, олардың шешімдері теориялық түсіндіру арқылы берілген. Диофант мәселелерінің бір екеуін қарастырайық.

1-мысал: Сондай үш сан тауып, олардың үшеуі және екеуінің қосындысы толық квадратты құрасын.

Шешуі: Айталық ізделінген үш санның қосындысы x^2+2x+1 көріністегі толық квадрат болсын. Бірінші санмен екінші санның қосындысы x^2 болсын, онда $2x+1$ үшінші сан болады. Екінші санмен үшінші санның қосындысы x^2+1-2x және үшінші $2x+1$ болғандықтан екінші сан x^2-4x екендігін келіп шығады. Бұдан бірінші сан $4x$ екен. Сонымен бірінші санмен үшінші санның қосындысы $6x+1$ болып, толық квадрат болуы керек. Айталық, бұл сан 121 болсын, онда $x=20$ болып ізделінген сандар 80, 320, және 41 болады. Бұл сандар мәселенің шартын қанағаттандырады.

2-мысал: 100 санын екі рет сондай екі қосылушыға ажыраттың, бірінші ажыратудағы үлкен қосылушы екінші қосылушыдағы кіші қосылушыдан екі есе үлкен, екінші ажыратудағы үлкен қосылушы бірінші ажыратудағы кіші қосылушыдан үш есе үлкен болсын.

Шешуі: Екінші ажыратудағы кіші қосылушыны x десек, бірінші ажыратудағы үлкен қосылушы 2x болады. Онда бірінші ажыратудағы кіші қосылушы 100-2x болып, екінші ажыратудағы үлкен қосылушы, шартқа қарағанда 300-6x болады. Екінші ажыратудағы бөліктернің қосындысы 100 болуы керек.

Демек, 300-6x+x=100 немесе x=40

Жауабы: (80;20),(60;40)

2-мысалдың шешімін төмендегі кестеден анықтауға болады.

Ажырату	Үлкен бөлік	Кіші бөлік
Бірінші рет	2x	100-2x
Екінші рет	300-6x	x

1-сурет

Екі немесе екіден артық белгісізді теңдеу немесе теңдеулер санынан белгісіздіктердің саны артық болған бүтін коэффициентті теңдеулер жүйесі немесе Диофант теңдеулері деп аталады.

Мысалы, $ax+cy=p$ теңдеу ең қарапайым Диофант теңдеуі болады. Диофант осындай теңдеулерді шешумен көп шұғылданған болатын, шешудің ғажайып әдістерін айтып берумен атақты болған [1].

Бір белгісізі бар бірінші дәрежелі мынадай теңдеуді қарастыралық

$$a_1x+a_0=0. \qquad (1)$$

Айталық теңдеудің коэффициенттері a_1 және a_0 бүтін сандар болсын. Бұл теңдеудің шешімі

$$x=-\frac{a_0}{a_1}$$

бүтін сан болады сонда тек сонда, егер a_0, a_1-ге бүтін сан болып бөлінсе. Сөйтіп, (1) теңдеу барлық уақытта бірдей бүтін шешімге ие бола бермейді; мысалы, мына екі теңдеудің $3x-27=0$ және $5x+21=0$ біріншісі бүтін шешімге $x=9$, ал екіншісі бүтін шешімге ие емес.

Бұндай жағдаймен дәрежесі бірден жоғары теңдеуде де кездесеміз: $x^2+x-2=0$ квадрат теңдеуі $x_1=1$, $x_2=-2$ бүтін шешімдерге ие, ал $x^2-4x+2=0$ квадрат теңдеуі бүтін шешімдерге ие емес, себебі $x_{1,2}=2\pm\sqrt{2}$, бұл иррационал сандар.

Бүтін коэффициентті n дәрежелі теңдеудің бүтін түбірлері туралы мәселені қарастыралық

$$a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\ldots+a_1x+a_0=0 \quad (n\ge 1). \qquad (2)$$

Айталық $x=a$ бұл теңдеудің бүтін түбірі болсын, сонда

$$a_na^n+a_{n-1}a^{n-1}+\ldots+a_1a+a_0=0,$$
$$a(a_na^{n-1}+a_{n-1}a^{n-2}+\ldots+a_1)+a_0=0,$$
$$a(a_na^{n-1}+a_{n-1}a^{n-2}+\ldots+a_1)=-a_0 \quad \text{немесе}$$
$$a_0=-a(a_na^{n-1}+a_{n-1}a^{n-2}+\ldots+a_1).$$

Соңғы теңдіктен көрінеді, a_0 a-ға қалдықсыз бөлінетіндігі. Сондықтан, (2) теңдеудің әрбір бүтін түбірі теңдеудің бос мүшесінің бөлгіші болып табылады. Теңдеудің бүтін шешімдерін табу үшін a_0-дің сондай бөлгіштерін таңдау керек, оларды берілген теңдеуге апарып қойғанда, оны теңбе-теңдікке айналдыратын. Мысалы, 1, –1, 2 және –2 сандары мына

$$x^{10}+x^7+2x^3+2=0$$

теңдеудің бос мүшесінің бөлгіштері болып табылады. Бірақ, олардың ішінде $x=-1$ жалғыз бүтін түбірі болады. Дәл осы әдіспен мына теңдеудің

$$x^6-x^5+3x^4+x^2-x+3=0$$

бүтін сандарда шешімі жоқ.

Бірнеше белгісізі бар теңдеулердің бүтін шешімдері туралы мәселе өте маңызды және күрделі.

Екі белгісізі бар бірінші дәрежелі теңдеулер. Екі белгісізі бар бірінші дәрежелі мынадай теңдеуді

$$ax+by+c=0 \qquad (3)$$

қарастыралық, бұндағы a мен b – нольден өзгеше бүтін сандар, ал c – кез келген бүтін сан.

a және b коэффициенттерінің өзгеше ортақ бөлгіштері жоқ болсын деп есептейміз. Шынында, егер бұл коэффициенттердің бірден өзгеше ең үлкен ортақ бөлгіші $d=(a,b)$

болса, онда $a = a_1 \cdot d$, $b = b_1 \cdot d$ теңдіктері әділетті болады. Сонда (3) теңдеу мына түрді қабылдайды:

$$(a_1 x + b_1 y) \cdot d + c = 0$$

және бүтін шешімдерге ие болады сонда тек сонда, егер *c* *d*-ге бөлінетін болса. Сөйтіп, $(a,b) = d \neq 1$ болған жағдайда (3) теңдеудің барлық коэффициенттері *d*-ге бүтін сан болып бөлінеді, және (3)-ті *d*-ге қысқартып, мынадай теңдеуге келеміз

$$a_1 x + b_1 y + c_1 = 0 \quad \left(c_1 = \frac{c}{d}\right),$$

бұл теңдеудің коэффициенттері a_1 мен b_1 өзара жай сандар.

Алдымен $c = 0$ болған жағдайды қарастыралық. Онда (3) теңдеу мына түрде жазылады

$$a \cdot x + b \cdot y = 0. \qquad (3')$$

Бұл теңдеуді *x*-ке қарағанда шешіп, мынаған келеміз

$$x = -\frac{b}{a} y.$$

Анық, *x* бүтін мәндерді қабылдайды, онда тек сонда, егер *y* *a*-ға қалдықсыз бөлінетін болса. Сонда *a*-ға еселік болып келетін *y*-тің барлық мәндерін былай жазуға болады

$$y = a \cdot t,$$

бұндағы *t* кез келген бүтін мәндерді қабылдайды ($t = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$).

Енді $c \neq 0$ жағдайына көшеміз. Алдын ала көрсетеміз, (3) теңдеудің барлық бүтін шешімін табу үшін оның қандай-да бір шешімін табу жеткілікті, яғни сондай бүтін сандарын x_0, y_0 табу керек, сонда олар үшін

$$a x_0 + b y_0 + c = 0.$$

Теорема 1. Айталық *a* мен *b* өзара жай сандар және $[x_0, y_0]$ (3) теңдеудің қандайда шешімі болсын. Сонда

$$x = x_0 - bt, \quad y = y_0 + at \qquad (4)$$

формулалар $t = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$ болғанда (3) теңдеудің барлық шешімдерін береді.

Дәлелдеу. Айталық $[x, y]$ (3) теңдеудің кез келген шешімі болсын. Сонда мына теңдіктерден

$$a \cdot x + b \cdot y + c = 0 \ \text{ және } \ a \cdot x_0 + b \cdot y_0 + c = 0$$

мынаған келеміз

$$a \cdot x - a \cdot x_0 + b \cdot y - b \cdot y_0 = 0, \quad y - y_0 = \frac{a(x_0 - x)}{b}.$$

$y - y_0$ – бүтін сан және *a* мен *b* өзара жай сандар, онда $x_0 - x$ *b*-ге бүтін сан болып бөлінуі тиіс, яғни $x_0 - x$ мына түрге $x_0 - x = b \cdot t$ ие болады, мұндағы t – бүтін. Сонда

$$y - y_0 = \frac{a \cdot b \cdot c}{b} = a \cdot t$$

және мынаған келеміз

$$x = x_0 - bt, \quad y = y_0 + at.$$

Сонымен дәлелденді, (3)-тің кез келген шешімі $[x, y]$ (4) түріне ие. Мынаны тағы тексеру керек, кез келген жұп $[x, y]$ ($t = t_1$ бүтін болғанда (4) формула бойынша алынған), (3) теңдеудің шешімі болады. Осындай тексеруді жүргізу үшін $x = x_0 - bt_1$, $y = y_0 + at_1$ шамаларын (3) теңдеудің сол жағына апарып қоямыз:

$$a \cdot x_1 + b \cdot y_1 + c = ax_0 - a \cdot b \cdot t + b \cdot y_0 + abt_1 + c = ax_0 + by_0 + c,$$

ал $[x_0, y_0]$ – шешім, онда $a \cdot x_0 + b \cdot y_0 + c = 0$ және $a \cdot x_1 + b \cdot y_1 + c = 0$, яғни $[x_1, y_1]$– (3) теңдеудің шешімі, осымен теорема толық дәлелденді.

Сонымен, егер $ax + by + c = 0$ теңдеуінің бір шешімі белгілі болса, онда барлық қалған шешімдері арифметикалық прогрессиядан табылады, оның жалпы мүшесі мына түрге ие:

$$x = x_0 - bt\,, \quad y = y_0 + at \quad (t = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots)$$

Ескереміз, $c = 0$ болған жағдайда бұрын табылған шешімнің формула-лары

$$x = -bt\,, \quad y = at$$

қазір ғана қорытылған $x = x_0 - bt$, $y = y_0 + at$ формулаларынан келіп шығады, егер $x_0 = y_0 = 0$ деп таңдап алсақ. Бұлай істеуге болады, себебі $x = 0,\ y = 0$ мына теңдеудің

$$a \cdot x + b \cdot y = 0$$

шешімі екені көрініп тұр.

(3) теңдеудің қандай-да бір шешімін $[x_0, y_0]$ жалпы жағдайда $c \neq 0$ болғанда қалай табу керек екенін мысалдардан бастаймыз.

Айталық $127x - 52y + 1 = 0$ теңдеуі берілсін.

Белгісіздердің алдындағы коэффициенттердің қатынасын түрлендіреміз.

Алдымен мына $\frac{127}{52}$ бұрыс бөлшектің бүтін бөлігін ажыратып аламыз:

$$\frac{127}{52} = 2 + \frac{23}{52}.$$

$\frac{23}{52}$ дұрыс бөлшегін оған тең мына $\frac{1}{\frac{52}{23}}$ бөлшегімен ауыстырамыз. Сонда мынаған келеміз

$$\frac{127}{52} = 2 + \frac{1}{\frac{52}{23}}.$$

Осындай түрлендіруді $\frac{52}{23}$ бұрыс бөлшегі үшін де жасаймыз.

Енді бастапқы бөлшек мына түрге ие болады:

$$\frac{127}{52} = 2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{\frac{23}{6}}}.$$

Осы талқылауды $\frac{23}{6}$ бөлшегі үшін де қайталасақ, онда

$$\frac{127}{52} = 2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{\frac{6}{5}}}}.$$

$\frac{6}{5}$ бұрыс бөлшегінің бүтін бөлігін ажыратып, сайып келгенде мынаған келеміз:

$$\frac{127}{52}=2+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{5}}}}.$$

Біз шекті шынжырлы немесе үзіліссіз бөлшек деп аталатын өрнекке келеміз. Бұл шынжырлы бөлшектің соңғы тармағын – бестен бірді тастап кетсек, онда

$$2+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{1}}}=2+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{4}}=2+\cfrac{1}{\cfrac{9}{4}}=2+\frac{4}{9}=\frac{22}{9}.$$

Осы нәтижені бастапқы бұрыс бөлшектен айырамыз, сонда

$$\frac{127}{52}-\frac{22}{9}=\frac{127\cdot 9-22\cdot 52}{52\cdot 9}=\frac{1143-1144}{52\cdot 9}=\frac{1}{52\cdot 9}.$$

Шыққан өрнекті ортақ бөлімге келтіреміз және ортақ бөлімді тастап кетеміз, сонда

$$127\cdot 9-52\cdot 22+1=0.$$

Шыққан теңдікті берілген $127x-52y+1=0$ теңдеумен салыстырудан мынау келіп шығады: $x=9,\ y=22$. Бұл берілген теңдеудің шешімі болады. Ол теңдеудің барлық шешімі жоғарыдағы теорема бойынша

$$x=9+52t,\quad y=22+127t\quad (t=0,\pm 1,\pm 2,\ldots).$$

Бұл шыққан нәтиже мынадай ойға келтіреді: жалпы жағдайда $ax+by+c=0$ теңдеудің шешімін табу үшін белгісіздердің алдындағы коэффициенттердің қатынасын шынжырлы бөлшекке жіктеу керек және соңғы тармағын тастап кетіп, жоғарыдағыдай түрлендірулер жасау керек.

Бұл сөйлемді дәлелдеу үшін шынжырлы бөлшектің кейбір қасиеттері керек болады.

Библиографиялық тізім

1. М.К.Потанов, В.В.Александров, П.И.Пасиченко. «Алгебра және элементар функциялар анализы» І-бөлім. 38-396; П-бөлім 92-976. Алматы. «Анатілі» 2010ж.
2. Н.Саханов, Б.Жаңғырбаев«Жоғары математика» Алматы «Қайнар» 2013ж. 40-436; 56-576.
3. Е.А.Тұяқов «Математика» «Арман - ПВ» бастамасы. 2015ж. 208-2346.
4. Гусев В.А, Мордкович А. Г. Математика: Справочные материалы: Кн. Для учащихся- М. Просвещеные, 2008-416с.
5. Задачи по математике. Уравнения и неравенство. Справочное пособие/ Валилов В.В, Мельников И.И , Олехник С.Н и,др –М. Наука, 2011-240с.

ЖИЫНДАР ТОРИЯСЫНДАҒЫ СӘЙКЕСТІК ҰҒЫМЫ ТУРАЛЫ

Құрманәлі Ф.Ә.

Ғылыми жетекшісі - ф.-м.ғ.д., Мұратбеков М.Б.

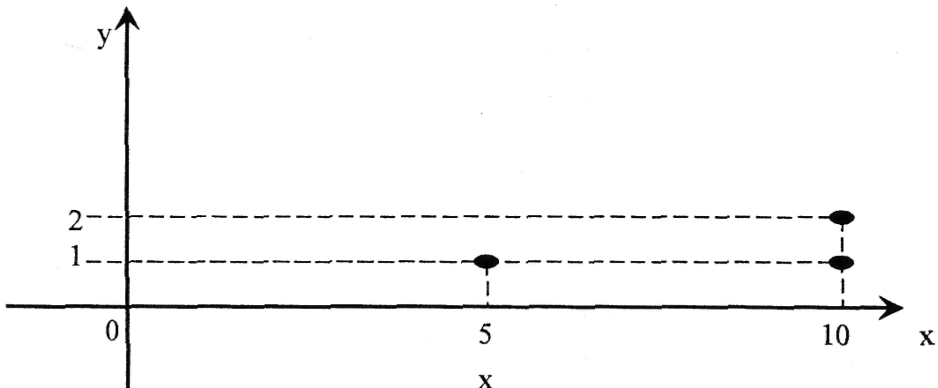
Аннотация

Мақалада жиындар арасындағы сәйкестік жәнеолардың графигі туралы ұғымдар келтіріліп, мысалдар арқылы көрсеткен. Сонымен қатар сәйкестіктің жеке түрлеріне тоқталған.

Х және У жиындарының арасындағы R сәйкестігінің графигі ХхУ декарттық көбейтіндінің ішкі жиыны болатындықтан, декарттық көбейтіндінің графигі туралы айтылғандардың бәрі R сәйкестігінің графигі үшін де тура болады.

Мысалы, Х={а, в, с}, ал У={т,п} болсын және G={<a,m>, <в, m>, <c,n>, <в,n>}- берілген Х және У жиындарының арасындагы қайсыбір R сәйкестігінің графигі болсын Онда - суретте көрсетілген нүктелердің жиыны берілген R сәйкестігінің графигін кескіндейді.

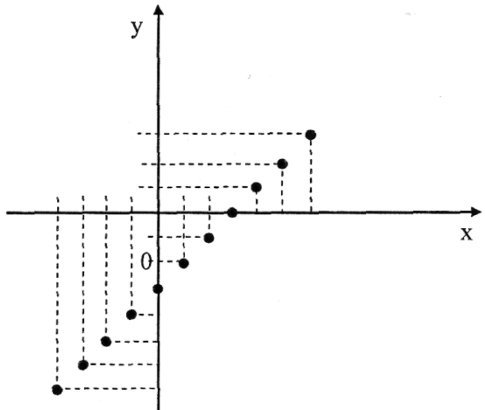
Декарттық көбейтінді сияқты Х және У жиындарыны арасындагы R сәйкестігінің графигін де тік бурышты координаталар системасында нүктелер жиыны ретінде кескіндеуге болады Мысалы, егер Х={5, 10}, У={1, 2, 3} және G={<5, 1>, <10, 1>, <10, 2>}- Х және У жиындарының арасындағы қайсыбір R сәйкестігінің графигі болса, онда координаттық жазықтықта координаталары G жиынының жұптары болатын барлық нүктелерді салатын болсақ, ол R сәйкестігінің графигі болады (1-сурет)



20-сурет

1- сурет

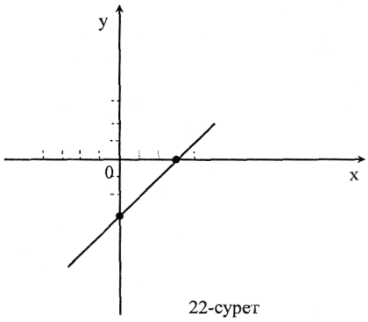
Х=Y=Z және R-Х және у жиындарының арасындагы "х саны у санынан 3 саннына артық" деген сәйкестік болсын Тік бурышты координаталар системасында осы сәйкестіктің графигін салайық Графикке тиісті жуптардың жиыны шектеусіз, олай болса, біз координаттық жазықтықта абсциссасы бүтін сан, ал ординатасы абсциссасынан 3 бірлікке кем болатын нүктелердің шектеусіз жиынын аламыз Біз графиктің тек қайсыбір бөлігін гана қура аламыз, мысалы, мынадай <1, -2>, <0, —3>, <5, 2>, <10, 7>, <-3, -6> нүктелерді (21-сурет) Осы нүктелердің барлыгы бір түзу бойында жатады



21-сурет

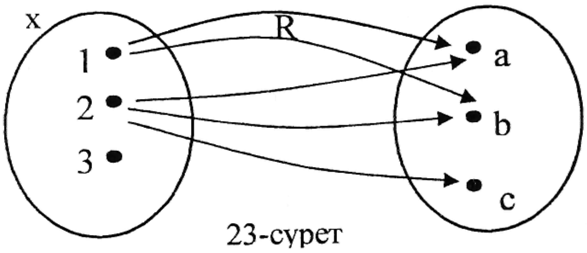
Сурет-2

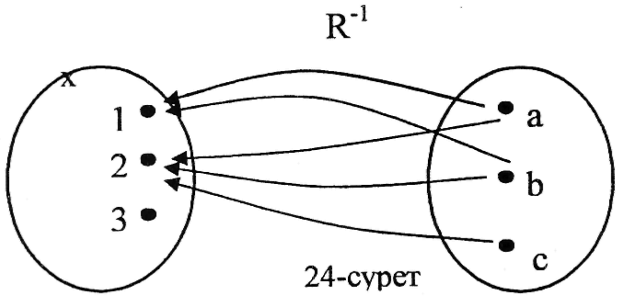
Егер Х=У=R, ал сәйкестік алдагы мысалдагыдай болса, онда ол сәйкестіліктің графигі түзу сызық болады (3-сурет)



сурет - 3

4-суретте X={1, 2, 3} және У={а, в, с} жиындарының арасындагы қайсыбір R сәйкестігінің графы берілген Бул жерде $1 \in X$ элементіне У жиынының а және в элементтері сәйкес, ягни 1Ra, 1Кв, 2Ra, 2Rв, 2Rc екенін көреміз





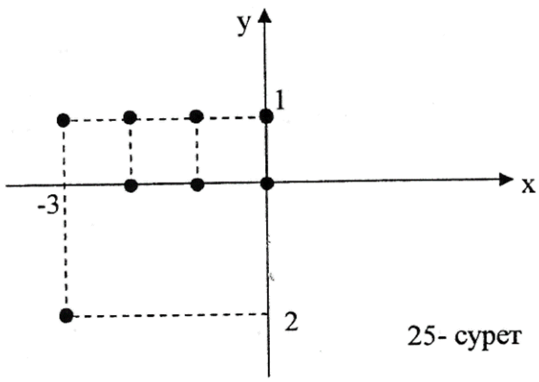
4 –сурет

5 - сурет

Осы граф арқылы $a \in У$ элементінің X жиынынық екі элементіне - 1 және 2 сандарына - сәйкес екендігін де анықтауга болады Басқаша айтқанда, аеУ элементі бойынша керісінше а элементіне сәйкес келетін X жиынының элементтерін табуга болады Осы процесті жүзеге асыру үшін біз У жиынынан "шыгып" X жиынына "келеміз" (5-сурет) Мундай жагдайда X және У жиындарының арасындагы R сәйкестілігіне У және X жиындарының арасында *кері сәйкестік* бар болады дейді R сәйкестігіне кері сәйкестікті $R^{\wedge 1}$ түрінде белгілейді (оны "әрдің минус бір дәрежесі" деп оқиды) $R"^{1}$ сәйкестігінің графы R сәйкестігінің графындагы стрелкаларын кері багыттаудан келіп шығады.

Біздің мысалымызда X және У жиындарының арасындагы R сәйкестігінің графигі мынадай: {<1, а>, <1, в>, <2, а>, <2, в>, <2, с>}, ал R сәйкестігіне кері У және X жиындарының арасындагы RT^{1} сәйкестігінің графигі мынадай жиын болады: {<а, 1>, <в, 1>, <а, 2>, <в, 2>, <с, 2>}, ягни егер R сәйкестігінің графигіндегі оган тиісті әрбір жултың компонеттерінің орындарын ауыстырса, онда R^{-1} сәйкестігінің графигі келіп шығады.

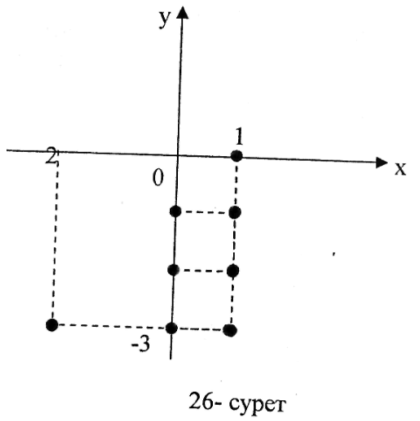
R және R^{-1} сәйкестіктерін тік бурышты координаталар системасында кескіндегенде олардың графиктері өзара қандай байланыста болатынын анықтайық X={-3, -2, —1, 0} және У={0, 1, -2} жиындарының арасындагы "$x \in X$ саны $y \in У$ санынан аз" деген R сәйкестік бар болсын Сонда R сәйкестігінің графигі {<-3, 0>, <-3, 1>, <-3, -2>, <-2, 0>, <-2, 1>, <-1, 0>, <-1, 1>, <0, 1>} болады да, тік бурышты координаталар системасында 25-суретте көрсетілген сегіз нүкте болады

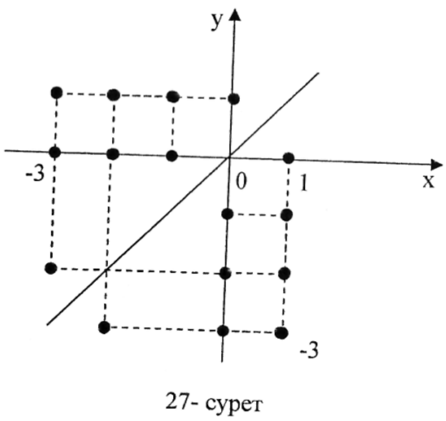


6 - сурет

Берілген сәйкестікке кері R^{-1} сәйкестігінің графигі мынадай болады: {<0, -3>, <1,-3 >, <-2, -3>, <0, -2>, <1, -2>, <0, -1>, <1, -1>, <1, 0>} Оның координаттық жазықтықтагы кескінін сіздер 7-суреттен көріп отырсыздар

R және R^{-1} сәйкестіктерінің графиктерін бір чертежге салайық (8-сурет) Енді R және R^{-1} сәйкестіктерінің графиктері бірінші және үшінші координаталық бұрыштардың биссектрисасына қарагачда симметриялы екендігіне оңай-ақ көз жеткізуге болады





7 – сурет

8 - сурет

Біздің мысалымызда У және Х жиындарынын арасындагы R^{-1} сәйкестігін $''y\in Y$ саны $x\in X$ санынан көп" деген сөйлеммен білдіруге болатындыгын ескертеміз

Сонымен, егер Х және У жиындарының арасындагы сәйкестік R болса, онда У және Х жиындарының арасындавы $yR^{-1}x,\ y\in Y,\ x\in X$ болатындай R^{-1} сәйкестігі xRy болганда және тек сонда гана R сәйкестігіне кері сәйкестік болып табылады

Кері сәйкестік уғымын біз жиі пайдаланамыз. Бірнеше мысал келтірейік:
Х - әр түрлі қазақ сөздерінің жиыны, ал У - казақ тіліндегі сөз таптарының жиыны болсын Осы жиындардың арасында "х сөзі у сөз табына жатады" деген сәйкестік бар (мысалы, "үй" сөзі - зат есім, "жаз" - сөз - етістік т.с.с) Осы сәйкестікке кері У және Х жиындарының арасындагы сәйкестік "у сөз табына х сөзі жатады" (мысалы, зат есімге "үй" сөзі, етістікке "жаз" сөзі жатады деп айтамыз) түрінде айтылатын болады.

Егер Х - әлемдегі мемлекеттер жиыны, ал У - олардың астаналарының жиыны болатын болса, онда Х және У арасындагы R сәйкестігі "х мемлекінің астанасы у" деген түрде болуы мүмкін Онда У және Х жиындарының арасындагы R^{-1} сәйкестігін біз "у қаласы - х мемлекетінің астанасы" деген түрде тұжырымдауымыз керек.

Біз екі жиын элементтерінің арасындагы әр түрлі сәйкестік болатынын анықтадық Бірақ әр түрлі байланыстар мен қатыстар бір гана жиын элементтерінің арасында да болады.

Мысалы, әлемдегі барлық елдер жиынын қарастырсақ, онда елдер арасында мынадай қатыстар белгілеуімізге болады "х елінің халқы у елінің халқынан көп, х және у елдері шекаралас" тсс. Ал, адамдар арасындагы қатыстар түрлері қаншама десеңізші: "х деген кісі у деген кісінің әкесі", "х деген кісі у деген кісіні оқытады", "х және у деген кісілер - достар", "х деген кісі у-тің бауыры" деген сияқты адамдар арасындагы мүмкін болатын қатыс түрлерін сіздер оп-оңай жалғастыра аласыздар.

Математикада да бір ғана жиынның элементтері арасындагы қатыстар біздің назарымызды аударады. Натурал сандар жиынында біз мынадай қатыстарды қарастырамыз "х саны у санына тең", "х саны у санынан артық", "х саны у санына бөлінеді" т.с.с.. Геометрияда "х фигурасы у фигурасына конгруэнтті", "х фигурасы у фигураның бөлігі", "х фигурасы у фигурасына ұқсас" т.с.с. қатыстарды оқимыз .Жалпы, Х жиындағы қатыс деп осы жиын элементтерінің арасындагы сәйкестікті айтады (Қатыс терминін математикада екі санның бөліндісі үшін қолданылатын "қатынас" терминімен шатастырмау керек)

R қатысын анықтап беру үшін екі жиынды Х жиынын және $x \in X,\ y \in У$ болатын <х; у> жұптарының G жиынын $(G \subset X \times X)$қарастыру керек G жиынын Х жиынындагы R қатысының графигі деп атайды.

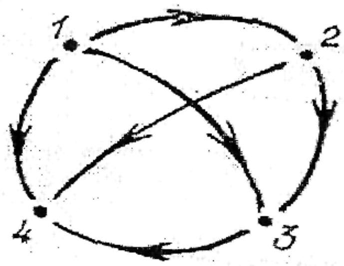
Қатыс сәйкестіктің дербес түрі болгандықтан, бұрынгы сәйкестік және оның графигі туралы айтылгандардың барлыгын қатыс туралы да айтуга болады. Осы айтылгандарды нақты мысалдармен сипаттайық.

1-мысал. Х= {1, 2, 3, 4} жиынының элементтері арасында "х саны у санынан кіші", әрі х,уеХ, деген R қатысы орындалатын болсын Х жиынының R қатысында болатын элементтерінің барлық жултарын атап шықсақ, онда осы қатыстың графигін шыгарып аламыз:

G= { <1, 2>, <1, 3>, <1, 4>, <2, 3>, <2, 4>, <3, 4>}

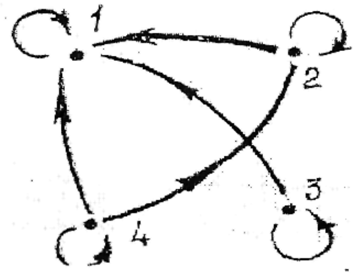
Көрсетілген R қатысын граф арқылы кескіндеуге болады Ол үшін Х жиынының элементтерін нүктелер арқылы белгілеп және х санынан у сандарына қарай стрелка жүргіземіз, мұлда у саны х санынан үлкен (28-сурет) Сонда берілген қатыстың графындагы әрбір стрелка "кіші" деген сөзді алмастырады: 1 саны 2-ден кіші, 2 саны 3-тен кіші т.с.с.

2-мысал. Х= {1, 2, 3, 4} жиыны элементтерінің арасында «х саны у санына еселі», х, уеХ деген S қатысы да орындалсын S қатысынық графын құрайық Барлық сан 1-ге еселі болгандықтан, Х жиынының әрбір санынані-ге қарай стрелка жүргіземіз: кез келген сан өзіне бөлінеді, ендеше, әр бір санның жанынан ілмек түрде стрелка саламыз; 4 саны 2 санына еселі болгандықтан, 4-тен 2-ге стрелка жүргіземіз (9-сурет)



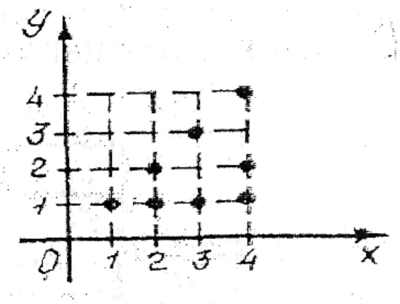
28-сурет

9 - сурет



29-сурет

10 –сурет



30-сурет

11 -сурет

Х жиындагы қатыс графигін тік бурышты координаталар системасында кескіндеуге болады Мысалы, Х= {1, 2, 3, 4} жиындагы S қатысының графигі G= { <1, 1>, <2, 1>, <3, 1>, <4, 1>, <2, 2>, <3, 3>, <4, 2>, <4, 4>} жиыны болады да тік бурышты координаталар системасында 11-суретте көрсетілгендей жекелеген нүктелер болып табылады

X= {1, 2, 3, 4} жиынының элементтері арасында басқа да қатыстар болады Мысалы, "х саны у санынан 2-ге артық", "х саны у санынан үлкен" тсс қатыстар Аталган қатыстарды басқаша да тұжырымдауга болады Мысалы, "х саны у санынан үлкен" деген қатысты мынадай сөздермен де айтуга болады: Х жиынында "артық болу" қатысы берілген, "х саны у санынан 2-ге артық" деген қатысты, "2-ге артық болады" деп айтуга да болады

Пайдаланылган әдебиеттер тізімі

1. Т.Қ.Оспанов және тб Математика Жалпы білім беретін мектептің 1 сыныбына арналган оқулық –Алматы, Атамура, 2007ж
2. ТҚОспанов және тб Математика Жалпы білім беретін мектептің 2 сыныбына арналган оқулық –Алматы, Атамура, 2007ж
3. Ә. Бидосов «Математиканы оқыту әдістемесі», Алматы, 2009
4. Л.С. Карнацевич Изучение геометрии в 8-классе М: «Просвещение», 2004
5. Бастауыш мектеп программалары. Математика, Алматы “Мектеп”, 2010

ОЛИМПИАДАЛЫҚ ТЕҢСІЗДІКТЕРДІ ДӘЛЕЛДЕУДЕ ОҚУШЫЛАРДЫҢ БІЛІКТІЛІГІ МЕН ДАҒДЫСЫН ҚАЛЫПТАСТЫРУ

Айтжан С.Е.
Ғылыми жетекшісі:Мадияров Н.К.
Шымкент университеті

Аннотация

В данной статье показано, что выполнение олимпиадных задач с учащимися, имеющими высокий уровень владения математикой, в качестве подготовительных, повышает интерес учащихся к предмету, познавательные способности.

Мектеп математика курсында біз теңсіздікке берілген есептерді шешумен айналысамыз. Теңсіздікті графикалық және аналитикалық тәсілмен шешуге болады. Кез келген теңсіздікті шешу үшін көп ізденісті қажет етпейтін мектеп курсында оқып-үйренген тәсілдердің белгілі алгоритмін қолданамыз. Теңсіздікке байланысты басқа қойылымды есептер де жиі кездеседі. Теңсіздіктерден бөлек айнымалының мәндер жиыны беріледі және оның барлық элементі берілген теңсіздіктің шешімдерінің жиынына тиісті екенін дәлелдеу талап етіледі. Бұндай есептерді теңсіздіктерді дәлелдеуге берілген есептер деп атау қабылданған. Осы теңсіздіктерді дәлелдеу есептері формальді емес, вариативті тәсілді, ізденісті талап етеді. Сондықтан теңсіздіктерді дәлелдеу неғұрлым қызықты болып табылады.

Математика пәні бойынша олимпиада есептерін шешуде талапкер өзіне белгілі математикалық әдістерді қолдана алады. Бұл ретте жалпы білім беретін мектептерде оқытылмайтын әдістерді де қолдануға рұқсат береді. Бұның бәрі талапкер жалпы білім беретін орта мектептердегі математика пәні бойынша бағдарламаға кірмейтін ұғымдар мен ережелер негізі болып табылатын математикалық әдістерді өз бетінше ізденіп, оқуы керек екенін көрсетеді. Ондай ұғымдарға, мысалы, Коши, Бернулли, Йенсен, Гюйгенс, Коши-Буняковский теңсіздіктері жатады. Бұл теңсіздіктер қазіргі математиканың әртүрлі салаларында, мысалы, функционалдық анализде енгізу теоремаларын дәлелдегенде, операторларды бағалауда маңызды рөл атқарады, тіпті физика, астраномия, химияны да теңсіздіктерсіз елестету мүмкін емес. Мектеп математикасында бұл теңсіздіктерді, әртүрлі теңсіздікті дәлелдеуге қолданады. Теңсіздіктерді дәлелдеу оның тәсілдерін түсіну және қолдану дағдысын дамытуға, әртүрлі тапсырмалар орындағанда оларды қолдана білу, талдау, жалпылау және қорытынды жасай білу, логикалық ой қорыту, іске шығармашылықпен қарауға көмектеседі.

Теңсіздіктер жай санды теңсіздіктер, алгебралық теңсіздіктер, классикалық теңсіздіктер болып бөлінеді. Теңсіздікті дәлелдегенде және шешкенде тек әріптер мен белгісіз шамалардың мүмкін мәндерін үнемі есепке алу керек [1].

Теңсіздіктерді дәлелдеудің көптеген әдістері бар: теңсіздікті анықтама арқылы, математикалық индукция әдісі, синтетикалық дәлелдеу, кері жору әдісі, геометриялық әдіс, Коши-Буняковский теңсіздігі, Йенсен теңсіздігі, Штурма әдісі, айнымалыны ауыстыру әдісі, теңсіздікті «күшейту» т.б.

Әрине, егер барлық теңсіздіктерді дәлелдеуді бір-ақ тәсілмен көрсеткен жақсы болар еді. Өкінішке орай, ондай тәсіл жоқ. Дегенмен, төменде теңсіздіктердің көпшілігін дәлелдеуге көмектесетін бірнеше тәсілдері келтірілген.

Теңсіздік ұғымының анықтамасын пайдаланып дәлелдеу

«Үлкен» және «кіші» ұғымдарының анықтамаларын қолдану (яғни теңсіздіктің сол және оң жақ бөліктерінің арасындағы айырмашылықты қарастыру). Теңсіздік ұғымының анықтамасын қолдану арқылы теңсіздіктерді дәлелдеуге мысалдар келтірейік.

Мысал-1. $a^2+b^2+c^2+3 \geq 2(a+b+c)$ теңсіздігін дәлелдеу.

Дәлелдеуі. Теңсіздіктің оң және сол жақ бөліктерінің айырмасын қарастырамыз:

$$a^2+b^2+c^2+3-2(a+b+c)=a^2+b^2+c^2+1+1+1-2a-2b-2c=$$
$$=(a-1)^2+(b-1)^2+(c-1)^2.$$

Теріс емес сандардың қосындысы оң сан болғандықтан, $(a-1)^2+(b-1)^2+(c-1)^2 \geq 0$. Сәйкесінше, $a^2+b^2+c^2+3 \geq 2(a+b+c)$.

Мысал-2. x және y-тің кез келген мәнінде

$$5x^2+4xy+y^2+2x>-5 \quad (1)$$

теңсіздігінің дұрыстығын дәлелдеу керек.

Дәлелдеуі. (1) теңсіздігі

$$5x^2+4xy+y^2+2x+5>0;$$

$$\left(4x^2+4xy+y^2\right)+\left(x^2+2x+1\right)+4=(2x+y)^2+(x+1)^2+4>0. \quad (2)$$

$(2x+y)^2 \geq 0$, $(x+1)^2 \geq 0$ және $4>0$ болғандықтан, алынған (2) теңсіздік дұрыс [2].

Теңсіздікті кері жору тәсілімен дәлелдеу

Кері жору тәсілі шексіз көп жай сандар туралы теореманы дәлелдеуде қолданылады. Бұл тәсілді теңдеу мен теңсіздіктерді дәлелдеуге қолдануға болады.

Өзара кері оң екі санның қосындысы екіден кем емес, сондай-ақ теңсіздік тек екі сан бірге тең болған жағдайда ғана екіге тең болады.

Мысал-3. Кез келген a оң саны үшін $a+\frac{1}{a} \geq 2$ теңсіздігінің дұрыстығын дәлелдеу керек.

Дәлелдеуі. Кері жорып, $a+\frac{1}{a}<2$ теңсіздігі дұрыс болатындай ең болмағанда бір оң a саны бар деп болжаймыз. a оң сан болғандықтан, алған кері теңсіздігіміз $\left(a+\frac{1}{a}\right)a<2a$, яғни $a^2+1<2a$ теңсіздігіне тең болады. $a^2-2a+1<0$ теңсіздігін қысқаша көбейту формуласы бойынша $(a-1)^2<0$ түрінде жазуға болады. Кез келген санның квадраты теріс емес деген қарама-қайшылыққа келеміз. Алынған қарама-қайшылық болжамымыздың қате екекнін көрсетеді. Сәйкесінше, $a+\frac{1}{a}\geq 2$ теңсіздігі кез келген *a* оң саны үшін орындалады [3].

Мысал-4. Кез келген а саны үшін теңсіздік орындалатындығын көрсетейік

$$\frac{a^2+2}{\sqrt{a^2+1}}\geq 2.$$

Дәлелдеу: Кері жорып, қандайда бір *a* саны үшін қарастырылып жатқан теңсіздік дұрыс емес, яғни теңсіздіктің түрі келесі түрде болады:

$$\frac{a^2+2}{\sqrt{a^2+1}}<2.$$

Теңсіздіктің екі жағында $\sqrt{a^2+1}$ оң санына көбейтеміз, бұдан теңсіздік таңбасы өзгермейді:

$$a^2+2<2+\sqrt{a^2+1}.$$

Екінші қасиет бойынша теңсіздіктің екі жағынан да $2+\sqrt{a^2+1}$. Оң жағын түрлендіргеннен кейін келесіні аламыз:

$$a^2+2-2\sqrt{a^2+1}=\left(a^2+1\right)-2\sqrt{a^2+1}+1=\left(\sqrt{a^2+1}+1\right)^2<0,$$

яғни $\left(\sqrt{a^2+1}+1\right)^2<0$.

Соңғы теңсіздік *a*-ның кез-келген мәнінде орындалмайды, теңсіздіктің оң жағы теріс мәнге ие болмайды, алынған қарама-қайшылық берілген теңсіздіктің дұрыстығын дәлелдейді.

Мысал-5. $\frac{1}{\log_2\pi}+\frac{1}{\log_\pi 2}>2$ теңсіздігін дәлелдеу керек.

Дәлелдеуі. Логарифм қасиеттерінің негізінде $\frac{1}{\log_\pi 2}=\log_2\pi>0$, демек, теңсіздіктің сол жағында бірден өзгеше ($\log_2\pi\neq 1$), екі өзара кері оң сандардың қосындысы берілген. Ал мұндай қосынды екіден артық. Демек, бастапқы теңсіздік дұрыс [5].

Теңсіздіктер, жоғарыда атап өткендей, өмірде маңызды рөлі атқарады. Осындай маңыздылығын ескерсек, мектеп математика курсында санды, алгебралық теңсіздіктермен бірге теңсіздіктерді дәлелдеу және оның тәсілдерін де тереңірек қарастыру оқушылардың дедуктивті-математикалық ойлауларының дамуына өз септігін тигізеді.

Ал әртүрлі деңгейдегі математикалық олимпиадаларда теңсіздіктерді дәлелдеуге берілетін есептер үнемі кездеседі. Сонымен ғана шектелмей, факультативті сабақтар арқылы жалпы білім беретін мектептерде де теңсіздіктерді дәлелдеу тақырыбына тоқталып, оқушының математикаға деген қызығушылығын арттыруға болады деп есептеймін.

Қазіргі уақытта білім беру қызметкерлерінің алдында тұрған басты мақсат - еліміздегі білім беруді халықаралық деңгейге көтеру және білім сапасын көтеру, жеке тұлғаны қалыптастыру, қоғам қажеттілігін өтеу, оны әлемдік білім кеңістігіне кіріктіру болмақ.

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі

1 Ы. Мәуіт. Олимпиадалық есептерді дәлелдеу мен шешудің кейбір ерекше тәсілдері: оқу құралы.- Астана: Дарын, 2017.- 61, 62 б.
2 С.Қаниев, С. Елубаев Математикадан конкурстық есептер. – Алматы: Мектеп, 1975. – 184 б.
3 А.Е.Әбілқасымова, З.Ә.Жұмағұлова. Алгебражәне анализ бастамалары.Алматы: Мектеп, 2019

ТЕҢСІЗДІКТЕР ЖӘНЕ ОЛАРДЫ ДӘСТҮРЛІ ТӘСІЛДЕРМЕН ДӘЛЕЛДЕУ

Айтжан С.Е.
Ғылыми жетекшісі: Мадияров Н.К
Шымкент университеті

Аннотация
В данной статье рассматриваются методы изучения элементов математического анализа с использованием курса алгебры и начала анализа для доказательства неравенства старшеклассникам.

Атақты француз ғалымы С.Д. Пуассон « Екі нәрсе ғана өмірдің сәнін келтіреді. Бірі математикамен шұғылдану және одан сабақ беру» деген сөзінде көп мән бар.Өйткені, «Математика –ғылымдардың патшасы». Қазіргі кезде математика аппаратын қолданбайтын ғылымның бірде-бір саласы жоқ. Атап айтқанда, қазіргі қоғамда математика-өркениеттің, елдік пен дамудың бет-бейнесіне айналып отыр. Математикалық білім жеке тұлғаның қалыптасуы үшін оқытудың ең қажетті және маңызды құрамдас бөлігі болып табылады.

Теңсіздіктерді дәлелдеуге берілген есептер мен математикалық олимпиадаларда ұсынылған теңсіздіктерді дәлелдеуге берілген есептер топтамасының жүйесі құрастырылды. Орындалған жұмыс мектептің математика пәні мұғалімдеріне қосымша әдістемелік құрал ретінде пайдалануға болады.

Өзара құрамында мына белгілердің $\succ$ (үлкен), $\geq$ (үлкен не тең; кіші емес), $\prec$ (кіші), $\leq$ (кіші не тең; артық емес), $\neq 0$ (тең емес) біреуі бар екі өрнекті (санды) теңсіздіктер деп атайды.

Екі жағы да бірдей алгебралық өрнектер болып келетін теңсіздіктерді алгебралық теңсіздіктер деп атайды.

Мынадай теңсіздіктер жұбы $A \succ B$ және $C \succ D, A \geq B$ және $C \geq B, A \prec B$ және $C \prec B, A \leq B$ және $C \leq D$ бірдей мағыналы теңсіздіктер деп аталады.

Ал мынадай теңсіздіктер жұбы $A \succ B$ және $C \prec B, A \geq B$ және $C \geq B, A \prec B$ және $C \prec B, A \leq B$ және $C \leq D$ қарама-қарсы мағыналы теңсіздіктер деп аталады.

Мысалы, $8 \succ 4$ және $9 \succ 6$ – бірдей мағыналы теңсіздіктер, ал $x = 1 \geq y$ және $x - y \leq 2$ – қарама-қарсы мағыналы теңсіздіктер.

Мұнда $\succ$ және $\succ$ белгілерін қатаң, ал $\geq$ және $\leq$ белгілерін қатаң емес теңсіздіктер деп атайды.

Берілген сандар жиынында қарастырылатын теңсіздіктің екі жағының да сандық мағынасы болатын теңсіздіктің құрамына енетін әріптердің мүмкін мәндерін теңсіздіктің мүмкін мәндері деп атайды.

Мысал-1. Теңсіздіктің мүмкін мәндерін табыңдар: $\frac{2}{a-2} + \frac{b}{a+b} > \frac{1}{a} + 2a - b$.

Шешуі. Егер $\begin{cases} a - 2 \neq 0, \\ a + b \neq 0. \end{cases}$ яғни $\begin{cases} a \neq 2, \\ a \neq -b. \end{cases}$ болса, онда теңсіздіктің сол жағының мағынасы болады. Егер $a \neq 0$ болса, теңсіздіктің оң жағының мағынасы болады.

Жауабы: Теңсіздіктегі әріптердің мүмкін мәндері: $\begin{cases} a \neq 0, \\ a \neq 2, \\ a \neq -b. \end{cases}$

Теңсіздіктің құрамына енетін әріптердің барлық мүмкін мәндерінде дұрыс болатын теңсіздіктерді теңбе-тең теңсіздіктер деп атайды.

Анықтама. Егер $a-b \succ 0 (a-b \prec 0)$ болса, онда a саны b санынан үлкен (кіші) деп атайды. Оларды сәйкесінше былай жазады: $a \succ b (a \prec b)$.

Теңсіздіктердің қасиеттері

Теңсіздіктердің негізгі қасиеттері төмендегі теоремалар арқылы өрнектеледі.

Теорема 1. Егер $a \succ b$ болса, онда $b \prec a$ болады (қайтымсыздық қасиеті).

Дәлелдеуі: Айталық $a \succ b$ болсын, онда $a-b \succ 0$ болады. Сонда $(a-b)$- ға қарама-қарсы сан теріс таңбалы сан болады, яғни $-(a-b) = b-a \prec 0$ бұдан $b \prec a$ болады.

Сонымен, теңсіздіктің бұл қасиетінің дұрыстығы дәлелденді.

Теорема 2. Егер $a \succ b$ және $b \succ c$ болса, онда $a \succ c$ болады (транзитивтік қасиеті).

Дәлелдеуі: Шарт бойынша $a-b$ - оң таңбалы сан, және $(b-c)$ –оң таңбалы сан; олардың қосындысы $(a-b)+(b-c) = a-c$ саны да оң таңбалы. Демек, $a \succ c$ (анықтама бойынша).

Теорема 3. Егер $a \succ b$ болса, онда $a = m \succ b = m$ болады.

Дәлелдеуі: Айталық, $a \succ b$ яғни $a-b \succ 0$ болсын. Сонда $a-b = (a+m)-(b+m) \succ 0$ бұдан $a+m \succ b+m$ болатындығы айқын.

Сонымен, теңсіздіктің бұл қасиетінің дұрыстығы да дәлелденді.

Салдар. Теңбе-тең теңсіздіктің мүшелерін оның бір жағынан екінші жағына қарама-қарсы таңбамен шығаруға болады.

Теорема 4. Егер $a \succ b$ және $m \succ 0$ болса, онда $am \succ bm$ болады.

Дәлелдеуі: Айталық, $a \succ b$, яғни $a-b \succ 0$ және $m \succ 0$ болатындықтан, екі оң санның көбейтіндісі де оң сан болады, яғни $(a-b) * m = am - bm \succ 0$ бұдан $am \succ bm$ болады.

Сонымен, теңсіздіктің бұл қасиетінің дұрыстығы да дәлелденді.

Салдар. Егер $a \succ b$ және $m \succ 0$ болса, онда $\frac{a}{m} \succ \frac{b}{m}$ болады.

Теорема 5. Егер $a \succ b$ және $m \prec 0$ болса, онда $am \prec bm$ болады.

Дәлелдеуі: Айталық, $a \succ b$ яғни, $a-b \succ 0$ және $m \prec 0$ болатындықтан, оң таңбалы сан мен теріс таңбалы санның көбейтіндісі теріс таңбалы сан болатындықтан, $(a-b) * m = am - bm \succ 0$ бұдан $am \prec bm$ болады.

Сонымен, теңіздіктің бұл қасиетінің дұрыстығы да дәлелденді.

Салдар. Егер $a \succ b$ және $m \prec 0$ болса, $\frac{a}{m} \prec \frac{b}{m}$ болады.

Теорема 6. Егер $a \succ b$ және $c \succ d$ болса, онда $a+c \succ b+d$ болады, яғни бірдей мағыналы теңсіздіктерді қосқанда сондай мағыналы теңсіздік шығады.

Дәлелдеуі: Айталық, $a \succ b$ және $c \succ d$, яғни $a-b \succ 0$ және $c-d \succ 0$ болсын. Сонда екі оң таңбалы санның қосындысы да оң таңбалы сан болатындықтан, $(a-b)+(c-d) = (a+c)-(b+d) \succ 0$ бұдан $a+c \succ b+d$ болады.

Сонымен, теңсіздіктің бұл қасиетінің дұрыстығы да дәлелденді.

Теорема 7. Егер $a \succ b$ және $c \succ d$ болса, онда $a-c \succ b-d$ болады, яғни қарама-қарсы мағыналы теңсіздіктерді алғанда шегеретін азайғыш теңсіздікпен мағыналас теңсіздік шығады.

Дәлелдеуі: Айталық, $a \succ b$ және $c \succ d$ яғни $a-b \succ 0$ және $c-d \succ 0$ яғни $d-c \succ 0$ болсын. Сонда екі оң таңбалы санның қосындысы да оң сан болатындықтан, $(a-b)+(c-d)=(a-c)-(b-d)\succ 0$ бұдан $a-c \succ b-d$ болады.

Сонымен, теңсіздіктің бұл қасиетінің дұрыстығы да дәлелденді.

Теорема 8. Егер $a \succ b$ және $c \succ d$ мұнда $a \succ 0$, $b \succ 0$, $c \succ 0$, $d \succ 0$ болса, онда $ac \succ bd$ болады, яғни мүшелері оң бірдей мағыналы теңсіздіктерді көбейткенде сондай мағыналы теңсіздік шығады.

Дәлелдеуі: $a \succ b$ теңсіздігінің екі жағында бірдей $c \succ 0$-ға көбейтіп табатынымыз: $ac \succ bd$

$c \succ d$ теңсіздігінің екі жағында бірдей $b \succ 0$-ға көбейтіп табатынымыз:

$bc \succ bd$

Транзитивтік қасиет бойынша $ac \succ bd$

Теорема 9. Егер $a \succ b$ және $c \prec d$ мұнда $a \succ 0$, $b \succ 0$, $c \succ 0$, $d \succ 0$ болса, онда $\frac{a}{c} \succ \frac{b}{d}$ болады, яғни мүшелері оң қарама-қарсы мағыналы теңсіздіктерді мүшелеп бөлгенде бөлгіш теңсіздікке мағыналас теңсіздік шығады.

Дәлелдеуі: Шынында да, $\frac{a}{c}-\frac{b}{d}=\frac{ad-bc}{cd}\succ 0$ өйткені $a \succ b, c \succ d$ яғни $d \succ c$ болатындықтан, $ad \succ bc$ яғни $ad-bc \succ 0$ және екі оң таңбалы санның көбейтіндісі ретінде $cd \succ 0$ болады, олай болса, $\frac{a}{c}-\frac{b}{d}\succ 0$ бұдан $\frac{a}{c}\succ\frac{b}{d}$ болады.

Теорема 10. Егер $a \succ b$ мұндағы $a \succ 0$, $b \succ 0$ және n- натурал сан болса, онда $a^n \succ b^n$ болады, яғни мүшелері оң теңсіздіктің екі жағында бірдей натурал дәрежеге шығарғанда берілген теңсіздікке мағыналас теңсіздік шығады.

Дәлелдеуі: Расында да, теңсіздіктің бұл қасиетінің дұрыстығына мағыналас теңсіздіктерді өзара мүшелеп n рет көбейту арқылы көз жеткізуге болады.

Теорема 11. Егер $a \succ b$ мұндағы $a \succ 0$, $b \succ 0$ және n- натурал сан болса, онда $\sqrt[n]{a} \succ \sqrt[n]{b}$ болады, яғни мүшелері оң теңсіздіктің екі жағынан бірдей натурал көрсеткішті түбір тапқанда, берілген теңсіздікке мағыналас теңсіздік шығады.

Теореманың дұрыстығы қарсы жору әдісімен оп-оңай дәлелденеді [5].

Теңсіздік ұғымының анықтамасын пайдаланып дәлелдеу

Теңсіздіктерді бұл тәсіл бойынша дәлелдеу «артық» және «кіші» ұғымдарының тікелей анықтамасына негізделген және теңсіздіктің сол жағы мен оң жағында тұрған айырманың таңбасын анықтауға арналған.

Бұл тәсіл бойынша $A \succ B$ теңсіздігін дәлелдеудің орнына берілген теңсіздіктің мүмкін мәндеріне $A-B \succ 0$ теңсіздігінің орындалатындығын көрсету жеткілікті. Ал, $A \prec B$ теңсіздігін дәлелдеудің орнына сәйкес $A-B \prec 0$ теңсіздігін дәлелдеу қажет.

Сонымен, бұл тәсіл бойынша $A \succ B$ немесе $A \prec B$ теңсіздігінің ақиқаттығын көрсету үшін $A-B$ айырмасын құрып, оның таңбасын зерттеу қажет. Сонда, егер $A-B \succ 0$ онда $A \succ B$ ал егер $A-B \prec 0$ болса, онда $A \prec B$ болады.

Енді осы тәсілге бірнеше мысалдар қарастырайық.

1-мысал. $(a-3)\cdot(a-5)<(a-4)^2$ теңсіздігін дәлелдеңдер.

Дәлелдеуі. $(a-3)\cdot(a-5)-(a-4)^2=a^2-8a+15-a^2+8a-16=-1<0$. Олай болса, берілген теңсіздік кез келген a үшін орындалады.

Сонымен, теңсіздіктің дұрыстығы дәлелденді.

2-мысал. Кез келген a және b сандары үшін $a^2+b^2 \ge 2ab$ теңсіздігі орындалатынын дәлелдеңдер.

Дәлелдеуі: $a^2+b^2-2ab=(a-b)^2\geq 0$ болғандықтан, берілген теңсіздік анықтама бойынша дұрыс.

Сонымен, теңсіздіктің дұрыстығы дәлелденді.

3-мысал. Егер $a\geq 0$, $b\geq 0$ болса, онда $a+b\geq 2\sqrt{ab}$ теңсіздігі орындалатынын дәлелдеңдер.

Дәлелдеуі: Анықтама бойынша, егер $a+b-2\sqrt{ab}\geq 0$ болса, онда $a+b\geq 2\sqrt{ab}$ теңсіздігінің ақиқаттығы шығады:

$$a+b-2\sqrt{ab}=\left(\sqrt{a}\right)^2+\left(\sqrt{b}\right)^2-2\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)^2\geq 0.$$

Сонымен, теңсіздіктің дұрыстығы дәлелденді.

4-мысал. Барлық $a>0$ және $b>0$ үшін $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\geq 2$ теңсіздігінің орындалатындығын дәлелдеңдер. Дәлелдеуі: Айырманың таңбасын анықтайық: $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}-2=\frac{a^2+b^2-2ab}{ab}=\frac{(a-b)^2}{ab}$. Сонда $a>0$, $b>0$ болғандықтан, бұл бөлшектің теріс таңбалы емес екендігі айқын. Олай болса, егер $a>0$, $b>0$ болса, онда $\frac{(a-b)^2}{ab}\geq 0$ және $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}-2\geq 0$, демек, $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\geq 2$ теңсіздігі орындалады.

Сонымен, теңсіздіктің дұрыстығы дәлелденді.

5-мысал. Теңсіздікті дәлелдеңдер: $a^2+\frac{1}{a^2}\geq a+\frac{1}{a}$, мұндағы $a\neq 0$.

Дәлелдеуі: Айырманың таңбасын қарастырамыз:

$$a^2+\frac{1}{a^2}-a-\frac{1}{a}=\frac{a^4+1-a^3-a}{a^2}=\frac{(a^3-1)\cdot(a-1)}{a^2}=\frac{(a-1)^2\cdot(a^2+a+1)}{a^2}=$$

$$=\frac{(a-1)^2\cdot\left[\left(a+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}\right]}{a^2}\geq 0,$$

бұл айырма $a\neq 0$ болғанда, теріс таңбалы емес. Сондықтан теңсіздіктің анықтамасы бойынша $a^2+\frac{1}{a^2}\geq a+\frac{1}{a}$ теңсіздігі ақиқат.

Сонымен, берілген теңсіздіктің дұрыстығы дәлелденді.

6-мысал. Кез келген нақты a,b,c сандары үшін $a^2+b^2+c^2\geq ab+bc+ac$ теңсіздігінің орындалатынын дәлелдеңдер.

Дәлелдеуі: Теңсіздіктің екі жағын да бірдей 2-ге көбейтіп, сондағы шыққан айырманы қарастырайық:

$$2a^2+2b^2+2c^2-2ab-2bc-2ac=(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\geq 0.$$

Олай болса, $a^2+b^2+c^2\geq ab+bc+ac$.

Сонымен, берілген теңсіздіктің дұрыстығы дәлелденді.

7-мысал. $a>0$ болғанда, $a+\frac{1}{a}\geq 2$ теңсіздігі орындалатынын дәлелдеңдер.

Дәлелдеуі: Айырманың таңбасын қарастырамыз: $a+\frac{1}{a}-2=\frac{a^2-2a+1}{a}=\frac{(a-1)^2}{a}\geq 0$.

Сонда $a>0$, $(a-1)^2\geq 0$ болғандықтан, бұл айырма теріс таңбалы емес. Сондықтан берілген теңсіздік анықтама бойынша дұрыс.

8-мысал. Коши теңсіздігін дәлелдеңдер: $\frac{a+b}{2} \ge \sqrt{ab}$, мұндағы $a > 0$, $b > 0$ (оң сандардың арифметикалық ортасы олардың геометриялық ортасынан кем емес).

Дәлелдеуі: Айырманың таңбасын қарастырамыз:

$$\frac{a+b}{2} - \sqrt{ab} = \frac{a+b-2\sqrt{ab}}{2} = \frac{\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)^2}{2} \ge 0 .$$

Сонда $a > 0$, $b > 0$ болғанда, $\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)^2 \ge 0$ болатындықтан, бұл айырма оң таңбалы, яғни теріс таңбалы емес. Сондықтан берілген теңсіздік анықтама бойынша дұрыс.

9-мысал. Теңсіздікті дәлелдеңдер: $\sqrt[n]{2+\sqrt{3}} + \sqrt[n]{2-\sqrt{3}} > 2$.

Дәлелдеуі: $2-\sqrt{3} = \frac{1}{2+\sqrt{3}}$ екендігін ескеріп, айырманың таңбасын анықтаймыз:

$$\sqrt[n]{2+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt[n]{2+\sqrt{3}}} - 2 = \frac{\left(\sqrt[n]{2+\sqrt{3}}\right)^2 - 2\sqrt[n]{2+\sqrt{3}} + 1}{\sqrt[n]{2+\sqrt{3}}} = \frac{\left(\sqrt[n]{2+\sqrt{3}} - 1\right)^2}{\sqrt[n]{2+\sqrt{3}}} > 0 .$$

Сонда $\sqrt[n]{2+\sqrt{3}} > 0$, $\left(\sqrt[n]{2+\sqrt{3}} - 1\right)^2 > 0$ болғандықтан, бұл айырма оң таңбалы, олай болса, берілген теңсіздік анықтама бойынша дұрыс.

10-мысал. Теңсіздікті дәлелдеңдер:

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_5^2 \ge x_1 \cdot (x_2 + x_3 + x_4 + x_5).$$

Дәлелдеуі: Теңсіздіктің айырымын A деп белгілеп, оның таңбасын қарастырамыз:

$$4A = 4\left(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_5^2\right) - 4x_1 \cdot (x_2 + x_3 + x_4 + x_5) = \left(x_1^2 - 4x_1x_2 + 4x_2^2\right) +$$
$$+\left(x_1^2 - 4x_1x_3 + 4x_3^2\right) + \left(x_1^2 - 4x_1x_4 + 4x_4^2\right) + \left(x_1^2 - 4x_1x_5 + 4x_5^2\right) = (x_1 - 2x_2)^2 + (x_1 - 2x_3)^2 +$$
$$+ (x_1 - 2x_4)^2 + (x_1 - 2x_5)^2 \ge 0 .$$

Сонда $(x_1 - 2x_2)^2 \ge 0$, $(x_1 - 2x_3)^2 \ge 0$, $(x_1 - 2x_4)^2 \ge 0$, $(x_1 - 2x_5)^2 \ge 0$ болғандықтан, бұл айырма оң таңбалы, олай болса, берілген теңсіздік анықтама бойынша дұрыс.

Сонымен, берілген теңсіздіктің дұрыстығы дәлелденді.

11-мысал. Теңсіздікті дәлелдеңдер: $35\sin^2 x \ge 6\sin 2x - 1$.

<u>Дәлелдеуі:</u> Айырманың таңбасын қарастырамыз:

$$A = 35\sin^2 x - 6\sin 2x + 1 = 35\sin^2 x - 12\sin x\cos x + \sin^2 x + \cos^2 x = 36\sin^2 x -$$
$$-12\sin x\cos x + \cos^2 x = (6\sin x - \cos x)^2 \ge 0 .$$

Сонда $(6\sin x - \cos x)^2 \ge 0$ болғандықтан, бұл айырма теріс таңбалы емес. Олай болса, берілген теңсіздік анықтама бойынша дұрыс.

Сонымен, берілген теңсіздіктің дұрыстығы дәлелденді [3].

Орта мектепте жоғары математика элементтерін оқыту әрбір бітірушіде белгілі бір жалпы математикалық білім, білік, дағды қалыптастырылып, шындық өмірдегі обьектілерді бейнелеудегі математиканың мәнін ұғынып, маңызды практикалық есептердің математикалық моделін құрайтындай, математикадан алынған жалпы білім басқа пәндерді оқып-үйренуге, өздігінен білім алуға, білімін жалғастыруға жеткілікті болу керек. Сондықтан бұл жұмыстың өзектілігі жалпы орта мектеп оқушыларының теңсіздіктерді дәлелдеудегі түрлі тәсілдерді қолдану әдістемесін жасау қажетттілігін анықтауда болып табылады.

Әдебиеттер тізімі

1. Қарабаев А.Қ. «Оқушыларды есептерді стандарт емес тәсілдермен шығаруға баулу». – Жезқазған: ЖезУ, 2019.-151 б.
2. Пойа Д. Как решать задачу: Пособие для учителей: Пер. с англ./Под. ред. Ю.М. Гайдука.-М: Учпедгиз, 1961.-207с.
3. Моралишвили Т.Д. Методика решения нестандартных алгебраических задач. В кн.: Современные проблемы методики преподавания математики.-М. :Просвещение,1985.-303с.

ҚАЗІРГІ ЗАМАНДАҒЫ БІЛІМ БЕРУ ЖҮЙЕСІ

Аккисиева Ж.А.
Шымкент университеті

Аннотация

Білім беру жүйесіндегі мұғалімдердің алдында тұрған ең басты мақсат - жас ұрпақтың білім деңгейін көтеру және жан-жақты дамыған жеке тұлғаны қалыптастыру болып табылады. Болашақ коғам мүшелерінін өмір сүріп нәтижелі қызмет етуінде математикалық білімдердің жасайтын ықпалы мол. «Мұғалім көп әдісті білуге тырысуы керек. Оны өзіне сүйеніш, қолғабыс нәрсе есебінде қолдануы керек»,- деп Ахмет Байтұрсынов айтқандай қазіргі заман талабына сай білім беру мәселесі сол қоғам мүддесіне сай болуы керек.

Математика пәнін жақсы, терең білетін, күнделікті сабақтағы тақырыпты толық қамтитын, оны оқушыға жеткізе алатын, әр түрлі деңгейдегі есептерді шығара білу іскерлігі , оқытудың дәстүрлі және ғылыми жетілдірілген әдіс – амалдарын, құралдарын еркін меңгеретін, оқушылардың пәнге қызығушылығын арттыра отырып дарындылығын дамытудағы іздену-зерттеу бағытындағы тапсырмалар жүйесін ұсыну өмір талабы.

Орта мектепте математиканы оқытудың білімділік мақсаты барлық оқушыларды математика ғылымының негізі болатын білімдер жүйесімен және ол білімдерді саналы түрде шығармашылықпен қолдана алудың іскерлігі мен дағдыларын берік қалыптастыру мен ой-өрісін дамыту болып табылады.

Жаңа технологиялар арқылы жас ұрпаққа сапалы білім мен ұлағатты тәрбие беру, өміріне жолдама алуына барлық жағдай жасау үшін білім беру ісін әлеуметтендірудің маңызы зор. «Қазақстан Республикасында 2015 жылға дейінгі білім беруді дамыту тұжырымдамасы» білімді өз бетімен ала алатын және оны өмірдің түрлі жағдайларында қолдана білетін жеке тұлғаның қалыптасуын қамтамасыз ететін оқытудың жаңарған технологияларына көшу талабын қойып отыр. Осыған байланысты оқытудың қазіргі заманауи технологиясы ақпараттандыру технологиясын сабақта тиімді қолдану қажеттілігі туындап отыр.

Математика пәнінің оқытушысы ретінде мен өз сабағымда компьютерді тиімді қолдануға тырысамын. Математика пәні – күрделі пәндердің бірі. Оны оқушы сабақта зейін қойып тыңдамаса, қызығушылығы болмаса, жақсы нәтижелерге қол жеткізу оңай емес. Қызығушылық болмаған жерде оқушылардың өзіндік ізденісі де төмендейтіні белгілі. Ал, ақпараттық технологиялар – баланың өз бетінше ізденіп, шешім қабылдауына көмектеседі, басқа қарапайым технологиялық оқу құралдарына қарағанда оқушыларға жоғары сапалы білім беріп қана қоймай, сонымен қатар, оқушылардың интеллектуалды, шығармашылық қабілеттерін де дамытуға игі әсерін тигізеді.

Мультимедиалық презентацияны математика сабақтарында жиі қолдану сабақтың сапасын елеулі түрде арттыратыны сөзсіз. Мультимедиа мотивацияның, коммуникативті қабілеттерінің дамуына мүмкіндік береді, дағды қалыптастыруға, білім қорының толығуына, сондай-ақ ақпараттық сауаттылықтың дамуына мүмкіндік туғызады.

Математика сабақтарында слайдтардың көмегімен мысалдарды, есептерді тақтада көрсетуге, ауызша есептеу тізбегін құрастыруға, математикалық сергіту сәттерін ұйымдастыруға, бақылау, тест жұмыстарын жазған кезде оқушының білімін тексеруге болады. Мұндай сабақ уақытында сыныптағы қарым-қатынас жақсарады. Тапсырманы оқушылар өз сөздерімен түсіндіріп, компьютер алдындағы қорқыныш жойылады, аса күрделі тапсырмаларды қызығушылықпен орындауға тырысады. Практикалық тапсырмаларды орындағанда өзін-өзі бақылау қалыптасады.

Математика сабағында мультимедиалық презентацияларды сабақтың барлық кезеңдерінде: пән бойынша негізі білімді игеру, игерілген білімді жүйелеу, өзін-өзі бақылау дағдыларын құру, толық немесе нақты бір пәнге оқыту қабілетін құру, оқу материалындағы өзіндік жұмыста оқушыларға оқу-әдістемелік көмек көрсету кезінде қолдануға болады. Мультимедиалық презентация практика кезінде оқушыларға сабақ беруде бірден-бір көмекші құрал. Әдіскер ретінде математиканы оқыту әдістемесі сабақтарында студенттермен мультимедиалық презентацияның ерекшеліктерін, артықшылықтарын, қолдану кезінде кездескен қиыншылықтарды талқылаймыз. Осындай сабақтардың оқушыға әсері қандай? Нәтижесін анықтау үшін, маман ретінде шеберлігін арттыру мақсатында әр семестрде студенттердің арасында сараптамалық шығармашылық топ құрылып, рейтинг парақтары толтырылады. Онда мультимедиалық презентацияларды пайдаланып құрылған сабақ жоспарлары, білімді игеру деңгейі тексеріліп, жиналған балл бойынша болашақ маманның құзіреттілігі анықталады, қорытынды жасалады. Мультимедиалық презентациялар арқылы сабақ жоспарларын құрастырған кезде студенттер бірқатар төмендегідей:

- презентация жасағанда сөздер саны неғұрлым аз болу керек;
- тақырыбы нақты және үлкен шрифтпен жазылуы шарт;
- слайдқа анықтамалар, терминдер, сөздер жазылуы керек;
- фон, сызықтар көзге кері әсер етпейтіндей болу керек;
- бір презентация көруге 2-3 мин. кем уақыт болмау керек, өйткені оқушылар назарын экранға аударып, түсіну керек;
- презентациямен қатар жүріп отыратын дыбыс қатты, оқушыны шаршататындай болмау керек сияқты негізгі талаптарды есте сақтау жөнінде үнемі нұсқау алып отырады.

Компьютер оқыту үрдісінің барлық кезеңдерінде қолданылады: жаңа материалдарды түсіндіргенде, бекіткенде, қайталағанда, білімін, іскерлігін және дағдыларын бақылағанда. Оқытушыға оқушылардың әрқайсысының жұмыстарын бақылауға, басқа оқушыларға кедергі келтірмей үлгерімі төмен оқушылармен жеке жұмыс жүргізуге болады. Сабақтан тыс уақытта оқытушы компьютер жадына сақталған оқушылардың жұмыстарын саралап, талдау жасау арқылы олардың тақырыпты қаншалықты меңгергенін анықтауға, сол арқылы бағалай алады.

Әр сабақта компютерлік технология арқылы барынша толық жұмыс істеу оқытушыдан шеберлікті, іскерлікті, өте жоғары ұйымдастырушылықты қажет етеді.

Математика сабағында компьютерді, мультимедиялық және электронды оқулықтарды және интерактивті тақтамен презентацияны бірге қолданған сабақтарым өте нәтижелі өтуде.

Оқушыларды сырттай мемлекеттік бақылауларға, ұлттық бірыңғай тестілеуге дайындауда пән мұғалімі математика пәніне деген өзінің көз қарасын түсіндіріп жеткізуі және математиканы санақ жүйесі немесе қандайда-бір өлшеуші құрал ретінде ғана қарастырмай, біріншіден ғылым екендігін түсіндіріп, ал екіншіден кез келген оқушы жігерлік танытып, бар күш-қайратын салып талаптанса ғана меңгеретіндігі туралы бойларына сезім тудыру қазіргі кезеңдегі мектептің ең күрделі психологиялық мақсаты деп білу өте орынды. Математика арқылы оқушыға мұғалім күнделікті іс-әрекетін ғылыми стильмен жеткізу, оларды адамгершілікке, өз-өзіне сын көзімен қарауға, сонымен қатар, жауапкершілік пен адалдыққа бейімдейді. Бұл қасиеттерді бойына сіңірген оқушы келешекте қиындыққа және уақытша психологиялық қолайсыздыққа төзімді болады. Жаңа технология-мұғалімнің мүмкіндігін қуаттандыратын құрал. Ақпараттық-коммуникациялық технологияны сабақ барысында қолдану оқушылардың пәнге деген қызығушылығын арттырады және оның бірнеше артықшылықтары бар. Осы артықшылықтарды сабақ беру барысында да, сабақ нәтижелерінен де көруге болады.

- Оқушыларға оқылатын құбылыстар мен объектілер туралы толық және дәл ақпарат бере отырып, оқу сапасын арттырады;
- Оқытудың көркемділігі артады, яғни оқушыларға қиын да күрделі материалдарды көрнекі түрде түсіндіруге қол жеткеді;
- Оқытудың тиімділігі жоғарылайды және оқыту материалын түсіндіру мүмкіндігі артады;
- Оқушылардың ғылыми-дүниетанымдық көзқарастарын қалыптастыра отырып, олардың білімге құштарлығын, табиғи сұранысын қанағаттандырады;
- Мұғалімдерді техникалық жұмыстан босата отырып, үнемденген уақытта олардың шығармашылықпен жұмыс істеуіне жағдай жасайды;

-Мұғалім мен оқушының жұмысын жеңілдетеді. Ақпараттық-коммуникациялық технология құралдары: электрондық оқулықтар, компьютер, аудио және бейне материалдар, интернет желісі, тестілеу құрылғылары, электрондық пошта, интерактивті тақта болып табылады. Электрондық оқулықты қолдану арқылы сабаққа техникалық құралдарды, дидактикалық материалдарды қолдану тиімділігі, оқушының пәнге деген қызығушылығы, білім-білік дағды деңгейінің қалыптасуы, білімнің тереңдігі, тексеру мен бағалау мүмкіндігі, практикалық дағдыларды игеруі артады. Мектептегі компьютерлік сынып интернет жүйесіне қосылғандықтан сабақта қосымша бай-материал көздерін ізденіп қолданамыз.Сонымен қатар оқушы да интернеттен материал іздеп қана қоймайды, әлемдік байланыс торабына кіруді де үйренеді. Математика сабағында ақпараттық-коммуникациялық технологияны тиімді пайдалану білім сапасының артуына әкеледі.

Ақпараттық-коммуникациялық технология құралдары: электрондық оқулықтар, компьютер, аудио және бейне материалдар, интернет желісі, тестілеу құрылғылары, электрондық пошта, интерактивті тақта болып табылады. Электрондық оқулықты қолдану арқылы сабаққа техникалық құралдарды, дидактикалық материалдарды қолдану тиімділігі, оқушының пәнге деген қызығушылығы, білім-білік дағды деңгейінің қалыптасуы, білімнің тереңдігі, тексеру мен бағалау мүмкіндігі, практикалық дағдыларды игеруі артады. Мектептегі компьютерлік сынып интернет жүйесіне қосылғандықтан сабақта қосымша бай-материал көздерін ізденіп қолданамыз.Сонымен қатар оқушы да интернеттен материал іздеп қана қоймайды, әлемдік байланыс торабына (интернет желісінде) кіруді де үйренеді. Математика сабағында ақпараттық- коммуникациялық технологияны тиімді пайдалану білім сапасының артуына әкеледі. Ақпараттық-коммуникациялық технологияларды қолдану, мұғалімнің тақтаға жазып түсіндіргенінен әлдеқайда тиімді, әрі әсерлі. Меңгерілуі қиын сабақтарды ақпараттық-коммуникациялық технологияның көмегімен оқушыларға ұғындырса, жаңа тақырыпқа деген оқушының құштарлығы оянады. Логикалық ойлау қабілеттерін дамытып, интернет желісінен сабаққа қажетті деректерді өз бетімен ізденуіне, компьютерлік сауаттылықтарына жол ашады. Сабақта алған білімдерін өмірде қолдана білуге тәрбиеленеді. Оқушылардың пәнді жақсы игеруінің басты шарты мұғалімнің осы сабаққа деген кызығушылықты тудыра білуінен басталады Математика пәнін оқытуда әсіресе оқушылар Координаталық жазықтық, График, Функция тақырыптарын компьютерлік бағдарламалар:арқылы меңгергенде жоғары белсенділік, қызығушылық танытады.

Білім беру жүйесін ақпараттандырудың бағыты жаңа ақпараттық технологияларды пайдалану арқылы дамыта оқыту, дара тұлғаға бағыттап оқыту мақсаттарын жүзеге асыра отырып, оқу-тәрбие үрдісінің барлық деңгейлерінің тиімділігі мен сапасын жоғарлатуды көздейді.

Мұғалімнің алдындағы ең басты мақсат-бұл оқушыға сапалы білім мен саналы тәрбие беру. Мұғалімдер жұмысының нәтежелі етіп, әрі оқушының білім сапасын көтеру үшін ұстаздар қауымына жаңа ақпараттық технология құралдарын сабақтарда қолданудың тиімділігіне көз жеткіземіз.

Ұлы педагог Ушинский «Бала балқытылған алтын, оны қандай қалыпқа салып құям десе де мұғалімнің қолында» дегені шәкіртті тәрбиелеп оқытуда әр ұстаздың шеберлігімен әдіс-тәсіліне қойылатын көрсеткіші деп білемін. Ал ақпараттық технологияларды пайдалану арқылы білім беру оң нәтежесін беріп отыр. «Еңбексіз талант - тұл» дегендей уақыт көшінен қалмай, әлемнің дамыған 30 мемлекетінің қатарына енуімізге өз үлесімізді қосып, ұрпақ алдындағы борышымызды шығармашылық еңбегімізбен жүзеге асыра берейік.

Қазіргі білім беру жүйесінің мақсаты - бәсекеге қабілетті маман дайындау. Мектеп – үйрететін орта, оның жүрегі - мұғалім. Ізденімпаз мұғалімнің шығармашылығындағы ерекше тұс - оның сабақты түрлендіріп, тұлғаның жүрегіне жол таба білуі. Ұстаз атана білу, оны қадір тұту, қастерлеу, арындай таза ұстау - әр мұғалімнің борышы. Ол өз кәсібін, өз пәнін , барлық шәкіртін, мектебін шексіз сүйетін адам. Өзгермелі қоғамдағы жаңа формация мұғалімі – педагогикалық құралдардың барлығын меңгерген, тұрақты өзін-өзі жетілдіруге талпынған, рухани дамыған, толысқан шығармашыл тұлға құзыреті.Жаңа формация мұғалімі табысы, біліктері арқылы қалыптасады, дамиды. Нарық жағдайындағы мұғалімге қойылатын талаптар: бәсекеге қабілеттілігі, білім беру сапасының жоғары болуы, кәсіби шеберлігі, әдістемелік жұмыстағы шеберлігі.

Осы айтылғандарды жинақтай келіп, жаңа формация мұғалімі- рефлекцияға қабілетті, өзін-өзі жүзеге асыруға талпынған әдіснамалық, зерттеушілік, дидактикалық - әдістемелік, әлеуметтік тұлғалы, коммуникативтілік, ақпараттық және тағы басқа құдыреттіліктердің жоғары деңгейімен сипатталатын рухани- адамгершілікті, азаматтық жауапты, белсенді, сауатты, шығармашыл тұлға.

Нәтижеге бағытталған білім моделі мен басқарудың жаңа парадигмасы аясында жекелеген ұғымдар мен нормаларды және тиімді педагогикалық технологияларды меңгеру үшін педагогтардың кәсіби мәдениетін дамытуға бағытталған оқу қажеттіліктері туындылап отыр.

Біліктілік арттыру жүйесінде педагогтардың оқу қажеттіліктері нақты білімнің мәнін түсінуге, соның нәтижесінде өзіндік іс- әрекетке енуге және жеке өміріндегі тәжірибені жетілдіру мақсаттарына байланысты қалыптасады. Осы заманғы мұғалім оқуға үлкен потенциалдық мүмкіндіктермен келеді.

Сондықтан олардың функционалдық сауаттылықтарын кәсіби шеберлікпен ұштастыру үшін нәтижеге бағытталған білім беру үлгісінде мақсатты түрде білім беретін, қалыптастыратын, дамытатын андрогогикалық процесс қажет. Басқаша айтқанда ересектерге арналған, жалпы және кәсіби білімнің қажеттілігін дамыту, ғылым, білім мен мәдениет жетістіктері арқылы адамдардың жалпы мәдениеті мен әлеуметтік белсенділікті дамытуға бағытталған танымдық іс-әрекетке ынталандыру үшін білім беру. Қазіргі білім беру парадигмасы «білікті адамға» бағытталған білімнен «мәдениет адамына» бағытталған білімге көшуді көздейді. Бұл білім беру жаңаша ұйымдастыру- оның философиялық , психологиялық, педагогикалық негіздерін, теориясы мен тәжірибесін тереңірек қайта қарауды қажет етеді.

Сондықтан бүгінгі күні еліміздің білім жүйесінде оқыту үдерісін тың идеяларға негізделген жаңа мазмұнын қамтамасыз ету міндеті тұр.

Француз қайраткері «Адамға оқып – үйрену өмірде болу, өмір сүру үшін қажет» дегендей оқыту процесін технологияландыру, осыған сәйкес оқу бағдармаларын жасау, ғалымдар мен жаңашыл педагогтардың еңбектерімен танысу жұмыстары мұғалімдердің үздіксіз ізденісін айқындайды. Жаңа педагогикалық технологиялардың негізгі мәні пассивті оқыту түрінен активті оқытуға көшу оқу танымын ұйымдастырудағы бастамашылдығына жағдай туғызу, субьективтік позицияны қалыптастыру.

Білім сапасын арттыру және нәтижеге бағытталған үлгіге беталуы барысында мұғалімдер мемлекеттік стандарт берілген нәтижелерге жетуде кәсіби шеберлікпен меңгерген зерттеу біліктері мен дағдылары нәтижесінде проблеманың шешімін таба алатын, ақпараттық – коммуникативті мәдениеті жоғары тұлғалық - дамытушылық функцияны атқарады. Қазіргі заман адамның осы құзыреттілікті меңгере отырып тек « кәсіби икемділігін оңтайландыруды қамтамасыз ету ғана емес, іске асырылу мүмкіндігін « үнемі оқып – үйрену және өзін-өзі жасау талабын қалыптастыра алады.

Қазақстандағы білім беруді дамытудың 2011-2020 жылдарға арналған мемлекеттік бағдарламасы жобасында Қазақстанда оқитындарды сапалы біліммен қамтамасыз етіп, халықаралық рейтингілердегі білім көрсеткішінің жақсаруы мен қазақстандық білім беру жүйесінің тартымдылығын арттыру үшін, ең алдымен, педагог кадрлардың мәртебесін арттыру, олардың бүкіл қызметі бойына мансаптық өсуі, оқытылуы және кәсіби біліктілігін дамытуды қамтамасыз ету, сондай- ақ педагогтердің еңбегін мемлекеттік қолдау мен ынталандыруды арттыру мәселелеріне үлкен мән берілген. Осыған байланысты қазіргі таңда еліміздің білім беру жүйесіндегі реформалар мен сындарлы саясаттар, өзгерістер мен жаңалықтар әрбір педагог қауымының ойлауына, өткені мен бүгіні, келешегі мен болашағы жайлы толғануына, жаңа идеялармен жаңа жүйелермен жұмыс жасауына негіз болары анық. Олай болса, білімнің сапалы да саналы түрде берілуі білім беру жүйесіндегі педагогтердің, зиялылар қауымының деңгейіне байланысты. Дәстүрлі білім беру жүйесінде білікті мамандар даярлаушы кәсіби білім беретін оқу орындарының басты мақсаты – мамандықтарды игерту ғана болса, ал қазір әлемдік білім кеңестігіне ене отырып, бәсекеге қабілетті тұлға дайындау үшін адамның құзырлылық қабілетіне сүйену арқылы нәтижеге бағдарланған білім беру жүйесін ұсыну – қазіргі таңда негізгі өзекті мәселелердің бірі. Жалпы алғанда «құзырлылық» ұғымы жайлы ғалым К.Құдайбергенова «Құзырлылық ұғымы – соңғы жылдары педагогика саласында тұлғаның субъектілік тәжірибесіне ерекше көңіл аудару нәтижесінде ендіріліп отырған ұғым.

Құзырлылықтың латын тілінен аудармасы «сомпетенс»белгілі сала бойынша жан – жақты хабардар білгір деген мағынаны қамти отырып, қандай да бір сұрақтар төңірегінде беделді түрде шешім шығара алады дегенді білдіреді» деп көрсетеді. Бұл жайлы Б.Тұрғанбаева «... өзінің практикалық әрекеті арқылы алған білімдерін өз өмірлік мәселелерін шешуде қолдана алуын – құзырлылықтар деп атаймыз » деп анықтаса, Ресей ғалымы Н.Кузьминаның көзқарасы бойынша, «Құзырлылық дегеніміз - педагогтің басқа бір адамның дамуына негіз бола алатын білімділігі мен абыройлығы ».

Латын тіліндегі « компетенс»сөзін ғалым К.Құдайбергенова «Құзырлылықты білімін, біліктілігін, дағдысын, тұлға мінез- құлқын , ең бастысы тұлға мүмкіндігін бағалаудың критерийі мақсатында қарастыру құзырлылық маңызын толық аша алады. Олай болса, құзырлылық, нәтижеге бағдарланған жаңа білім беру жүйесінің сапалық критерийі ретінде әлеуметтік және өмірлік көзқарастарды есепке алу қажет» деп жазса, Б.Тұрғанбаева «Құзырлылыққа бағытталған оқыту үрдісінде тәжірибелік жолмен мәселені шешу мүмкіндігі молаяды. Осы жағдай біліктілікті арттырудағы екінші үлгіге көшірудің негізі бола алады. Өйткені,құзырлылыққа бағытталған үлгіде білім алушылардың өздерін ұйымдастыру - басты мақсаты » деп көрсетеді.

Қ.Құдайбергенова «Құзырды әртүрлі кенеттен болған ситуацияларда мәселелерді шешу үшін қажетті білімді немесе әрекетті көрсете білу қабілеті, білім мен өмірлік ситуация арасындағы байланысты орнату мүмкіндігі ретінде, ал құзырлылықты адамның өзіндік деңгейіне, даралық қасиеттеріне тікелей байланысты тұлғалық, теориялық, практикалық өлшеу дәрежесі жоғары деңгейде кіріктірілген құрылым ретінде қарастыру ұсынылады» деген тоқтам жасайды.

Қазақстан Республикасының 12 жылдық білім беру тұжырымдамасында педагог кадрлардың кәсіби - тұлғалық құзыреттілігін қалыптастыру басты мақсат екендігін атай келе, 12 жылдық білім беруде педагог төмендегідей құзыреттіліктерді игеруі міндетті деп көрсетілген.

1. Арнайы құзыреттілік- өзінің кәсіби дамуын жобалай білетін қабілеті.
2. Әлеуметтік құзыреттілік- кәсіптік қызметімен айналысу қабілеті.

3. Білім беру құзыреттілігі - педагогикалық және әлеуметтік психологияның негіздерін қолдана білу қабілеті.

Ендеше құзыреттілік дегеніміздің өзін қазіргі заман талабына сай педагог қауымының өзін -өзі өзгерте алу қабілеттілігі деп түсінуге болады. Білім саясатындағы түбегейлі өзгерістерді күнделікті оқу үрдісінде берілетін тапсырмалардан бастау қажет екендігі айқын көрсетілген. Студенттер оқытушы қауымнан тек білімге ғана емес, өмірге үйрететін қабілеттілікті қажет етіп отыр. Демек, болашақ педагогтеріміз осы ақпараттық қоғамнан қалыспай: жедел ойлаушы: жедел шешім қабылдаушы:ерекше ұйымдастырушылық қабілетті: нақты бағыт- бағдар беруші болып шығуы - бұл қазіргі заманның талабы.Міне, құзыреттілік қалыптастыру дегеніміздің өзі болашақ мұғалім - қазіргі студенттердің шығармашылық қабілеттерін дамыта отырып ойлаудың, интеллектуалдық белсенділіктің жоғары деңгейіне шығу, жаңаны түсіне білуге, білімнің жетіспеушілігін сезінуге үйрету арқылы ізденуге бағыттауды қалыптастырудағы күтілетін нәтижелер болып табылмақ. Бұның өзі өз кезегінде қазіргі ұстаздардан шәкіртті оқытуда, білім беруде, тәрбиелеп өсіруде белгілі бір құзіреттіліктерді бойына сіңірген жеке тұлғаны қалыптастыруды талап етеді.

Мұндай құзырлылықтың қатарына мыналар жатады:

- бағдарлы құзыреттілік (азаматтық белсенділік, саяси жүйені түсіну, баға бере білу, елжандылық, т.б);
- мәдениеттанымдылық құзіреттілік (ұлттық ерекшеліктерді тани білу, өз халқының мәдениеті мен өзге ұлттар, әлем мәдениетін салыстыру, саралай білу қабілеті);
- оқу-танымдық құзіреттілік(өзінің білімділік қабілетін ұйымдастыра білу, жоспарлай білу, ізденушілік-зерттеушілік әрекет дағдыларын игеру, талдау, қорытынды жасай білу);
- коммуникативтік құзіреттілік (адамдармен өзара қарым-қатынас тәсілдерін білу, мемлекеттік тіл ретінде қазақ тілінде, халықаралық қатынаста шетел тілінде қатынас дағдылары болуы);
- ақпараттық-технологиялық құзіреттілік (ақпараттық технологиялармен, техникалық обьектілер көмегімен бағдарлай білу, өз бетінше іздей білу, таңдай, талдай білу, өзгерте білуді жүзеге асыра білу қабілеті);
- әлеуметтік- еңбек құзіреттілігі (әлеуметтік-қоғамдық жағдайларға талдау жасай білу, шешім қабылдай білу, түрлі өмірлік жағдайларда жеке басына және қоғам мүддесіне сәйкес ықпал ете білу қабілеті);
- тұлғалық өзін-өзі дамыту құзіреттілігі (отбасылық еңбек, экономикалық және саяси қоғамдық қатынастар саласындағы белсенді білімі мен тәжірибесінің болу қабілеті).

Аталған құзыреттілік қасиеттерді тұлға бойына дарытуда педагог қауымның арнайы әлеуметтік білім беру құзыреттіліктерінің жан- жақты болуы талап етіледі.Егер педагог өзінің кәсіби өсу жобасын дұрыс жолға қоя отырып, өзінің кәсіптік қызметіне нақты берілу арқылы тұлғаның алған білімін өмірде қолдана білетіндей тапсырмалар жүйесін ұсына алатын жағдайда болғанда ғана студент құзыреттілігін қалыптастыруға мүмкіндік табады. Бір сөзбен айтқанда, тұлғаға бағытталған білімдер жүйесі білім стандартына сай тұлғаның жан- жақты дамуына негізделген, алған білімін өмірдің қандай бір жағдаяттарына қолдана алатындай дәрежеде ұсыну педагогтің құзыреттілігіне байланысты болады.

Библиографиялық тізім

1. Рахымбек Д. Оқушылардың логика-методологиялық білімдерін жетілдіру. – Алматы: Оқулық және әдістемелік әдебиеттер жөніндегі республикалық баспа кабинеті, 1998. – 255 б.
2. Баймуханов Б.Б. Методические основы обеспечения базового уровня общеобразовательной математической подготовки в школах Казахстана. - Алматы, 1992. - 128 с.

3. Медеуов Е.О. Совершенствование информатизации образовательных процессов в высшей школе // Высшая школа Казахстана. – 2001. – № 4–5. – С. 38–40.

4. Нұғысова А. Болашақ математика мұғалімдерін оқушылардың есеп шығару білігін қалыптастыруға даярлаудың ғылыми-әдістемелік негіздері: дис. ... пед. ғыл. док.: 13.00.08/ - 2005. 240 б.

5. Балықбаев Т.О. Теоретико–методологические основы информационной модели формирования студенческого контингента вузов: дис. ... докт. пед. наук: 13.00.02 /АГУ им Абая. – Алматы, 2003. – 298 с.

МАТЕМАТИКАЛЫҚ ЕСЕПТЕРДІ ШЫҒАРУДЫ ОҚЫТУДЫҢ МӘСЕЛЕЛЕРІ

Арыстанова А.Ө.
Шымкент университеті

Аннотаци

Есеп шығару математиканы оқыту процесінде маңызды рөл атқарады және пәнді оқытудың түпкі мақсаты тек теориялық білім беру мен есептердің белгілі бір жүйесін шығарту емес, есеп шығару арқылы пәндік білімді меңгеруді іске асыру болады. Білім беруде толық нәтижеге қол жеткізу үшін оқушылар алған теориялық білімін практикалық есептерді шығаруда қолдана білулері қажет.

Осындай мағынада есеп шығару оқытудың мақсаты және құралы болып табылады.

Оқушылардың оқу-тәрбие процесінде пәндерді оқу қызметінің негізгі элементтерінің бірі – есеп шығару. Оқу іс-әрекетінің бұл түрі ойлау қабілетін қалыптастырудың және дамытудың құралы ретінде қызмет атқарады; ұғымдарды, заңдарды, теорияны терең ұғынуға септігін тигізеді; кәсіби бағыт алуға жағдай жасайды; білік пен дағдыны қалыптастыруға көмектеседі[18].

А.Е.Әбілқасымованың «Математиканы оқытудың теориясы мен әдістемесі» еңбегінде оқытудың қалыптасқан практикасында *есептерді шығару* термині үш жағдайда қолданылады:

- есептің шартын жүзеге асыру жоспары (әдісі, тәсілі);
- жоспарды, талапты орындау процесі ретінде.

Есепті шығару процесі есептің күрделілігі мен қиындығы сияқты белгілермен анықталатын, сәйкес, объекті (есептер) және субъектінің (оқушы) арасындағы тікелей байланыс арқылы жүзеге асатындықтан, күрделілік және қиындық критерийлерімен сипатталатын объективтік және субъективтік компоненттерден тұрады.

Есептің күрделілігі – байланыстың санына, сипатынан, есептің тұжырымына (табиғи немесе жасанды тілде тұжырымдалуы, әртүрлі пәндердің ұғымдары мен терминдерін қолдану), мәтіннің құрылымына (мәтіннің логикалық және грамматикалық құрылымы; мысалы, құрылымы ШаН болатын мәтіндер нәтижесі НШа шартының алдында келетін немесе шарты мен нәтижесі ШаНШ, НШаН мәтініне енгізілген мәтіндерден жеңіл қабылданады) тәуелді болатын есептің объективтік сипаттамасы.

Есептің қиындығы– оқушының субъективті тәжірибесіне (пәндік облыстарды білуі, оның ішінде математикалық білімдер, ойлау қабілеті, типтік қасиеттерімен байланысты) тәуелді болатын есептің субъективтік сипаттамасы.

Есеп шығару – ерекше ой жұмысы. Ал кез келген жұмысты дұрыс атқару үшін, оның неден тұратыны және оны орындау үшін қандай құрал, әдіс керек екендігін алдын ала анықтап алу қажет. Кез келген есеп шарттардан және талаптардан тұратыны белгілі. Яғни, есеп шығару дегеніміз – математиканың жалпы зандылықтарын (анықтамалар, аксиомалар, теоремалар, заңдар, формулалар), есеп шартына немесе оның салдарына белгілі бір ретпен қолдана отырып, есеп талабына жауап беру болып табылады.

Есеп шығару оқу-тәрбие процесінде белгілі бір функциялар атқарады. Осыны ескере отырып, мұғалім оқушыларға тапсырма берген кезде есеп шешімінің басты мақсатын, тұлғаны оқытудағы және дамытудағы рөлін анық білуі тиіс. Кез келген есепті шығару көпфункциялы, сондықтан есеп шығарушы адамның біліміне, қызметінің құрылымына және психикасына көп өзгеріс әкеледі. Нақты бір есептің әкелетін өзгерістерінің ішінде бастысы болады.

Математикалық есептерді шығарудың функцияларын айтқан кезде осы басты өзгерісті айту керек. Кейбір маңызды есептерді шығаруды талдаумен аяқтаған дұрыс, мұның мақсаты – есепті шығару барысында оқушылар нені үйренді, есептің қандай ерекшеліктері бар, нені есте сақтап қалған жөн және тағы басқаларын түсіну .

Есеп шығарудың негізгі функцияларымен қатар, ол төмендегі жағдайларға көмектеседі:

- оқытылып отырған математикалық заңдар мен заңдылықтырдың практикалық қолданыстарын түсіну;
- оқушыларда арнайы математикалық білік пен дағдыны қалыптастыру және дамыту;
- оқушыларда пәнаралық және зерттеушілік білік пен дағдыны қалыптастыру және дамыту;
- оқушылардың есеп шығару туралы жалпы түсінік қалыптастыру және дамыту.

Шығармашылық ойлау мәселесіне арналған еңбектерде (Дж.Брунер, К.Дункер, Е.И.Ефимов, В.П.Зинченко, Н.Нильсон) есептер және есеп шығару жүйелері белгіленген. Есептерге пәні, шарты және талабы (берілгені және ізделінді шамалар), есеп шығару жүйесіне есепті шығарудағы алгоритмдік және эвристикалық тұрғыдағы негізі болатын ғылыми әдістер, тәсілдер және құралдар енеді (сурет 2).

Нақты ғылыми түсінік бойынша «есеп» ұғымы барлық ғылыми бағыттардың қажетті және маңызды элементі болып табылады, ал «есеп шығару» ұғымын оқу іс-әрекетінің құрылымында қарастыру – оны дидактикалық категорияға айналдырады.

Дидактикалық мағынада есеп бір уақытта таным объектісі және оқушылардың танымдық қызметін басқару құралы болып табылады.

«Есеп» ұғымының мағынасын ашу есепті шығаруға оқытудың теориялық негіздерін құру үшін жеткіліксіз. Заманауи ұғым болып табылатын «есепті шығару» ұғымын талдау қажет, ал бұл ұғым іс-әрекет әдісін таңдау процесі болып табылады.

1 сурет.Есеп және есеп шығару жүйесінің құрылымдық бірліктері

Есепті шығаруға оқытудың теориясы мен есепті шығаруды меңгеру тәжірибесі арасында, мұғалім мен оқушының іс-әрекеттері арасында қайшылықтар бар, ал бұл қайшылықты жоюдың бір жолы – оқушылардың
«есепті шығару» ұғымын дұрыс түсінуі болады.

Философ ғалымдардың еңбектерінде «шығару» және «есепті шығару» ұғымдарының бірнеше анықтамалары бар. «Шығару бұл мақсатты және іс- әрекет әдісін таңдау процесі мен нәтижесі».

Психология әдебиеттерінде «шешу» мен «шешім қабылдау» ұғымдары бірдей ұғымдар және «іс-әрекет мақсаты пен іс-әрекет әдісін таңдаумен байланысты ерікті әрекеттің кезеңі ретінде дәстүрлі түрде» қарастырылады.

«Есепті шығару» ұғымы – нақты құрылымы бар, күрделі динамикалық ұғым. Оның сипаттамасы әртүрлі жәйттармен анықталады: процес мақсатымен, түрлендірілетін ахуал мазмұнымен, шешудің қолда бар әдістері және тәсілдерімен, есеп мазмұны және оны шығару құралдарының өзара үйлесімділігімен, шығарылатын есептің нақты типі және түрімен сипатталады.

Есеп шығаруды ерікті түрдегі іс-әрекет ретінде зерттеу жұмыстары психологияда А.С.Выготский, А.В.Запорожец, Е.Л.Рубинштейн еңбектерімен тығыз байланысты [55-57].

С.Л.Рубинштейн әрбір ойлау қызметін есеп шығару деп есептейді, «есепті шығару барысында есептің объективті пәндік мазмұны ойлау процесін анықтайды». Одан әрі ол: «Есепті шығару ойлаудың алдында тұрған қиындықтарды жеңу үшін адамның ерікті түрде күш салуын талап етеді»,-дейді Сонымен, «психологияда есепті шығару дегеніміз есептің шарты мен қойылып тұрған талаптарының арасындағы қайшылықтарды шешу үшін жасалған белгілі бір ерікті түрдегі іс-әрекетті айтады».

«Есепті шығару» ұғымы ойлау психологиясы мен оқыту психологиясын біріктіреді. Есепті шығару барысында адамның ойлау қызметінің негізгі заңдылықтары байқалады, сонымен бірге білімді меңгеру және қолдану процестері жүреді. Бұл жағдайда ойлау – әртүрлі амалдарда жүргізілетін тұтас және көпбейнелі іс-әрекет болып табылады. Солардың ішіндегі негізгілері – талдау және синтез. Талдау объектіні оны құраушы бөліктеріне ойша бөлу, негізгі белгілерін, қасиеттерін, элементтерін ажырату. Синтез, талдау жасау кезінде объектінің элементтерінің арасындағы негізгі байланыстар және қатынастар, тұтастай қалыптастырады. Талдау және синтез әрқашан бірлікте, өзара белгілі бір байланыста, ал есеп шығару барысында бүтіндей аналитикалық-синтетикалық қызмет атқарады.

Іс-әрекет дегеніміз философиялық категория ретінде адамның қоршаған ортаны тану процесі болып табылады. «Іс-әрекет – құрамында өзгеру мен түрлендіру элементтері бар адамның қоршаған ортаға деген қатынасының формасы болып табылады. А.Н.Леонтьев бойынша «іс-әрекет сыртқы ортадан, сонымен бірге, организмнің өзінде болатын күрделі және көп бейнелі белгілермен басқарылатын динамикалық функционалдық жүйе болып табылады».

Есеп шығару теориясында «есепті шығару» ұғымы жөнінде екі түрлі көзқарас бар. Бірінші көзқарас бойынша әмбебап есепті шығаруға негізделеді және жетілдіріледі.

Екінші көзқарас бойынша есептердің жеке түрлері мен типтерін шығарудың әдістері мен тәсілдерін жетілдіруге жоғары баға беріледі және т.б.

Есепті шығаруды сипаттайтын құрылымдардың екі типі белгілі, олар: сыртқы және ішкі. Сыртқы құрылым есепті логикалық схемалар, алгоритмдік және эвристикалық ережелер арқылы сипаттайды, және сол арқылы есептің жүйесін түрлендірудің тізбегін анықтайды. Ойлау амалдарын пайдалану ішкі құрылымды құруды қарастырады. Әртүрлі ғылымда (психологияда, жалпы және дербес дидактикаларда) есепті шығару процесінде осы құрылымдардың екеуін де қажетіне қарай пайдаланады. Есептерді шығару теориясында, өздерінің құрамдарына ойлау амалдарымен қатар логикалық операциялар да енетін амалдарға құрылымдарын анықтау орын алып отыр. Жалпы және дербес дидактикаларда есепті шығару процесін сипаттау үшін сыртқы да, ішкі де құрылымдарды пайдаланады.

«Есепті шығару» ұғымын процесс және оның нәтижесі ретінде қарастыру керек. Процесті Н.И. Кондаков ұсынған нұсқада қарастырамыз. «Процесс (лат. processus – жүріс, қозғалыс) – дамудың әрбір сәтінің заңды, тізбектелген, үзіліссіз алмасуы». Мысалы, есеп шығару процесі, ойлау процесі.

Осындай мағынада есепті шығару құрылымы жоспарлаудан, оны құру және іске асырудан тұрады. Процесті іске асыратын негізгі элементтер төмендегідей:

- амал тәсілдерінің бірін таңдап алу;

амалды орындаудың мақсаттары мен құралдарының арасындағы өзара байланысты және өзара әрекеттестіктерді ұғыну;

- амалды модельдеу;
- амалдың салдарын бағалау;
- амалдың ұйғарылған нәтижесін талқылау;
- шешім қабылдау;
- шешімді жүзеге асыру;
- орындалатын амалды және сол амал арқылы алынған нәтижені талқылау

Бұдан, есепті шығару – оқушының есеп ұғымымен танысудан бастап, нәтижені талқылауға дейінгі іс-әрекетін қамтитыны шығады.

Есепті шығару - есептің мазмұнында берілген объектіні түрлендіру процесі. Бұл объектіні түрлендіру белгілі бір әдістермен, тәсілдермен, құралдармен жүзеге асырылады. Есепті шығару түрлендіру процесін тануды қажет етеді. Ол алгоритмдік және эвристикалық алғышарттармен сипатталатын ойлау процесі мен ойлау іс-әрекеті көмегімен анықталады. Сонымен, есепті шығару адамның есептің шарты мен талаптарының арасындағы қайшылықтарды шығаруға, объектіні түрлендіруге бағытталған ойлау қызметінің күрделі процесі болып табылады.

Есеп шығару кезінде білім оқушылардың іс-әрекетінің құрылымдық элементтерін қалыптастыру қажет. Бұл мәселені жобалау барысында іс- әрекеттің жүйелік-құрылымдық талдауына сүйенген жөн, ал бұл А.Н.Леонтьевтің, П.Я.Гальпериннің, Н.Ф.Талызинаның еңбектерінде зерттелген. Іс-әрекет құрылымы, олардың пікірі бойынша, белгілі бір амалдар жүйесінен құралады. П.Я.Гальперин әрбір әрекеттің бағыттаушы, орындаушы, бақылаушы құраушыларын анықтайды.

Л.М.Фридман іс-әрекеттің келесі компоненттерін анықтайды: шартқа талдау жасау, есепті шығарудың жоспарын іздеу, шығаруды іске асыру, алынған нәтижеге талдау жасау.

Л.М.Фридманның осы көзқарасын ұстана отырып, есепті шығарудың төрт қадамын айқындауға болады: есеппен танысу, есепті шығарудың жоспарын құру, есепті шығару, алынған нәтижеге талдау жасау.

Есеп мазмұнында берілген және ізделінді шамалар анықталады (есептің шарты және талабы) және олардың арасындағы байланыс және ол байланысты анықтау барысында ойлау процесі анықталады. Берілген шама ретінде шарт пен талап арасындағы байланысты синтетикалық әрекет суреттейді. Талдау осы байланыстарға синтез жасау арқылы іске асырылады. Физиологиялық тұрғыда, мұндай байланыстар негізі болып белгілі бір динамикалық стереотиптер арқылы анықталатын уақытша шартты байланыстар болып табылады. Уақытша шартты байланыстардың тұрақты жүйесі есеп шығара білуді қалыптастырудың негізі болып табылады.

Есеп шығарудың психологиялық теориясын талдай келе, әрбір іс-әрекеттің негізгі амалдарын анықтауға болады: бағыттау, жоспарлау, орындау, бақылау. Төртінші амалды өзін-өзі бақылаумен толықтырған дұрыс, ал бұл өз кезегінде оқытудың жеке тұлғаға бағытталған әдісінің негізін құрайды.

Ойлау қызметінің мағынасы– зерттеліп отырған объектіні басқа объектілермен немесе белгілермен сипаттау. Сондықтан, «есеп шығару процесін осы процесс барысында зерттеліп отырған объект қандай объектілермен және қалай алмастырылатынына сәйкес топтарға бөлу қажет», - дейді Г.П. Щедровицкий. Сонымен қатар, ол есепті шығаруға қажетті амалдар тобын келесідей бөледі :

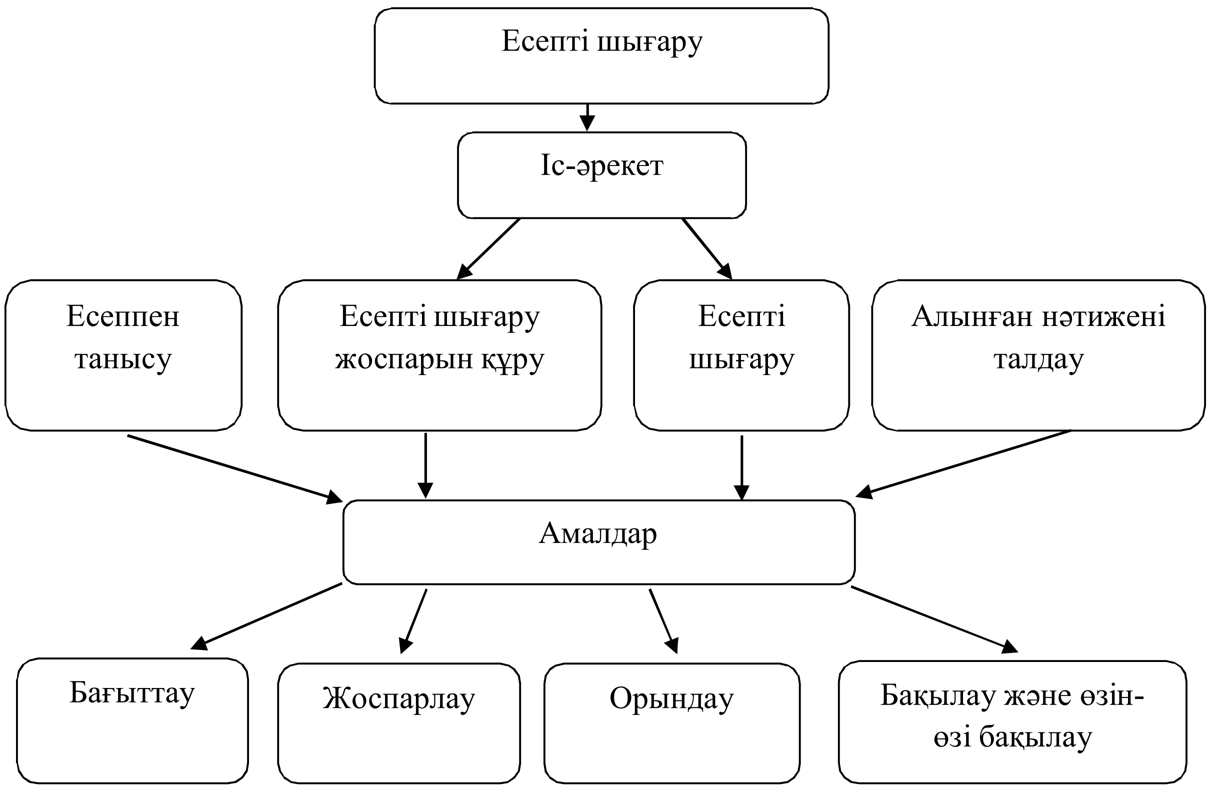
1) белгілі бір таным амалдарының болуы, мысалы, санау, өлшеу және басқалары;
2) тек бір танымдық амалдың жеткіліксіздігі, мысалы, әртүрлі жерде орналасқан қозғалмайтын заттардың ұзындықтарын салыстыру;
3) таным процесін іске асыру үшін күрделі белгілеулер жүйесін қалыптастыру және қолдану;
4) белгілі бір объектіні символдармен алмастыру операциясын орындау.

Л.Секей есеп шығару іс-әрекетінің өнімді және репродуктивті сипаттамасына көңіл бөледі.

Есепті шығару өзара бөлек бөліктердің және жағдайлардың күрделі, динамикалық құрылымы болып табылады.

Д.Н.Богоявленский, Н.А.Менчинская есеп шығарудың төмендегі сәттерін көрсетеді:

1) есепті қабылдау белгілі бір сұрақты қабылдаумен бірдей;
2) есептің шарты ізделінді шаманың қасиеттерін сипаттауы қажет.



2 сурет. Есептерді шығарудағы іс-әрекеттердің мазмұны

Есеп шығару барысында объектілер арасындағы байланыстарды өрнектеп жазу үшін символдар қолданылады. Есепті шығарудың құрамына формальды семантикалық компоненттер кіреді, олар бейнелік және сөздік-логикалық ойлаудың бірлігі нәтижесінде білінеді. Есеп шығару процесінің формальды компоненттері әріпті, сандық және графикалық символдарға олардың функционалдық тәуелділігін ескере отырып, жасалатын амалдардан тұрады.

Семантикалық компоненттер есептің мазмұнын және шығаруын толықтай ашу үшін көрнекілік амалдар тұрады.

П.Я.Гальперин іс-әрекеттерді бағыттаудың негізін жасады, оның құрамына іс-әрекеттің нәтижелі болуы үшін қажетті білім (толық немесе толық емес), іс- әрекет туралы мәлімет (мақсаты, құрамы, амалдардың орындалу тізбегі).

Осыған сәйкес, ол бағыттаудың үш кезеңін көрсетті:

- әрекеттер тізімі көптеген байқаулар мен қателіктерден кейін құралады;
- жаңа материалмен дұрыс жұмыс жасауға нұсқау;
- есепті дұрыс шығарудың жолын көрсететін жаңа тапсырмаларды орындауды жоспарлы түрде үйрету.

Есепті шығару барысында адам мақсат пен әдісті таңдайды. Бұрынғы ережелерді және алғышарттарды қолдануға болмайтын жаңа, бұрын кездеспеген есепті шығару барысында адам жаңа мәселелермен кездеседі. Адамға әртүрлі салада күрделі шешім қабылдауға тура келеді. «Әртүрлі белгілеріне баға беру бойынша баламалы нұсқалардың ішінен біреуін таңдау шешім қабылдау деп аталады», - дейді О.И.Ларичев.

Библиографиялық тізім

1 Әбілқасымова А.Е. Математиканы оқытудың теориясы мен әдістемесі: дидактикалық-әдістемелік негіздері. – Алматы: Мектеп, 2014. – 224б.

2 Абылкасымова А.Е. и др. Научно-методические основы совершенствования содержания общего образования в Республике Казахстан.- Алматы, 2001. -123с.

3 Есмұқан М.Е. Оқушылардың математикалық білімін қалыптастыруды және ойлау қабілетін дамытуды құрылымдайтын дидактикалық негіздері:дис.док. пед.наук. – Алматы: АГУ, 1999. – 208с.

4 Мубараков А.М. Научно-методические основы преемственности обучения математике в системе непрерывного образования: дис. … док. пед. наук. – Алматы: КАО, 2003. – 225с.

5 ЖадраеваЛ.У. Дидактико-методические основы создания учебно- методического комплекса по математике для средней школы: дис. … док. пед. наук. – Бишкек: КАО, 2015. – 207с.

МЕКТЕП КУРСЫНДАҒЫ ТРИГОНОМЕТРИЯЛЫҚ ТЕҢСІЗДІКТЕРДІҢ ОҚЫТУ ӘДІСТЕМЕСІНІҢ ТЕОРИЯЛЫҚ НЕГІЗДЕРІ

Дуйсебекова М.И.
Қалменова Ж. Қ.
Шымкент университеті

Аннотация

Тригонометрия XVIII ғасырда ғана қорытынды рәсімдеуді алған қарапайым математиканың ең жас бөлімдерінің бірі, дегенмен оның кейбір идеялары ежелгіге, көне әлемге және үнділердің математикалық жұмыстарына тиесілі болып табылады (К. Птолемей, II ғ., Аль Баттани, IX ғ., және т.б.).

Еуропалық математиктер синус пен тангенстің кестелерін есептеуде үздік жоғары дәрежеге жетті (Региомонтанус, XV ғ., Ретикус и Питискус, XVI ғ., және т.б.).

Тригонометрия атауы грек сөзінен шыққан, үшбұрышты өлшеу деген мағынаны білдіреді: (тригонон) – үшбұрыш, (метрейн) – өлшеу.

Тригонометрияның ғылыми дамуы Л.Эйлердің Jntroductioin analysis infinitorum (1748) еңбегі арқылы жүзеге асырылды. Ол тригонометрияны функция туралы ғылым ретінде құрды, оған аналитикалық мәлімдеме берді және бірнеше негізгі формулалардан формулалардың барлық жиынтығын шығарды. Үлкен әріптермен сәйкес, қабырғаларды және қарама-қарсы бұрыштарды кішкентай әріптермен белгілеу – барлық формулаларды оңайлатуға және оларды нақты, үйлесімді жасауға мүмкіндік береді. Эйлерге тригонометриялық функцияларды, шеңбердің радиусына сәйкес сызықтардың қатынасы, яғни сан ретінде қарастыру ойы тиесілі, сонымен қатар ол толық синус ретінде шеңбердің радиусын бірлік ретінде қабылдады. Эйлер жаңа қарама-қатынастар қатарын алды, тригонометриялық функциялармен көрсеткіштер арасында байланыс орнатты, барлық төрт бөліктерге ережелер берді, жалпыланған формуланы келтіруді алды және тригонометрияны барлық дерлік европалық математика оқулықтарында жіберілетін көптеген қателерден дұрыстады.

Л.Эйлердің жазғаны, кейінірек тригонометрия оқулықтары үшін іргетас ретінде қызмет атқарды. Бірінші нұсқалықтардың бірі, Сокращённая математика С. Румовского (1760), Начальные основания плоской тригонометрии бөлімі, келесідей мәлімдемесін бастады: Тригонометрия арифметикалық есептеулер арқылы үшбұрыштарды геометриялық сызумен табатын, жазық білім болып табылады. Барлық мәлімдемелер үшбұрыштарды шешумен аяқталады (ең оңай жағдайлар), есептеулер өте күрделі жолмен жүргізіледі, функцияларды үйрету жүргізілмейді.

Осылайша, тригонометрия геометрияның негізінде пайда болды. Геометриялық тілге ие болды және геометриялық міндеттерді шешуде қолданылды. Алгебралық таңбалардың дамуы тригонометриялық қарама- қатынастарды формула түрінде жазуға мүмкіндік берді; теріс сандардың қолданылуы бағытталған бұрыштар мен доғаларды қарастыруға және тригонометриялық сызықтар түсінігін (шеңбердің нақты бір сегменті) кез келген бұрыштарға таратуға мүмкіндік берді. Осы кезеңде зерттеу үшін негізі тригонометриялық (дөңгелек) функцияның аналитикалық теориясы болған, тригонометриялық функцияларды сандық аргумент функциясы ретінде қарастыру базасы құрылды. Кез келген дәлдік дәрежесінде тригонометриялық функциялардың мәндерін есептеуге мүмкіндік беретін аналитикалық құрылғыны Ньютон жасады.

Тригонометрия заманауи түрді Ресей ғылым академиясының Л. Эйлер (1707 – 1783) ұлы ғұлама еңбектерінде алды. Эйлер тригонометриялық функция ұғымын сан ретінде қарастырып, шеңбердегі тригонометриялық сызық шамасы ретінде радиусы бірлікке қабылданды (Тригонометриялық шеңбер немесе бірлік шеңбер). Эйлер тригонометриялық функциялардың кез келген бөлігінде шешуінің түпкілікті шешімін берді. Барлық тригонометриялық формулаларды бірнеше негізгі формулалардан шығарып, сондай-ақ оған дейін білмеген бірнеше белгісіз формулаларды орнатып, біркелкі белгілерді енгізді.

Дәл оның еңбектерінде алғаш рет жазулары кездеседі. Сондай – ақ ол тригонометрия мен кешенді аргументтегі көрсеткіштік функция арасындағы байланысты ашты. Эйлердің жұмыстарының негізінде қатаң ғылыми реттілігінде тригонометрия оқулықтары жасалған.

Эйлерден бастау алған, тригонометриялық функцияның теориясын талдау (геометрияға тәуелді емес), құру, ұлы орыс ғалымның Н.И. Лобачевскийдің еңбектерінде аяқтауға ие болды.

Қазіргі заманғы көзқарас тригонометриялық функциялардың сандық аргументтің функциясы ретінде қарастыру физика, механика, техника ғылымдарының дамуына негіз болды. Бұл функциялар математикалық аппарат негізіне жатты, оның көмегімен әр түрлі үдерістер зерттеледі: тербеліс қозғалысы, толқындар тарату, қозғалыс механизмдері, айнымалы электр тоғының ауытқуы. Ж.Фурье (1768 – 1830) көрсеткендей, кез келген периодтты қозғалысты кез келген дәреже дәлдігімен қарапайым синусоидағы (гармоникалық) тербелістер түрінде көрсетуге болады. Егер даму басында қатынасы квадраттардың аудандарының тәуелділігін білдірсе, гипотенузасы 1-ге тең тік бұрышты үшбұрыштың қабырғасы жағында салып, онда кейіннен бұл қатынас интерференция бойымен өтетін екі тербелмелі қозғалыстың қатынасы ретінде көрсетіледі.

Осылайша, бастапқы сатыларындағы дамуында тригонометрия өзінің геометриялық есептерді шешу құралы ретінде қызмет етті. Оның мазмұны ретінде қарапайым геометриялық фигуралар элементтерінің шешуі есептелді, яғни үшбұрыш. Бірақ қазіргі тригонометрия дербес және тригонометриялық функциялардың қасиеттерін зерттеу маңызды болып табылады. Бұл тригонометрияның даму кезеңі барлық даму барысымен дайындалды, тербелмелі механика қозғалысы, физика дыбыстары, жарық және электромагниттіктолқындар.

Осы кезеңде көптеген тригонометрия терминдер және, атап айтқанда, қатынастарды шығару теңдеуіне, онда n – натурал сан және т.б. sinx және cosx функцияларын дәрежелік қатарлардың қосындысы ретіндеқарастырамыз:

В. Никитина және Т. Суворов оқулықтарында осылай дерлік жазылған. Толық ғылыми баяндауды академик М. Е. Головин өзінің 1978 жылы Жазықтық және сфералық тригонометрия алгебралық дәлелдеулермен оқулығында тригонометрияға түсінік береді. Бұл кітаптан барлық маңызды тригонометриялық формулаларды табуға болады, яғни XIX ғасырдағы мазмұнына (кері тригонометриялық функцияларды қоспағанда). Автор бұл оқулықта секанс және косеканстың баяндауын енгізген жоқ, өйткені бұл функциялар іс жүзінде сирек жағдайларда ғана қолданылады. 1804 жылы Н. Фуссаның оқулығы шығады. Оқулық гимназияларға арналған, 4 бөліктен тұрады: жалпы ұғымдардан, үшбұрыштарды шешу, тригонометриялық практика мен геодезиға арналған тригонометриялық қосымшалар және қосу теоремасы.

Фуссаның оқулығы сфералық тригонометриядан ерекшеленеді. 1851 жылы М. В. Остроградский алға қадам жасайды. Ол өзінің конспектілері бойынша тригонометрияға басшылық жасау үшін әскери оқу орындарында ол тригонометриялық функцияның анықталуына жақтаушы ретінде шығады. Бірінші кезеңінде тікбұрышты үшбұрыштардың қабырғаларының қатынастарын зерттеп, олардың анықтау жән кез келген бұрыштардың шамаларына таралуын оқып – үйретеді.

Тригонометриялық теңдеулер мен теңсіздіктерді шешуде қажет болатын дағдылар Әдістемелік әдебиетте дағды деген сөз тіркесі бар. Мысалы, А.В.Петровский дағды дегенді нақты бір теориялық немесе практикалық тапсырмаларды шешу үшін өзінің қабілеттерін, білімін және түсінігін қолдана алу деп түсінеді. Т.Б.Булыгинаның ойынша Дағды – ол белгілі бір істі саналы түрде жасау. М.В.Матюхина келесі түрде анықтама береді: Дағды – бұл қызметті табысты түрде орындауды қамтамасыз ететін білім мен қабілеттердің ұйқастылығы. Дағдылар – бұл істерді орындаудағы роботтандырылған әдіс. Білім– бұл түсініктегі түрлердің субъектілік түрлілігі. Түсінік – бұл бір оқшауланғандықты және ерекшелікті көрсететін,бір уақытта және барлығын қосып алғандағы білім түрі. Келесі түсініктерді қарастырайық: Дағдыларды қалыптастыру. Ол мұғалімнің оқушыларды оқытқан сәтте белгілі бір әлеуметтік тәжірибені алуын білдіреді.

Дағдыларды қалыптастыру – бұл пәннен алынатын білімде бар ақпараттарды анықтау және қайта қарастыру бойынша барлық қиын жүйелерді меңгеру. Дағдыларды қалыптастыру бұл негізінде білімді тереңдету түрінде қолданылады. Дағды зерттелетін белгілі бір заттар туралы түсініктерді меңгеру негізінде қалыптасады. Дағдыларды қалыптастырудағы негізгі жол – бұл оқушыларды заттардың барлық жақтарын көруге, оларға әртүрлі түсініктер беру, сол затқа әртүрлі көзбен қарауды үйрету. Затты талдау арқылы синтездің көмегімен түрлендіруді оқушыларға үйрету. Қолданылатын түрлендіру қандай қарым-қатынас және тәуелділік талап етілуіне байланысты. Осындай түрлендірулер тапсырмаларды шешу жоспары болып саналады. Дағдыларға үйрету әртүрлі жолдар арқылы жүзеге асыруға болады. Оның бірі оқушыларға қажетті білімді беріп, содан соң оларға орындау үшін тапсырмалар береді. Содан соң оқушы сол тапсырманы шешу үшін мүмкіндіктер мен қателерді қолдану арқылы сәйкес бағдарларды, ақпараттарды қарастыру және қызметте қодану арқылы шешім іздейді. Бұл жолды мәселелі оқыту деп атайды. Келесі жол, ол тапсырманы шешу үшін оның түрін және талаптарын жедел анықтау бойынша белгілерге үйретеді. Бұл жолды алгоритмделген оқыту немесе толық бағдарланған негіздегі оқыту деп атайды. Соңында, бұл жол ол оқушының білімін қолдану үшін психикалық қызметке үйрету болып табылады.

Бұл жағдайда мұғалім оқушыны тек қана белгілер мен тапсырмаларды айыра алу бағдарларына ғана үйретіп қоймай, сонымен қатар алға қойылған тапсырмаларды шешу үшін алынған ақпараттарды қолдануды ұйымдастырады. Бірінші кезеңде заттың бұл бағдарлары (маңызды ерекшеліктер) оқушыға дайын, заттты түрде, сызба түрінде, символ, зат түрінде, ал бағдарларды анықтау бойынша шаралар заттай іс-әрекеттер түрінде қолданылады. Бағдарлар мен заттай бағдарлар екінші кезеңде қалады, оларды ойлау шаралары, сөйлеу және жасау түрлерімен алмасады. Үшінші кезеңде сөйлесу әрекеттері де түсіп қалып, оларды ойлау шаралары алмастырады, ол барлық сызба бойынша таралады. Бұл кезеңді ойлау қабілеттерін қалыптастыру әдісі деп атайды. Бірақ қарапайым түрде оқытуда бұл кезеңдер саналы түрде ұйымдастырылады. Сондықтан оқушы өзі қажет белгілерді анықтап, ал бастысы– осы әрекетті өзі таңдау керек. Қателіктерге көп жол беріледі. Түсініктер әрқашан толық әрі дұрыс болмайды.

Дәстүрлік оқыту, дербес ойлану мен нәтижелері арқылы түзетуге негізделгендіктен, оқушының дұрыс түсінбеуіне алып келеді. Сонымен қата оқушының қызметі ұғымдарды құруға, олардың белгілерін іздеуге қосарланбауы керек, соған қоса, түсініктерді мағына берумен толықтыру үшін, оның қолдану тәсілдерін меңгеру керек – бұл қызмет жалғыз өзі ғана маңызды заттарды белгілері бойынша іздеу емес, ал осы белгілерді қолдану. Түсінік толық әрі қатесіз құрылу үшін, оқушының сәйкес жұмысы толық бағдарлы негізде құрылуы тиіс. Олай болмаса, мұғалім оқушыларға заттардың барлық дайын белгілерін беруі керек, сонымен қатар әрбірін анықтау мен қолдану үшін қажетті шараларға баланы оқыту қажет. Тригонометриялық теңдеулер мен теңсіздіктерді шешу туралы айта отырып, ол бір толық кешенді құрайтындығын, оған келесілер кіретіндігін білу қажет:

– Тапсырылған сандарға сәйкес санды шеңберде сәйкес (және т.б.) және сәйкес емес (M(2), M(-7), M(6)және т.б) нүктелерді тауып алу;

– Сандарды шеңбер санымен суреттеуді және нүктелерді жаза білу (көрсетілген нүктеге сәйкес келетін барлық сандар);

– Тригонометриялық жүйелердің бірінің мағынасы бойынша санды шеңберде санды салу;

– Доға санды шеңбер үшін қос теңсіздікті құру;

– Белгілі бір түрге келтіру үшін негізгі мақсат арқылы теңдеу мен теңсіздік көмегімен талдау шығара білу;

– Шешім қабылдауда негізгі таңдау жасай білу; Тригонометриялық дөгелектің кестесінің көмегімен қарапайым тригонометриялық теңдеулерді және теңсіздіктерді шеше білу;

– Теңдеулер мен теңсіздіктерді шешуде тригонометриялық жүйелерді қолдана алу;

– Алгебралық анықтамалар мен сәйкес тригонометриялық формулаларды қолданудағы тригонометриялық анықтамаларды орындай білу;

– Белгілі бір алгебралық теңдеулерді шеше білу (сызықты, төртбұрышты, доғал, бірсызықты, көрсетілген түрдегі алгебралық теңдеулерді) және т.б.

Көрсетілген біліктіліктер ұзақ уақыт бойы қалыптасады, қасындағы оқушылар тригонометриялық теңдеулерді білулері тиіс. Бірақ тригонометриялық теңдеулер мен теңсіздіктерді шешу тәсілдері осы білімдерді жаңа мағынаға ауыстыра білуге алып келеді. Орта мектептердегі математика бойынша бағдарлама талдауы, қарастырылып отырған тақырыппен байланысты тригонометриялық теңдеулер мен теңсіздіктерді зерделеуді есепке алу мақсаты, сонымен қатар оқытудың негізгі нәтижелері көрсетілген білімдер қолданылуы қажет, атап айтқанда Үлгі бойынша жағдайларда қолданылуы тиіс. Төменде көрсетілген әдістемелер оқушылармен қарапайым тригонометриялық теңдеулер мен теңсіздіктерді шешуді, тригонометриялық теңдеулер мен теңсіздіктерді шешудегі басқа да шаралармен танысуды қарастырады.

Тригонометриялық теңсіздіктерді шешу үшін бірнеше маңызды кезеңдерден өту керек. sin x, cos x, tg x и ctg x ұғымдарын енгізу. Радиусы 1-ге тең, центрі координаталар басында жататын шеңберді бірлік шеңбер деп атайды. Бірлік шеңбердің Pa нүктесі P0 (1; 0) нүктесін a радианға тең бұрышқа бұрғанда шыққан болсын. Pa нүктесінің координатасы – a бұрышының косинусы екенін аңғару қиын емес.

Анықтама. y=sinx және y=cosx формулаларымен берілген сандық функцияларды сәйкесінше синус және косинус деп атайды

Анықтама. y=tgx және y=ctgx формулаларымен берілген сандық функцияларды сәйкесінше тангенс және котангенс деп атайды

1. Келесі қадам функцияларды енгіземіз y=sinx, y=cosx, y= tgx и y=ctgx. Бұл кезеңде осы функциялардың қасиеттері, анықталу облысы мен мәндер облысы қарастырылып өтеді, ал ең маңызды – графиктерімен танысу.

2. Тригонометриялық теңсіздіктерді шешуге дайындыққа ең соңғы кезең. Бұл кезеңде оқушылар маңызды тригонометрия формулаларымен және оларды қалай қолдану керек екендігімен танысады. Бұл кезеңде алынған білімін оқушылар бүкіл математика курсында қолдана алады. Меңгерілген формулалар көмегімен өте қиын, көлемді тригонометриялық теңдеулер мен теңсіздіктерді жеңіл шешуге болады.

Енді оқушылар бастапқы кезеңдерді жақсы меңгеріп, біздің тақырыбымызға жетеді, яғни тригонометриялық теңсіздіктерге жетеді.

Әрине теңсіздіктерді шешу қарапайымдардан басталады sinx a, sinx a; cosx a, cosx a; tgx a, tgx a. Осы теңсіздіктерді меңгергеннен кейін қиындығы жоғары теңсіздіктерге келеді, бұнда әр түрлі дәрежелі күрделі функциялар. Әрине 16-17 жастағы балалар үшін мұндай материалды меңгеруді жеңіл деп айта алмайсың. Ол абстракті ойлауды, мидың аналитикалық қалыптасуы және ең маңыздысы ойлаудың шапшаңдығын қажет етеді. Сол себептен бұндай күрделі материалды Егер қарапайым теңсіздіктер өзі шешіліп тұрса, онда теңсіздіктерді шешуге арнайы әдіс-тәсілдердің ойластырылуының қажеті не? Бірақ бұған жауап беруге болады, кез – келген тригонометриялық теңсіздік, сырттан қарағанда ауқымды және күрделі болып көрінсе де оларға негізгі тригонометриялық түрлендірулерді қолданып қарапайым түрге келтіруге болады. Түрлендіргеннен кейін теңсіздікті тригонометриялық шеңбер арқылы немесе функцияның графигі арқылы шешеміз.

Негізінде мектеп курсында тригонометриялық теңдеулерді шешуде қандай әдісті қолдану тиімді екендігі жөнінде нақты нұсқаулар жоқ. Бұл жерде таңдау тек мұғалімдердің өз қалауларына байланысты болады. Менің ойымша тригонометриялық шеңберді қолдану тиімдірек болады. Себебі бұл өте көрнекі тәсіл және дәптерде аз орын алады. Негізі қарапайым тригонометриялық теңсіздіктерді шығарған кезде уақыт мүмкіндік беріп жатса екі тәсілді де қолданған жөн. Сонымен айтып кеткенімдей тригонометриялық теңсіздіктеріне тригонометриялық түрлендірулер қолданып оны қарапайым түрге келтіргеннен кейін тригонометриялық шеңбер немесе графикалық әдісті қолданамыз.

Қарапайым тригонометриялық теңсіздіктерді шешу: Заманауи математика кітаптарының көптеген авторлары көрсетілген тақырыпты қарастыруды жеңіл тригонометриялық теңсіздіктерді шешуден бастауды ұсынады. Қарапайым тригонометриялық теңсіздіктерді шешу қағидасы тригонометриялық дөңгелекте тек қана негізгі тригонометриялық бұрыштарды анықтап және білуге ғана емес, сонымен қатар басқа да белгілерге негізделген.

Библиографиялық тізім

1. Жалпы білім беретін мектептердің 5 - 11 сыныптарына арналған бағдарлама. / Б. Б. Баймұқанов, С. Е. Шәкілікова, Е. О. Медеуов, А. Е. Әбілқасымова. – 2002 ж
2. Выбор методов обучения в средней школе./ Бабанский Ю. К. - М: «Педагогика», 1981.
3. Математиканы оқытудың теориясы мен әдістемесі. /А. Е. Әбілқасымова. - «Білім», 2005
4. Жаңа білім берудегі жаңа үрдістер (Открытая школа). / Жадрина М. Ж. - 5 - 2004.
5. Алгебра: Жалпы білім беретін мектептің 10 сыныбина арналған оқулық /А. Е. Әбілқасымова, К. Д. Шойынбеков, М. И. Есенова, З. А. Жұмағұлова - Алматы: Мектеп, 2010. – 78 бет.

БОЛАШАҚ МАТЕМАТИК МАМАНДАРДЫ ОҚЫТУ ПРОЦЕСІНДЕ ІЗДЕНІС-ЗЕРТТЕУШІЛІК ІС-ӘРЕКЕТТЕРІНІҢ СИПАТТАМАСЫ

Жамелова Э. Ж.
Шымкент университеті

Аннотация

Мемлекеттің ғылыми-техникалық потенциалының өсуі, жоғарғы оқу орындарында зерттеу іс-әрекеттерінің нәтижелілігі мен дамыту деңгейін көтеруді қажет етіп отыр. Бүгінгі Қазақстанның даму кезеңінде ғылым мен білімнің өзара байланысы, оның тиімділігі мен бәсекеге қабілеттілігін арттырудың, экономикалық өсуінің басты қозғаушы күші болып отырғандығы анық.

Ғылымның жедел түрде қарқынды дамуы, қазіргі заман талабы студенттердің де бәсекеге қабілетті тұлға етіп тәрбиелеу мақсатын қойып отыр. Бәсекеге қабілетті жетілген тұлғаны қалыптастыру үшін білім алушыны ізденушілікке, өз бетінше жұмыс жасауға, бақылау мен зерттеуге, зерттеу нәтижелерін жинақтап, қорытынды жасай білуге үйрету қажет.

Іс-әрекет - бір жүйеге біріктірілген іс-әрекеттің жалпы мақсатына жетуге бағытталған жеке әрекеттерден құралады. Іс-әрекетті меңгеру және көрсету дайындық көрсеткіші тек қана білімдер жиынтығы ғана емес, сондай-ақ іс-әрекет субъектісі меңгерген танымдық әрекеттер жүйесі де болады.

А.К. Маркова бойынша оқу іс-әрекеттерінің пайда болуы бірқатар кезеңдерден өтеді:

1) Жеке оқу әрекеттерін және оның құрамдас операцияларын орындау.
2) Іске асырылатын міндеттерді, бірнеше оқу әрекеттерін орындау және үлкен топтарға біріктіру (оқу жұмысының тәсілдері мен әдістері).
3) Әрекеттерді, тәсілдерді, әдістерді іске асыру жолдары жылдам, дұрыс, автоматтандырылған (іскерлік пен дағдылар) түрде орындалуы керек.
4) Оқу жұмыстарын жеке, тұрақты байланыстыру және оларды қайталау, жеке оқу стилінің пайда болуына әкеледі.

Сонымен, іс-әрекетті қалыптастыру үдерісі жеке операциялардан және әрекеттерден басталып, тәсіл мен әрекеттерге ауысып іске асырылады, онан соң ғана іскерлік пен дағдыларын қалыптастыру қажет.

Жеке әрекеттер емес, олардың реттілігі мен жиынтығы іс-әрекет бағытын бейнелейді. Оқу үдерісіндегі оқу іс-әрекеті тәсілдерінің бірі ретінде оқыту жолдарын қалыптастыруды қарастыруға болады. Біздің зерттеуіміз, кӨптеген педагог және психологтар зерттегендей, ақыл-ой іс-әрекеті тәсілдерінің қалыптасуы, дамыта оқыту жағдайының кері құбылысы емес, оқытудың негізгі бір мәселесі деп қарастырылады. Мұны студенттерді кәсіби дайындау үдерісі кезінде, ерекше ескеру қажет деп санаймыз. Себебі, белгілі жағдайда қажетті іс-әрекет түрін меңгермеген мұғалім, оны өз оқушылардың бойында қалыптастыра алмайды. Сондықтан, жоғары оқу орындары студенттерінің іс-әрекет тәсілдерін қарастыра отырып, олардың оқу және әдістемелік тәсілдерді меңгеруін анықтаймыз.

Білім алушылардың іс-әрекет тәсілдерін, көптеген ғалым психологтар, педагогтар және әдіскерлер зерттеген. Кей жағдайларда мұндай зерттеулерде ойлау іс-әрекет тәсілдерінің қалыптасу үдерістері зерттелген. Мысалы, ойлау іс-әрекет тәсілдерін Т.Бердалиева, Н.А. Дарханов, А.Г. Казмагамбетов, Т.И. Кокумбаева, З.Куттыкожанова, Б.Т. Набиева, Р.Ш. Садыкова, П.Ш. Турекулова, танымдық – зерттеушілік іс-әрекетін қалыптастыру, дамыту негізінде оқу белсенділігі мәселелері және танымдық ізденімпаздығын қалыптастыру тұрғысынан А.Е. Әбілқасымова, Р.С. Омарова, М.А. Утешова, М. Мұқашова, Х.Ж. Ганеев, Н.Ф. Талызина, математикадан танымдық – зерттеушілік іс-әрекетін қалыптастыру оқу жұмысындағы әрекеттерді орындау тәсілдерін А.Р. Бектерьянова, Г.Т. Джайнакбаева, Б.Д. Дыбыспаев, Г.Б. Турткараев және т.б. қарастырған.

Біздің зерттеуімізде, ойлау, ақыл ой, танымдық, оқу іс-әрекеттері бір- бірімен өзара байланыста қарастырылады. Яғни, бұл іс-әрекет түрлерініңтәсілдері өзара қарым-қатынаста болады. Сондықтан, қарастырылатын іс- әрекет түрі неғұрлым нақты болған сайын, ол іс-әрекет тәжірибеге соғұрлым жақын болады. Оқу іс-әрекеттің тиімді түрі ізденіс-зерттеушілік іс-әрекеттің тәсілдері, көрсетілген іс-әрекеттің әрқайсына тән тәсілдердің бөлігі ретінде қарастырылады. Бірақ, ізденіс-зерттеушілік іс-әрекетті арнайы бөліп, оның ерекше бағытын және көрінісін, сондай-ақ оқу іс-әрекетінің жалпы тәсілдерінқарастырған кезде, «байқалмайтын» және «есепке алынбайтын», ерекше бағыты бар тәсілдерді де негізгі тәсілдермен қатар ендіруді мақсат еттік.

Психологиялық-педагогикалық, әдістемелік әдебиеттерді, оқу жоспарларының және жоғары оқу орындары бағдарламаларын, педагогикалық стратегияны талдау, бүгінгі күнге дейінгі математика пәндерін оқыту кезінде қалыптастырылатын тәсілдерді іске асыратын нақты бағдарламаның, нақты іс-әрекет түрлерінің тәсілдерінің анықтамасын жоқтығын көрсетіп, сонымен қатар тәсілдер студенттердің бойында қалыптастыру мәселесі де шешімін таппаған деп айтуға болады. Кейбір авторлар «тәсіл» және «әдіс» түсініктерін бірдей қарастырады, сондай-ақ «ақыл-ой іс-әрекет тәсілі» түсінігін түсіндіруде де белгілі бір мағынаныңжоқтығында айта кету керек.

Осы түсініктерге анықтама берудің түрлі жолдарын қарастырайық.С.И. Ожеговтың сөздігінде тәсіл - бір нәрсені іске асырудағы әрекет, қимыл, әдіс деп беріледі. Ал, әдіс - қандай да болса жұмысты орындауда қолданатын әрекет немесе әрекеттер жүйесі деп түсіндіріледі. Педагогикалықсөздіктерде, тәсіл - оқу мен тәрбие үдерісінде мақсатқа жетуді іске асырушы амал ретінде ; әдістің элементі - оның құрамдас бөлігі, әдісті іске асырудағы бөлек қадам ретінде, сонымен қатар оқу әдістерін іске асыру үдерісіндегі мұғалім мен білім алушылардың өзара әрекеттестігінің нақты ісі ретінде анықталады. Кейбір жағдайларда, әдістерді нақты тапсырманы шешуге бағынатын, болмысты меңгерудің тәжірибелік немесе теориялық тәсілдерінің жиынтығы ретінде қарастырады. Техникалық қарама- қайшылықты жою бойынша, іс-әрекет тәсілдерін сипаттай отырып М.И. Меерович пен Л.И.Шрагина «әдіс-тәсілдердің бөлігі, олардың көмегімен тапсырмаларды шешуге болады, ал оларды таңдау және ретке келтіру негізінде объективті параметр, яғни техникалық қарама-қайшылықты шешетін әдіс болатынын айтып өтеді». Оқу үдерісінің психологиялық-педагогикалық негізін қарастыра отырып М.Л. Фридман нақты тапсырманы шешуге арналған әрекет жиынтығы ретінде, ол әдісті эмпирикалық сызба ретінде, оны қолдана отырып жеке тапсырмалардың шешімін табуға болады деп түсіндіреді. Бірнеше ғылыми жұмыстарда тәсіл -амал синоним ретінде қолданылады. И.С. Якиманская оқу әрекеттің «тәсілі» және «амалы» деген түсініктерді жеке қарастырады. В.Ю.Байдакта олардың айырмашылығын көрсете отырып «іскерлік», «дағды», «тәсіл», «амал» сияқты түсініктер, тәсілдің қалыптасуының әртүрлі деңгейлерін көрсететіндігін ескертеді. Тәсіл - үлгі, алгоритм, ереже түрінде білім мазмұнын анықтайды. Амал - білім алушының өзіндік тапқырлығы, оның жинақтаған таным тәжірибесі; танымдық іс-әрекеттің мазмұндық және операциялық жақтарынан тұратын тұрақты жеке білім. Ол білім алушының әртүрлі мазмұндағы, түрдегі, формадағы оқу материалдарын орындаудағы жеке таңдауымен, тұрақтылығымен, пайдалану нәтижесімен сипатталады. Оқу іс-әрекетінің тәсілі - білім алушының жеке тәжірибесімен және оның өзінің әлеуметімен анықталатын қажеттілік, эмоциональды және операциялық компоненттерін біріктіретін құрылым.

Оқу үдерісін белсендендіруге арналған жұмыстарды талдау нәтижесінде, іс-әрекеттің тәсілі, амалы, әдістері терминдерімен қатар, стратегия, алгоритмдік және эвристикалық тұжырымдар сияқты түсініктердің де қолданылатынын көрсетті. Білім алушылардың жұмысын оңтайландыру мақсатында, білім беруші мен білім алушының өзара байланыс үдерісін, осы жолдарда жинақталған әрекеттер жиынтығын белгілейтін терминдердіңбайланысқан сызбасын көруге мүмкіндік береді.

Тәсіл және амалдар – әдістердің бір бөлігі, оларды іске асыруға бағыттаушы. Нәтижеге қол жеткізу үшін, әрекеттер мен операциялар жиынтығында, олар өз құрамында алгоритмдік және эвристикалық тұжырымдарды байланыстырады. Жеке тапсырмаларды (техникалық, оқу математикалық) шешу әдісінің көрсетілген немесе басқа бөлігі ретінде, тәсілдерді ретімен біріктіру, нақты тапсырманы шешу стратегиясын көрсетеді.

Тәсіл және амал терминдерін, қойылған мақсатқа байланысты әрекеттер жүйесі ретінде түрлі бағыт-бағдарына қарай негіздеп, бір-бірінен ажыратамыз. Тәсіл, амал және әдіс «Нәтижеге қалай жетуге болады?» деген сұраққа жауап береді, бірақ оған берілген жауап іздеу кеңістігін ықшамдап, шоғырланған нәтижеге қол жеткізуге зор мүмкіндік береді. Берілген жағдайда іс-әрекет амалдары субъектің жеке басына бағынышты екендігіне байланысты, ал тәсілдер, ескерту, ұсыныс немесе бағыт-бағдар өз еңбегінің іс-әрекет нәтижесі болмауыда мүмкін. Осылай, шешім амалдарын табуға мүмкіндік беретін тәсілдерді бөліп көрсетуге болады. Дж. Брунер және басқа авторлар «scafolding» терминдерін оқыту үдерісінде қолданып, тәсілдерді
«тірек», яғни «оқытушының оқушыға көмек ұйымдастыруға мүмкіндік беретін әрекеті» мағынасында қарастырды.
«Тәсіл» түсінігін сипаттайтын негізгі белгілерді анықтайық:

- Әрекеттердің, операциялардың белгіленген реті, сонымен қатар олардың өзгеруі туралы пікірлер;
- Қойылған талаптардың ұқсастықтарына негізделіп біріктірілген, әртүрлі типтегі көптеген тапсырмаларды орындау кезінде, әрекетті жалпылаудың үлкен немесе кіші дәрежесін қолдануға мүмкіндік береді;
- Белгілі мақсатқа қол жеткізу жоспарында, ол әрекеттердің қажеттілігі мен әлеуетінің пайдасын өз кезегінде тәсілді таңдауға (тапсырманы шешу әдісін таңдау, оның мазмұны мен оқушының дайындық деңгейімен анықталады), мақсатқа жетуге сәйкес шарттарболуы тиіс;
- Анықталған тәсіл негізінде түрлендіру және жаңа тәсіл жасауға қабілетті.

Ол әрекеттерді объективтендіру мүмкіндігі, «субъектіден» бөлініп, басқа субъекттерге «берілуі», яғни объективті түрде тәсіл, нұсқау, ереже, нұсқаулық және т.с.с. түрде болуы.

Белгілі тапсырмаларды шешуге мүмкіндік беретін тәсілдер - шешу іскерлігі және әдістеріне қарағанда, сыртқы факторларға төмен деңгейде бағынатын себепті, оларды «көрінбейтіндер» деп атауға болады. Тәсілдер - мақсатпен, әдістер - тапсырмалармен, іскерлік - субъектінің жеке басын сипаттаумен анықталады. Аталған сипаттамалық белгілер, тапсырмаларды шешу әдістері үшін де қайталануы мүмкін, бірақ олардың әрекетінің қосымша құрамдас аймағы, онда анықтайтын әрекеттердің нақты болуымен байланысты.

Сонымен, іс-әрекет тәсілдері деп - әрекет ретін көрсететін, бірлескен идеялардың жалпы мақсаттарына, нәтижесіне, берілген тапсырмалардың шешілу үдерісін бейнелейтін жүйесіне тәуелді әрекет. Мысалы, нақты тапсырманы шешу кезіндегі алдын-ала нұсқаудың, бағыттаушы ережесінің болуы т.б.

Біздің зерттеуіміз әдіснамалық негізі болып табылатын іс-әрекеттік тәсілдер - тиімділік әрекетінің, операциялардың және олардың дұрыс орындалуына, объективті шарттарының қаншалықты анық екендігіне байланысты болады.

Ізденушілік іс-әрекеттерін жиі эвристикалық іс-әрекеттер немесе жеке эвристикалар деп атауға болады. Жеке эвристикалар дегеніміз - мақсатқа қол жеткізуге бағытталған, берілген ақпаратты өңдеп, жаңа ақпарат алу үшін, қажетті әрекетті таңдау мазмұны бар нұсқаулар немесе қысқаша пән мазмұнының, теориялық білімді қайта қалыптастыру негізінде алынған ізденістің мүмкін тәсілі.

Жеке эвристикалар - іс-әрекет тәсілдерімен салыстырғанда, ізденіс іс- әрекеті тәсілдері болып табылады. Сондықтан, ізденіс-зерттеушілік іс- әрекеттің болжамы кезеңінде жеке тәсілдер жеке эвристикалармен тең қарастырылады. Эвристикалар - тапсырма шарттарынан, тұжырымдалған анықтамадан, теоремадан, қасиеттерден пайда болады, ал тәсілдерді оқытушы тапсырма шешімінің жоспарын іске асыру кезінде беруі мүмкін.

Оқушылар мен студенттерде, көптеген тапсырмаларды шешу нәтижесінде, математикалық тапсырмаларды шешудің сан түрлі әдістері мен тәсілдері бар екендігі жайлы ой қалыптасады. Тәсілдерді жүйеге келтіру, оның түрін түсінуге және пайдаланылған тапсырма шешімінің тәсілдерін жалпылауға, тапсырманы шешудің жалпы сызбасын көрсетуге мүмкіндік береді. Қазіргі кезде ақпараттық қорда өнертабыс тапсырмаларын шешу теориясының 40-тан астам тәсілі бар, оларды ажырату жұмысын Г.С. Альшуллер және оның шәкірттері бастады. Көптеген тәсілдер ұсақталған және 2-3 тәсілге бөлінетіндігі дәлелденген (жалпы тәсілдермен саны - 100-ге жуық).

Оқу іс-әрекет тәсілдері (ойлау, ақыл ой) құрамы негізінде анализ, синтез, салыстыру, негіздеу, жалпылау, жіктеу және т.с.с. тәсілдерді атайды. Математикалық іс-әрекеттің жетекші тәсілдерін анализ және синтез тәсілдері анықтайды. Ол тәсілдерді сипаттайтын әрекеттер нұсқау немесе анықтама түрінде көрсетіледі.

Іс-әрекет түріне байланысты, білім алушылардың іс-әрекет тәсілдері ерекшелігін ескере отырып, ізденіс - зерттеушілік сипаттағы оқу іс-әрекет тәсілдерінің нақты анықтамасын келтірейік, тәсілдердің жіктелуін қарастырайық және оларды сипаттайтын әрекеттерді түсіндірсек.

«Ізденіс-зерттеушілік іс - әрекет» түсінігін сипаттайтын белгілерді ескере отырып, берілген іс - әрекет түріндегі тәсілдер, көптеген оқу әрекетіндегі тәсілдерде ойлау және ақыл-ой тәсілдері болады. Ізденіс-зерттеушілік іс - әрекет тәсілдері деп - белгілі ретпен орындалатын, күрделі тапсырмаларды шешуге бағытталған және нұсқау мен нұсқаулықтарды белгілі ойлау операцияларында жүзеге асыратын әрекет жүйесі деп түсінеміз.

Ізденіс-зерттеушілік іс-әрекет тәсілдері проблемалық жағдайдан шығу амалын іздеу, ойлау процесін (шешілетін тапсырма туралы ақпараттың толықболмауы, алдын ала белгісіз алгоритмдік әрекеті бар тапсырмалар, сонымен қатар іріктеу әрекеті), зерттеу іс-әрекетін жүзеге асыруды көрсетеді. Олардың негізгі мақсаты - студенттердің әрекетін белгісіз нәрсені іздеуге бағдарлау, зерттеушілік сипаттағы әрекетке бағыттау.

Ізденіс-зерттеушілік іс-әрекеттің анықталған кезеңдері және оларға сәйкесәрекеттері, іс-әрекетті жүзеге асыру кезеңдері бойынша тәсілдерді жіктеуге мүмкіндік берді. Тәсілдің 6 нақты түрі анықталды, олар:

1. Жаңа білімдерді қабылдауға дайындық тәсілдері.
2. Проблемалық тапсырмаларды ұсыну.
3. Бастапқы (тәжірибелік) зерттеу мәселері және оны шешу жолдарын жоспарлау тәсілдері.
4. Жоспардың реализация тәсілі
5. Орындалған жұмыстың нәтижесін бағалау тәсілдері.
6. Нәтижені қолдануға дайындау тәсілдері.

Алдағы уақытта зерттеуімізде тәсілдердің осы түрлерін қолданамыз,себебі ол ізденіс-зерттеушілік іс-әрекеттің барлық тәсілдерін қамтуға мүмкіндік береді және іс-әрекеттің сәйкес кезеңдерін таңдауға бағыт береді. Студенттердің әртүрлі топтарға жататын ізденіс-зерттеушілік тәсілдердіңқұрылымы ұсынылды.

Бірінші топқа, студенттердің ғылыми еңбегін ұйымдастырудың жолдарын талдау тәсілдер негіз болды. Студентке дайындық жұмысы барысында өзін- өзі басқарумен айналысуға мүмкіндік беретін төмендегідей тәсілдер белгіленді. Олар:

- Үй жұмысын ұйымдастыру тәсілдері: есте сақтау, тексеру, нақтылау және кеңейту, құрылымын жасау (негізгі және қосымшаны ажырату) және алған білімдерін жүйеге келтіру, берілген материал мен тәжірибелік жұмыс бойынша іс-әрекет тәсілдерін, есте сақтау үшін қимыл-әрекет ережелерді құру;
- Өзін-өзі бағалау тәсілдері: өзін өзі тексеру, өзін-өзі бағалау (теориялық білімдермен тәжірибелік іскерлікті, жақсы нәтижеге жету үшін жасалған жұмыстың жалпы көлемін бағалау);
- Білімнің жеткіліксіздігін жеңу тәсілдері: кеңестерге дайындық тәсілдері, қиыншылық пайда болған кезде сұрақ қою тәсілдері, оқуақпарат көздерімен жұмыс жасау тәсілдері, дәрістермен, қосымша оқу әдебиеттерімен, ақпараттық ресурстармен және т.б. жұмыстар.

Бағалау кезінде, студенттердің оқу материалдарын меңгеруге қатынасын алуға болады (қызығушылық, білуге құштарлық, қол жетімділік), олардың дайындық деңгейлері және берілген пәндерді меңгеру кезіндегі бойындағы қабілеттері ескеріледі.

Студенттер өздерінің сабаққа дайындығын, өзін-өзі бағалау тәсілдері әрекеттерін орындауды ұйымдастыруды келесі ретте жүргізеді:

- Баға аудиторияда қойылады және оқытушы оны хабарлайды;
- Сабақтың басында белгіленген бөлімдер бойынша, алған бағалары жеке парақтарға немесе арнайы қағаздарға жазылады және оқытушыға беріледі;
- Студенттер үйде қойылған бағаларды жазып алып, сабақ барысында оқытушыға береді;
- Студенттер өздеріне баға қояды, оқытушы оларды бақыламайды;

Онан соң оқытушы көрсетілген ретпен берілген әрекеттің біреуіне қайта оралады.

Студенттердің іс-әрекетін ұйымдастырумен байланысты, оқытушының олардың бойында тиісті тәсілдерді қалыптастыруы, бағытталған іс- әрекеттердің шығармашылық элементін қамтиды. Оқытушы алдын-ала тапсырмаларды дайындайды, әдебиеттердің тізімін жасайды, мүмкін болатын мәселелерді анықтайды, жалпы ұсыныстар мен рефлексия сұрақтарын құрастырады. Ізденіс-зерттеушілік іс-әрекет бойынша тақырып таңдайды немесе ол тақырыптарды студенттерге өз бетінше тұжырымдауға ұсынады.

Біздің жіктеудегі екінші топтағы тәсілдер, студенттерге проблемалық тапсырманы шешуде көмек көрсетуді, сондай-ақ күрделі тапсырмаларды өз бетінше құрастыруға бағыттайды. Оның дәлелі ретінде И.А. Ильицкидің пікірін келтірейік: «Педагогтар үшін ең үлкен қиындық проблемалықжағдайдың үдерісін жасау, әсіресе, тұтас тақырыпты зерттеу кезінде проблемалық жағдайдың нұсқасын жасау, педагогтар үшін ең қиыны болып табылады, бірақ ол шығармашылық ойлауды дамыту үшін өте маңызды» А.А. Окунев өз зертеуінде «Қандай болмасын зерттеу, шығармашылық проблема қоюдан, яғни сұрақ қою іскерлігінен басталады» деп анықтады .

Проблеманы құрастыру тәсілдерін қалыптастыру және проблемалықжағдайды жасау, болашақ математика мұғалімдері үшін өте маңызды, себебі ол тиісті әдістемелік тәсілдерді қалыптастырудың негізі. Олардың құрамын сипаттау үшін М.И. Махмутов және И.А. Ильицкий белгілеген проблемалық жағдайларды жасау жолдары мен амалдарын пайдаландық, оның нәтижесінде оқушылардың санасындағы қайшылықтар туындайды. Берілген тәсілдерді қарастыру кезінде проблемалық оқытудың негізгі ережесі есепке алынады.

Библиографиялық тізім

1 Богоявленский Д.Н. Психология усвоения знаний в школе. - М: АПП РСФСР, 1959.-348с.

2 Выготский Л.С. Педагогическая психология. -М.: Педагогика. 1991.-480с.

3 Ганеев Х.Ж. Теоретические основы развивающего обучения математике всредней школе: автореф. дис. канд. пед. наук:13.00.01./ СПб, 1997.-34с.

АЛҒАШҚЫ ФУНКЦИЯ МЕН ИНТЕГРАЛДЫ ОҚЫТУ ӘДІСТЕМЕСІ

Каюпова А.К.
Шымкент университеті

Аннотация

Алғашқы функцияны оқытудың әдістемелік схемасы мынадай:

1)өзара кері амалдарға мысалдар қарастыру;

2)интегралды дифференциалдау амалына кері амал ретінде енгізу, ал алғашқы функцияны интегралдау амалының нәтижесі деп қарастыру;

3) мынадай типті жаттығуларды орындау: “Берілген $F(x)$ функциясының басқа бір берілген $f(x)$ функциясының алғашқы функциясы екенін көрсету”, “Берілген $f(x)$ функциясы үшін алғашқы функцияны табу туралы есептер шығару;

4) алғашқы функцияның негізгі қасиеттерімен оқушыларды таныстыру;

5) алғашқы функциялардың кестесін түзу;

6) оқушыларды алғашқы функцияларды табу ережесімен таныстыру;

7) алғашқы функцияны қолданып есептер шығару.

Алғашқы функция ұғымын енгізу үшін оқушыларға бұрыннан таныс өзара кері амалдарға мысалдар қарастырылады. Қосу амалы, берілген екі сан бойынша олардың қосындысы болатын үшінші санды табуға мүмкіндік береді: 2+3=5. Егер қосылғыш пен қосынды белгілі болып, екінші қосылғыш белгісіз болса, онда екінші қосылғышты табуға болады: 5-2=3; ол үшін азайту амалын орындау жеткілікті. Сонымен азайту амалы қосу амалына кері амал болып табылады. Бұл қарастырылған мысалда кері амал бір нәтижеге келтіреді. Бұл барлық уақытта бірдей орындала бермейді.

Мысалы, 3 саны квадрат дәрежеге шығарсақ 9 болады. Айталық, енді 9 саны қандай да бір x санының квадраты екендігі белгілі болсын: $x^2=9$. Сонда x неге тең болады? Бұл сұраққа жауап беру үшін кері амал, квадрат түбір табу амалын орындайды. Алайда 9 санының квадрат түбірінің екі мәні бар: 3 және 3.

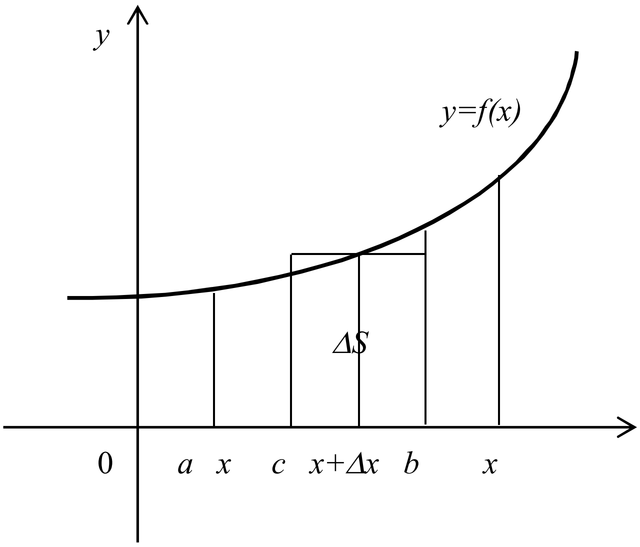
Біз ойымызды дифференциалдау амалына байланысты жалғастырайық. $F(x)=x^3$ функциясын дифференциалдау жаңа функция $f(x)=F'(x)=3x^2$-ке әкелді, бұл $F(x)=x^3$ функциясының туындысы болып табылады. Айталық, енді қандай да бір $F(x)$ функциясының туындысы $3x^2$-на тең болсын: $f(x)=F'(x)=3x^2$. $F(x)$ функциясын табу қажет. Берілген $f(x)$ функциясын табу амалы интегралдау деп аталады. Интегралдау арқылы мынандай нәтижелерді алуға болады: $F(x)=x^3$; $F(x)=x^3+1$; $F(x)=x^3-2$; $F(x)=x^3+\sqrt{2}$ функциялары $f(x)=3x^2$ функциясы үшін алғашқы функция деп аталады. Сонымен, интегралдау дифференциалдау амалына кері амал болып табылады; интегралдау амалының нәтижесі алғашқы функция деп аталады. Бұдан кейін алғашқы функцияның анықтамасы беріледі.

Анықтама Егер берілген аралықтағы барлық x үшін $F'(x)=f(x)$ болса, онда сол аралықта F функциясын f функциясы үшін алғашқы функция деп атайды.

Жоғарыдағы мысалда келтіргендей берілген бір $f(x)$ функциясы үшін шексіз көп алғашқы функцияны көрсетуге болады.

Барлық тақырыпты оқытудың ішіндегі қисық сызықты трапецияның ауданын табу туралы теорема ең негізгі болып табылады. “Айталық f функциясы $[a;b]$ кесіндісінде үздіксіз және теріс емес функция да, ал S - қисық сызықты трапецияның ауданы болсын (1-сурет). Егер F функциясы f функциясының $[a;b]$ кесіндісіндегі алғашқы функциясы болса, онда

$S=F(b)-F(a)$ болады”.



1сурет. Қисық сызық трапецияның ауданы

Теореманы қысқаша түрде жазайық.

Берілгені: f функциясы $[a;b]$ кесіндісінде үздіксіз және теріс емес функция. S - қисық сызықты трапецияның ауданы; F функциясы f функциясының алғашқы функциясы.

Дәлелдеу керек: $S=F(b)-F(a)$.

Бұл теореманың құндылығы мынада: ол арқылы алғашқы функция ұғымының геометриялық иллюстрациясы беріледі, кейіннен ол арқылы Ньютон-Лейбниц теоремасы дәлелденіледі.

Берілген теореманың дәлелдемесін оқыту кезінде дайындық есептерін енгізу әдісін қолданамыз. Ол үшін мынадай білім негіздеріне сүйену қажет.

1.Аргументтің өсімшесі, функциясының өсімшесі. Бұл ұғымдар берілген дәлелдемеде нақтылы жағдайда қолданылады: $S(x)$ функциясы мен $S(x+\Delta x)$ және өсімшесі $\Delta S=S(x+\Delta x)-S(x)$ геометриялық түрде берілді. Аргумент пен функцияның өсімшелерін мұндай геометриялық түрде интерпретациялау (кескіндеу) оқушылар үшін күтпеген жаңалық болып табылады. Сондықтан дәлелдеменің алдында мынадай тапсырма берген пайдалы: “70-суретте қисық сызықты трапецияның ауданы x-тің функциясы ретінде берілген. Осы суреттен $S(x)$, $S(x+\Delta x)$, $\Delta S=S(x+\Delta x)-S(x)$ мәндерін көрсетіңдер”.

2. Туындының анықтамасы. Дәлелдемеде бұл анықтаманы $S(x)$ функциясына қолдану қажет. Егер оқушыларға алдын-ала мынадай тапсырма беретін болсақ, онда теореманы дәлелдеу кезіндегі кездесетін қиыншылықтар жойылады. “Туындының анықтамасын $S(x)$ функциясы үшін жазыңдар”. Нәтижеде мынадай жазу шығады:

$$S'(x)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta S(x)}{\Delta x}.$$

3. Нүктедегі функцияның үздіксіздігі ұғымы. Бұл ұғымды да теореманы дәлелдеу кезінде кездесетін жағдайға байланысты қолдану қажет. Мынадай тапсырманы келтірейін: “Айталық, *f(x)* функциясы x нүктесінде үздіксіз функция болсын (1-сурет). Абсцисса өсінен x, $x+\Delta x$ нүктелерін және олардың арасында жатқан c нүктесін белгілейік. Сонда

$\Delta x \to 0$, *f(c)* неге ұмтылады? Графикке сүйеніп, жауабын жазамыз: егер $\Delta x \to 0$, онда $c \to x$, ал $f(c) \to f(x)$.

4. Табаны Δх болатын қисық сызықты трапецияның ауданын табаны сондай Δх болатын, ал биіктігі [х, х+Δх] кесіндісінде жатқан қандай да бір с нүктесіндегі функцияның мәні f(c)-ға тең болатын тік төртбұрыштың ауданына тең болатындығы туралы тұжырым. Мұндай *c* нүктесінің табылатындығы осы жерде тұжырымдалады. Оқушылар бұл дерекпен теореманы дәлелдеу алдында, 70-суретті көрсете отырып, таныстырылады. Осыған байланысты бірнеше түрлі мынадый тапсырмалар беруге болады: “Суретте табаны *Δх* болатын қисық сызықты трапеция берілген. Табаны сондай *Δх*-ке тең, ал ауданы қисық сызықты трапецияның ауданына тең болатын тік төртбұрышты салыңдар”. Тапсырма “көзбен” қол арқылы орындалады, қарастырылып жатқан деректі интуициялық жолмен көрнекі-геометриялық деңгейде түсіну көзделеді.

5. Алғашқы функцияның анықтамасы. Дәлелдемеде бұл анықтама жалпы белгілеулер арқылы қолданылады. Дәлелдеу алдында оқушылар бұл белгілеулерге үйренгені абзал (пайдалы). Ол үшін мынадай тапсырма ұсынылады: “Айталық, *S(x)* функциясы *f(x)* функциясының алғашқы функциясы болсын. Бұл нені білдіретінін түсіндіріңдер. Айталық *S(x)* функциясы *f(x)* функциясының алғашқы функцияларының бірі болсын. *f(x)* функциясы үшін алғашқы функцияның жалпы түрін жазып көрсетіңдер”.

Көрсетілген дайындық есептерін шығарып болған соң, теореманың дәлелдемесін баяндауға (көрсетуге) кірісуге болады.

Теореманың дәлелдемесін үш бөлікке бөлген тиімді.

I. *S(x)* функциясын енгіземіз. $[a;b]$ кесіндісінде анықталған *x* аргументіне байланысты қисық сызықты трапецияның ауданын өрнектейтін *S(x)* функциясын қарастырайық. *x* аргументіне $a \le x+\Delta x \le b$ болатындай етіп, *Δх* өсімшесін берейік. Сонда *S(x)* функциясының *x* нүктесіндегі өсімшесі $\Delta S(x) = S(x+\Delta x) - S(x)$ болады (*Δх* –ті оң таңбалы деп қарастырамыз).

II. *f(x)* функциясы үшін алғашқы функция *S(x)* болатынын көрсетейік: барлық $x \in [a;b]$ үшін $S'(x) = f(x)$. Туындының анықтамасына сәйкес: $S'(x) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta S(x)}{\Delta x}$. *ΔS(x)* – табаны *Δх* –ке тең болатын қисық сызықты трапецияның ауданы болатындықтан, оны табаны *Δх*-ке тең болатын, ал биіктігі $c \in [x; x+\Delta x]$ нүктесіндегі функцияның мәні *f(c)*-ға тең болатын тіктөртбұрыштың ауданымен алмастыруға болады: $\Delta S = f(c) \cdot \Delta x$. Сонда

$$S'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta S(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(c) \cdot \Delta x}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} f(c).$$

Мұнда *c* нүктесі *x* пен *x+Δх* аралығында жатқан нүкте болғандықтан, $\Delta x \to 0$-да, $c \to x$, ал $f(c) \to f(x)$, сондықтан $\lim\limits_{\Delta x \to 0} f(c) = f(x)$. Бұл айтылған пайымдауларды бір ғана қатар түрінде былайша жазуға болады:

$$S'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta S(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(c) \cdot \Delta x}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} f(c) = f(x).$$

Сөйтіп, $S'(x) = f(x)$.

III. Нәтижені қорытындылайық. Біз *S(x)* функциясының $[a;b]$ кесіндісінде *f(x)* функциясы үшін алғашқы функция болатындығын дәлелдедік. Ал есептің шарты бойынша *F(x)* осы кесіндісіндегі *f(x)* функциясы үшін де алғашқы функция болып табылады. Демек, *S(x)* пен *F(x)* функцияларының бір-бірінен айырмашылығы тек тұрақты шама *C*–да ғана болады:

$$S(x) = F(x) + C. \qquad (1)$$

$x=a$ болғанда (1) мынадай түрге келеді: $0=F(a)+C$, бҮдан $C=-F(a)$.
$x=b$ болғанда (1) мына түрде жазылады:
$S=S(b)=F(b)+C=F(b)-F(a)$.
Сонымен, $S=F(b)-F(a)$.

Интеграл ұғымын енгізу ең негізгі қадам болып табылады. Интеграл ұғымын енгізудің бір әдістемелік схемасы мынадай:

1) лайықты есептер келтіру;

2) интегралдың анықтамасын тұжырымдау.

Интеграл ұғымын оған келтіретін дайындық есептерін қарастырудан бастаған тиімді.

1-есеп $[a;b]$ кесіндісінде үздіксіз және теріс емес $y = f(x)$ функциясы берілсін. Алғашқы функция ұғымына байланыссыз осы функциямен $x=a$ және $x=b$ түзулерімен шектелген қисық сызықты трапецияның ауданы *S*-ті табудың жаңа тәсілін көрсетіңдер.

Берілген есепті шешуді екі кезеңге бөлуге болады.

1.Сатылы фигураны құрып, оның ауданын есептеу. Ол үшін $[a;b]$ кесіндісін теңдей етіп *n* бөлікке бөлеміз. Айталық Δx – осындай кесіндінің әрбіреуінің ұзындығы болсын. Бөлу нүктелерін $x_1, x_2, ..., x_n, x_{n+1}$, мұндағы $x_1 = a; x_{n+1} = b$ деп белгілейміз. $[x_1; x_2]$ кесіндісін табаны етіп, биіктігі $f(x_1)$ болатын, ал $[x_2; x_3]$ кесіндісінде – биіктігі $f(x_2)$ болатын тіктөртбұрыш саламыз. Дәл осы сияқты қалған кесінділерде де тіктөртбұрыштар саламыз. Сонда бұл тіктөртбұрыштардың барлығы бірігіп, “сатылы” фигураны құрады және оның ауданы мынаған тең болады:

$$S_n = f(x_1)\cdot\Delta x_1 + f(x_2)\cdot\Delta x_2 + ... + f(x_n)\cdot\Delta x_n.$$

2.Қисық сызықты трапецияның ауданы S-ті S_n арқылы өрнектеу. Енді $[a;b]$ кесіндісін өте “ұсақ” бөліктерге бөлуді қарастырайық. Ол үшін жоғарыдағы тәсілмен сатылы фигура құрамыз. Сондағы шыққан суреттерді салыстыру арқылы Δx неғұрлым аз болған сайын, яғни *n* үлкен болған сайын, S_n шамасы *S*–тен соғұрлым аз өзгеретінін көреміз. Сондықтан қисық сызықты трапецияның ауданы S_n-нің $n \to \infty$ шегі деп қарастыруға болады. Математикада бҮл деректің шынында да орындалатындығы дәлелденеді. Сонымен,

$$S(x) = \lim_{n\to\infty} S_n.$$

Шешімі осындай $f(x_1)\cdot\Delta x_1 + f(x_2)\cdot\Delta x_2 + ... + f(x_n)\cdot\Delta x_n$ қосындының шегін табуға келіп тірелетін тағы бір есепті қарастырамыз.

2-есеп Айталық, материалдық нүкте $[T_1;T_2]$ кесіндісінде түзу сызықпен белгілі бір ($v = v(t) - [T_1;T_2]$ кесіндісіндегі үздіксіз функция) лездік жылдамдықпен қозғалсын. Осы материалдық нүктенің T_1 мен T_2 уақыт аралығындағы жүрген жолын табу қажет болсын.

Қарапайым жағдайда, лездік жылдамдық тұрақты шама болғанда, дененің жүрген жолы оның жылдамдығы мен уақытының көбейтіндісіне тең болады. Жалпы жағдайда, лездік жылдамдық тұрақты болмаған кезде, бұл есепті былайша шешеді.

1. $\left[T_1;T_2\right]$ кесіндісін бөлу нүктелері $t_1 = T_1, t_2, t_3, ..., t_n, t_{n+1} = T_2$ арқылы ұзындықтары бірдей $\Delta t = \dfrac{T_2 - T_1}{n}$ болатын *n* бөлікке (кесіндіге) бөлеміз. Содан кейін $S_n = \vartheta(t_1)\cdot\Delta t + \vartheta(t_2)\cdot\Delta t + \vartheta(t_n)\cdot\Delta t$ қосындысын құрамыз.

2. *S* жолын S_n арқылы өрнектейміз: S_n-дегі әрбір қосылғыш дененің сәйкес уақыты аралығында жүрген жолын жуық шамада көрсетеді.
Бұл жуықтаудың нәтижесі Δt неғұрлым аз, яғни, *n* бөлік неғұрлым үлкен болған сайын, соғұрлым дәлірек болатындығы айқын. Сондықтан, дененің $\left[T_1;T_2\right]$ уақыт аралығында жүрген жолы $S = \lim\limits_{n\to\infty} S_n$ шегі арқылы анықталады.

Осы екі есепті шешудің нәтижелерін салыстыра отырып, оларды шешудің жалпы тәсілін тұжырымдауға болады: функцияны берілген аралықта теңдей етіп бөліктерге бөлу; ізделінді шаманың жуық шамадағы мәні болатын $f(x_1)\cdot\Delta x_1 + f(x_2)\cdot\Delta x_2 + ... + f(x_n)\cdot\Delta x_n$ қосындысын құру; шекке өту $\lim\limits_{n\to\infty}(f(x_1)\cdot\Delta x_1 + f(x_2)\cdot\Delta x_2 + ... + f(x_n)\cdot\Delta x_n)$.
Осындай қосындылардың шегін табу жаратылыстану ғылымы мен техниканың алуан түрлі салаларында жиі кездеседі, сондықтан олар “a -дан *b*-ға дейін *f(x)* функциясынан алынған интеграл” деп аталатын және

$$\int_a^b f(x)dx$$

деп белгіленетін арнаулы атқа ие болған.
Сонымен, анықтама бойынша

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{n\to\infty}(f(x_1)\cdot\Delta x_1 + f(x_2)\cdot\Delta x_2 + ... + f(x_n)\cdot\Delta x_n).$$

f(x) –*[*a *,b]* кесіндісінде үздіксіз функция.

$x_1, x_2, ..., x_n, x_{n+1}$-*[*$a$ *,b]* кесіндісін теңдей етіп, *n* бөлікке бөлетін бөлу нүктелері; Δx - әрбір осындай бөліктердің ұзындығы.

Шығарылған есептердің нәтижесін жазайық. *[*a *,b]* кесіндісінде үздіксіз *f(x)* функциясымен берілген қисық сызықты трапецияның ауданы мынаған тең

$$S = \int_a^b f(x)dx.$$

Жылдамдығы $v = v(t)$-ға тең, мұндағы $v = v(t)$ - $\left[T_1;T_2\right]$ кесіндісінде үздіксіз функция, материалдық нүктенің T_1 ден T_2 -ге дейінгі уақыт аралығында жүрген жолы:

$$S = \int_{T_1}^{T_2} v(t)dt.$$

Енді интеграл мен алғашқы функция ұғымдарын бір-бірімен байланыстыру оңай. Қисық сызықты трапецияның ауданын $S = F(b) - F(a)$ және $S = \int_a^b f(x)dx$ салыстырып, мынадай қорытындыға келеміз:

$$S = \int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a), \qquad (2)$$

мұндағы $F - f$ функциясының $[a, b]$ кесіндісіндегі алғашқы функциясы.
(2) формуланы Ньютон-Лейбниц формуласы деп атайды.

Бұл формула анықталған интегралды алғашқы функцияны табу арқылы есептейтін ең негізгі және тиімді формула болып табылады.

Анықталған интеграл жазық фигуралардың ауданына, доғаның ұзындығына, айналу денелерінің көлеміне байланысты есептер шығару арқылы тиянақталады.

Библиографиялық тізім

1 Темиргалиев Н., Аубакир Б., Баипов Е., Потапов М.К., Шерниязов К. Алгебра и начала анализа.Учебник для 10-11 кл.–Алматы:Жазушы, 2002.- 424 с.

2 Шыныбеков Ә.Н. Алгебра және анализ бастамалары. - Алматы: Білім, 2002.

3 Әбілқасымова А., Бекбоев И. және т.б. Алгебра және анализ бастамалары. Жалпы білім беретін мектептің жаратылыстану-математикалық бағытындағы 11-сынып оқушыларына арналған оқулық. – Алматы: Мектеп, 2007.

4 Әбілқасымова А., Жұмағұлова З. Алгебра және анализ бастамалары. Жалпы білім беретін мектептің жаратылыстану-математикалық бағытындағы 11-сыныпқа арналған дидактикалық материалдар. – Алматы: Мектеп, 2007.

5 Алгебра және анализ бастамалары: Жалпы білім беретін мектептің 10-11 сыныптарына арналған оқулық. А.Н.Колмогоров, А.М.Абрамов, Ю.П:Дудницын және басқалар. Редакциясын басқарған А.Н.Колмогоров. -Алматы: Просвещение-Қазақстан, 2002. -320 б.

ИНТЕГРАЛДЫҢ ШЫҒУ ТАРИХЫ

Каюпова А.К.
Шымкент университеті

Аннотация

Туынды мен интегралды енгізудің әр түрлі тәсілдері көп жағдайларда функцияның нүктедегі шегі ұғымына байланысты. Қазіргі кездегі математикада, әдетте туынды ұғымына байланысты анықталады. Мұндай тәсіл 1968 жылғы бағдарламаға сәйкес жазылғанын алгебра және анализ бастамалары оқулықтарында қабылданған.

Бұл оқулықтардың әр түрлі басылымдарында функцияның нүктедегі шегінің арифметикалық түрдегі («ε-δ» тілінде немесе абсолют қателік ұғымы арқылы) беріледі. 1981 және 1985 жылғы бағдарламалар функцияның нүктедегі шегін арнаулы тақырып ретінде қарастырмайды, сөйтіп туынды және интеграл ұғымдарын шек ұғымын айқын түрде қолданбай өтуге негізделген. Олар бұл ұғымдардың шығуының тарихи жолын бейнелейді. Математикада алдымен туынды және интеграл ұғымдарының тұжырымдалғаны, ал кейіннен бұл ұғымдарды жалпылау нәтижесінде функцияның шегі ұғымының пайда болғаны белгілі. Туынды мен интегралды оқытудың бұл тәсілін шартты түрде тарихи тәсіл деп есептейік. Мектеп оқулықтарында туынды мен интеграл ұғымдарын мұндай тәсілмен енгізу орта мектептегі туындыны оқытудың теориялық емес, практикалық аспектілеріне баса назар аударуды сөздейді.

Мектеп оқулықтарында интеграл ұғымын енгізудің әртүрлі нұсқалары «тексеруден» өтті. А.Н.Колмогоровтың оқу құралының алғашқы басылымдарында интеграл Ньютон-Лейбництің формуласы арқылы (алғашқы функцияның өсімшесі ретінде) анықталады. Ал кейінгі шыққан басылымдарында интегралды дәстүрлі әдіспен интегралдық қосындының шегі ретінде анықтау қарастырылады.Бұл тектес есептерді қарастыру, оларды шешудің жалпы әдістерін іздестіру барысында, яғни шексіз аздар анализін жасау жолында Ньютон мен Лейбницке дейін Кеплер, Галилей, Кавальери, Торичелли, Паскаль, Валлис, Роберваль, Ферма, Декарт, Барроу және басқа көптеген айтулы оқымыстылар жемісті еңбек етті. Міне, осылай математикалық анализдің элеметтерін, бастамаларын жасау көп ғалымдардың жан-жақты творчестволық зерттей жұмысының нәтижесі болды. Бұл авторлардың барлығының жетістіктерін қысқаша түрде болса да азды-көпті мағлұмат беру бұл жерде мүмкін емес. Сондықтан да математикалық анализдің алғы тарихын жасаушы кейбір математиктердің ғана еңбектеріне шолу жасаумен шектелмекпіз.

Интегралдық есептеу әдістеріне өте жақын келетін актуальды шексіз аз шамаларға тікелей амалдар қолдануға сүйенетін әдісті алғаш ұсынушы жоғарыла аталған, ұлы неміс астрономы және математигі Кеплер (1571-1630) еді. Ол – астрономиядағы әйгілі үш заңның авторы. Кеплер былай деді: «Планеталардың радиус-векторы тең уақыттың ішінде аудандары тең секторларлы сызады (екінші заң) математикалық жолмен дәлелдеу үшін секторлар өте көп шексіз аз бөлінбейтін сызықтардан тұрады». Интеграл ұғымының тарихы квадратураларды табу есептерімен аса тығыз байланысты. Қандай да болмасын жазық фигураның *квадратурасы туралы есептер* деп ежелгі Греция мен Римнің математиктері қазір өзіміз аудандарды есептеп шығаруға берілген есептерге жатқызып жүрген есептерді айтқанды. Латын сөзі quadratura деген квадрат пішінге келтіру деп аударылады. Ал осындай арнаулы терминдерді қажеттігі өзімізге қазір үйреншікті нақты сандар жайлы ұғымның сонау көне заманда кейініректе XVIII ғасырға дейін жеткілікті дамытылғандығымен түсіндіріледі. Математиктер олардың геометриялық аналогтарына немесе скаляр шамаларға амалдар қолданып келді, оларды көбейтуге болмайды. Сондықтан аудандарды табуға берілген есептерді былайша тұжырымдауға тура келді, мысалы: "Берілген дөңгелекпен тең шамалас квадратты салу керек". Мұндай "дөңгелектің квадратурасы туралы" құнды есеп циркуль мен сызғыштың көмегімен шығарылмайтыны белгілі.

Мына символын Лейбниц 1675 жылы енгізген. Бұл белгі латынның S әрпінің summa сөзінің бірінші әрпі өзгерген түрі. *Интеграл* деген сөздің өзін Я. Бернулли 1690 жылы ойлап шығарған. Шамасы оның шығу латынның integro сөзіне саятын болар, оның мағынасы: бұрынғы қалпына түсіру, орнына келтіру. Шынында да, интеграл астындағы функция қайсыбір функцияны дифференциалдау арқылы, шығарып алынатын интегралдау амалы сол функцияны қалпына келтіреді. Интеграл терминінің шығу тегі өзге болуы да мүмкін: integer деген сөз бүтін дегенді білдіреді.

И. Бернулли мен Г. Лейбниц хат-хабар алыса жүріп, Я. Бернуллидің ұсынысымен келіскен болатын. Сол 1696 жылы-ақ математиканың жаңа тармағының атауы—интегралдық есептеу (calculus integralis) пайда болды, мұны И. Бернулли енгізді.

Интегралдық есептеуге қатысты өздерің білетін басқа терминдер біршама кейін пайда болды. Қазір қолданылып жүрген *алғашқы функция* атауы көп ертеректе қарапайым функция дегеннің орнын басты, мұны енгізген Лагранж 1797 жылы. Латын сөзі primitivus "бастапқы" деп аударылды: $F(x) = \int f(x)dx - f(x)$ үшін бастапқы немесе ең бастапқы, немесе алғашқы, $f(x)$ $F(x)$ –ті дифференциалдаудан шығады.

Қазіргі әдебиетте $f(x)$ функциясы үшін барлық алғашқы функциялардың жиыны да *анықталмаган интеграл* деп аталады. Бұл ұғымды айырып көрсеткен Лейбниц еді, ол барлық алғашқы функциялардың бір-бірінен айырмашылығы қалауымызша алынатын тұрақты сан екенін аңғарған болатын. Ал $\int_a^b f(x)\,dx$ *анықталган интеграл* деп аталады белгілеулерді енгізген К. Фурье (1768— 1830), бірақ интегралдау шектерін Эйлер керсеткен.

Ескі грек математиктерінің жазық фигуралардың *квадратурасын* табу яғни аудандарды есептеу, сондай-ақ денелердің *кубатурасын* табу көлемдерді есептеу есептерін шығарғандағы *тауысу әдісімен* байланысты, мұны ұсынған Книдтық Евдокс (б.д.д. 408—355 шамасы). Осы тәсілдің көмегімен Евдокс, мысалы, екі дөңгелектің аудандарының қатынасы олардың диаметрлері квадраттарының қатысындай, ал конустың көлемі табаны мен биіктігі дәл сондай болатын цилиндр көлемінің $\frac{1}{3}$ –не тең екенін дәлелдеген.

Евдокс әдісін жетілдірген Архимед болды. Мынадай модификация сіздерге таныс: геометрия курсында ұсынылып жүрген дөңгелек ауданының формуласы Архимед идеясына негізделіп қорытылған. Архимед тәсілін сипаттайтын негізгі кезеңдерді еске салып өтейік.

1) дөңгелектің ауданы оны сырттай сызылған дұрыс көпбұрыштың ауданынан кіші, ал іштей сызылғандыкінің қай-қайсысынан да үлкен;

2) қабырғалар санын шектеусіз екі еселейтін болсақ, ол көпбұрыштардың аудандарының айырмасы нөлге ұмтылады;

3) дөңгелектің ауданын есептеп шығару үшін дұрыс көпбұрыштардың қабырғаларының санын шектеусіз екі еселегенде олардың аудандарының қатынасы ұмтылатын мәнді табу керек.

Интегралдық есептеу жөнінен көптеген идеяларды Архимед болжап білген. Бұған косарымыз, шектер туралы алғашқы теоремаларды дәлелдеген де Архимедтің өзі. Ал бұл идеяларды айқын өрнектеп және есептеу дәрежесіне дейін жеткізу үшін бір жарым мың жылдан аса уақыт қажет болыпты.

Көптеген жаңа нәтижелерге кол жеткізген XVII ғасыр математиктері Архимед еңбектерінен білім алған. Тағы да бір *бөлінбейтіндер тәсілі* делінетін тәсіл де батыл қолданылып келді, бұл да сол Ежелгі Грецияда дүниеге келген болатын ол алдымен Демокриттің атомдық көзкарастарымен байланысты. Мысалы, қисықсызықты трапецияны олар ұзындығы $f(x)$ –ке тең вертикаль кесінділерден тұрады деп түсінген және солай дегенмен, ол кесінділерге *шектеусіз аз шама* $f(x)dx$ –ке тең ауданды балаған. Істің мәнісін осылай ұғынғанда ізделетін аудан саны шектеусіз көп болып келген мейлінше аз аудандардың мынадай қосындысына тең болады деп есептеледі:

$$S = \sum_{a<x<b} f(x)dx$$

Айталық, фигураның ауданын табу керек болсын, бұл фигураны жоғарыдан және төменнен шектеп тұрған қисықтардың теңдеулері мынадай: $y = f(x)$ және $y = f(x) + c$

Кавальери терминдерін қолдансақ, мейлінше жіңішке, яғни бөлінбейтіндей бағаншалардан құралған фигураны көз алдымызға елестете отырып, олардың барлығының ортақ ұзындығы с болатынын байқаймыз. Оларды біз вертикаль бағытта жылжытып, олардан табанының ұзындығы $b - a,$ биіктігі с-ға тең тік төртбұрыш құрастыра аламыз. Сондықтан ізделген аудан осы табылған тік төртбұрыштың ауданына тең, яғни $S = S_1 = \text{c}(b - a)$

Кавальеридің жалпы принципі жазық фигуралардың аудандары үшін былай тұжырымдалады. Айталық, қандай да бір параллельдер шоғының түзулері Φ_1 мен Φ_2 фигураларын ұзындықтары бірдей кесінділер бойымен қиятын болсын. Сонда Φ_1 мен Φ_2фигураларының аудандары тең болады.Осыған ұқсас принцип стереометрияда қолданылады және көлемдерді тапқанда пайдасы жоқ емес.

XVII ғасырда интегралдық есептеулерге қатысты көптеген жаңалықтар ашылған болатын. Мәселен, П. Ферма сол 1629 жылы кез келген қисықтың $y = x^n,$ n — бүтін сан, квадратурасын шешкен болатын, яғни негізінен $\int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1}$ формуласын қорытып шығарады және осының нәтижесінде ауырлық центрлерін табу есептерінің бірқатарьга шығарғанды. И. Кеплер өзінің әйгілі планеталар қозғалысының заңдарын қорытып шығарғанда шындығында жуықтап интегралдау идеясына сүйенген болатын. И. Б а р р о у (1630—1677), Ньютонның ұстазы, интегралдау мен дифференциалдаудың арасындағы байланысты түсінуге аса жақын келген. Функцияларды дәрежелік қатарлар түрінде жазып көрсету жөніндегі еңбектерінің маңызы аса зор.

Алайда XVII ғасырда өмір сүрген ойшыл математиктердің көпшілігінің аса құнды нәтижелерге қолы жеткенмен, есептеудің өзі әлі де табыла қойған жоқты. Көптеген дербес есептердің шешімі негізделетін жалпылама идеяларды, сондай-ақ дифференциялдау мен интегралдау амалдарының арасындағы байланыстарды (бұл біршама жалпылама алгоритмді көрсетеді) тағайындау қажет болды. Мұны орындаған Ньютон мен Лейбниц еді, мұны олар бір-біріне тәуелсіз өз беттерімен ашқан болатын, ол заң Ньютон— Лейбниц формуласы деп аталып жүр. Сонымен, ақтығында жалпы әдіс тұжырымдалды. Ендігі орындалатын—көптеген функциялардың алғашқы функцияларын табуды үйреніп, жаңаша есептеудің логикалық негіздемесін, т.б. бере білуді үйрену еді, ең негізгісі орындалды да: дифференциалдық және интегралдық есептеу құрылды.

Келесі ғасырда математикалық анализ әдісі аса қарқынды дамыды (элементар функцияларды интегралдауды жүйелі зерттеген Л. Эйлерді алдымен атау дұрыс, бұдан кейін И. Бернуллидің есімі аталады). Интегралдық есептеуді дамыту барысында еңбектерімен үлес қосқан орыс математиктері М. В. Остроградский (1801—1862), В. Я. Буняковский (1804—1889) П. Л. Чебышев (1821—1894). Ал Чебышевтың элементар функциялар арқылы өрнектелмейтін интегралдардың да бар екенін дәлелдейтін еңбектерінің маңызы ерекше.

Интегралдық есептеу әдістеріне өте жақын келетін актуальды шексіз аз шамаларға тікелей амалдар қолдануға сүйенетін әдісті алғаш ұсынушы жоғарыла аталған, ұлы неміс астрономы және математигі Кеплер (1571-1630) еді. Ол – астрономиядағы әйгілі үш заңның авторы. Кеплер былай деді: «Планеталардың радиус-векторы тең уақыттың ішінде аудандары тең секторларлы сызады (екінші заң) математикалық жолмен дәлелдеу үшін секторлар өте көп шексіз аз бөлінбейтін сызықтардан тұрады».

Тарихи жағынан алғанда интегралдық есептеме дифференциалдық есептемеден бұрын шыққан. Алдымен анықталған интеграл ұғымы туған. Архимедтің тауысу тәсілі анықталған интегралдардың ежелгі замандағы көршісі болып табылады. Бұл әдістің негізінде ежелгі грек философтарының атомистік көзқарастары жатыр.

Алайда Сиракузы ғалымының тамаша еңбектері өз заманында құлашын жайып, кең өріске шыға алмаған оның ілімі өзімен бірге өшкен. Ғасырлар тозаңы басып мүлде ұмыт болған интеграл өмірге тек 2 000 жылдан кейін ғана қайтып оралды. Жаңа заманның ғалымдары «алтынның шыққан жерін белден қазып», Архимедтің ізіне түсті. Кеплер еңбектеріндегі ұсақ секторлардың ауданшалары, Кавальеридің «бөлінбейтіндері», Ферма мен Паскальдың ұсақ төртбұрыштары т.с.с. анықталған интегралдардың элементтері болатын. Кеплер, Кавальери, Ферма т. б. интегралдың негізінде жататын идеяларға сүиеніп, әз заманындағы күрделі есептердін бірсыпырасын шешті. Осы есептерді шешуде қолданылған әдістері жалпылап, Ньютон мен Лейбниц интегралдық есептермені қалыптастырады. Анализдің кең арналы ғылымға айналуына ағайынды Бернуллилар мен Эйлер зор қосты. Эйлердің заманы «математикалық анализдің алтын ғасыры» болды.

XIX ғасырда бүкіл математиканың, соның ішінде интегралдық есептеменің де, дамуы негізінен алғанда екі бағытта болды. Олардың бірі қорғанған материалды екшеу, маңыздыларын мардымсыздарынан айыру, анализдің логикалық ірге тасын нығайту мәселелерімен байланысты. Екінші бағыттағылар табиғатты зерттеу мен техниканы өркендетуде математикалық анализдің алып күшін қолданумен шұғылданды. Көптеген ғалымдар осы бағытта еңбек етті. Бұл жайды орыстың ұлы математигі П.Л.Чебышев (1821-1894) былай әсерлеп сипаттады: «Математика екі дәуірді басынан кешірді. Есептерді біріншісінде құдайлар (кубты екі еселеу жөніндегі делос есебі), екіншісінде жартылай құдайлар (Паскаль, Ферма) беріп отырды. Біз есептерді мұқтаждық - практикалық қажеттілік беріп отыратын үшінші дәуірге кірдік». Эйлерден кейін ұзақ уақыт бойы Батыс елдердің математиктері интегралдар жөнінде құнды жаңа пікірлер айта алмады. Европа математиктері: «Эйлер жүріп өткен жолдан ешқандай жаңалық табылмайды, мәселенің бәрін ол кейінгілерге қалдырмай, өзі сарқа шешіп кетті» деп ойлайтын болды. Сол кезде маңдайы тұйыққа тіреліп, дамуы тоқырап қалған интегралдар теориясын өлі нүктеден шығарып, ілгері бастырған, жаңа пікірлер мен идеялар енгізген ғылым батырлары — орыс математиктері Остроградский мен Чебышев болды. Лобачевский өзі ашқан геометрияның заңдарына сүйеніп бірнеше күрделі интегралды есептеп шырарды.

Лейбниц-Ньютон формуласының мазмұнын былай айтуға болады:
Егер *[a, b]* сегментінде интегралданатын f*(x)* функциясының әуелгі фуңкциясы *F(x)* болса, онда f*(x)* функциясының а-дан *b*-ге дейінгі анықталған интегралы әуелгі функцияның $x = b$ болғандағы мәні мен $x = a$ болғандағы мәнінің айырмасындай болады (Лейбниц-Ньютон теоремасы).Лейбниц-Ньютон теоремасы интегралдық есептеменің негізгі арқауы болып табылады. Біріншіден, ол интегралдардың әрқилы тәсілдермен шешілетін алуан түрлі есептерін бір ізге түсіріп, бір ғана заңға бағындырады. Екіншіден, интегралдық қосындының шегін табудағы ұшы-қиыры жоқ шектеусіз процесті екі-ақ санды есептеуге әкеліп тірейді. Үшіншіден, ол шек, туынды, анықталған интеграл, анықталмаған интеграл ұғымдарын өз ара байланыстырады. Осының арқасында математиканы табиғат пен техниканың күрделі есептерін шешу үшін кең түрде қолдану мүмкіндіктері туды. Лейбниц-Ньютон теоремасының тағайындалуы дәл ғылымдардың даму тарихында, демек бүкіл адамзат тарихында, үлкен белес болды. Ғылымдар тарихында бұл ұлы теорема Ньютонның бүкіл әлемдік тартылыс заңымен, Менделеевтің периодтылық заңымен, Эйнштейн ашқан материя мен энергияның сақталу заңымен қатар орын алады.

Библиографиялық тізім

1 Темиргалиев Н., Аубакир Б., Баипов Е., Потапов М.К., Шерниязов К. Алгебра и начала анализа.Учебник для 10-11 кл.–Алматы:Жазушы, 2002.- 424 с.

2 Шыныбеков Ә.Н. Алгебра және анализ бастамалары. - Алматы: Білім, 2002.

3 Әбілқасымова А., Бекбоев И. және т.б. Алгебра және анализ бастамалары. Жалпы білім беретін мектептің жаратылыстану-математикалық бағытындағы 11-сынып оқушыларына арналған оқулық. – Алматы: Мектеп, 2007.

4 Әбілқасымова А., Жұмағұлова З. Алгебра және анализ бастамалары. Жалпы білім беретін мектептің жаратылыстану-математикалық бағытындағы 11-сыныпқа арналған дидактикалық материалдар. – Алматы: Мектеп, 2007.

5 Алгебра және анализ бастамалары: Жалпы білім беретін мектептің 10-11 сыныптарына арналған оқулық. А.Н.Колмогоров, А.М.Абрамов, Ю.П:Дудницын және басқалар. Редакциясын басқарған А.Н.Колмогоров. -Алматы: Просвещение-Қазақстан, 2002. -320 б.

МАТЕМАТИКАЛЫҚ ҰҒЫМДАРДЫ ҚАЛЫПТАСТЫРУДАҒЫ ТАРИХИ-ГЕНЕТИКАЛЫҚ МӘЛІМЕТТЕРДІҢ РОЛІ

Рахматуллаев Б.Р.
Шымкент университеті

Аннотация

Адам қоршаған ортадағы объектілердің (заттар, құбылыстар, үрдістер) мазмұн-мағынасын білу үшін оларды бір-бірімен өзара салыстырады. Нәтижеде олардағы ұқсастық және өзгешеліктерді анықтайды. Оларды талдау және синтез логикалық ой-қорытулары арқылы объектілердің түп мағынасын ашады, ұғымның мәнді белгілерінің ара-жігін ажыратады. Сондай-ақ, бұл белгілерді абстракциялайды және жалпылайды. Осы ақыл-ой әрекеттері нәтижесінде адамда нақты дүниедегі объектілер туралы ұғым қалыптасады. Биосфера және ионосферадағы объекттердің маңызды белгілерін, ішкі және сыртқы байланыстарын бейнелейтін ойлау формасы мен психикалық жемісі

болатын ұғым танымның маңызды жағы. Осы проблемаға психологиялық тұрғыдан қарағанда ұғым объектілердің жалпы және маңызды белгілерін бейнелейтін пайым.

Психологияда ұғымдар мағынасы жағынан нақты және абстрактілі ұғымдар болып бөлінеді. Жеке алынған бүтін бір объектіге байланысты ұғымдар нақты ұғымдар делінеді. Объективті дүниедегі заттар мен құбылыстардың кейбір ерекшеліктеріне, сипаттарына, әртүрлі жағдайларына, сондай-ақ олардың арасындағы ішкі өзара қатынастарына, байланыстарына, заңдылықтарына қатысты ұғымдар абстрактілі ұғымдар делінеді. Математика пәні объективті дүниенің мөлшерлік қатынастарын және кеңістік формаларын оқып үйренуден тұратындықтан математикалық ұғымдар абстрактілі ұғымдар қатарына жатады.

Ойлау үрдісінде ұғым мен тіл өзара диалектикалық байланыста көрініс табады. Бір жағынан, тілдің көмегінсіз ұғым қалыптаспайды, ал екінші жағынан тіл ұғымның негізі заттық функциясын орындайды. Ұғым бір сөзден немесе бірнеше сөздерден, яғни сөздердің бірігуі арқылы бейнеленеді.

Әрбір сөз белгілі мазмұнды және белгілі көлемдегі ұғымдарды білдіреді. Тіл байланыс құралы функциясын орындайды және ол ұғымдардың мағынасын түсінуге көмектеседі. Ұғымдар сөздік және символдық құралдар жәрдемімен тұлға аралық және ұлт аралық қатынастарды орнатуда белсенді түрде қатысады. Мұнда интернационал терминдер өте үлкен рөл атқарады. Оқушы ұғымның мән-мағынасын саналы түрде игеруі үшін интернационалдық терминнің мағынасын ашып ұғымның анықтамасымен салыстыруы керек. Сонда “тілдік кедергінің” (языковой барьер) алдын алуға болады.

Әрбір математикалық ұғым пәнге жаңа сөз алып келеді. Осы жаңа термин ана тіл ерекшеліктерін есепке алумен қатар ұғым туралы дұрыс түсінік беретін, ұғымның мағынасын анықтауға көмектесетін, мүмкіндігінше қысқа да нұсқа болуы шарт. Ұғымның анықтамасында оның маңызды белгі-қасиеттері көрсетіледі. Анықтама деп жаңа терминнің мазмұнын нақтылауға мүмкіндік беретін логикалық тәсіл түсініледі.

Ұғымның анықтамасы екі бөліктен тұрады: анықталушы ұғым және анықтаушы ұғымдар. Ұғым екі сипаттамалық қасиетке ие: ұғымның көлемі және ұғымның мазмұны. Ұғымға енетін объектілер жиыны оның көлемін құрайды, мысалы “үшбұрыш” ұғымының көлемін қабырғаларының ұзындықтары әртүрлі барлық үшбұрыштар жиыны құрайды. Ал “теңбүйірлі үшбұрыш” ұғымы барлық үшбұрыштардың ішінен екі қабырғасы тең болатын үшбұрыш түсініледі. Ұғымға енетін объектілердің мәнді белгілерінің жиыны оның мазмұнын құрайды. Ұғымның көлемі мен мазмұны бір бірімен өзара кері пропорционал тәуелділікте болады. Мысалы “педагогикалық процесс” ұғымының көлеміне “оқу процесі” ұғымы жатады. Ұғымдардың өзара қатынасына қарай тектік және түрлік ұғымға бөлінеді. Мысалы “теңдеу” ұғымы “квадрат теңдеу” ұғымына қатысты тектік ұғым, ал соңғысы алдынғысына қатысты түрлік ұғым болады. Ұғымға анықтама берілгенде оның ең маңызды белгілері көрініс табады және ол схема түрінде былай өрнектеледі: анықталатын ұғым = анықтаушы ұғымдар + түрлік ерекшелік.

Мұның мағынасы, анықтамада алдымен ұғымның аты, яғни термин айтылады, содан соң тегі, кейін түрлік өзгешеліктері айтылады. Математикалық анықтамалардың тұжырымдамаларында анықтаманың құрамды бөліктері түрліше ретпен орналасуы мүмкін. Алайда, анықтаманы тұжырымдаудағы анықталатын ұғымның бірінші айтылуы дидактикалық-психологиялық тұрғыдан құндылығы жоғары, себебі мұнда оқушының зейіні бірден жаңа ұғымға аударылады. Ұғымдардың анықтамалары айқын түсінікті болуы үшін, “анықтау ережелері” деп аталатын бірнеше ғылыми-педагогикалық талаптар қойылады. Олардың ішінде ұғымның анықтамасы ана тілінде айтылған хабарлы сөйлем, ал логика тұрғысынан кесімді пікір түрінде тұжырымдалған болуы басты орында тұрады. Оқушы қандай да бір ұғымның анықтамасын саналы түрде тұжырымдай білсе, онда сол ұғым қалыптасты делінеді.

Ұғым – объективті дүниедегі заттар мен құбылыстардың маңызды белгілерінің, қатынастарының адам санасында жалпыланған бейнесі. Ұғым мен сөз (термин) өзара тығыз үйлесімділікте болады. Сөзді ұғымның механизмі деп атауға болады. Себебі, ойдың тереңдігі, логикалық жетілгендігі көп жағдайда іштей сөйлеуге байланысты. Ұғым терминсіз (немесе символдық белгіленусіз) бола алмайтындығы сияқты сөз де ұғымсыз өзінің маңызын жоғалтады. Тіл өзге адамдардың өзінді ұғыну, басқа біреулерді өзінің түсіну құралы. Адамның тілдік іс-әрекеті арқылы мотив, зейіннің қалыптасуы, жігерлілік сипаттары және мінез құлық ерекшеліктері көрініс табады.

Тіл: а) өмір сүру құралы ретінде әлеуметтік тәжірибелерді (мысалы, ата-ана, мұғалім) басқаларға беруді және оларды игеруді қамтамасыз етеді;

ә) коммуникация құралы, адам іс-әрекетін басқарушы ретінде көрінеді;

б) ақыл-ой (интеллектуальдық) және шығармашылық жұмыс құралы (проблемалық ситуация туғызу, оны жүзеге асыру және көзделген мақсатпен салыстыру) сияқты міндеттерді орындайды.

Тіл мен ұғымның бірлігі осы процестерді жүзеге асыруда көрінеді. Математикалық білім беру процесінде оқушылардың математикалық тілді дамыту жұмыстарын жүргізіп жатырмыз ба немесе оқушыларда математикалық білім негіздерін дамытумен жұмыс жүргізіп жатырмыз ба, оларды бөліп қарауға болмайды. Басқаша айтқанда, оқушылардың математикалық тілін, кең көлемде алсақ, математикалық мәдениетін дамыту жұмысын жүргізетін болсақ, олардың математикалық білімдерді игеруі іс жүзіне асады және керісінше.

Әлеуметтік-тарихи тұрғыдан қарағанда, адамзат баласы өзі меңгерген білімді келесі ұрпаққа мирас ретінде қалдырады. Ұрпақтар мирасқорлығы арқылы, бір ұрпақтың жеткен жетістігін екінші ұрпақ оларға жаңа мазмұн және жаңа форма беріп иеленеді. Алдыңғы ұрпақтың бай мұрасына негізделіп жаңа ұғымдар ашылады. Ұғымдардың міне осындай жолмен ұрпақтан ұрпаққа берілуі және иеленуі осы ұғымдардың дамуына әкеледі. Осы әлеуметтік-тарихи даму сатысы *ұғымдардың жетілуіне*, мазмұнының тереңдеуіне, көлемінің кеңейуіне себепші болады.

Қорыта айтқанда, ұғымдарды меңгеру математикалық білімдерді оқушылардың саналы игеруінің негізі болып табылады. Ұғымдарды игеру барысында ұғымның жаңа белгілері мен қасиеттері, ұғымның басқа ұғымдармен ара қатынасы ашылады. Табылған жаңа белгілер, ерекшеліктер, қасиеттер ұғымдарды одан сайын байытады. Жаңа ұғымдар, демек терминдер жасалынады, ал қолданудағылары жаңа сипат және жаңа мазмұнға ие болады. Сөздер жаңа ұғымдар жасалуының құралы ретінде қызмет етеді, сонымен бірге ұғымдар арқылы жаңа сөздер және сөйлемдер пайда болады немесе жаңа мағынада айтылуға көшеді.

Ойлау - бұл адам санасында өтетін процесс, ал пайым ой қорытудың бір тоқтамға келуі. Ұғым мен пайым ой қорытудың логикалық негізін құрайды. Басқаша айтқанда, ұғым, пайым формалды логика тұрғысынан қарағанда ой қорытудың формалары. Ғылыми ұғымдар әрбір оқу пәнінің ядросы. Сондықтан да оқу пәніне жұмсалатын уақыттың басым бөлігі оқушылардың ғылыми ұғымдарды игеруіне бөлінеді. Бұл жерде Гегелдің “Барлық дүние адамға ұғымдар арқылы өз құшағын ашады” деген пікірін ескерудің өзі жеткілікті.

Ғылымның көптеген салалары ұғымның әртүрлі қырларын зерттеумен шұғылданады. Олардың ішінде:

- философия ұғымды нақты дүниедегі заттар және құбылыстардың адам санасындағы бейнесі ретінде қарастырады;
- логика ұғымды ой-қорыту формаларының бірі ретінде қарайды;
- лингвистика ұғым мен оның атауы арасындағы үйлесімділікті ашады;
- психология ұғымды меңгерудің ақыл-ой дамуына байланыстылығын зерттейді;
- дидактика ұғымды оқу материалының негізгі бірлігі деп қарастырады;
- дербес әдістеме ұғымды саналы және белсенді игеруді қамтамасыз ету мақсатында, ұғымның ерекшеліктеріне байланысты нақты ұсыныстар жасайды және т.с.с.

Оқушыларда ғылыми ұғымдарды қалыптастыру, дамыту және жетілдіру ой-қорытудың аналитикалық-синтетикалық жұмысы нәтижесіндегі индукция және дедукция, салыстыру және аналогия, нақтылау және классификациялау, абстракциялау және жалпылау арқылы жүзеге асырылады. Бұл оқушылардың ақыл-ойының даму дәрежесіне, оқу материалының оңай-қиындығына, ойлау операцияларының мінездемелік сипатына байланысты. Оқушылар ұғым-білімдерді саналы және белсенді игерулерін қамтамасыз ету, логикалық-генетикалық құрамын ақыл-ой іс-әрекеттері тілінде айқындап беруді талап етеді. Кейбір ғылыми-педагогикалық пікірлер мұны сезіну-қабылдау-елестету-иелеу түрінде көрсетсе, ал екінші бір топ ғалымдар білу-түсіну-қолдану-анализ-синтез-бағалау түрін ұсынады. Оқыту процесінде білім берудің белсенді және инновациялық технологиялары жедел қарқынмен енуіне байланысты қазіргі кезеңде оқу материалын игеру Б.Блум таксономиясын пайдалану үлкен нәтиже беретінін озат педагогикалық тәжірибелер көрсетуде: білу-түсіну-анализ-синтез-қолдану-бағалау.

"Білім болмаса, ой-қорыту да болмайтыны" сияқты әрбір оқу пәнін игеру процесінде әрбір ғылымға, пәнге сәйкес ойлау әдісі болады. Сондықтан біз математикалық ойлау, экономикалық ойлау, көркемдік ойлау, графикалық ойлау, кеңістіктік ойлау, техникалық ойлау сияқты ақыл-ой іс-әрекеттеріне тоқталамыз.

Бұл ұғымды оқыту процесіне енгізуде қандай өлшемге сүйену керек? Мұндағы басты өлшем - ұғымның қолдануы болады және мынадай үш талап ескерілуі керек:

1 курстың материалын жаңа оқу материалдарын оқып үйренуде қолдану;

2 салалас оқу пәндерін оқып-үйренуде қолдану;

3 күнделікті өмірде, еңбек етуде қолдану.

Егер бастауыш (I-IV) сыныптарда математикалық ұғымдарды баяндаудың нақтылы-индуктивтік тәсілі қолданылса, ал VII сыныптан бастап абстрактілі-дедуктивтік жолға басымдық беріледі. Бейнелі түрде айтатын болсақ V-VI сыныптар индукциядан дедукцияға өту көпірі саналынады. Мұндағы оқу материалының баяндалуында индукция мен дедукция бір-бірімен кезектесіп отырады. Ал мұғалімнің педагогикалық шеберлігі бұл әдістерді қаншалықты шеберлікпен қолдана білуіне байланысты.

Диалектика заңдылықтарына сүйене отырып математикалық ұғымдарды оқып-үйренуде оларға сәйкес сөз-термин және символдар бойынша нақты мақсатқа бағытталған жұмыс жүргізуге қажетті және оқушылардың математикалық ұғым-білімдерді саналы және белсенді игерулерін басқару мүмкіндігі тұрғысынан мына төмендегідей ғылыми-әдістемелік басқыштар тізбегін баяндаймыз.

1 Оқыту процесінде енгізілетін математикалық ұғымның бейнелері болатын саны жағынан жеткілікті объекттерге бақылау, оқушыларды ғылыми ұғыммен таныстырғанға дейінгі өмірлік тәжірибесі мен білімдерін есепке алып жаңа ұғым туралы алғашқы түсініктер қалыптастыру. Мысалы, көршілес екі пәтерді бір-бірінен бір ортақ қабырға бөліп тұрады. Бұл жағдайды "іргелес бұрыштар" (сыбайлас бұрыштар) туралы ұғым қалыптастыруда пайдаланған жөн. Себебі, іргелес бұрыштардың да бір қабырғасы ортақ.

Бірақ, математикалық ұғымдарды бейнелейтін сөз-терминнің мағынасы, олардың өмірде қолдану жағымен дәл келе бермейді, ондай жағдайда ұғымның оқушылар санасында дұрыс қалыптасуына оң ықпал ете бермейтіндігін атап өту керек. Сондықтан да өмірлік білімдерге ғылыми мағына беру жұмыстары жүргізіледі. Бұған мысал ретінде мына төмендегідей психологиялық нақты тәжірибелерді келтіруге болады:

1 Мұғалім-экспериментатор мектеп жасына дейінгі қыз баладан "сеніңше метрдің ұзындығы қандай?"-деп сұрағанда, құлашын жазып "міне, мынадай болады"-деп жауап берген. Сұрастырса, қыздың анасы тігінші екен және ол қызына "маған метрді әкел"-дегенде ол таспалы матадан жасалған өлшеу құралын әкеледі екен. Нәтижеде қыздың санасында "метр" дегенде бір жарым метрге жақын ұзындық орын алған.

2 Оқушы баладан "Сеніңше метрдің ұзындығы қандай болады?"-деп сұрағанда, бала саусақтарын он сантиметрше ашып, "мынанша болады"- деп жауап берген. Баланың әкесі ағаш шебері екен және ол баласына "маған метрді әкел"-десе бала металдан жасалған

бүктемелі өлшеу құралын әкелген. Сондықтан балада метрдің ұзындығы он бес-жиырма сантиметрдей болады деген түсінік қалыптасқан.

3 Баладан қонақтардың бірі "сендердің үйлеріңде кім үлкен?"-деп сұрағанда бала, ойланбастан "ағам"-деп жауап берген. Сұрастыра келсе, бұл әскерилер жанұясы екен. Әкесінің әскери атағы лейтенант, ал ағасының атағы аға лейтенант екен. Қараңызшы, баланың түсінігінде ағасы әкесінен үлкен деген ұғым қалыптасқан.

4 Енгізілетін математикалық ұғымның негізгі белгілерін ажырата алу. Ал бұл меңгерілетін ұғымның заңды байланыс және ара қатынастарын түсінуге мүмкіндік береді. Мұндай белгілердің саны ұғымды қалыптастырумен бірге, оны дамыту және қолдану үшін жеткілікті болуы керек.

5 Математикалық ұғымның анықтамасын тұжырымдау.

Бұл қадамда жаңа ұғымның аты - жаңа термин хабарланады. Оқушылар назарын жаңа терминге аудару үшін анықтамада хабарланып жатқан жаңа терминге "деп" сөзін қосып айту және одан кейін анықталатын ұғымның тегі және түрлік ерекшеліктері айтылады. Мысалы, "Параллелограмм деп,... айтылады". Егер бұл анықтама "Қарама-қарсы қабырғалары қос-қостан параллель төртбұрыш - параллелограм делінеді" сияқты формада баяндалса, оқушылар "ағай, не дедіңіз, және бір қайталаңызшы" деп өтініш жасайды. Ал бұл оқушылар назарын оқыту процесіне белсенді баулымағандықтың нәтижесі.

Математикалық ұғым математикалық ойлаудың формасы болатындықтан, математикалық ұғым математикалық мәдениеттің негізін құрайды. Сондықтан да, оқушыларда математикалық мәдениетті дамыту жұмысын алдымен математикалық тіл семантикасы және синтаксисін игеруден бастау қажет. Тіл мен ойлаудың өзара диалектикалық бірлігінің түпкі мағынасы да осында. Себебі, бір сөзді барлық адам бірдей мағынада түсіне бермейді. Егер тілде омоним-синоним секілді құбылыстар болмағанда оқу-білу процесі соншалықты күрделі болмаған да болар еді.

Оқушыларды жаңа енгізілген символмен (егер бар болса) тарихи-генетикалық (этимологикалық) тұрғыда таныстыру. Бұл қадам оқушылардың "неге бұл ұғым дәл осы символмен белгіленді, неге басқаша емес?" деген заңды сұрақтарына оң жауап табудағы тәрбиелік және білімдік маңызы бар. Мысалы, түбір белгісі латынның radix сөзінің бірінші әрпінен алынған. Сондай-ақ, процент (пайыз) % белгісі латынның pro centum сөзін италяндар pro cento түрінде қабылдап, жылдам жазу және қысқартулар нәтижесінде пайда болды. Ал пирамида латын сөзі, қазақша "жалын" деген мағынаны білдіреді. Ақиқатында да, пирамиданың түрі жанып тұрған жалынның пішінін елестетеді. Медицинада қолданылатын пирамидон дәрісі, сондай-ақ күнделікті тұрмыста қолданылатын примус та сол мағынаны білдіреді.

Математикалық ұғымды жалпылау және оны осы оқу курсындағы ұғымдар жүйесіне енгізу, егер бұл ұғым болмаса, оқу курсының келесі ұғымдарын ұғыну қиын болатындығына оқушылар көзін жеткізу. Мысалы, мектеп математика курсынан "параллель түзулер" ұғымын шығарып тастаса, не болады? Онда "параллелограмм", сондай-ақ "параллелепипед" ұғымдарын түсіну мүмкін болмаған болар еді, т.с.с.

Жаңа енгізілген ұғымның практикалық-қолданбалы жақтарын көрсету, яғни бұл ұғымды практикалық жағдайларда қолдану. Мысалы, жауын-шашыннан сақтану үшін үйдің төбесі үшбұрыш формасында жабылады. Ал дұрыс көпбұрыш формасындағы плиталармен бөлменің едені безендіріледі және т.с.с.

Меңгерілетін жаңа ұғымның өзге дамыған елдердің Мемлекеттік білім беру стандарттарынан қай дәрежеде орын алғандығын білу. Ал бұл әлемдегі білім берудің Мемлекеттік стандарттарына сай болуына кепілдік береді.

Бұл күрделі процесте мұғалім өз мүмкіндіктерін толық пайдалана отырып, оқушылардың оқу-білу жұмыстарын белсендіруге бағытталған әдістемелік жүйені жетілдіру, оқыту сапасын арттыруға қызмет ететіндігі күмәнсіз.

Оқушылардың мектепте жылдар бойы математикадан алған білімдерін жалпылау және жүйелеу, яғни үйренген математикалық ұғымдар, заң-ережелер бір-бірімен қандай байланыста, олардың арасында қайсысы жалпыланған түрге ие, сол жалпыланған ақпараттардан басқаларын салдар түрінде қалай шығарып алуға болатындығын көрсету мақсатында мынадай сүлбелер жасадық.

Алгебра курсының мазмұнды - әдістемелік бағыттары

“Мазмұнды - әдістемелік бағыт” терминін математикалық білім беру әдістемесіне өткен ғасырдың 60–жылдарының басында орыс математигі және әдіскері В.Л.Гончаров енгізген. Мазмұнды-әдістемелік бағыт бойынша бір оқу пәнінің ұғымдары әртүрлі тарауларда немесе бөлімдерде баяндалуына қарамастан, олардың арасындағы логикалық сабақтастық қамтамасыз етіледі. Мысалы, құм, тас, цемент, су, өзара араластырылып бетон дайындалатындығы секілді алгебра курсының сан, өрнек, теңдеу, теңсіздік, функция және т.с.с. ұғымдары бір-бірімен өзара байланыста баяндалады. Бетонның беріктігі онда қолданылған заттардың қандай мөлшерде алынуы және бір-бірімен қаншалықты жақсы араластырылғанына байланысты болатындығы сияқты, алгебра курсының құрылымы да оның ұғымдарының және заң-ережелерінің бір-бірімен, геометрия курсын дедуктивтік негіздегі құрылымы секілді, логикалық сабақтастықта болуы керек. Оқу пәнін бұлай құру конгломеративтік түрде құру делінеді (латынның conglomeratus сөзінен алынған, қазақша біріккен деген мағынаны білдіреді. Конгломерация – жеке заттарды бүтінге біріктіргенде сол заттар өзіндік ерекшеліктерін сақтап қалады). В.Л.Гончаров сол дәуірдегі қолданыста болған алгебра курсында 4 негізгі мазмұнды - әдістемелік бағыт бар екендігін көрсеткен: логикалық немесе негізгі ұғымдарды дамыту (сан ұғымын кеңейту); формалдық–оперативтік (теңбе–тең түрлендірулер, теңдеулерді шешу); есептеу–графикалық (функционалдық байланыстар, графикалық бейнелеулер); мазмұнды–қолданбалы (теңдеулер құру, өзге оқу пәндеріне тиісті есептер шығару).

Сонымен бір ұғым білім берудің қандайда бір сатысында енгізіліп, оның келесі сатыларында біртіндеп кеңейтіліп және тереңдетіліп оқытылуы осы ұғымның мазмұнды - әдістемелік бағыты делінеді. Бұған сан ұғымы мысал бола алады. Шындығында да, сан ұғымымен балалар алғаш мектепке дейінгі мекемелерде таныстырылады (натурал сан және нөл). Мектепте бұл жұмыс натурал сан – нөл – бүтін сан – рационал сан – нақты сан – комплекс сан бағытында кеңейтіледі, дамиды.

Ал жоғары оқу орындарында мамандыққа қажет болғанда гиперкомплекс сандарға дейін толықтырылады.

7–9 сынып алгебра курсының міндеті оқушылардың сан туралы түсініктерін кеңейту, алгебралық өрнектерді теңбе–тең түрлендірулерді саналы, жылдам, ең рационал (тиімді) жолдармен орындауға үйрету, функциональдық тәуелділіктер идеясын түсінуін және оны графикалық түрде бейнелей алуын дамыту, теңдеулер құру және оларды шешу әдістерін үйрену, сондай–ақ, игерілген білімдерді өзге оқу пәндеріне қатысты қарапайым есептерді шығаруда қолдана алу дағдыларын және біліктіліктерін қалыптастыру.

Мемлекеттік білім беру стандарттарына сәйкес жазылған қолданыстағы 7–9 сынып алгебра курсында көлемді бес тақырып оқытылады:

Нақты сандар;

Теңбе–тең түрлендірулер;

Теңдеулер және теңсіздіктер;

Элементтар функциялар;

Статистика және ықтималдықтар теориясы элементтері.

Осыған сәйкес жалпы білім беретін мектептерде 4 негізгі мазмұнды - әдістемелік бағытты шартты түрде көрсетуге болады. Олардың әрқайсысын бір–бірінен ең маңызды ұғымдар бойынша ажырату, оқыту процесінде мұғалім оларға қай дәрежеде көңіл аударуы керектігіне мүмкіндік жасайды.

Кейбір зерттеушілер (мысалы, Е.Е.Семенов) мектеп математика курсын төмендегі көлемді бөлім–блоктарға жіктеуді ұсынады:

Сандар және оларға амалдар қолдану; Теңбе–тең түрлендірулер; Функциялар; Координаталар әдісі; Теңдеулер және теңсіздіктер; Геометриялық фигуралардың қасиеттері; Геометриялық салулар; Геометриялық шамалар; Геометриялық түрлендірулер; Нүктелердің геометриялық орны; Векторлар; Стохастика; Алгоритмдер, эвристикалар, кеңістік түсініктері және кеңістіктік елестетулер; Дәлелдеулер, тіл және символика.

Мұндай бағыт–блоктарға жіктеуде тек математикалық білімдер ескерілген. Білімдерді өз бетінше игерудің құралы болып табылатын логикалық–методологиялық білімдер көрініс таппайды. Кез келген пәннің негізін оның ұғымдары, заң–ережелері, әдістері, идеялары құрайды. Оқушылар таза математикаға қатысты білімдермен қатар оларды игерудің тәсілдері, яғни логикалық–методологиялық білімдерді де меңгеруі керек. Біздіңше, мұндай білімдер математикалық білім берудің мазмұнына енгізілуі қажет. Сонда ғана оқушылардың жалпы және арнайы оқу дағдылары қалыптасып, олар біліктіліктерге айналады. Алгебра және геометрия курстарының өзіне тән ерекшеліктерін бейнелі түрде айтатын болсақ, “геометрияда білім, ал алгебрада біліктілік керек”. Сондықтан біз мектеп алгебра және геометрия курстарының ерекшеліктерін ескеретін мазмұнды-әдістемелік бағыттар бойынша оқу материалын жүйелеу және жалпылау қажет деп есептейміз.

Библиографиялық тізім

1 Гнеденко Б.В. Очерки поистории математики в России. Гостехиздат, М., 1946.

2 Депман И. Я. История арифметики. Учпедгиз, М., 1959.

3 Колмогоров А. Н. История математики до XIX в. (статья), Большая советская энциклопедия, т. 26.

4 Кольман Э. Математика до эпохи возрождения. Физматиздат, М., 1961.

5 Рыбников К. А. История математики. Изд. МГУ, М.,1960.

6 Юшкевич А. П. История математики в средние века. Физматиздат, М., 1961.

ВЕКТОРЛАРДЫҢ КООРДИНАТТАРЫ, ВЕКТОРЛАРДЫҢ ҚОСЫНДЫСЫ, ВЕКТОРЛАРДЫ САНҒА КӨБЕЙТУ

Садыков Б.А.

Шымкент университеті

Аннотация

Векторлардың скаляр көбейтіндісін олардың координаттары арқылы өрнектеу керек. Тік бұрышты декарттық координата жүйесін қарастырамыз Оху

1. **Ұзындығы бірге тең вектор бірлік вектор** деп аталады.

Оң бағыттағы бірлік векторлар координаттық векторлар немесе орттар деп аталады. x остерінің бойындағы векторды $\bar{e}_1, y$ осінің бойындағы векторды $\bar{e}_2$ деп белгілейік.

1 – сурет

Еркін алынған $\bar{n} = \hat{I}\bar{\tilde{N}}$ векторын қарастырамыз. $\tilde{N}$ нүктесі арқылы $\tilde{N}\tilde{N}_1, \tilde{N}\tilde{N}_2$ түзулерін жүргіземіз (сәйкесінше $\hat{I}\tilde{O}$,$\hat{I}\acute{O}$ осьтеріне параллель). $\bar{OC}_1=\bar{c}_1$ және $\bar{e}_1$,

$\bar{OC}_2=\bar{c}_2$ және $\bar{e}_2$ векторлары коллинеар. Демек $\tilde{N}_1,\tilde{N}_2$ – сандары табылып $\bar{C}_1=c_1\bar{e}_1$, және $\bar{C}_2=c_2\bar{e}_2$, орындалады. Параллелограмм ережесі бойынша $\bar{\hat{I}\tilde{N}} = \bar{\tilde{N}}_1+\bar{\tilde{N}}_2$.

Онда $\bar{c}=c_1\bar{e}_1+c_2\bar{e}_2$

Егер вектор $\bar{c}$ мына түрде $c_1\bar{e}_1+c_2\bar{e}_2$ жіктелсе, онда $\bar{c}$ векторы $\bar{e}_1$ және $\bar{e}_2$ векторлары арқылы жіктелген.

$\bar{c}_1=c_1\bar{e}_1$ және $\bar{c}_2=c_2\bar{e}_2$ векторлары $\bar{x}$ вектордың құраушылары деп аталады (х және у осьтері бойынша).

C_1,C_2 - коэффициенттері $\bar{c}$ векторының бірлік $\bar{e}_1,\bar{e}_2$ векторлары арқылы жіктелуіндегі координаталары. Оны былай белгілейміз $\bar{c}=(c_1,c_2)$ немесе $\bar{c}\left(c_1c_2\right)$.

Бірлік векторлардың координаттарын қарастырайық. $\bar{e}_1$ және $\bar{e}_2$ векторлары арқылы жіктейік.

$$\bar{e}_1=1\cdot\bar{e}_1+0\cdot\bar{e}_2 \quad \text{бұл жерден} \quad \bar{e}_1=(1,0)$$
$$\bar{e}_2=0\cdot\bar{e}_1+1\cdot\bar{e}_2 \qquad\qquad \bar{e}_2=(0,1)$$

Барлық айтылғандардан келесіні ұғынуға болады:

Кез келген вектор $\bar{c}\left(c_1c_2\right)$ мына түрде жіктеледі.

$$\bar{c}=c_1\bar{e}_1+c_2\bar{e}_2$$

2. $\bar{a}=a_1\bar{e}_1+a_2\bar{e}_2$

$\bar{в}=в_1\bar{e}_1+в_2\bar{e}_2$ болсын

Векторларды қосу ережесін пайдалана отырып, келесі теңдікті аламыз:

$$\bar{a}+\bar{в}=\left(a_1\bar{e}_1+a_2\bar{e}_2\right)+\left(в_1\bar{e}_1+в_2\bar{e}_2\right)=\left(a_1+в_1\right)\bar{e}_1+\left(a_2+в_2\right)\bar{e}_2$$

Яғни $\bar{\grave{a}}+\bar{\hat{a}}$ векторының қосындысының координатасы

$\grave{a}_1+\hat{a}_1,\quad \grave{a}_2+\hat{a}_2,\quad \bar{\grave{a}}+\bar{\hat{a}}=\left(\grave{a}_1+\hat{a}_1,\ \grave{a}_2+\hat{a}_2\right)$

Енді векторды санға көбейтуді қарастырайық

$$k\bar{a}=k\left(a_1\bar{e}_1+a_2\bar{e}_2\right)=ka_1\bar{e}_1+ka_2\bar{e}_2=\left(ka_1\right)\bar{e}_1+\left(ka_2\right)\bar{e}_2$$

$k\bar{a}$ векторының координатасы ka_1 және ka_2, $k\bar{a}=\left(ka_1,ka_2\right)$

Векторлардың айырымы үшін

$$\bar{a}-\bar{в}=\bar{a}+\left(-\bar{в}\right)=\bar{a}+(-1)\bar{в}=\left(a_1,a_2\right)+(-1)\left(в_1,в_2\right)=$$
$$=\left(a_1,a_2\right)+\left(-в_1-в_2\right)=\left(a_1-в_1,a_2-в_2\right)$$

$$\bar{\grave{a}}-\bar{\hat{a}}=\left(\grave{a}_1-\hat{a}_1,\grave{a}_2-\hat{a}_2\right)$$

3. Векторлардың скаляр көбейтіндісін қарастырайық.

$$\bar{a}\cdot\bar{в}=\left(a_1\bar{e}_1+a_2\bar{e}_2\right)\left(в_1,\bar{e}_1+в_2\bar{e}_2\right)=a_1в_1\bar{e}_1^{\,2}+a_2в_1\bar{e}_2\cdot\bar{e}_1+a_1в_2\bar{e}_1\cdot\bar{e}_2+a_2в_2\bar{e}_2^{\,2}$$

$\bar{e}_1^{\,2}=\left|e_1\right|=1$, $\bar{e}_2^{\,2}=\left|e_2\right|=1$ (бірлік векторлар)

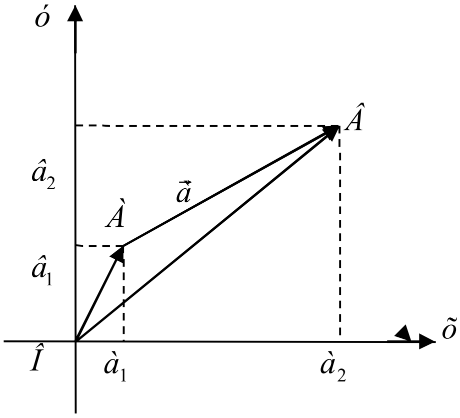
$\bar{e}_2\cdot\bar{e}_1=\bar{e}_1\cdot\bar{e}_2=\left|e_1\right|\cdot\left|e_2\right|\cdot\cos 90^\circ=0$ (Координата жүйесі тік бұрышты)

Соңында мынаны аламыз $\bar{a}\cdot\bar{в}=a_1в_1+a_2в_2$

Координаталарымен берілген $\bar{\grave{a}}(\grave{a}_1,\grave{a}_2)$, $\bar{\hat{a}}(\hat{a}_1,\hat{a}_2)$ векторларының скаляр көбейтіндісі сәйкес координаталарын көбейтіп қосқанға тең:

$\bar{a}\cdot\bar{в}=a_1в_1+a_2в_2$

Мысал-1 $\bar{\grave{a}}$ векторының басы $A(a_1,в_1)$ нүктесі ұшы $B(a_2,в_2)$ нүктесі болсын, олай болса $\bar{\grave{a}}$ векторының координаталарын ($\overline{AB}$)табайық. $A(a_1,в_1)$ және $B(a_2,в_2)$ болғандықтан $\overline{\hat{I}\hat{A}}=(\grave{a}_1,\hat{a}_1)$ $\overline{OB}=(a_2,в_2)$ онда $\overline{OB}-\overline{OA}=(a_2,в_2)-(a_1,в_1)=(a_2-a_1,\ \ в_2-в_1)$. Бірақ басқа жағынан $\overline{\hat{I}\hat{A}}-\overline{\hat{I}\grave{A}}=\overline{\grave{A}\hat{A}}$.



2 -сурет

Егер $A(a_1,в_1)$ және $B(a_2,в_2)$ болғандықтан, онда $\overline{\grave{A}\hat{A}}$ векторының координаталары $\overline{\grave{A}\hat{A}}=(\grave{a}_2-\grave{a}_1,\ \ \hat{a}_2-\hat{a}_1)$ болады.

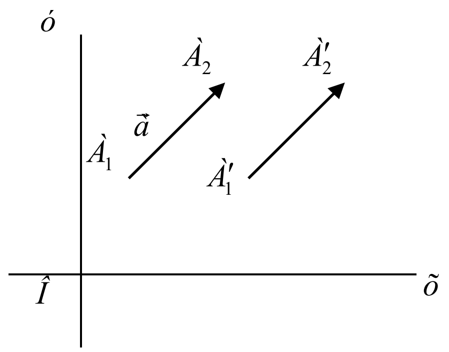
Мысал-2 $\bar{a}(a_1,a_2)$ векторының модулы $\left|\bar{a}\right|=\sqrt{a_1^2+a_2^2}$ екенін дәлелеу керек.

Бұл векторлардың скаляр көбейтіндісінен шығады.

$\bar{a}\cdot\bar{a}=\left|\bar{a}\right|^2$

$\left|\bar{a}\right|=\sqrt{\bar{a}\cdot\bar{a}}=\sqrt{a_1\cdot a_2+a_2\cdot a_2}=\sqrt{a_1^2+a_2^2}$

Мысал-3 Егер екі вектор тең болады сонда тек сонда ғана егер олардың сәйкес координаталары тең болатынын дәлелдеу керек.



3 – сурет

$\grave{A}_1(\tilde{o}_1 \acute{o}_1)$ $\grave{A}_2(\tilde{o}_2 \acute{o}_2)$ $\bar{\grave{a}}$ векторының басы және ұшы болсын. Оған тең вектор $\bar{\grave{a}}^1$ параллель көшіру арқылы алынады. Онда оның басы мен ұшының координаттары сәйкесінше $A_1^1(x_1+c, \quad y_1+d)$ және $A_2^1(x_2+c, \quad y_2+d)$ болады. Онда

$$\bar{a}^1=\overrightarrow{A_1^1A_2^1}=(x_2+c-(x_1+c), y_2+d-(y_1+d))=(x_2-x_1, \quad y_2-y_1)=\overrightarrow{A_1A_2}=\bar{a}$$

$\bar{a}$ және $\bar{a}^1$ векторларының координаталары бірдей, яғни, $\tilde{o}_2-\tilde{o}_1$, $\acute{o}_2-\acute{o}_1$. Оларға сәйкес $\overline{\grave{A}_1\grave{A}_2}$ және $\overline{A_1^1A_2^2}$ векторларының координаталары тең болсын. Осы векторлардың тең екенін дәлелдейік.

$A_1^1,(x_1^1, y_1^1)$ $A_2^1,(x_2^1, y_2^1)$ берілген болсын.

$$\overline{A_1^1A_2^2}=(x_2^1-x_1^1, y_2^1-y_1^1)$$

Шартты түрде $\tilde{o}_2-\tilde{o}_1=\tilde{o}_2^1-\tilde{o}_1^1$

$\acute{o}_2-\acute{o}_1=\acute{o}_2^1-\acute{o}_1^1$

Одан
$$\begin{cases}\tilde{o}_2^1=\tilde{o}_2+\tilde{o}_1^1-\tilde{o}_1\\ \acute{o}_2^1=\acute{o}_2+\acute{o}_1^1-\acute{o}_1\end{cases} \qquad (1)$$

(1) –формуласында берілген параллель көшіру $\grave{A}_1$ нүктесін $\grave{A}_1^1$ нүктесіне , $\grave{A}_2$ нүктесін $\grave{A}_2^2$ нүктесіне көшіреді. Сондықтан $\overline{\grave{A}_1\grave{A}_2}$ векторы мен $\overline{\grave{A}_1^1\grave{A}_2^1}$ векторына тең.

Мысал-4 Мына векторлар арасындағы бұрышты табу керек. $\bar{\tilde{N}}=4\bar{\grave{a}}+\bar{\hat{a}}$ және $\bar{d}=-\frac{1}{4}\bar{a}+\frac{7}{4}\bar{\hat{a}}$, егер $\bar{a}=-\bar{e}_1+\bar{e}_2$ және $\bar{в}=-\bar{e}_1+3\bar{e}_2$ болса.

$\bar{c}$, $\bar{d}-$ векторларының координаттарын табайық.

$\bar{c}=4\bar{a}+\bar{в}$

$\bar{a}=(-1;1)$ $\quad \bar{в}=(1;3)$

онда $\qquad 4\bar{a}+\bar{в}=(-4,4)+(1,3)=(-3;7) \qquad \bar{c}=(-3,7)$

$$-\frac{1}{4}\bar{a}+\frac{7}{4}\bar{\hat{a}}=\left(\frac{1}{4};-\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{7}{4};\frac{21}{4}\right)=(2;5)$$

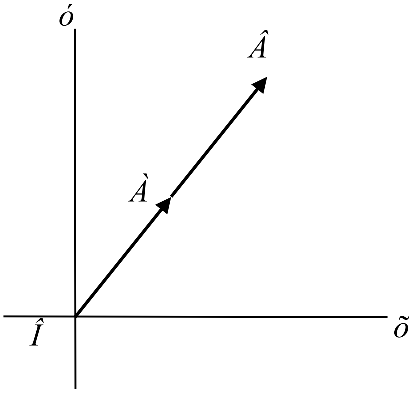
$$d=(2;5)$$

$$|c| = \sqrt{(-3)^2 + 7^2} = \sqrt{58}$$
$$|d| = \sqrt{2^2 + 5^2} = \sqrt{29}$$
$$c \cdot d = -3 \cdot 2 + 7 \cdot 5 = -6 + 35 = 29$$
$$\cos\left(\widehat{c, d}\right) = \frac{c \cdot d}{|c| \cdot |d|} = \frac{29}{\sqrt{58} \cdot \sqrt{29}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$
$$(\widehat{\bar{c}, \bar{b}}) = \frac{\pi}{4}$$

$\bar{a}(a_1 a_2)$ және $\bar{\hat{a}}(\hat{a}_1 \hat{a}_2)$ - векторлары коллинеар

1. Келесі тұжырымды дәлелдейміз

Коллинеар векторлардың сәйкес координаттары пропорционал. Және керісінше егер екі вектордың сәйкес координаттары пропорционал болса, онда екі вектор коллинеар болады.



4 – сурет

Дәлелдеу: Тура тұжырымды дәлелдейік: $\bar{\grave{a}}$ және $\bar{\hat{a}}$ коллинеар векторлар болсын. Координат басынан $\overline{\hat{I}\grave{A}}$ және $\overline{\hat{I}\hat{A}}$ векторларын салайық, сәйкесінше $\bar{\grave{a}}$, $\bar{\hat{a}}$ векторларына тең. Коллинеар векторлардың анықтамасынан яғни $A(a_1, a_2)$ $B(в_1, в_2)$ нүктелері. $\grave{A}\hat{A}$ түзуінің бойында жатыр (координата басынан өтетін) оның теңдеуі $\acute{o} = kx$

Демек $a_2 = ka_1$, $\hat{a}_2 = k\hat{a}_1$, одан $\frac{\grave{a}_2}{\grave{a}_1} = \frac{\hat{a}_2}{\hat{a}_1}$, немесе $\frac{\hat{a}_1}{\grave{a}_1} = \frac{\hat{a}_2}{\grave{a}_2}$,

Кері тұжырымды дәлелдейік: Енді $\bar{\grave{a}}$, $\bar{\hat{a}}$ векторларының координаталары пропорционал болсын. Векторлардың коллинеар екенін дәлелдейміз.

$$\frac{\hat{a}_1}{\grave{a}_1} = \frac{\hat{a}_2}{\grave{a}_2},$$

Соңғы қатынасты k деп белгілеу арқылы $в_1 = ka_1$, $в_2 = ka_2$ аламыз . Бұдан $\bar{\hat{a}} = k\,\bar{a}$, екені шығады. Бұл векторлардың коллинеар екенін дәлелдейді .

Библиографиялық тізім

1 Н.И. Постоева. Векторное алгебра и основы аналитической геометрии в пространстве. ЛГУ. 1973г

2 И.Ю. Шарыгин. Факультативный курс по математике. Решения задач. Москва. «Просвещение» 1989г

3 В.Г.Чичигин. «Методика предподаванию геометрии». Москва. Учпедиз. 1959г
4 Н.Әшірбаев, П.Дүйсебаева, Т. Сұлтанбек, Ж. Қаратаев. «Сызықтық алгебра және аналитикалық геометрия есептері мен жаттығулары» Шымкент. 2007ж
5 Н.Әшірбаев, П.Дүйсебаева, Т. Сұлтанбек, Ж. Қаратаев. «Аналитикалық геометрия» Шымкент. 2009ж
6 М.Исқақов, М.Құлқашева. «Аналитикалық геометрия есептері мен жаттығулары» Алматы. «Мектеп» 1992ж

ИНТЕРБЕЛСЕНДІ ӘДІС-ТӘСІЛДЕРДІ ҚОЛДАНУ АРҚЫЛЫ БІЛІМ БЕРУ ҮРДІСІНІҢ ТИІМДІЛІГІН АРТТЫРУ

Сәдірбаев Е.С.
Шымкент университеті

Аннотация

Әлемдік бәсекелестік заманында әрбір адамның білім сапасын, қабілеттік деңгейін, іскерлік мүмкіндігін анықтайтын адам ресурстарын дамыту мәселесі күн тәртібіне өткір қойылып, адамның білімі мен біліктілігі қазіргі кезеңде мемлекеттердің бәсекеге қабілеттілігінің ең маңызды көрсеткішіне айналып отыр. Бәсекеге қабілетті, интеллектуалдық күші жетік маман кадрлар болмай, әлемдік бәсекеге төтеп бере алатындай экономика дамымайды. Қай заманда да өркениеттің өрлеуі интеллектуалдық шығармашылық қабілеттің негізінде іске аспақ.

Бүгінгі таңда жеке тұлғаны емес, оның даму үрдісін басқару қажеттігі айқындалып отыр. Білім алушының түрлі ақпараттың толассыз ағынында бағытталуы қиынға түсіп отыр, ол үшін оның талдау, құрылымдау, жүйелеу, мәселені шешу дағдылары жетік дамытылуы тиіс. Ал бұл, педагог жұмысындағы тікелей жасалатын әдістерден, бас тартылып, артық дидактизмнен, ғибаратты сарыннан тежелуді; оның есесіне бірінші орынға қарым-қатынас жасаудың сұхбаттық әдістерін, шындықты бірлесіп іздеуді, сан алуан шығармашылық әрекетті тәрбиелеуші шарттарды жасау арқылы дамытуды білдіреді.

Инновациялық әдістердің негізгісінің бірі-«интербелсенді оқыту әдісі». Бұл әдістің негізгі қағидасы – педагогикалық қарым-қатынас пен қарым-қатынас диалогі арқылы жеке тұлғаны қалыптастырып дамыту.

Интербелсенді әдістерде басты назарды “процеске”, яғни үйрену процесінің өзіне, білім алушылардың “қалай” және “қандай әдіс-тәсілдер арқылы үйренетіндігіне” аударады. Яғни, интербелсенді сөзі - өзара әрекет ету бейімділігін білдіреді немесе әңгімелесу, әлде кіммен (адаммен) не болмаса әлде немен (мысалы, компьютермен) сұхбаттасу режимінде болады. Осы жерде білім алушылардың жауаптарынан гөрі мәселенің шешімін табуға талпынғаны маңызды. Себебі, интербелсенді оқытудың басты мақсаты – білім алушыларды өз бетінше ой қорытып, жауап табуға үйрету.

Ұстаз — ақылдың тозбайтұғын асылы. Осы тақырыпты алғаннан соң көп ойландым. Басымда «Алдымда тырған әр үйдің жалғызы, еркесі болар. Ал мен әр бірінің көңілін тауып, бүгінгі сабақта қандай көңіл-күйде отырғанын, одан қалса зейіні мен қабылдауы әр түрлі балаларға сабақты қалай түсіндіремін?» деген ойлар мазалады. **Шындығында, мұғалім** — барлық мамандық иесін тәрбиелейтін, асыл жандар. «Мұғалім мамандығы — барлық мамандықтың анасы» деп қалай дәл тауып айтқан. «Мұғалім өзінің білімін үздіксіз көтеріп отырғанда ғана мұғалім, оқуды, ізденуді тоқтатысымен оның мұғалімдігі де жойылады» деп К.Д.Ушинский айтқандай жаңа форматта сабақ беруге көшуіміз керек. Оны жүзеге асырудың бір жолы ол интербелсенді әдістерді сабаққа қолдану.

Қазіргі уақытта оқушылардың белсенділігін арттыруға мүмкіндік беретін, қарым-қатынасқа жағдай жасайтын жаңа тәсілдер и н т е р б е л с е н д і деп аталып жүр. Бұл әдістерді қолдану сырттай өте жеңіл көрінгенімен, өзіндік ерекшеліктері мен қиындықтары да бар. Интербелсенді — ағылшынның «өзара әрекет" деген сөзі. **Интербелсенді оқу/оқытуға келсек** — әрекет көмегімен және әрекет арқылы, яғни әрекет жасай отырып үйрену/үйрету.

Бұл әдіс — "**бірлесе үйрену немесе бірлескен әрекеттер**" идеясын басты назарда ұстайды. Яғни: *топтық жұмыс* және *жұптық жұмыс арқылы іске асады.*

Интербелсенді оқытудың мәні мынада, оқу процесі іс жүзінде барлық оқушы таным үрдісіне тартылатындай болып ұйымдастырылуы тиіс, олардың осыған байланысты не біледі, нені ойлайды түсінуге және рефлекстеуге мүмкіндігі болуы тиіс. Таным процесінде білім алушылардың біріккен іс-әрекеті, әркім өзінің жеке-дара үлесін қосатын, оқу материалдарын меңгеруді білдіреді, білімдерін, идеяларын, іс-әрекет тәсілдерін алмасу жүргізіледі. Және де бұл мейірімділік пен өзара бір-біріне қолдау көрсету аясында болады, ол тек қана жаңа білім алуға мүмкіндік беріп қоймайды, таным әрекетінің өзін де дамытады.

Интербелсенді әдістердің мәндік ерекшелігі, сипаттамасы – бұл субъектілердің өзара әрекеттестігінің бір бағыттағы белсенділігінің жоғарылығы, қатысушылардың өзара әрекеттестігі, эмоционалдық, рухани бірігуі. Қытайдың бір нақыл сөзінде: "Маған айтшы – мен ұмытып қаламын; маған көрсетші – менің есімде қалады; өзіме істетші – мен сонда түсінемін" делінген. Осы сөздерден Интербелсенді оқытудың мәні өз көрінісін табады.

Интербелсенді әдістерді пайдалану кезінде оқушылар түсіну процесіне толыққанды қатысушылар болады, оның тәжірибесі оқу танымының негізгі қайнар көзі қызметін атқарады. Оқытушы дайын білімді бермейді, бірақ білім алушыларды өз бетімен ізденуге үйретеді. Білім берудің дәстүрлі нысандарымен салыстырғанда, интербелсенді оқытуда оқытушы мен білім алушылардың өзара әрекеттестігі ауысады: педагогтың белсенділігі білім алушылардың белсенділігіне орын береді, ал педагогтың тапсырмалары олардың бастамасы үшін жағдай жасаушы болады.

Интербелсенді әдіс қолдану кезінде мыналар ескерілуі керек:

-тұлғаның еркіндігі мен құқықтары сақталуы;

-тұлғаның өзін көрсете алуына жағдай жасау;

-педагогикалық қолдау көрсету.

Интербелсенді оқыту әдістері дәстүрлі оқыту әдістерінен оқу үрдісінде оқушылардың өзінің өмірлік тәжірибелерін пайдалану арқылы есте берік сақтаумен, мәліметтерді талдап, жинақтау арқылы жеке және кәсіптік қабілеттерін аша алуымен ерекшеленеді. Интербелсенді әдістің тағы бір ерекшелігі оқушылардың белсенділігі мұғалімнің белсенділігімен сәйкестігінде сонымен қатар оқушы мен мұғалімнің тұрақты өзара іс әрекетінде. Интербелсенді әдістерді қолдануда оқушыларды сапалы дайындықпен қамтамасыз ету оқу процесінің нәтижелігіне тікелей байланысты. Басты тапсырма оқушыларға берілген білімнің бағасында емес ол тапсырманы орындаудағы іс – әрекетінде. Интербелсенді әдістерге мыналар жатады: проблемалық шығарма әдістері, презентациялар, пікірталастар, топпен жұмыс, «миға шабуыл» әдісі, зерттеулер, іскерлік ойындар, рөлдік ойындар, «инсерт» әдісі, сахналау, тест сынағы әдісі, дебат, т.б. Интербелсенді әдіске сондай-ақ әр түрлі көмекші құралдарды яғни ақпараттық қорларды пайдалану: интербелсенді тақта, бейне материалдар, слайдтар, флипчартттар, компьютерлер бейне фильмдер мен бейне сюжеттерді қарап шығып талқылау, әртүрлі науқандар мен акцияларды пайдалана отырып, таныстырулар жатады.

Оқудың интербелсенді әдістерінің артықшылығы:

* оқушылардың қызығушылығын туғызады;

* әрқайсысының оқу үрдісіне қатысу белсенділігін кеңейтеді;

* әрбір оқушының сезіміне назар аударады;

* оқу материалдарын тиімді меңгеруге бейімдейді;

* оқушыларға көпжоспарлы әрекет етуге әсер етеді;

* кері байланысты (аудиторияның жауап беру реакциясын) жүзеге асырады;

* оқушылардың пікірлері мен қарым-қатынастарын қалыптастырады;

* өмірлік машықтарды қалыптастырады;

* мінез-құлықтың өзгеруіне көмектеседі.

Қазіргі уақытта оқу сабақтары барысында оқытудың интербелсенді әдістерін және интербелсенді құралдардың көмегімен мұғалімнің, оқушының шығармашылықпен жұмыс істеуіне жол ашылып отыр. Сондықтан оқу тәрбие үдерісінде үнемі жаңа оқыту құралдарының мүмкіндіктерін ұтымды пайдаланып, оған білім алушыларымызды үйрету – әр педагогтың басты міндеті.

Интербелсенді оқыту әдістерін қолдану мұғалімнің немесе нұсқаушының біліктілігі жеткілікті деп болжайды. Бұл топ мүшелерінің бір-бірімен қаншалықты жақсы қарым-қатынас жасауы жетекшіге байланысты.

Топтық іс-әрекет пен жеке тәсілдің арасында тепе-теңдік болуы керек. Ұжым жеке тұлғаны «ерітуге» ұмтылады, ал интербелсенді оқыту әдістерінің негізі тұлғаны қалыптастыру болып табылады.

Сабақ оқушылардың барлық кезеңдерінде белсенді және қызығушылық танытатындай етіп құрылуы керек. Ол үшін дидактикалық база мен көрнекі материалдың жеткілікті мөлшері болуы керек, сонымен бірге бұрын жинақталған тәжірибені ескеру қажет.

Сонымен, сабақ жас ерекшелігіне сай және оқушылардың психологиялық ерекшеліктерін ескеруі керек. Бастауыш мектепте оқытудың интербелсенді әдістері өзінің мақсаты мен мазмұны бойынша мектепке дейінгі немесе оқушылар тобындағы ұқсас әрекеттерден айтарлықтай ерекшеленеді.

1.2 Қағидалар мен ережелер

Интербелсенді формалар мен оқыту әдістері таңдау еркіндігін білдіреді, яғни оқушы ұсынылған проблемаға өзінің көзқарасын өзі үшін ең оңтайлы түрде білдіре білуі керек. Сонымен бірге мұғалім өзінің аудиториясын тек зерттелетін сұрақтың шеңберімен шектемеуі керек.

Оқытудың Интербелсенді әдістерінің тағы бір принципі - оқытушы мен студенттер арасында және топ ішінде студенттер арасында міндетті түрде тәжірибе алмасу. Сабақ барысында алған білімді іс жүзінде тексеру керек, ол үшін тиісті жағдай жасау керек.

Үшінші ереже - кері байланыстың үнемі болуы, ол өткен материалды шоғырландыруда, оны жалпылауда және бағалауда көрінуі мүмкін. Оқу процесін талқылаудың өзі тиімді әдіс болып табылады.

1.3 Белсенді топтық әдіс

Интербелсенді оқыту әдістемесінің орталығында жеке оқушы, қабілет пен тұлға тұрғанымен, процестің өзі ұжымдық сипатта болады, сондықтан топтық әдістер бірінші орынға шығады. Мұғалімнің рөлі кез-келген мақсат шеңберінде сынып іс-әрекетін қарым-қатынасқа бағыттауға азаяды: тәрбиелік, танымдық, шығармашылық, түзету. Оқытудың бұл тәсілі белсенді топтық оқыту деп аталады. Оның үш негізгі блогы бар:

1. Талқылау (тақырыпты талқылау, практикада алған білімдерін талдау).
2. Ойын (іскерлік, рөлдік, шығармашылық).
3. Сезімтал дайындық, яғни тұлғааралық сезімталдыққа баулу.

Интербелсенді оқыту әдістемесі технологиясын қолдана отырып, оқу процесін ұйымдастырудағы ең маңызды рөлді студенттердің белсенділігі алады. Сонымен бірге, қарым-қатынастың мақсаты тек тәжірибе жинақтау және салыстыру ғана емес, сонымен бірге рефлексияға қол жеткізу екенін түсіну керек, оқушы оны басқа адамдар қалай қабылдайтындығын анықтауы керек.

Адамның жеке басы ерте балалық шақтан бастап қалыптаса бастайды. Оқытудың Интербелсенді әдістері балаға құрдастарымен және мұғаліммен байланыс арқылы тек өз пікірін айтуды ғана емес, басқа біреудің пікірімен санасуды да үйренуге мүмкіндік береді.

Мектеп жасына дейінгі баланың іс-әрекеті өзін әртүрлі формада көрсете алады. Біріншіден, жаңа білімді игеруді ойын түрінде киюге болады. Бұл балаға өзінің шығармашылығын жүзеге асыруға мүмкіндік береді, сонымен қатар қиялдың дамуына ықпал етеді. Ойын әдісі логикалық жаттығулар түрінде де, нақты жағдайларға еліктеуде де жүзеге асырылады.

Екіншіден, эксперименттің маңызы зор. Олар психикалық (мысалы, бір мәселені шешудің мүмкін жолдарының санын анықтау) және объективті болуы мүмкін: объектінің қасиеттерін зерттеу, жануарлар мен өсімдіктерді бақылау.

Кіші жастағы топта Интербелсенді сабақ өткізгенде, оқуға деген қызығушылықты сақтау үшін баланың шешімі дұрыс емес болып шықса да, мәселені өз бетімен шешуге тырысуын ынталандыру қажет екенін түсіну керек. Ең бастысы - мектеп жасына дейінгі баланың қателіктерді қамтитын өзіндік тәжірибесін дамытуға мүмкіндік беру.

1.4 Бастауыш мектепте оқытудың интербелсенді әдістері

Мектепке бару бала үшін әрдайым қиын кезең, өйткені сол сәттен бастап ол жаңа режимге үйреніп, уақыттың сағат бойынша жоспарланғанын түсініп, әдеттегі ойындардың орнына мұғалімнің әрдайым нақты түсіндірмелерін тыңдап, пайдасыз болып көрінетін тапсырмаларды орындауға мәжбүр болады. Осыған байланысты сабақта оқытудың Интербелсенді әдістерін қолдану кезек күттірмейтін қажеттілікке айналады: дәл солар балаға білім беру үдерісіне тиімді қатысуға мүмкіндік береді.

Алдыңғы қатарда баланың танымдық іс-әрекеті үнемі ынталандырылатын осындай ортаны құру тұр. Бұл материалды терең игеруге де, жаңа білім алуға деген ішкі ұмтылысқа да ықпал етеді. Ол үшін бірқатар әдістер қолданылады: баланың күш-жігерін ынталандыру, ол өзін табысты сезінетін жағдайлар туғызу, стандартты емес және балама шешімдер іздеуді ынталандыру.

Сыныптағы жағдай баланы эмпатия мен өзара көмекке бағыттауы керек.Осының арқасында студент өзін пайдалы сезіне бастайды, жалпы іске үлес қосуға ұмтылады және ұжымдық жұмыстың нәтижелеріне қызығушылық танытады.

Интербелсенді іс-шаралар мектепті скучно деп қабылдауға жол бермейді. Олардың арқасында материалды презентациялау айқын және қиял түрінде жүзеге асырылады, соның арқасында баланың танымдық белсенділігі әрдайым жоғары деңгейде болады, сонымен бірге тұлғааралық қарым-қатынас және ұжымдық жұмыс дағдылары қалыптасады.

1.5 Зигзаг стратегиясы

Оқудың маңызды міндеттерінің бірі - балалардың сыни тұрғыдан ойлау қабілеттерін дамыту. Бұл процесті ойын түрінде де жүзеге асыруға болады, мысалы, «Зигзаг» стратегиясын қолдану арқылы.

Бұл әдіс сыныпты шағын топтарға бөлуді (әрқайсысында 4-6 адамнан) тұрады, оған дейін белгілі бір сұрақ қойылады. Жұмыс тобының мақсаты - проблеманы талдау, оны шешудің мүмкін әдістерін анықтау және мақсатқа жетудің жоспарын белгілеу. Осыдан кейін мұғалім сарапшылар топтарын құрады, олардың құрамына жұмыс тобынан кем дегенде бір адам кіруі керек. Оларды тапсырмадан белгілі бір элементті зерттеуге шақырады. Бұл аяқталғаннан кейін, бастапқы топтар қайта құрылады, олар қазір өз ісінің маманы. Өзара әрекеттесу арқылы балалар алған білімдерін бір-біріне береді, тәжірибе алмасады және осының негізінде алдарына қойылған тапсырманы шешеді.

1.6 Интербелсенді тақтаны пайдалану

Заманауи жабдықты қолдану зерттелетін мәселенің көрнекілігін арттыруға, сонымен бірге сыныптың тақырыпқа деген қызығушылығын арттыруға мүмкіндік береді. Интербелсенді тақта компьютермен синхрондалады, бірақ оған қатаң байланбайды: негізгі әрекеттер электронды маркердің көмегімен тікелей тақтадан орындалады.

Мұндай жабдықты қолдану нысандары өте алуан түрлі болуы мүмкін. Біріншіден, Интербелсенді тақтаның болуы мұғалімді көрнекі материалдың қол жетімділігін бақылау және оның қауіпсіздігін бақылау қажеттілігінен босатады. Мысалы, математика сабағында Интербелсенді оқыту тақтаны қолдану арқылы тапсырмаларға сызба салуға, тапсырмаларды олардың жауаптарымен байланыстыруға, фигуралардың аудандарын, периметрлері мен бұрыштарын өлшеуге мүмкіндік береді.

Интербелсенді тақтаның қолдану аясын кеңейту тек мұғалімнің сыныптағы қиялы мен қызығушылығына байланысты.

1.7 Орта және орта мектепте интербелсенді әдістерді қолдану ерекшеліктері

Оқытудың кейінгі кезеңдерінде интербелсенді сабақты өткізу формалары күрделене түседі. Рөлдік ойындар жағдайды еліктеуге емес, оны жасауға арналған. Сонымен, орта мектепте сіз реалити-шоуды еске түсіретін «Аквариум» ойынын өткізе аласыз. Оның мәні бірнеше оқушылардың берілген мәселе бойынша көріністі сахналауында, ал қалған сынып мүшелері іс-әрекеттің дамуын бақылап, пікір білдіруде. Сайып келгенде, мәселені жан-жақты қарастыруға қол жеткізу керек және оны шешудің оңтайлы алгоритмін табу керек.

Сонымен қатар, студенттер жоба тапсырмаларын орындай алады. Бір адамға немесе бірнеше мұғалімге өз бетінше орындалатын тапсырма беріледі. Мұндай топ өз жұмысының нәтижелерін сабақта ұсынады, бұл сыныпқа жоба бойынша өз пікірін тұжырымдауға және оның орындалу сапасын бағалауға мүмкіндік береді. Жобаны жүзеге асыру формасы әр түрлі болуы мүмкін: сабақта қысқа сөйлеуден бастап жоба аптасына дейін, ал соңғы жағдайда нәтижелерді талқылауға басқа сыныптар қатыса алады.

1.8 «Миға шабуыл»

Бұл техниканың мақсаты - жеке немесе ұжымдық іздеу нәтижесінде проблеманы тез шешу. Бірінші жағдайда, бір оқушы өзінің ойлауында пайда болатын идеяларды жазады, содан кейін оларды бүкіл сынып талқылайды.

Алайда, ұжымдық ми шабуылына көбірек басымдық беріледі. Мәселе жарияланғаннан кейін топ мүшелері ойға келген барлық идеяларды айта бастайды, содан кейін талданады.Бірінші кезеңде мүмкіндігінше көп нұсқаларды жинау маңызды. Пікірталас кезінде ең аз тиімді немесе дұрыс емес біртіндеп жойылады. Әдістің жағымды әсері бірінші кезеңде идеяларды талқылаудың мүмкін еместігі оқушының өз ойын мазақ қылады деген қорқынышын жоятындығынан көрінеді, бұл оған өз ойын еркін жеткізуге мүмкіндік береді.

1.9 Орта мектепте интербелсенді әдістер

Университеттегі семинарлар студенттерге бір-біріне және оқытушыға берілген мәселені талқылау кезінде байланысуға мүмкіндік береді. Алайда оқытудың интербелсенді әдістерін қолдану дәріс оқу нұсқаларын едәуір арттырады. Бұл жағдайда барлығы тең, ал студенттер оқылатын пән бойынша өз пікірін ашық айтуға мүмкіндік алады. Дәрістің өзі жинақы материалдан рефлексияға арналған ақпаратқа айналады.

Университетте оқытудың интербелсенді әдістерін қолдану дәріс материалын ұсынудың әртүрлі тәсілдеріне мүмкіндік береді. Оны оқушыларға электронды түрде беруге, миға шабуыл жасау арқылы көрсетуге және жақсартуға болады немесе слайдтарда тақырыптың негізгі сәттері көрсетілген презентацияға негіз бола алады.

1.10 Бейнеконференцияны қолдану

Ақпараттық технологиялардың дамуы сабақ өткізу кезінде басқа университеттердің тәжірибесін пайдалануға мүмкіндік береді. Жақында вебинарлар танымал бола бастады: өз саласының маманы проблеманы нақты уақытта түсіндіреді, тәжірибесімен бөліседі және басқа қалада болған кезде аудитория сұрақтарына жауап береді. Сонымен қатар, бейнеконференциялар белгілі мұғалімдердің дәрістерін тыңдауға және олармен өзара әрекеттесуге мүмкіндік береді. Заманауи жабдықтар студенттерге дәріскерді көріп қана қоймай, кері байланыс орнатуға мүмкіндік береді.

1.11 Электрондық білім беру ресурстары

Қазіргі заманғы студент кез-келген тақырып бойынша көптеген мәліметтермен бетпе-бет келеді, ал бұл ағымға кейде қажетті материалды табу қиынға соғады. Бұған жол бермеу үшін жетекші университеттер қажетті ақпараттарға сәйкес құрылымдалған электронды порталдарды құруда, ал электронды каталогтардың болуына байланысты оларға қол жетімді.

Сонымен қатар, порталдарда ұйымдастырушылық ақпарат орналастырылған: сабақ кестесі, оқу-әдістемелік кешені, курстық және дипломдық жұмыстардың үлгілері және оларға қойылатын талаптар, «электронды деканат».

1.12 Интербелсенді әдістердің маңыздылығы

Оқытудың интербелсенді әдістерінің тәжірибесі көрсеткендей, оқушылар мен мұғалім арасындағы тікелей және ашық өзара іс-қимыл ғана жаңа білімді алуға қызығушылықты қалыптастыруға, бар білімді кеңейтуге түрткі болуға мүмкіндік береді, сонымен қатар тұлғааралық қатынастың негізін қалады. Жаңа ақпарат үнемі тексеріліп, тәжірибе арқылы расталады, бұл есте сақтауды жеңілдетеді және кейінірек практикада қолданады.

Оқудың интербелсенді әдістерінің артықшылығы:

— оқушылардың қызығушылығын туғызады;

— әрқайсысының оқу үрдісіне қатысу белсенділігін кеңейтеді;

— әрбір оқушының сезіміне назар аударады;

— оқу материалдарын тиімді меңгеруге бейімдейді;

— оқушыларға көпжоспарлы әрекет етуге әсер етеді;

— кері байланысты (аудиторияның жауап беру реакциясын) жүзеге асырады;

— оқушылардың пікірлері мен қарым-қатынастарын қалыптастырады;

— өмірлік машықтарды қалыптастырады;

— мінез-құлықтың өзгеруіне көмектеседі.

Интербелсенді әдістерді тиімді пайдалану үшін мұғалім өз жұмысын жан-жақты жоспарлауы тиіс:

— бастауыш сынып оқушыларының жас ерекшеліктеріне, олардың иетербелсенді әдістемелермен жұмыс тәжірибесіне сәйкес келетін тәсілдерді пайдалану;

— оқушылар үшін тақырыпты игерудің «кілті» болатын интербелсенді жаттығуларды іріктеу;

— әрбір оқушының жұмыс қарқынын және оның қабілеттерін есепке алу;

— бір сабақта интербелсенді әдістердің бір-екеуін қолдану.

Библиографиялық тізім

1. Нағымжанова Қ.М. Бастауыш білім берудегі жаңа технологиялар: Оқу құралы - Өскемен, 2005

2. Сарбасова Қ. Инновациялық педагогикалық технологиялар- Алматы, 2006.

3. Мұхаметжанова С.Т., Жартынова Ж.Ә. Интерактивті жабдықтармен жұмыс жасаудың әдіс-тәсілдері.Алматы, 2008

СТЕРЕОМЕТРИЯ АКСИОМАЛАРЫ ЖӘНЕ ОЛАРДАН ШЫҒАТЫН САЛДАРЛАРДЫҢ МЕКТЕП МАТЕМАТИКА КУРСЫНДА БАЯНДАЛУ МҮМКІНДІКТЕРІ

Тәжіғалиева Ә.Ж.
Шымкент университеті

Аннотация

А.В.Погореловтың орта мектептің 7-11 сыныптарына арналған «Геометрия» оқулығында келтірілген стереометрия аксиомаларының құрылымы

Стереометрия аксиомалары жүйесі планиметрияның I-IX аксиомалары және С аксиомалар тобынан тұрады.

С аксиомалар тобы:

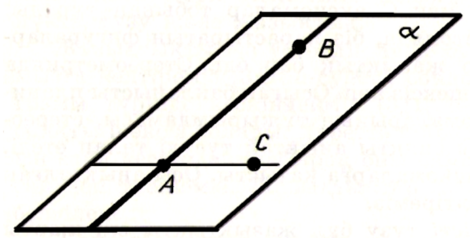
C_1. *Қандай жазықтық болса да, ол жазықтыққа тиісті және оған тиісті емес нүктелер болады.*

C_2. *Егер әр түрлі екі жазықтықтың ортақ нүктесі бар болса, онда олар осы нүкте арқылы өтетін түзу бойымен қиылысады.*

Әр түрлі α және β жазықтықтарының ортақ А нүктесі бар делік, ендеше C_2 аксиомасы бойынша бұл жазықтықтардың әрқайсысында жататын a түзуі бар болады. Сонда қандай да бір нүкте екі жазықтыққа да тиісті болса, онда ол аталған a түзуінің бойында жатады. Бұл жағдайда α және β жазықтықтары a түзуі бойымен қиылысқан жазықтықтар деп аталады.

C_3. *Егер әр түрлі екі түзудің ортақ нүктесі бар болса, онда олар арқылы жазықтық жүргізуге болады және ол тек біреу ғана болады.*

Бұл дегеніміз: егер әр түрлі a және b түзулерінің бір ортақ С нүктесі болса, a және b түзулерін қамтитын γ жазықтығы бар болады. Мұндай қасиетке ие болатын жазықтық біреу ғана болады.



1-сурет

Осы оқулықта берілген аксиомалардың салдарларын қарастырайық:

1 Берілген түзу және берілген нүкте арқылы өтетін жазықтықтың бар болуы

Теорема Түзу және онда жатпайтын нүкте арқылы жазықтық жүргізуге болады және ол тек біреу ғана болады.

Дәлелдеу АВ – берілген түзу және С – оның бойында жатпайтын нүкте болсын. (1-сурет). А және С нүктелері арқылы түзу жүргіземіз (1 аксиома). АВ және АС түзулері әр түрлі, себебі С нүктесі АВ түзуінде жатпайды. АВ және АС түзулері арқылы α жазықтығын жүргіземіз (C_3 аксиома). Ол АВ түзуі мен С нүктесі арқылы өтеді.

АВ түзуі мен С нүктесі арқылы өтетін α жазықтығы жалғыз болатынын дәлелдейік.

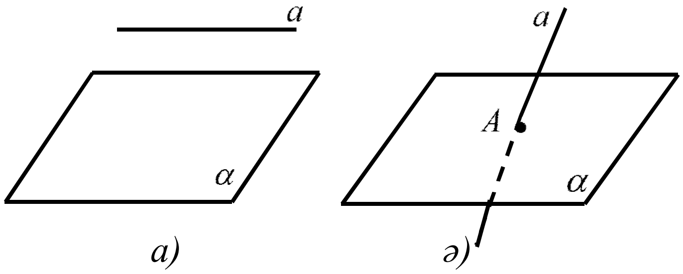
АВ түзуі мен С нүктесі арқылы өтетін екінші бір α' жазықтығы бар делік.

C_2 аксиома бойынша α және α' жазықтықтары түзу бойымен қиылысады. А, В, С нүктелері осы түзудің бойында жатуы тиіс. Бірақ олар бір түзудің бойында жатпайды. Біз қарама-қайшылыққа келдік. Теорема дәлелденді.

2 Түзудің жазықтықпен қиылысуы

Теорема Егер түзудің екі нүктесі жазықтыққа тиісті болса, онда түзу тұтастай сол жазықтыққа тиісті болады.

Дәлелдеу a - берілген түзу және α - берілген жазықтық болсын. (2-сурет). І аксиома бойынша a түзуінде жатпайтын А нүктесі арқылы α' жазықтығын жүргіземіз. Егер α' жазықтығы α жазықтығымен беттесетін болса, онда α жазықтығында a түзуі жататын болады, теореманың айтып отырғаны да осы. Егер α' жазықтығы α жазықтығынан өзгеше болса, онда бұл жазықтықтар a түзуінің екі нүктесін қамтитын a' түзуі бойымен қиылысады. І аксиома бойынша a' түзуі a түзуімен беттеседі, демек, a түзуі α жазықтығында жатады. Теорема дәлелденді.



3-сурет

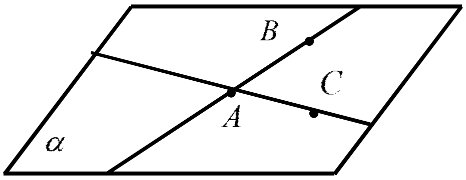
Бұл теоремадан мынау шығады: жазықтық пен бұл жазықтық бойында жатпайтын түзу не қиылыспайды, не бір нүктеде қиылысады (3-сурет).

3 Берілген үш нүкте арқылы өтетін жазықтықтың бар болуы

Теорема Берілген түзуде жатпайтын үш нүкте арқылы жазықтық жүргізуге болады және ол тек біреу ғана болады.

Дәлелдеу A, B, C – бір түзудің бойында жатпайтын үш нүкте болсын (4 сурет). AB және AC түзулерін жүргіземіз; олар әр түрлі, өйткені A, B, C нүктелері бір түзудің бойында жатпайды. C_3 аксиома бойынша AB және AC түзулері арқылы α жазықтығын жүргізуге болады. Бұл жазықтыққа A, B, C нүктелері жатады.

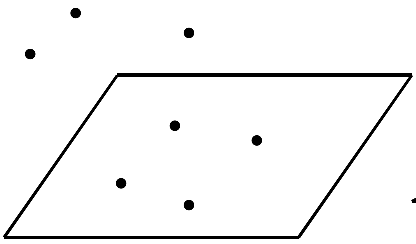
A, B, C нүктелері арқылы өтетін жазықтық жалғыз ғана болатынын дәлелдейміз. Шынында да, алдынғы теорема бойынша AB және AC түзулері A, B, C нүктелері арқылы өтетін жазықтықта жатады. Ал c_3 аксиома бойынша мұндай жазықтық біреу ғана .



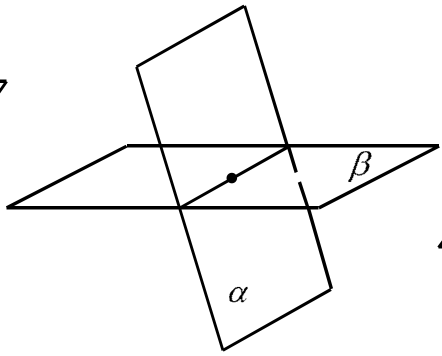
4-сурет

Сонымен, А.В.Погореловтың оқулығында келтірілген аксиомалар мен олардан шығатын салдарларды схема түрінде келтірейік.

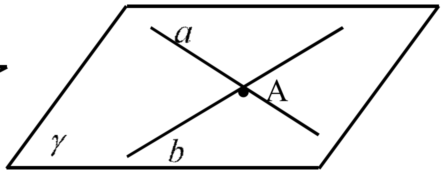
C аксиомалар тобы:



C_1

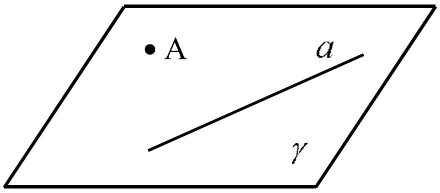


C_2

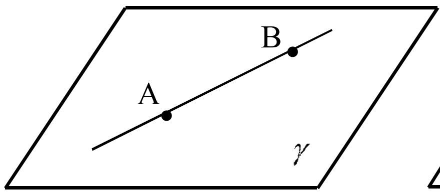


C_3

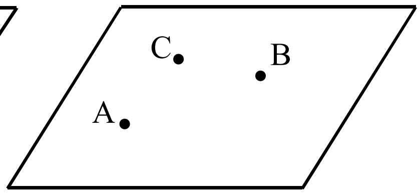
Аксиомалардан шығатын салдарлар және теоремалар:



1-салдар



2-салдар



3-салдар

Мектеп математика курсында стереометрияны оқыту 9 сыныптан басталады Ә.Н.Шыныбековтың 9 сыныпқа арналған Геометрия оқулығында стереометрияның C аксиомалар тобы дәл А.В.Погореловтың кітабындағыдай берілген, яғни:

C_1 Қандай жазықтық болса да, ол жазықтыққа тиісті және оған тиісті емес нүктелер болады.

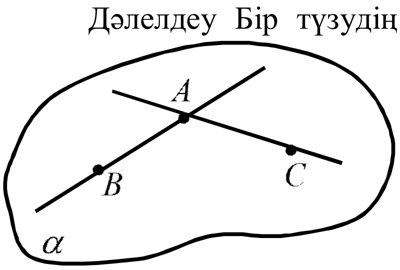
C_2 Егер әр түрлі екі жазықтықтың ортақ нүктесі бар болса, онда олар осы нүкте арқылы өтетін түзу бойымен қиылысады.

C_3 Егер әр түрлі екі түзудің ортақ нүктесі бар болса, онда олар арқылы жазықтық жүргізуге болады және ол тек біру ғана болады.

Осы аксиомалардан туындайтын салдарлар.

1 Теорема *Бір түзудің бойында жатпайтын үш нүкте арқылы бір ғана жазықтық өтеді.*

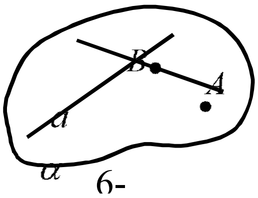
Дәлелдеу Бір түзудің бойында жатпайтын A, B, C нүктелері берілсін (5-сурет), планиметрияның I аксиомасы бойынша әрбір екі нүкте арқылы түзу жүргізуге болады, яғни AB және AC түзулерін



5-сурет

жүргіземіз. Бұл түзулер беттеспейді, себебі А, В, С нүктелері теорема шарты бойынша бір түзудің бойында жатпайды.

Сонда C_3 аксиомасы бойынша АВ және АС түзулері арқылы өтетін жазықтық табылады және бұл жазықтық жалғыз болады. Теорема дәлелденді.



6-

Дәлелденген теоремедан бір түзу бойында жатпайтын А, В, С нүктелері арқылы бір ғана жазықтық өтетінін көреміз бұл жазықтықты кейде АВС арқылы белгілейді.

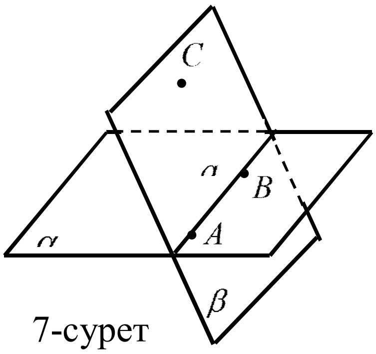
2 Теорема *Түзу мен оның бойында жатпайтын нүкте арқылы бір ғана жазықтық өтеді* (6-сурет).

Дәлелдеу a түзуі мен А $(A \notin a)$ нүктесі берілсін. Алдыңғы теорема дәлелдеуінде айтылған І аксиома бойынша a түзуі бойында жататын В нүктесін алып, АВ түзуін жүргіземіз. Мұнда a және АВ ортақ А нүктесі бар әртүрлі түзулер. Сондықтан теорема 1 бойынша бұ екі түзу арқылы, яғни a түзуі мен А нүктесі арқылы жалғыз жазықтық өтеді. Теорема дәлелденді.

3 Теорема *Егер түзудің екі нүктесі берілген жазықтықта жатса, онда түзу толығымен осы жазықтықта жатады.*

Дәлелдеу Айталық, a түзуінде жататын А және В нүктелері α жазықтығында жататын болсын (7-сурет). Онда $a \subset \alpha$ орындалатынын көрсету қажет.

Шынында да, α жазықтығында жатпайтын С нүктесін алайық (ондай нүкте бар C_1 аксиомасы). Теорема 1 бойынша А, В, С нүктелері арқылы β жазықтығын жүргіземіз. α және β жазықтықтары А және В нүктлері арқылы өтетін түзу бойымен қиылысады (C_2 аксиома). Сонымен, АВ, яғни a түзуі α жазықтығында жатады. Теорема дәлелденді.



7-сурет

Сонымен, аксиомалар мен дәлелденген теоремалардан мынадай қорытынды жасауға болады. Жазықтықты: 1) қиылысатын екі түзу; 2) бір түзуде жатпайтын үш нүкте; 3) түзу және оның бойында жатпайтын нүкте арқылы толық анықтауға болады.

Бұл оқулықта жазықтықты қиылысқан екі түзу арқылы жүргізуді негізгі аксиома етіп алып, түзу мен оның бойында жатпайтын нүкте және бір түзудің бойында жатпайтын үш нүкте арқылы жазықтықты жүргізу туралы аксиомаларды оның салдарлары етіп, теорема түрінде берген.

Жалпы білім беретін мектептің жаратылыстану-математика бағытындағы 10-сыныбына арналған В. Гусев, И. Бекбоев, Ж. Қайдасов, А. Абдиевтардың оқулығында С аксиомалар тобына келесі аксиомаларды келтірген:

C_1 Қандай жазықтық болса да, ол жазықтыққа тиісті және оған тиісті емес нүктелер болады.

C_2 Бір түзудің бойында жатпайтын үш нүкте арқылы бір ғана жазықтық өтеді.

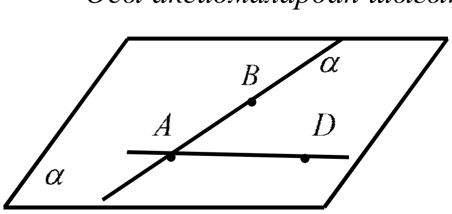
C_3 Егер түзудің екі нүктесі берілген жазықтықта жатса, онда түзу толығымен осы жазықтықта жатады.

C_4 Егер әр түрлі екі жазықтықтың ортақ нүктесі бар болса, онда жазықтықтар осы нүкте арқылы өтетін түзу бойымен қиылысады.

Осы аксиомалардан шығытын салдарлар:

1 Теорема Түзу мен оның бойында жатпайтын нүкте арқылы бір ғана жазықтық өтеді.

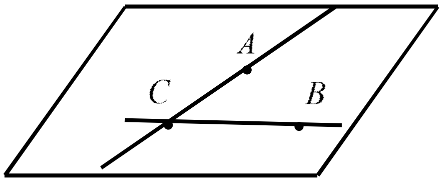
Дәлелдеу a - берілген түзу және D – оның бойында жатпайтын нүкте болсын (8-сурет). a түзуінің бойынан



8-сурет

кез келген А және В екі нүкте алайық. А, В, D нүктелері арқылы C_2 аксиомасына сүйеніп α жазықтығын жүргізейік. Енді a түзуі мен D нүктесі арқылы өтетін α жазықтығының жалғыз ғана болатынын дәлелдейік. Кері жорып, a түзуі мен D нүктесі арқылы өтетін екінші бір β жазықтығы бар делік. Ондай жағдайда C_4 аксиомасына сәйкес α және β жазықтықтары бір түзу бойымен қиылысып, ал А, В, D нүктелері осы түзудің бойында жатуы тиіс. Бірақ алуымыз бойынша, олар бір түзудің бойында жатпайды. Біз қайшылыққа келдік. Демек, кері жоруымыз дұрыс емес. Теорема дәлелденді.

2 Теорема Қиылысатын екі түзу арқылы жазықтық жүргізуге болады және ол тек біреу ғана болады.



9-сурет

Дәлелдеу a және b түзулері С нүктесінде қиылыссын. a түзуінде жататын С нүктесінен өзгеше кез келген А нүктесін және b түзунде жататын С-дан өзге келген В нүктесін белгілейік (9-сурет). Сонда C_2 аксиомасы бойынша осы А, В, С нүктелері арқылы жазықтық жүргізуге болады және ондай жазықтық тек біреу ғана болады. Теорема дәлелденді.

Дәлелденген теоремаларға және C_2 аксиомаға сүйеніп, жазықтықты мынадай тәсілдермен бере аламыз: 1) бір түзуде жатпайтын үш нүкте арқылы; 2) түзу және одан тысқары жатқан нүкте арқылы; 3) қиылысқан екі түзу арқылы.

Бұл оқулықта жазықтықты бір түзудің бойында жатпайтын үш нүкте арқылы анықтауды негізгі аксиома етіп алып, түзу және оның бойында жатпайтын нүкте арқылы және қиылысқан екі түзу арқылы жазықтық жүргізу туралы аксиомаларды оның салдарлары деп алған.

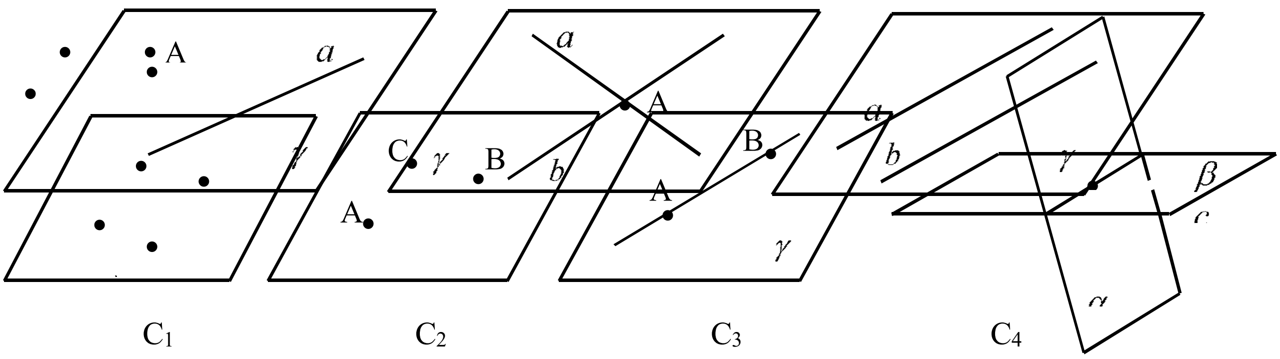
Сонымен қатар, бұл оқулықта жазықтықты параллель екі түзу арқылы жүргізуге болатынын «Параллель және айқас түзулер» тақырыбында берген.

Анықтама. Бір жазықтықта жататын және өзара қиылыспайтын екі түзу параллель түзулер деп аталады.

Анықтамадан, параллель екі түзу арқылы жазықтық жүргізуге болады және ол жалғыз екені шығады. Егер a және b параллель түзулері арқылы әр түрлі екі жазықтық жүргізілген десек, онда a түзуі және b түзуінен алынған қайсыбір нүкте арқылы әр түрлі екі жазықтық жүргізілген болып шығады. Бұр 1- теоремаға қайшы. Осылайша Жаратылыстану-математикалық бағыттағы 10-сыныпқа арналған оқулықта жазықтықты берудің осындай тағы бір тәсілі көрсетілген.

Жалпы білім беретін мектептің жаратылыстану-математика бағытындағы 10-сыныбына арналған В. Гусев, И. Бекбоев, Ж. Қайдасов, А. Абдиевтардың оқулығында аксиомалар мен олардан шығатын салдарларды көрнекі түрде келтірейік.

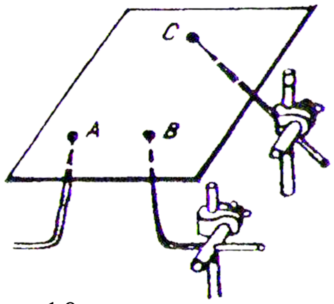
Осы аксиомалардан шығатын салдарлар:



C_1 C_2 C_3 C_4

Л.С. Атанасян, В.Ф.Бутусов және т.б. 10- сыныпқа арналған оқулығында нүктелердің, түзулердің және жазықтықтардың кеңістіктегі өзара орналасуы туралы үш аксиома келесі түрде тұжырымдалған.

A_1 *Бір түзудің бойында жатпайтын кез келген үш нүкте арқылы бір және тек бір ғана жазықтық жүргізуге болады.* 10-суретте кескінделген үлгі бұл аксиомаға түсіндірме бола алады. Бір түзудің бойында жатпайтын А, В, С нүктелері арқылы өтетін жазықтықты кейде АВС жазықтығы деп атайды. A_1 аксиомасын көрнекі көрсету: пластина бір түзудің бойында жатпайтын А,В және С нүктелеріне бекітілген.



10-сурет

Егер үш нүкте емес, еркімізше төрт нүкте алсақ, онда олар арқылы бірде-бір жазықтық өтпеуі мүмкін. Басқаша айтқанда, төрт нүкте бір жазықтықта жатпауы мүмкін. Бұл мысалдың көрнекі дәлелдемесі келесі түрде берілген: егер орындықтың төрт аяғының ұзындығы бірдей болмаса, онда үш аяғы «үш нүктеге» тіреліп тұрады да, ал төртінші аяғы (төртінші «нүкте») еден жазықтығында жатпай, ауада ілініп тұрар еді.

A_2 *Егер бір түзудің екі нүктесі бір жазықтықта жатса, онда түзудің барлық нүктелері осы жазықтықта жатады.*

Мұндай жағдайда түзу жазықтықта жатыр немесе жазықтық түзу арқылы өтеді деп айтылады. (11,а сурет)

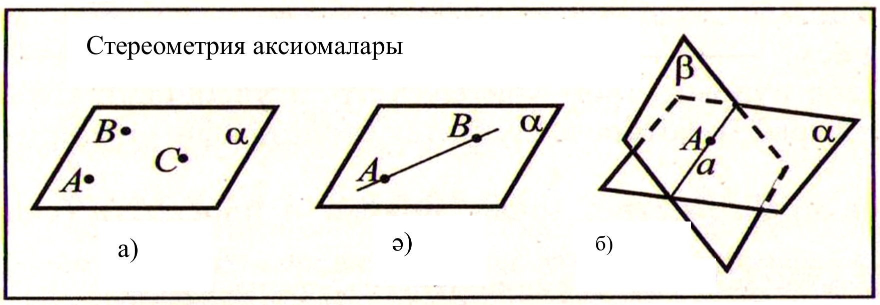
A_2 аксиомасында айтылған қасиет сызба сызғышының «түзулігін» тексеру үшін пайдаланылады. Осы мақсатпен сызғыштың бір шетін үстелдің жазық бетіне тақап қояды. Егер сызғыштың шеті тегіс (түзусызықты) болса, онда оның барлық нүктесі үстелде жатады. Егер сызғыштың шеті тегіс болмаса, онда онымен үстел бетінің арасында саңылау пайда болады.

A_2 аксиомасынан мынау шығады: егер түзу берілген жазықтықта жатпаса, онда оның жазықтықпен бірден артық ортақ нүктесі болмайды. Егер түзу мен жазықтықтың бір ғана ортақ нүктесі болса, онда олар қиылысады деп айтады. (11, б – сурет).

A_3 *Егер екі жазықтықтың ортақ нүктесі бар болса, онда бұл жазықтықтардың ортақ нүктелері жататындай ортақ түзуі бар болады.*

Мұндай жағдайда жазықтықтар түзу бойымен қиылысады деп айтады. (11, в сурет) A_3 аксиомасының көрнекі түсіндірмесі ретінде сынып бөлмесінің сыбайлас екі қабырғасының немсесе төбесі мен қабырғасының қиылысуын алуға болады.

Аксиомалардың кейбір салдарлары:



а) AB түзуі α жазықтығында жатыр

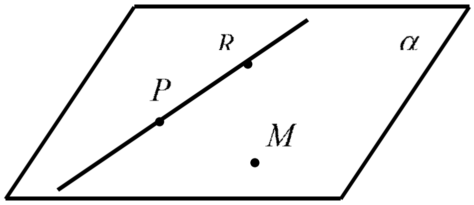
ә) a түзуі α жазықтығымен қиылысады

б) α мен β жазықтықтары a түзуінің бойымен қиылысады

11-сурет

Теорема Бір түзу және онда жатпайтын нүкте арқылы бір және тек бір жазықтық өтеді.

Дәлелдеуі a түзуін және онда жатпайтын М нүктесін қарастырамыз (12 – сурет). a түзуі мен М нүктесі арқылы жазықтық өтетінін дәлелдейік. a түзуінен



12-сурет

Р және Q нүктелерін белгілейік. М, Р және Q нүктелері бір түзудің бойында жатпайтындықтан, A_1 аксиомасына сәйкес бұл нүктелер арқылы қандай да бір α жазықтығы өтеді. a түзуінің екі нүктесі (Р және Q) α жазықтығында жататындықтан, A_2 аксиомасы бойынша α жазықтығы a түзуі арқылы өтеді.

a түзуі мен М нүктесі арқылы өтетін кез келген жазықтық М, Р және Q нүктелері арқылы өтетіндіктен, a түзуі мен М нүктесі арқылы жазықтық жалғыз екені шығады. Демек, бұл жазықтық α жазықтығымен беттеседі, өйткені A_1 аксиомасы бойынша М, Р және Q нүктелері арқылы тек бір ғана жазықтық өтеді. Теорема дәлелденді.

Теорема Қиылысатын екі түзу арқылы бір және тек бір ғана жазықтық өтеді.

Дәлелдеуі М нүктесінде қиылысатын a мен b түзулерін қарастырамыз (13 – сурет) және бұл түзулер арқылы бір және тек бір ғана жазықтық өтетінін дәлелдейміз.

b түзуінің бойынан М нүктесінен өзгеше қандай да бір N нүктесін белгілейік. a түзуі мен N нүктесі арқылы өтетін α жазықтығын қарастырайық. b түзуінің екі нүктесі α жазықтығында жататындықтан, A_2 аксиомасы бойынша α жазықтығы b түзуі арқылы өтеді. Сонымен, α жазықтығы a мен b түзулері арқылы өтетін кез келген жазықтық N нүктесі арқылы да өтетін болғандықтан, жазықтықтың жалғыз екені шығады. Ендеше, N нүктесі мен a түзуі арқылы тек бір ғана жазықтық өтетіндіктен, алынған жазықтық α жазықтығымен беттеседі. Теорема дәлелденді.

Библиографиялық тізім

1 Л.Н.Бескин, Стереометрия. М.: «Просвещение», 1971.

2 А.В. Погорелов, Геометрия, 7-11 сынып. Алматы, «Мектеп» 2001.

3 Е.В. Потоскуев, Геометрия. 10 кл.: учеб. для общеобразоват. учереждений с углубленным изучением математики. -М.: Дрофа, 2010. – 223с.

4 С.Т.Атанасян, Н.В.Шевелева, В.Г.Покровский, Сборник задач по геометрии. Часть 2.М.: «Эксмо»,2008.

5Ә.Н.Шыныбеков, Геометрия 9 сынып. Алматы: «Атамұра», 2005.

КРИТЕРИАЛДЫ БАҒАЛАУДА БОЛАШАҚ МҰҒАЛІМНІҢ ДАЯРЛЫҒЫ

Туребаев Ж.Д.
Жусупова Ж.А.
Шымкент университеті

Аннотация

В сфере образования Республики Казахстан происходят большие изменения. Социальная структура образования стала одним из важнейших элементов. Поэтому одним из главных вопросов является поиск новых путей развития системы оценивания образования с целью повышения его качества.

Бағалау – алуан түрлі көзқарастағы құбылыс болып, оқу үдерісінің түрлі қырларын бейнелейді. Бағалау құбылысы ақиқатты анықтайтын, оқушының психологиялық ерекшеліктеріне сәйкестендірілген: адамгершіл, ашық және көрнекі; уәждеуші; оқытушы; дамытушы; өзін-өзі бағалай білу қызметтерін орындайтын болуы керек. Қоғамда білімгердің білімін бағалау үдерісі білім беруді жүзеге асырумен қатар пайда болып, тарих тізбегінде түрлі сатылардан өтті.

Алғашқы үшұпайлы бағалау жүйесін орта ғасырда Германияда пайдаланды, мұнда ең жоғарғы ұпай бірінші разряд болып есептелді.

Ал, Я.Коменский (1592-1670) оқушының білімін, білігін және дағдысын бағалаудың бесұпайлық жүйесін енгізіп, оның критерийлерін жасап шығарды.

1917 жылдан Кеңестер одағында оқытудың баға қойылмайтын жүйесі құрылды., бірақ ол оқушының білімдік сапасы мен тәрбиесіне пайдасыз болғандықтан, алынып тасталды. Сөйтіп бақылаудың негізгі тәсілі оқушының өзін-өзі бағалаудың шешуші түрі–тесттік тапсырмаларды орындау болды да, оқушыларды сыныптан–сыныпқа көшіру мұғалімдердің пікірі арқылы жүргізілді.

1935 жылы бүкіл елде оқушының білімін бағалаудың бесұпайлық ауызша жүйесі енгізілді («өте жақсы», «жақсы», «қанағаттанарлық», «нашар», «өте нашар»). Бұл бағалау сол кездегі қоғам сұранысына сәйкес келіп, мектепте социалистік жарыс идеясын енгізуге аса қолайлы болды. 1950 жылдың аяғында, бұл жүйенің түрі өзгертіліп, білімді бағалаудың цифрлік жүйесіне көшірілді. («5», «4», «3», «2», «1»). Бағалаудың бұл жүйесі қазірге дейін қолданылып келеді. [1]

Кейінгі кездері оқушы білімін бағалау жүйесінің қазіргі қоғам сұранысына сай келмейтін кемшіліктері айқын біліне бастады. Сондықтан білім сапасын бағалаудың жаңартылған түрі қажет болды. Оның себептерін мыналармен түсіндіруге болады:

- бес балдық жүйе білімді бағалаудың тұрпайылау түрі, ол оқушы білімін нақты айқындап көрсетіп бере алмайды;
- бірдей баға, оқушы білімінің түрліше сапалық қасиеттеріне қойылып отырады. Мысалы, «төрт» деген баға оқулықтағы тапсырманы ауызша айтып бергенге де, күрделі есепті шығарған оқушыға да қойылады;
- қорытынды баға, тепе-тең емес түрлі іс-әрекеттің арифметикалық ортасы ретінде қорытылып шығарылады (ауызша жауап, зертханалық жұмыс, есеп шығару, жоба қорғау т.с.с.). Бұл әрине объективті емес, субъективті ғана;
- субъективті қойылған бағаның дұрыс немесе бұрыс екендігін салыстыратын үлгінің болмауы;
- оқушы танымындағы өзгерістер мен білім саласында қалыптасқан қарым-қатынастар сипаты арасындағы қайшылықтардың болуы;
- білім беру жүйесіндегі болып жатқан өзгерістер мен осы жүйені басқарудың сипаты арасындағы сәйкессіздіктердің тереңірек байқалуы;
- білімгерлерге деген әлеуметтік сұраныстың өзгеруі.

Қазіргі білім беру жүйесінің ерекшеліктерінің бірі, ол оның негізгі тауары – құзыреттіліктің болуы, яғни білім алушының қандай да бір іс-әрекетке құзыреттілігін дамыту, арттыру, қалыптастыру. Біз оқушының білімін, біліктілігін, дағдысын бағалаудан оның құзыреттілік қасиеттерінің қалыптасуын бағалауымыз керек. Қазіргі басты мәселе: оқушының жеке тұлғалық қасиеттерін дамыту, қоршаған ортамен дұрыс қарым-қатынас жасауы, өзін-өзі дамытуы, өзбетінше білімін көтеруі, ізденуі т.б.

Міне, сондықтан қазіргі кезде оқушы білімінің нақты сапалық деңгейін бағалаудың жаңа, әрі тиімді тәсілдерін іздестіру проблемалық мәселеге айналды.

Бағалаудың жаңа жүйелерін енгізу туралы мәселелер Ш.А. Амонашвили, В.Ф.Шаталов, Л.В.Занков, В.Л.Беспалько, Б.Г.Ананьев, А.Б.Воронцов т.б. еңбектерінде қарастырылған.

Нәтижеде В.Ф.Шаталовтың оқытуды қарқындату жүйесі, білімді бағалаудың рейтингтік жүйесі, Л.В.Занковтың дамыта оқыту жүйесі, ал 70-жылдары білім беруді гуманитарландыру мақсаттылығын дамыту бағыты ұсынылды.

Ал, кейінгі кездері М.В.Золотованың, А.Н.Майоровтың, А.А. Найдин-нің т.б. еңбектерінде білімді бағалаудың жаңа сипаттағы әдістері ұсынылды. Әрбір ұсынылған жүйеде білімді бағалаудың өзіндік құнды да ерекше жақтары айтылып, оны іске асырудың әдіс-тәсілдері қарастырылған. Сондай-ақ бұлардың барлығына ортақ бір пікір – ол оқушылардың білімін критериалды бағалау тәсілін қолдану туралы ойлардың айтылуы және оны оқыту практикасына енгізу жолдарының ұсынылуы.

Әлемдегі бағалау жүйелерінің көпшілігі – нормативті, яғни қандай да бір белгіленген нормамен салыстыру арқылы бағаланады. Демек, критериалды бағалау жүйесі нормативті бағалау жүйесіне жатады.

Критериалды бағалауға түрлі әдебиеттерде берілетін анықтамалар арасында өзгешеліктер бар. Мысалы:

Критериалды бағалау – білім алушының негізгі құзыреттілігін қалыптастырушы білім алудағы нәтижелерін алдын-ала анықталған, бірлесіп жасалған, барлығына белгілі критерийлермен салыстыру үдерісі.

Критериалды бағалау – бұл білімнің мақсаты мен мазмұнына сәйкес келетін, оқушылардың оқу-танымдық біліктілігін қалыптастыруға себепші болатын, айқын анықталған, ұжыммен бірлесе жасалған, білім үдерісінің барлық қатысушыларына алдын-ала белгілі критерийлермен білім алушылардың оқу жетістіктерін салыстыруға негізделген іс-әрекет.

Критериалды бағалау - білім мақсаты мен мазмұнына сәйкес келіп, оқушының оқу-танымдық құзыреттілігін қалыптастыруға мүмкіндік туғызатын, ұжымдық түрде жасалған және барлық критерийлер үдерісі қатысушылардың әрқайсысына алдын-ала белгілі болып, оқушылардың оқу жетістіктерін салыстыруға негізделген үдеріс.

Оқушылардың оқу жетістіктерін критериалды бағалау жүйесі туралы Ы.Алтынсарин атындағы Ұлттық білім академиясы да әдістемелік құрал дайындап, таратты. [2]

Критериалды бағалаудың басты міндеттері.

Жалпы жағдайда:

- оқушылардың танымдық қабілеттерін, сыни ойлауын, есте сақтауын оқу-танымдық әрекеттерді орындауға икемдеу;
- оқушылардың оқуға деген ынталарын арттыру, бағалау туралы теріс ұғымдарды жою, оқу барысындағы жауаптарды талдау мен сараптау мақсатындағы белсенділігін арттыру;
- оқушылардың білімдерін жүйелеу, бекіту, тереңдету;
- оқушыларды шыдамды болуға және өзін-өзі ұстай білуге үйрету;
- оқушының сабаққа қызығушылығы мен белсенділігін арттыру;
- оқушы білімінің жүйеленуі, тереңдеуі, есте сақтауының ұзаруы;
- білім алу барысындағы қиындықты, қателікті білім олқылықтарын және оның себептерін дер кезінде анықтау;
- оқушының білім алу үдерісін қадағалап, дәл және жедел түрде сапалы білім алғаны жөнінде кері байланыс ақпаратын алу;
- оқушының барлық жұмыс түрлерінің бағалануын қамту (өзіндік жұмыс, ағымдағы бағалау, тренинг, үй жұмысы, жоба жұмысы, шығармашылық жұмысы т.б.);
- оқушының білімін ағымдық және қорытынды бағалау, баға сапасын арттыру.

Мұғалімдер үшін:

- сапалы нәтиже алуға бағытталған критерийлерді әзірлеуге;
- өзінің іс-әрекетін жоспарлау және талдау үшін қажетті ақпаратты жедел түрде алуға;
- білім беру сапасын жақсартуға;
- әр оқушының жеке ерекшеліктері мен қабілеттерін ескере отырып, жеке оқыту траекториясын құруға;
- бағалаудың түрлі тәсілдері мен құралдарын қолдануға;
- оқу бағдарламасын жетілдіруге ұсыныстар енгізуге мүмкіндік береді.

Оқушылар үшін:

- өзінің түсінігі мен қабілетін көрсету үшін оқытудың түрлі формаларын және ойлау әрекетінің әр түрін қолдануға;

- өз нәтижелерін болжау арқылы табысқа жету үшін бағалау критерийлерін білуге және түсінуге;
- өзінің және өз құрдастарының жетістіктерін бағалап, рефлексияға қатысуға;
- шынайы міндеттерді шешу үшін өз білімдерін қолдануға, түрлі көзқарастарды білдіруге, сын тұрғысынан ойлауға мүмкіндік береді.

Ата-аналар үшін:

- өз баласының оқытылу деңгейі туралы шынайы дәлелдер алуға;
- баланың оқудағы жетістіктерін қадағалауға;
- оқу үдерісінде оқушыларға қолдау көрсетуге;
- мектеп әкімшілігімен, жалпы мұғалімдермен кері байланыс орнатуға;
- баласының сыныпта және жалпы мектепте өзін жайлы сезінуіне сенімді болуына мүмкіндік береді.

Критериалды бағалаудың **қызметтері:** *оқытушылық, бақылаушылық, дамытушылық, тәрбиелеушілік, диагностикалық және негіздеушілік.* [3] Мысалы, диагностикалық қызметі, бұл білім беру үдерісіне қатысушы оқушылардың мазмұндық және эмоционалдық рефлексиямен мұғалімдердің педагогикалық рефлексиясы арасындағы негізге алынған байланыс кезеңдерін қамтиды. Шын мәнінде бағалау, ол жеке оқушының, жеке сыныптың оқушылары арасында білім беру нақты жағдайда қалай өтіп жатқандығын анықтауға бағытталған болуы тиіс. Сол сияқты критериалды бағалаудың әрбір қызметінің осындай өзіндік мақсаты мен міндеттері болады.

Критериалды бағалау жүйесіне қойылатын **талаптар**: [4]

8. Оқу материалдарының қаншалықты табыспен меңгергендігін, практикалық дағдының қай дәрежеде қалыптасқандығын анықтауға мүмкіндік беруі керек. Басқаша айтқанда, берілген курс бойынша ең төменгі талап деңгейінде оқушының жеткен жетістігін салыстыруға мүмкіндіктің болуы. Бұл жағдайда бастапқы нүкте ретінде міндетті минимумды алу керек, өйткені сол ғана біршама айқын анықталған құжат болып табылады.
9. Бағалау жүйесі әрбір оқушының дайындық деңгейінің жалпы өзгерісін және оның танымдық іс-әрекет аймағындағы түрлі жетістіктер динамикасын (ақпаратты меңгеруі, ақпаратты өңдеуі, өз ойы мен бейнелеулерін шығармашылықпен көрсетуі т.б.) есепке алуы керек. Өйткені бұлар оқушының білім алу жолындағы табыстары мен сәтсіздіктерінің бет-бедерін көрсете алады.
10. Бағалау ақпаратында ол туралы дәлме-дәл түсініктеменің бар болуы, өйткені бағалау аса ашық түрде өтіп, ағымдағы және қорытынды бағалардың қойылу себептері түсіндірілген болуы керек.
11. Бағалау жүйесінде оқушының өз жетістіктерін және оқу үдерісінде болып жатқан рефлексиясын мадақтайтын және өзіндік бағалауын дамытатын механизмге негізделген болуы тиіс. Бұл жағдайда өзін бағалауда оқушы өз нәтижесін мұғалім бағасымен салыстыруға мүмкіндігі болады.
12. Бағалау жүйесінде мұғалім, оқушы, ата-ана, сынып жетекшісі және мектеп әкімшілігі мен педагогикалық ұжым арасындағы тұрақты байланысты ескеруі және қамтамасыз етуі керек. Мұндай байланыссыз оқу үдерісін толық қалыптастыру туралы сөз болуы мүмкін емес.
13. Бірыңғай білім беру кеңістігі туралы сөз болғандықтан, бағалау жүйесі нақты мектеп сыныбы үшін қолдануға мүмкіндігі болуы тиіс. Басқаша айтқанда, түрлі сабақтағы бағалау жүйесі түрлі ұстанымға негізделіп жасалса, тиімді нәтиже беруі мүмкін емес.
14. Бағалау жүйесі оқушының психологиялық ерекшіліктерін ескере отырып, соған сай жүргізілуі қажет. Оқушының жанын жаралаудан аулақ болу керек.

Критериалды бағалаудың мынадай негізгі **практикалық мәнділіктері** бар:

- оқушының жеке бас сапасы емес, оның оқу жетістіктері бағаланады;
- оқушы жұмысы, оларға бұрыннан белгілі – дұрыс орындалған үлгі жұмыстарымен салыстырылады;

• оқушыға баға қорытудың айқын алгоритімі белгілі, сондықтан оқушы өз жұмысының деңгейін өзі де анықтай алады және оны ата-анасына хабарлау мүмкіндігі бар;

• оқушыға не үйретілген болса, соны ғана бағалауға болады.

Критериалды бағалау жүйесінің **ерекшеліктері:**

• оқушының нақты қиындық тудыратын сұрақтарын білу және оны жою мүмкіндігінің болуы;

• оқушының бағалау туралы теріс ішкі сезімінің болмауы, психологиялық жайлы ортаның болуы;

• бағалаудың шынайылығы, анықтылығы және ашықтығы;

• оқушының даму үдерісін анықтау мүмкіндігі;

• оқушының қиындықтарды жеңуге деген құштарлығының жоғары деңгейінің қалыптасуы;

• кері байланыстың жиілігі, рефлексия;

• ішкі және сыртқы бақылаулардың болуы;

• оқу-тану әрекетіне оқушыны ынталандырудың болуы;

• сын тұрғысынан ойлау қабілетіне көңіл бөлінуі. [5]

Библиографиялық тізім

1. Браверман Э. М. Проблемы проверка и оценки работ учащихся: виды, содержание, тенденции развития. //Физика в школе. 2015, №6. - С. 9-16.
2. Система критериального оценивания учебных достижений учащихся. Методическое пособие. - Астана, НАО им. Алтынсарина, 2015. - 80 с.
3. Краснобородова А.А. Технология критериального оценивание и логика компотентностного и личностьно-ориентированного подходов. Дисс. к.п.н. – Москва, 2018.
4. Макарова Е. Г. Критериальное оценивание достижений учащихся по физике. г.Актөбе.
5. Жұмабаев Р., Чултуков Н. Критериалды бағалау жүйесі. //Математика және физика, 2019, №3. – Б. 20-22.

РЕГИОНДА ТАУАРДЫҢ ОРТАША БАҒАСЫН ҚОЮ ҮШІН СТАТИСТИКАЛЫҚ ӘДІС

Усенова Д.М.
Шымкент университеті

Аннотация

Экономикада ақпараттың үлкен көлемін өңдеу үшін мәліметтерді талдаудың статистикалық әдістері кеңінен қолданылады. Тақырыпта көрсетілгендей, осы жұмысты орындауға қажетті статистика түсінігін қарастырамыз.

Негізгі түсініктер: Берілген регионда тауардың орташа бағасын меңгеру үшін, N-сауда нүктелерінің саны- үлкен сан (N>1000) және олардың ара-қашықтығы жеткілікті болғанда, оларды аралап өту ыңғайсыз болу үшін, бағаның тұрақты болған кезінде, статистикалық түсініктер қолданылады.

Анықтама. Регионның жалпы сауда саны бас жиынтықтың көлемі деп аталады. Бас жиынтық көлемі N=1000 болған жағдайды қарастырайық. Сонда бас жиынтықтан іріктеу жүргізген ыңғайлы болады. Басқаша айтқанда, барлық сауда нүктелерінен (N=1000) аз мөлшердегі кейбірін іріктеп алу, мысалы, n=100, осы нүктелердің барлығын аралап өту жеңіл болу үшін және сәйкес бағаларын білу. Іріктеуді берілген регионның барлық аудандары пропорционалды болғанда жүргізу керек.

Анықтама. Іріктеудің сауда нүктелерінің жалпы саны **іріктеу көлемі** деп аталады. Біздің мысалда **іріктеу көлемі** n= 100.

Ары қарай іріктеудің орташа сипаттамасы және алынған нәтижелер белгілі формула бойынша бас жиынтыққа ауыстырады. Іріктеудің сауда нүктелерін аралап өткен соң біз өнімге келесі баға (теңге) мәндерін алдық (мысалы, нан):

$$\underbrace{40;40;40;...;40;}_{10\ \text{рет}} \quad \underbrace{50;50;...;50;}_{70\ \text{рет}} \quad \underbrace{45;45;45;}_{3\ \text{рет}} \quad \underbrace{60;...;60;}_{17\ \text{рет}}$$

(1)

Осы сандар (бағалар) массивін өңдеу үшін вариациялық қатар құрылады.

Анықтама. X белгісінің F сәйкес жиілігімен кесте мәндері вариациялық қатар деп аталады.

(1) мәліметтер үшін вариациялық қатар келесі түрде болады:

X	40	50	45	60
F	10	70	3	17

(2)

Анықтама. X_i бағасының берілген мәндерінің қайталану саны F_i –жиілік деп аталады.

(2) вариациялық қатардан белгілі, F_1=10, X_1=40 тетри бағасының сәйкес мәндері іріктеудің 10 сауда нүктелерінде кездеседі; x_2=50 70 сауда нүктелерінде кездеседі және т.б.

(2) вариациялық қатардың мәліметтерін өңдеу ранжирлеуден басталады.

Анықтама. Вариациялық қатарда өсу ретімен орналасқан белгі мәндері **ранжирленген деп аталады.**

Ранжирленген түрде (2) вариациялық қатарды қайта жазамыз:

X	40	45	50	60
F	10	3	70	17

(3)

(3) вариациялық қатардың орташа сипаттамасын меңгеруге көшеміз.

Орташа сипаттамалар. Ранжирленген вариациялық қатардың сипаттамалары: **медиана, мода** және **іріктеудің орташа мәні** болып табылады.

Анықтама. Ранжирленген вариациялық қатардың медианасы деп (MeX) ортасында тұратын белгі мәнін (бағасы) айтамыз.

P.S. Белгінің түрлі мәндер саны тақ болса, біз ортасында бір мән аламыз және бұл мән медиана болады, біздің жағдайда, белгінің түрлі мәндер саны жұп, олар бар жоғы төртеу (40; 45; 50; 60). Мұндай жағдайда ортасында екі сан болады және медиана олардың арифметикалық ортасы сияқты есептеледі:

$$MeX = \frac{45+50}{2} = 47.5 \text{ (тетри)} \qquad (4)$$

Анықтама. Ранжирленген вариациялық қатардың модасы деп ең жоғарғы жиілік сәйкес келетін белгі мәнін айтады.

Біздің (3) мысал үшін $F_{i\ max}$=70 ең жоғарғы жиілік X_i=50 белгі мәнінде болады. Сондықтан (3) вариациялық қатар модасы ,

MoX=50. (5)

болады.

Анықтама. Іріктеудің орташа мәні деп ранжирленген вариациялық қатардың өлшенген ортасын айтамыз.

$$Xsr = \frac{\sum_{i=1}^{n} Xi \cdot Fi}{\sum_{i=1}^{n} Fi} \tag{6}$$

Біздің мысалда

$$Xsr = \frac{\sum_{i=0}^{3} Xi \cdot Fi}{\sum_{i=0}^{3} Fi} \tag{7}$$

P.S. Қосындыда і параметрі 0-ден 3-ке дейін өзгереді, Mathcad-ғы сияқты, егер қосымша сәйкес операторды көрсетпесе, онда қосынды үнемі i=0 басталады.

Бөліктер сипаттамасы. Орта мәнді есептедік, бірақ баға мәндерін бөліп тастауды бағалау үшін келесі түсінік қолданылады: дисперсия - (DX), орташа **квадраттық ауытқу - (σX) және вариация коэффициенті - (νX) .**

Анықтама. Белгінің орташа мәнінің оның орташа мәнінен квадраттық ауытқуының мәні **дисперсия** деп аталады.

$$DX = \frac{\sum_{i=1}^{n} (Xi - Xsr)^2 \cdot Fi}{\sum_{i=1}^{n} Fi} \tag{8}$$

Біздің мысалда

$$DX = \frac{\sum_{i=0}^{3} (Xi - Xsr)^2 \cdot Fi}{\sum_{i=0}^{3} Fi} \tag{9}$$

Дисперсия мәні X_i белгісімен салыстырғанда квадраттық өлшемі болады, сондықтан бөліп тастаудың басқа сипаттамасын қарастырады, оның мұндай кемшілігі жоқ.

Анықтама. Белгі мәнінің орташа квадраттық ауытқуы оның орташа мәнінен дисперсиядан квадраттық түбір сияқты есептеледі.

$$\sigma X = \sqrt{DX} \tag{10}$$

P.S. **σX** орташа квадраттық ауытқуы $X_i - Xsr$ орташа мәнінен оның мәнінің абсолютті ауытқуы болып табылады.

Бөліп тастау салыстырмалы коэффициенті қарастырылады, оны (νx) вариация коэффициенті деп атайды және келесі формула бойынша есептеледі

$$\nu X = \frac{\sigma X}{Xsr} \cdot 100 \tag{11}$$

Вариация коэффициенті процентпен салыстырмалы бөліп тастауды береді. XGsr бас жиынтықтың орта мәнін есептеу үшін келесі бағалау қолданылады:

$$Xsr - \frac{\sigma X}{\sqrt{n}} \le XGsr \le Xsr + \frac{\sigma X}{\sqrt{n}} \quad \text{если} \; -\frac{n}{N} \le 0.1 \tag{12}$$

$$Xsr - \sqrt{\frac{(\sigma X)^2}{n}(1 - \frac{n}{N})} \le XGsr \ \ge Xsr + \sqrt{\frac{(\sigma X)^2}{n}(1 - \frac{n}{N})}$$ если

$$0.1 < \frac{n}{N} \le 0.9 \quad (13)$$

Белгі мәндері бойынша жиілікті бөлуді меңгеру үшін **графикалық әдістер** қолданылады. **Анықтама.** Белгі мәнінен жиілікті бөлу тәуелділік графигі жиілік полигоны деп аталады. Жиілік полигонынныңгеометриялық қасиетін бағалау үшін **асимметрия коэффициенті** және **эксцесс** енгізіледі.

Анықтама. Асимметрия коэффициенті деп үшінші моменті аталады:

$$\mu X = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - Xsr)^3 \cdot F_i}{(\sigma X)^3 \cdot \sum_{i=1}^{n} F_i} \qquad (14)$$

Біздің жағдайда

$$\mu X = \frac{\sum_{i=0}^{3}(X_i - Xsr)^3 \cdot F_i}{(\sigma X)^3 \cdot \sum_{i=0}^{3} F_i} \qquad (15)$$

P.S. Егер жиілік полигоны графигі медианаға қатысты симметриялы болса, онда μх=0. Егер μх>0, онда симметрия медиананың оң жағынан бұзылады, егер μх<0, онда сол жағынан.

Жиілік полигоны өзгерісінің жылдамдығын бағалау үшін, Гаусс қалыпты бөлу заңымен салыстырғанда, төртінші момент қарастырылады, оны **эксцесс** деп атайды:

$$EX = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - Xsr)^4 \cdot F_i}{(\sigma X)^4 \cdot \sum_{i=1}^{n} F_i} - 3 \qquad (16)$$

Біздің мысалда

$$EX = \frac{\sum_{i=1}^{3}(X_i - Xsr)^4 \cdot F_i}{(\sigma X)^4 \cdot \sum_{i=1}^{n} F_i} - 3 \qquad (17)$$

(16) формуладағы 3 саны, эксцесстің ЕХ=0 мәнін гаустық бөлу үшін жағдайды қамтамасыз етеді. Егер ЕХ>0, онда жиілікті тәжірибелік бөлу гаусcқа қарағанда жылдамырақ өзгереді, ал егер ЕХ<0, онда баяу өзгереді.

Есепті шешу және алгоритм құру

Есеп № 1. Іріктеудің орташа бағасын оқып білуде (n=100; N=1000)

Вариациялық қатар алынды

X	*5*	*49*	*50*	*55*	*60*	*65*	*70*
F	*0*	*30*	*40*	*5*	*2*	*3*	*10*

Табу керек: MeX; MoX; Xsr; DX; σX; νX; μX; EX.

Құрыңыз: f=S(x) жиілік полигоны. Алынған мәліметтерді түсіндіріңіз. Орташа бас жиынтықты бағалаңыз.

Шешуі. Ранжирленген қатардың мәліметтерін матрица түрінде жазамыз.

Алгоритм

$$X := \begin{pmatrix} 45 \\ 49 \\ 50 \\ 55 \\ 60 \\ 65 \\ 70 \end{pmatrix} \qquad F := \begin{pmatrix} 10 \\ 30 \\ 40 \\ 5 \\ 2 \\ 3 \\ 10 \end{pmatrix}$$

Орташа сипаттамалар

Mex := 55   Медиана

Mox := 50   Мода

$$Xsr := \frac{\sum_{i=0}^{6} Xi \cdot Fi}{\sum_{i=0}^{6} Fi}$$

Xsr = 52.1 өлшенген орташа мәні

Бөліктер сипаттамасы

$$DX := \frac{\sum_{i=0}^{6} (Xi - Xsr)^2 \cdot Fi}{\sum_{i=0}^{6} Fi}$$

DX=48.39   дисперсия

$$S := \sqrt{DX}$$

S = 6.956   Орташа квадратты ауытқу

$$\nu := \frac{S}{Xsr} \cdot 100$$

ν=13.352 Вариация коэффициенті

$$Xsr - \frac{S}{\sqrt{100}} = 51.404$$

$$Xsr + \frac{S}{\sqrt{100}} = 52.796$$

Бас жиынтықтың орташа мәні (51.4,52.8) аралықта болады.

Мәліметтердің геометриялық сипаттамасы

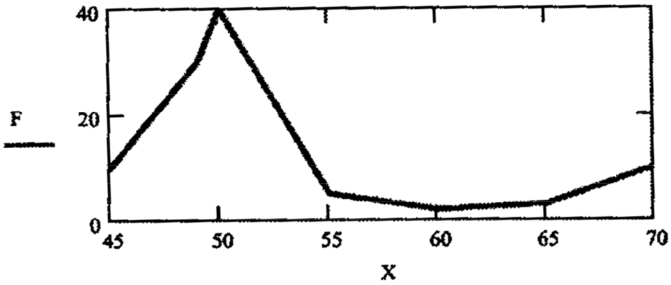
$$\mu := \frac{\sum_{i=0}^{6} (Xi - Xsr)^3 \cdot Fi}{S^3 \cdot \sum_{i=0}^{6} Fi}$$

μ= 1.784 Асимметрия коэффициенті

$$E := \frac{\sum_{i=0}^{6} (Xi - Xsr)^4 \cdot Fi}{S^4 \cdot \sum_{i=0}^{6} Fi} - 3$$

E=1.898 Эксцесс

Жиілік полигоны



Библиографиялық тізім

1 Информационные системы в экономике. - Учебное пособие под ред. Дика В.В. - М.: Финансы и статистика 2006г.

2 Введение в информационный бизнес. под ред. В.П. Тихомирова и А.В. Хорошилова. – М.: Финансы и статистика, 2006.

3 Костров, А.В. Основы информационного менеджмента: Учебное пособие. – М.: Финансы и статистика, 2001.

4 Введение в информационный бизнес/Под ред. В.П. Тихомирова и А.В. Хорошилова. – М.: Финансы и статистика, 2000.

5 Цисарь И.Ф., Нейман В.Г. Компьютерное моделирование экономики. - М.: Диалог -

6 МИФИ, 2002. - 304 с.

БОЛАШАҚ МАТЕМАТИКА МҰҒАЛІМІН ТӘРБИЕ ЖҰМЫСЫНА ДАЯРЛАУДЫҢ ӘДІСНАМАЛЫҚ НЕГІЗДЕРІ

Хожахмедова Б.Ш.

Шымкент университеті

Аннотация

Қазіргі кезеңдегі еліміздегі өзгерістер, экономиканы дамытудағы стратегиялық жаңа бағдар, жедел ақпараттану мен әлеуметтік даму қарқыны білім беру жүйесіне, мамандар даярлауға зор талап қояды.

Қоғам өзінің әлеуметтік-экономикалық және рухани дамуының мазмұны мен сипаттарының өзгеруіне және еңбек сапасына талаптың күшеюіне байланысты өз ісін жетік білетін және кәсіби біліктілігі биік мамандарды қажет етеді.

Дамыған елдерлің жоғары мектебі қоғам талабын қанағаттандырудың бірнеше үрдістерін қарастырады: жоғары білімді демократизациялау; ғылымды, білімді және өндірісті интеграциялау түрі ретінде ғылыми-оқу-өндірістік кешендер құру; оқытуды және студент еңбегін дараландыру, білім беруді ізгілендіру; жоғары білімді компьютерлендіру; оқытушылардың кәсіби даярлығына жоғары талап қою, жоғары оқу орнында оқытушы кадрларды даярлау мен олардың кәсіби деңгейін көтеруде педагогика мен психологияның ролін көтеру және т.с.с.

Мұндай процесс әртүрлі елдерде өздерінің ұлттық ерекшеліктеріне, экономикалық жағдайына, білім беру жүйесінің дәстүрлеріне қарай әртүрлі деңгейде көрініс тапқан. Біздің елімізді дамытудың қазіргі әлеуметтік-экономикалық, саяси жағдайлары және жоғары дамыған елдердің прогресшіл тәжірибесі білім берудің мазмұнын жаңарту және мамандар даярлаудың сапасын жетілдіру қажеттілігін тудырады. Бұл қажеттіліктерді қанағаттандыру үшін жоғары оқу орнында және жоғары оқу орнынан кейін де білім беру саласында жоғары білікті мамандар даярлаудың жаңа тәсілдері ұсынылады. Жаңа тұрпатты мамандар даярлаудың үлгісі жүзеге асырылатын болады. Осы тұрғыдан келгенде заманауи білім берудің, яғни адамды жан-жақты дамытудың негізгі құраушылары оқыту, тәрбиелеу біртұтас болуы тиіс. Мұғалім өзінің кәсіби іс-әрекетінде бұл процестердің бөлінбейтіндігінің, олардың үйлесімді болуын қамтамасыз етудің кепілі болады және білім беру процесінің тиімділігін арттыруды көздейді. Ал білім берудің тиімділігі, табысты болуы, қоғам талаптарына сай нәтижелер алуы көбінесе оқытудың түрлерін, әдістерін және құралдарын жетілдіруге байланысты болады. Мұғалім өзінің пәнін ғана үйретіп қоймайды, ол өмірге бейімдейді, еңбекке, адамдарға қарым-қатнасқа үйретеді, адамның қоғамдағы өз орнын анықтауға – дүниеге көзқарасын тәрбиелейді.

Чехтың ірі педагог-демократы және 17 ғасырдың қоғам қайраткері, сол кездің педагогикасының негізін қалаушы демократиялық педагогиканың аса көрнекті өкілі Ян Амос Коменский болды. Балаларды оқыту мен тәрбиелеудің мақсаттарын, принциптерін, әдістерін анықтауда мұғалім тұлғасына, оның оқу-тәрбие жұмысындағы роліне баса назар аударған. Ол мұғалім мен тәрбиешіге көп білу керек, оқыту мен тәрбиелеу ісінің шебері болуы, адал және еңбексүйгіш болуы қажет екендігін талап еткен .

19 ғасырдың аса ірі неміс педагог-демократы А.Дистервег дамыта оқыту принциптерін және дидактикалық ережелер жүйесін аша келе, мұғалім дайындауға белгілі талаптарды негіздеді. Бірақ бұл негіздер мұғалім жүйелі түрде өздігінен білім алып, мамандығын ұдайы жетілдіріп, педагогика мен әдістемені жүйелі түрде оқып-үйренген жағдайда ғана өз күшіне ене алады деп есептеген. Сондықтан мұғалім үнемі өзінің білімін: адам және азамат ретінде жалпы білімін, ал мұғалім ретінде – арнайы білімін көтерумен шұғылдануы тиіс деп санаған. Дистервегше, мұғалімге жоғары деңгейдегі білімділік, мәдениеттілік, тәрбиелілік қажет.

Революционер-демократ Н.А.Добролюбов педагог баланы жаңа жағдайдағы өмірге дайындауы тиіс, тәрбиешілер адамның табиғатына үлкен сыйластық көзқарас танытуы керек, өзінің тәрбиеленушілерінің дамуына қамқорлық жасап отыруы қажет екендігін баса көрсеткен.

Мұғалім даярлау проблемасын шешуде ұлы орыс педагогы К.Д.Ущинский үлкен үлес қосты, ол мұғалімнің әлеуметтік және адами ролін ерекше атап көрсетті. К.Д.Ушинский педагогиканы тәрбие іс-әрекетінің жалпы теориясы ретінде және тәрбиелеу әдістемесін тәрбиелеу өнері ретінде қарастырды.

Білім беру ісінің аса көрнекті қайраткерлерінің мұғалім даярлаудың принциптері мен мазмұны жөніндегі идеяларының қоғам дамуының қазіргі кезеңінде жоғары педагогикалық білім берудің теориясы мен практикасы үшін маңызы зор. Олар негізін қалаған болашақ мұғалімді оқыту мен тәрбиелеудің байланысы, бірлігі принциптері, жоғары оқу орнындағы оқу-тәрбие жұмысын болашақ мұғалімнің біліктілігімен үйлестіру, оларды оқу жұмысына да, сонымен қатар тәрбие жұмысына да даярлау заманауи жоғары педагогикалық мектептің теориясы мен практикасында ары қарай дамып келеді.

Тәрбие жұмысының басты міндеттерінің бірі-дүниеге ғылыми көзқарас қалыптастыру. Бұл міндетті шешуде әр пәннің алатын орны бар. Өзімізді қоршаған дүниені тануда ғылыми әдістердің қуатын көрсету үшін, ғылыми және практикалық мәселелерде абстрактылы ойлаудың маңыздылығын айқындау үшін, ғылыми ұғымдарды қалыптастыру процесін және ғылыми теориялардың пайда болуы мен дамуын анықтау үшін математиканың мүмкіндіктері өте үлкен.

Математика мұғалімі математиканы оқыту процесінде практикалық мәселелерді шешудегі сандық әдістерді білу мәселелері туралы әңгімелер өткізіп, оларға тарихтан, этнографиядан, археологиядан және экономикадан тартымды материалдарды пайдаланғаны жөн. Әрине мұндай әңгімелер оқушылардың дүниеге ғылыми көзқарасын тәрбиелеу мүмкіндіктерінің бірі ғана. Екінші мүмкіндік – математика курсының мазмұнын, дүниетанымдық тәрбие беретіндей иллюстративтік жаттығулармен, үй тапсырмаларымен байыту. Ең алдымен математикалық білім қалай дамығандығын, математикадық ұғымдардың қалыптасу жолдарын көрсету қажет. Мысалы, адамзат қалай бірлік аясындағы бүтін оң сан ұғымынан бірте-бірте шексіз сан қатары ұғымына көшкендігі туралы, қалай теріс сандарды, сонан соң бөлшек және иррационал сандарды енгізуге мәжбүр болғандығы жәйлі айтып беру пайдалы болады. Мұнымен сан ұғымының қалыптасу процесі тоқтамайды. Комплекс сандар ізденістің табиғи нысаны ретінде пайда болды, үйткені оларсыз алгебралық теңдеулер жүйелерін шешу жалпы ережеден ерекше болар еді: n дәрежелі әрбір теңдеудің әртүрлі немесе тең n түбірі болады.

Математиканы оқытуды басқа пәндердің – физикамен, химиямен, географиямен, гуманитарлық пәндермен – байланыстырып оқыту математика мен оның ұғымдарының адамның табиғат пен қоғамдық құбылыстарды танудағы орнын көрсету үшін кең мүикіндіктер туғызады. Бірақ мұнда біржақты – басқа пәндердегі математиканың ролін ғана көрсетумен шектелмеу керек. Істің екінші жағын – математиканың өзі басқа ғылыми пәндердің және практиканың әсерімен дамығандығын көрсету қажет болады. Олай болмаса оқушылардың санасында қате ой туындауы ықтимал, яғни математикалық ұғымдар мен теориялар ғалымның қиялынан пайда болған деген сияқты пікір қалыптасуы мүмкін. Дүниеге көзқарас тәрбиелеуде оқушыларды математика тарихының негізгі кезеңдерімен таныстыру аса құнды. Адамзат қалай білімсіздіктен білімділік элементтеріне және толымсыз білімділіктеен қалай толыққанды білімділікке жеткендігін ғылымның тарихына жүгінбей анықтауға мүмкін емес. Ғылымның тарихы өткен құндылықтарды түсініп қана қоймай, математиканың заманауи салаларын түсінуге де жағдай туғызады. Оқушыларды ғылымның бастауымен, оның ашқан жаңалықтарымен таныстырудың қоғамның дамуы үшін маңызы зор. Бұл мәселе арнайы қарастыруды қажет етеді.

Білім беру жүйесіндегі мұғалімдердің алдында тұрған ең басты мақсат - жас ұрпақтың білім деңгейін көтеру және жан-жақты дамыған жеке тұлғаны қалыптастыру болып табылады. Болашақ коғам мүшелерінің өмір сүріп нәтижелі қызмет етуінде математикалық білімдердің жасайтын ықпалы мол. «Мұғалім көп әдісті білуге тырысуы керек. Оны өзіне сүйеніш, қолғабыс нәрсе есебінде қолдануы керек»,- деп Ахмет Байтұрсынов айтқандай қазіргі заман талабына сай білім беру мәселесі сол қоғам мүддесіне сай болуы керек.

Математика пәнін жақсы, терең білетін, күнделікті сабақтағы тақырыпты толық қамтитын, оны оқушыға жеткізе алатын, әр түрлі деңгейдегі есептерді шығара білу іскерлігі , оқытудың дәстүрлі және ғылыми жетілдірілген әдіс – амалдарын, құралдарын еркін меңгеретін, оқушылардың пәнге қызығушылығын арттыра отырып дарындылығын дамытудағы іздену-зерттеу бағытындағы тапсырмалар жүйесін ұсыну өмір талабы.

Орта мектепте математиканы оқытудың білімділік мақсаты барлық оқушыларды математика ғылымының негізі болатын білімдер жүйесімен және ол білімдерді саналы түрде шығармашылықпен қолдана алудың іскерлігі мен дағдыларын берік қалыптастыру мен ой-өрісін дамыту болып табылады.

Жаңа технологиялар арқылы жас ұрпаққа сапалы білім мен ұлағатты тәрбие беру, өміріне жолдама алуына барлық жағдай жасау үшін білім беру ісін әлеуметтендірудің маңызы зор. «Қазақстан Республикасында 2015 жылға дейінгі білім беруді дамыту тұжырымдамасы» білімді өз бетімен ала алатын және оны өмірдің түрлі жағдайларында қолдана білетін жеке тұлғаның қалыптасуын қамтамасыз ететін оқытудың жаңарған технологияларына көшу талабын қойып отыр. Осыған байланысты оқытудың қазіргі заманауи технологиясы ақпараттандыру технологиясын сабақта тиімді қолдану қажеттілігі туындап отыр.

Математика пәнінің оқытушысы ретінде мен өз сабағымда компьютерді тиімді қолдануға тырысамын. Математика пәні – күрделі пәндердің бірі. Оны оқушы сабақта зейін қойып тыңдамаса, қызығушылығы болмаса, жақсы нәтижелерге қол жеткізу оңай емес. Қызығушылық болмаған жерде оқушылардың өзіндік ізденісі де төмендейтіні белгілі. Ал, ақпараттық технологиялар – баланың өз бетінше ізденіп, шешім қабылдауына көмектеседі, басқа қарапайым технологиялық оқу құралдарына қарағанда оқушыларға жоғары сапалы білім беріп қана қоймай, сонымен қатар, оқушылардың интеллектуалды, шығармашылық қабілеттерін де дамытуға игі әсерін тигізеді.

Мультимедиалық презентацияны математика сабақтарында жиі қолдану сабақтың сапасын елеулі түрде арттыратыны сөзсіз. Мультимедиа мотивацияның, коммуникативті қабілеттерінің дамуына мүмкіндік береді, дағды қалыптастыруға, білім қорының толығуына, сондай-ақ ақпараттық сауаттылықтың дамуына мүмкіндік туғызады. Математика сабақтарында слайдтардың көмегімен мысалдарды, есептерді тақтада көрсетуге, ауызша есептеу тізбегін құрастыруға, математикалық сергіту сәттерін ұйымдастыруға, бақылау, тест жұмыстарын жазған кезде оқушының білімін тексеруге болады. Мұндай сабақ уақытында сыныптағы қарым-қатынас жақсарады. Тапсырманы оқушылар өз сөздерімен түсіндіріп, компьютер алдындағы қорқыныш жойылады, аса күрделі тапсырмаларды қызығушылықпен орындауға тырысады. Практикалық тапсырмаларды орындағанда өзін-өзі бақылау қалыптасады.

Математика сабағында мультимедиалық презентацияларды сабақтың барлық кезеңдерінде: пән бойынша негізі білімді игеру, игерілген білімді жүйелеу, өзін-өзі бақылау дағдыларын құру, толық немесе нақты бір пәнге оқыту қабілетін құру, оқу материалындағы өзіндік жұмыста оқушыларға оқу-әдістемелік көмек көрсету кезінде қолдануға болады. Мультимедиалық презентация практика кезінде оқушыларға сабақ беруде бірден-бір көмекші құрал. Әдіскер ретінде математиканы оқыту әдістемесі сабақтарында студенттермен мультимедиалық презентацияның ерекшеліктерін, артықшылықтарын, қолдану кезінде кездескен қиыншылықтарды талқылаймыз. Осындай сабақтардың оқушыға әсері қандай? Нәтижесін анықтау үшін, маман ретінде шеберлігін арттыру мақсатында әр семестрде студенттердің арасында сараптамалық шығармашылық топ құрылып, рейтинг парақтары толтырылады. Онда мультимедиалық презентацияларды пайдаланып құрылған сабақ жоспарлары, білімді игеру деңгейі тексеріліп, жиналған балл бойынша болашақ маманның құзіреттілігі анықталады, қорытынды жасалады. Мультимедиалық презентациялар арқылы сабақ жоспарларын құрастырған кезде студенттер бірқатар төмендегідей:

- презентация жасағанда сөздер саны неғұрлым аз болу керек;
- тақырыбы нақты және үлкен шрифтпен жазылуы шарт;
- слайдқа анықтамалар, терминдер, сөздер жазылуы керек;
- фон, сызықтар көзге кері әсер етпейтіндей болу керек;
- бір презентация көруге 2-3 мин. кем уақыт болмау керек, өйткені оқушылар назарын экранға аударып, түсіну керек;
- презентациямен қатар жүріп отыратын дыбыс қатты, оқушыны шаршататындай болмау керек сияқты негізгі талаптарды есте сақтау жөнінде үнемі нұсқау алып отырады.

Компьютер оқыту үрдісінің барлық кезеңдерінде қолданылады: жаңа материалдарды түсіндіргенде, бекіткенде, қайталағанда, білімін, іскерлігін және дағдыларын бақылағанда. Оқытушыға оқушылардың әрқайсысының жұмыстарын бақылауға, басқа оқушыларға кедергі келтірмей үлгерімі төмен оқушылармен жеке жұмыс жүргізуге болады. Сабақтан тыс уақытта оқытушы компьютер жадына сақталған оқушылардың жұмыстарын саралап, талдау жасау арқылы олардың тақырыпты қаншалықты меңгергенін анықтауға, сол арқылы бағалай алады.

Әр сабақта компютерлік технология арқылы барынша толық жұмыс істеу оқытушыдан шеберлікті, іскерлікті, өте жоғары ұйымдастырушылықты қажет етеді.

Математика сабағында компьютерді, мультимедиялық және электронды оқулықтарды және интерактивті тақтамен презентацияны бірге қолданған сабақтарым өте нәтижелі өтуде.

Оқушыларды сырттай мемлекеттік бақылауларға, ұлттық бірыңғай тестілеуге дайындауда пән мұғалімі математика пәніне деген өзінің көз қарасын түсіндіріп жеткізуі және математиканы санақ жүйесі немесе қандайда-бір өлшеуші құрал ретінде ғана қарастырмай, біріншіден ғылым екендігін түсіндіріп, ал екіншіден кез келген оқушы жігерлік танытып, бар күш-қайратын салып талаптанса ғана меңгеретіндігі туралы бойларына сезім тудыру қазіргі кезеңдегі мектептің ең күрделі психологиялық мақсаты деп білу өте орынды. Математика арқылы оқушыға мұғалім күнделікті іс-әрекетін ғылыми стильмен жеткізу, оларды адамгершілікке, өз-өзіне сын көзімен қарауға, сонымен қатар, жауапкершілік пен адалдыққа бейімдейді. Бұл қасиеттерді бойына сіңірген оқушы келешекте қиындыққа және уақытша психологиялық қолайсыздыққа төзімді болады. Жаңа технология-мұғалімнің мүмкіндігін қуаттандыратын құрал. Ақпараттық-коммуникациялық технологияны сабақ барысында қолдану оқушылардың пәнге деген қызығушылығын арттырады және оның бірнеше артықшылықтары бар. Осы артықшылықтарды сабақ беру барысында да, сабақ нәтижелерінен де көруге болады.

Жоғары оқу орнында болашақ математика мұғалімдерін мектепте тәрбие жұмысына даярлауда «Математиканың тарихы мен әдіснамасы» пәнінің орны ерекше. «Математиканың тарихы мен әдіснамасы» пәні, оның әдіснамалық негіздері жоғары оқу орнында математика мұғалімін кәсіби даярлаудың басты бөлігін құрайды. Пәннің тарихы мен әдіснамасын оқып-үйрену негізгі математикалық ұғымдарды қалыптастыру жолын, әсіресе математиканың өзінің мәнін түсінуге жол ашады.

Пәнді оқып-уйренудің мақсаты мен міндеттері – студенттердің математика ғылымы мен оның әдіснамасының даму тарихы жөніндегі білігін қалыптастыру, болашақ математика мұғалімдеріне математикалық білімнің даму тарихы жөнінде білім беріп, оны келешек кәсіптік педагогикалық қызметімен байланыстыруға дағдыландыру.

Курсты аяқтағанда студенттер математиканың даму кезеңдерін, математиканың негізгі ұғымдары мен терминдерін біліп шығады; тарихи фактылар мен мағлұматтарды болашақ кәсіптік іс-әрекетінде пайдалана алу білігін меңгереді. Болашақ математика мұғалімін мектепте математиканы оқыту процесінде оқушылардың дүниетанымын қалыптастыру мақсатында соңғы үш жылдан бері 3-курста (6-семестрде) «Математика сабағында тарихи мағлұматтарды пайдалану» атты арнайы курсты оқу жоспарына енгіздік. Бұл курс «Математиканы оқытудың теориясы мен әдістемесі» курсының басталуымен үйлестіріліп енгізілген. Оған бөлінген кредит саны-3, барлық аудиториялық сағат саны — 90, оның 30-ы лекцияға, 15-і практикалық сабақтарға, ал студенттердің оқытушымен орындайтын өзіндік жұмыстарына — 45 сағат, өзбетімен орындайтын жұмыстарына – 45 сағат бөлінген.

Аталған арнайы курста бір семестрде 9 тақырыпты қарастыру жоспарланған. Пәнді оқып-үйренудің мақсаты мен міндеттері – болашақ математика мұғалімдерінің математика сабақтарында және сабақтан тыс жұмыстарда тарихи материалдарды қолдану білігін қалыптастыру, математикалық білімнің дамуы жөніндегі тарихи мағлұматтарды математиканы оқыту процесінде тиімді пайдалану.

Арнайы курс мазмұнында жалпы білім беретін орта мектеп математика бағдарламасында қарастырылатын математикалық ұғымдардың шығу және даму тарихы баяндалған, олар әрбір сынып бойынша жіктелген. Бұл оқылатын материалдың жүйелілігі мен сабақтастығын қамтамасыз етеді.

«Математика сабағында тарихи мағлұматтарды пайдалану» атты арнайы курсты оқып-үйрену болашақ математика мұғалімінің кәсіптік педагогикалық қызметінде оқушылардың дүниетанымдық көзқарасын қалыптастыру ісіне оң әсерін тигізетіндігін бірнеше жылғы тәжірибе көрсетіп отыр.

Осы пәндерді оқып-үйрену нәтижесінде болашақ математика мұғалімі оқушыларға ғылым, оның ішінде математика дүниені өзгертуге ықпал ететін, практикаға көмектесетін аса үлкен күш екендігін саналы түрде түсіндіре алады.

Библиографиялық тізім

1 Коменский Я.А. Великая дидактика. –Избр. Пед. соч. М., 1982.

2 Дистервег А. Руководство к образованию немецких учителей. –Избр.. пед. произвед. М., 1956.

3 Добролюбов Н.А. О значении авторитета в воспитании. (Мысли по поводу «Вопросов жизни» г. Пирогова). –Избр. Пед. соч. М., 1952.

4 Абдуллина О.А. Общепедагогическая подготовка учителя в системе высшего педагогического образования:Учеб. Пособие для студентов пед. ин-тов. –М.: Просвещение, 1984.

САНДАР ҰҒЫМЫ ҚАЛЫПТАСУЫНЫҢ ПРАКТИКАЛЫҚ ЖӘНЕ ТЕОРИЯЛЫҚ АЛҒЫШАРТТАРЫ

Абубакирова А.Ж.
Шымкент университеті

Аннотация

Сандар туралы ғылым – арифметика. Арифметика ұғымы гректің «арифмос» (arifmos) – сөзінен шығып «сан» дегенді білдіреді. Арифметикада сандардың қарапайым қасиеттері мен есептеу ережелері қарастырылады. Ал, сандардың терең де күрделі қасиеттері сандар теориясында оқып-үйретіледі және алгебрамен араласып кетеді. Сондықтан арифметика мен алгебраның арасында нақты шегара жоқ.

К.Гаусс математикадағы санның маңызын зерттей келе «арифметика – математика патшайымы», – деп атаған. Бұл да арифметиканың негізгі ұғымы сан екендігін дәлелдесе керек. Демек, сан ұғымының қалай, қашан, қайда пайда болғанын ашу оған түсінік беру – ғылыми әдіснамалық үлкен мәселенің бірі.

XIX ғасырға дейін математика тарихы жөнінде ғылым таратушы автор-лардың кәсібі сандар мен сандарға амалдар қолдану әрекетін құдайлар немесе кемеңгер философтар шығарған деп түсіндіріп келді. Өткен ғасырдағы ең мықты алгебрашылардың бірі Кронекер «бүтін сандарды құдай жасады, қалған дүниені адам жасады»,– дегені мәлім. Ескі аңыздарда сандарды біресе Пифагор, біресе Прометей немесе басқа бір пайғамбар шығарыпты – мыс, деген тұжырымдар көп ұшырасады. Бұлардың барлығы, әрине, ғылыми шындыққа келмейтін жалаң қорытындылар.

Шындығында, арифметиканың өзі айрықша ғылым болып бертінде қалыптасқанмен, оның басты ұғымы – сан ұғымы өте ертеде, адамзат жазу, сызуды білмеген заманда пайда болған.

Алғашқы қауым адамдарды санауды білмеген. Олар біріккен екі немесе үш нәрсенің қосындысын бірінен-екіншісін ажырата білген. Ал, одан көп жиынды «көп» деген ұғыммен түсіндірген. Уақыт өтуіне қарай «үш», «төрт», «бес», «алты», «жеті» сандарын анықтайтын сөздер пайда болған. Содан кейінгі санды «көп» ұғымымен анықталған. Осыдан бастап, соңғы жетімен байланысты мақалдар, ырымдар пайда болған. («жеті рет өлшеп, бір рет кес», «жеті қабат жер асты», т.с.с.).

Адам баласының ең бірінші қолдана білген математикалық амалы санау болды. Тіпті аз ғана санды билетін жабайы тайпалардың өзі көп нәрседен тұратын жиындарды санауға дейін әрекет жасаған. Бұл жағынан қарағанда адам саннан бұрын-ақ «санауды», «түгендеуді» білген деуге болады. Қайта осы санау, түгендеу әрекеттері негізінде сан ұғымы туады, біртіндеп кеңейеді. Ежелгі қазақтар төрт түлік малдарын санамай түгендеуі осының нақты мысалы. Ел ауызындағы «түгендеймін санамай» деген сөз тіркесі осыны аңғартады. Осы сияқты олар кейде бір қора қойдың өзін жасына қарай бөліп, әрбір төлді бөлек-бөлек түстеп түгендейтін болған. Бұл, әрине, өте ерте кездегі санау тәртібінен қалған сарқыншақтар.

Түстеп-түгендеу жас балалар әрекетінде де ұшырасады. Мәселен, 2-3 жастағы жас сәби ойыншықтарының түгел, түгел еместігін түсіне қарай біле алады.

Осылай түстеп түгендеу кезінде санауға тиісті нәрселер жиынының (иттер тобы, түйелер келесі немесе бір қора қой, ойыншықтар т.б.) ерекше бір қасиеті ретінде танылады. Ол қасиет біріншіден, осы жиынның бүтіндігін, тұтасты-ғын, екіншіден, сол нәрселерден құралған басқа жиындармен салыстырғанда аз-көптігін білдіреді.

Алайда, көз мөлшермен санау практикасы адам баласының мұқтаждығын аса қанағаттандыра алмаған. Түстеп санау арқылы түгенделетін заттың көп-аздығы, бары-жоғы ажыратылмағанмен, санмен келтірілген басқа негізгі міндеттері (мәселен, «мен 20 қоян әкелдім»дегенді білдіру сияқты) орындау мүмкін болмады. Мұндай жағдайда адамдар саусақпен санауға ұмытлған. Торрес бұғазының батыс жағалауын мекендейтін кейбір австралиялық жабайы тайпалар адамның дене мүшелері арқылы 33-ке дейінгі санды өрнектей алады екен. Егер саналатын заттар 33-тен асып кетсе, олар таяқшаларды пайдаланады. Ертеде қойшылар таяқтарына баққан қойының санына сай келетін кертікшелер белгілеуі арқылы қойының есеп-қисабын алып отырған.

Бұл қарсаңда да сан тең мөлшерлі жиындардың бәріне ортақ, тұрақты қасиетін көрсететін ерекше математикалық ұғым болып қалыптаса қоймады. Мұнда тек бір жиындағы нәрселер сондай мөлшерлі басқа бір жиынмен ауыстырылды. Мысалы, қорадағы қой саны мен таяқтағы кертік саны мөлшерлес.

Санмен санаудың дамуында тағы да бір нәрсе – тең мөлшерлі жиындар, топтар ішінен айрықша біреуін сайлап алу. Мәселен, белгілі бір топта бес нәрсенің барын білдіру үшін бір қолдың саусақтарын көрсету жеткілікті болған. Бұл жерде қол саусақтарының жиыны ерекше жиын түрінде қарастырылып, осыған тең мөлшердегі басқа жиындар мөлшерін анықтау негізге алынған. Бір топтың сан мөлшерін екінші топтың сан мөлшерімен салыстырып, санау практикасы сан ұғымының қалыптасуындағы басты факторлардың біріне айналады. Санау әрекеттеріндегі осы беталыстың, бағыттың біртіндеп дамуы нәтижесінде өзара тең мөлшерлі жиындардың ортақ, орнықты мөлшерлік қасиеті ретінде біртіндеп натурал сандар ұғымы қалыптаса бастады.

Сан ұғымы баяу дамыды, сандар шекарасы біртіндеп кеңіді. Тілінде тек бір мен екі сандары ғана бар жабайы тайпалар қазірдің өзінде ішінара кездесіп қалады. Әлгінде айтылған Торрес бұғазының тайпалары 1-ді урапун, 2-ні оказа, 3-ті оказа – урапун, 4-оказа-оказа, 5-оказа-оказа-урапун, 6-оказа оказа – оказа деп санаған, одан артық сандарды «көп», «сан жетпес» дейді екен. Осындай сандардың белгілі бір шекарасы баяғыда әр халықта да болған. Мысалы, біраз елдерде жеті саны ең үлкен сан болғандығын көрсететін көптеген сөз тіркестері бар: «соқа айдаған біреу, қасық ұстаған жетеу», «жеті су» т.с.с.

Осы сияқты қазақ тілінде де 40 саны бір кезде сандар шекарасы болғанын сипаттайтын сөздер көп кездеседі, «40 уәзір», «30 күн ойын, 40 күн тойы», «Қырық құрақ, қырық жамау», «40 жыл қырғын болса да, ажалды өледі» т.б.

Ф. Энгельс өзінің «Табиғат диалектикасы» еңбегінде былай деп жазды: «Барлық басқа ғылымдар сияқты математика да адамдардың практикалық мұқтаждықтарынан, жер учаскелерінің ауданы мен ыдыстардың сиымдылы-ғын өлшеуден, уақытты есептеуден және механикадан шықты…. Сан және фигура ұғымдары, басқа ешқандай емес, тек шындық дүниеден алынған. Адамдардың санауға үйренген, яғни алғашқы арифметикалық есепті шығаруға үйренген он саусағын не десеңіз о деңіз, тек әйтеуір ол ақыл-ойдың еркін шығармашылық жемісі емес. Санау үшін саналуға тиісті нәрселердің болуы ғана емес, сонымен бірге бұл нәрселерге көз жібергенде, олардың санынан басқа қасиеттеріне алаңдамайтын қабілет те болуы керек; ал ол қабілет тәжірибеге сүйенген ұзақ тарихи дамудың нәтижесі».

Математиканың бастапқы мағлұматтары азды-көпті барлық халықта болды деп айтуға болады.

Мәселен, көне түркі халықтарында (бұған қазақтар да кіреді) біздің заманымыздың бас кезінде кемел санау жүйесі болғанын көрсететін жазба ескерткіштер бар (мысалы, Күлтегін ескерткішіндегі жазбалар). Мұнда Ай, Күн және басқа аспан шырақтарының аты аталып, 100 мыңға дейін сан келтіріледі. Қазақтың жұмбақ есептерінде көптеген терең математикалық астарлар жатыр. Мәселен, бір саулығым он жылда қанша бас қой болады деген есеп геометриялық прогрессияға келеді ($1+2+2^2+2^3+2^4+...+2^9$). Ал «Тоғыз құмалақ» ойыны тұнып тұрған математикалық талдаулар екені айқындалып отыр. Оның негізгі – комбинаторикалық есептеулерде жатыр.

Ежелгі Мысырда қазір де қолданылып жүрген позициялық емес рим нөмірлеуіне ұқсас келетін иероглифтік ондық жүйе қолданылған. Олар қазіргіше айтқанда $10^k\left(r-0,1,2,...,7\right)$ түріндегі түйінді сандарды таңбалау үшін айрықша иероглифтік таңбалар енгізіп бас сандарды солар арқылы кескіндеген.

Мысырлықтар бірді – 1 (таяқша), онды – П (кісен), жүзді (өлшеуіш жіп), мыңды - $\frac{0}{0}$ (гүл жапырақ) деп белгіленген. Осы сияқты он мың, жүз мың, миллион үшін де арнаулы белгілерді пайдаланған. Мысалы, 2344-ті мысыр-лықтар былай жазады: $\frac{0}{0}\ \frac{0}{0}\ \frac{0}{0}$ СССПППП$\|\ \|$. Иероглифтер арқылы таңбалау жүйесі біртіндеп өзгеріске ұшырап, үнемі жетілдіріп отырылған.

Мысырлықтар төрт амалды бүтін сандарға да, бөлшек сандарға да бірдей қолдана білген. Олардың қосу, азайту қазіргі біздің қосу, азайтуымызға өте ұқсас келеді. Ал көбейтуі мен бөлуінде үлкен айырмашылық бар. Олардың көбейтуі екі сатыдан тұрады: екі еселеу және қосу.

Вавилон математикасы жөніндегі негізгі деректерді біз олардан мирас болып қалған сына жазуларды талдау арқылы білеміз. Өткен ғасырда ежелгі ассирия патшасы Ашшурбанипалдың кітапханасы табылды. Бұл кітапхана вавилондықтардың мәдени өмірінің түйінді буыны болғандығын көрсетеді. Мұнда біздің заманымыздан бұрын 2000-3000 жылдар шамасында күйдірілген қыш табақшаларындағы жұмбақ белгілер, яғни бүкіл жазудың шығуына негіз болған жиырма мың сына жазуы қалған. Олардың бірсыпыра математикаға арналған.

Ертедегі Мысыр еліндегі сияқты Вавилон мемлекетінде де «жазғыштар» немесе «көшірмешілер» дайындайтын оқу орындары көптеп ашылған. Вавилонда «Кесте үйі» деп аталатын осындай мектептерде оқу, жазу, есептеу өнерлерін үйретуге үлкен мән берілген. Мұнда сабақ өтудің негізгі әдісі – жаттау әдісі болған. Бізге жеткен сына жазулардағы математика сол кездегі оқушыларға арналса керек.

Математика тарихшылары ғылым, әсіресе, математика тарихы үшін осы бір аса маңызды бұл құжаттарды аударып, жарыққа шығарды.

Вавилондықтар санаудың алпыстық жүйесін қолданған. Бұл жүйе бойынша барлық оң бүтін және бөлшек сандар сына тәріздес екі таңбаның жәрдемімен өрнектелетін болған, бір үшін ∇, ал он үшін $\triangleleft$ таңбасы қолданылған. Мысалы, 21 – $\triangleleft\triangleleft\nabla$, 35– $\triangleleft\triangleleft\triangleleft\begin{matrix}\nabla & \nabla & \nabla \\ \nabla & \nabla & \nabla\end{matrix}$.

Вавилондықтардың таңбалау жүйесінің ерекшелігі – ол бір таңба арқылы көптеген сандарды өрнектеуге мүмкіндік береді. Сан алпысқа дейін негізгі ондық принциппен жазылады да, алпыстан бастап құрт өзгеретін болған. Атап айтқанда, $60, 60^2,\ldots 60^n$ үшін қайтадан алпыстық жүйе бойынша кескіндеген. Мысалы, Δ таңбасы $\frac{1}{60},\frac{1}{60^2},...,\frac{1}{60^n}$ бөлшектерін де бейнелейді. Сондықтан да таңбаланған санның дәл қандай санды көрсететіні есептің мағынасына қарай ажыратылатын болған.

Мұндай санау жүйесін позициялық жүйе деп атайды. Біздің осы күнгі күнделікті қолданып жүрген нөмірлеуіміз де позициялық жүйе деп аталады, бірақ ол – алпыстық емес, ондық жүйе.

Вавилондықтардың бұл санау жүйесінің басты бір кемшілігі – мұнда бос разрядты көрсететін таңбаның жоқтығы. Кейіннен грек астрономдары (Птолемей т.б.) алпыстық позициялық жүйені барынша жетілдіріп, олар бос разрядтың орнына жаппай о таңбасын пайдалануды енгізеді.

Вавилондықтардың позициялық санау жүйесін жасауы жалпы мәдениет тарихы үшін баға жетпес зор еңбек болды. Осыдан бастап, әрбір сан үшін арнайы таңбалау қажеттігі болмай, кез келген санды белгілі бір таңдап алынған таңбалардың орнын ауыстыру арқылы өрнектеуге мүмкіндік туды. Бұл мысырлықтардың сандарды иероглифтік таңбалау тәсілінен әлдеқайда ыңғайлы да тиімді болды. Сондықтан да Вавилон математиктері алгебралық-арифметикалық есептеулер жөнінде өздерінің мысырлық әріптестерінен көш ілгері кетеді.

Санаудың алпыстық жүйесін кейіннен грек оқымыстылары қабылдады, олар арқылы бізге келіп жетті. Уақыт және бұрышты өлшеу практикасында, атап айтқанда, 1 градусты – 60 минут, бір минутта 60 секунд деген сияқты-ларды біз күні бүгінге дейін сол вавилондықтардан пайдаланып келеміз.

Санау жүйелерінің ішіндегі тарихи жағынан ең алғашқысы және ең қарапайымы – екілік жүйе. Қазір жаппай қолданылып жүрген санаудың позициялық ондық жүйесі, яғни он цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, арқылы кез келген сандық өрнек жүйесі бізге көне үнді жұртынан мирас болып қалған.

Сан ұғымының қалыптасуымен қатар сандарға төрт амал қолдану әрекеті туып жетілді. Сан ұғымы ендігі жерде бөлшек сан түрінде дамыды. Бөлшектер бүтін оң сандар сияқты күнделікті тұрмыс қажеттілігінен шыққан. Түрліше ұзындық, аудан, көлем, уақыт тағы басқа сондай шамаларды өлшеу барысында олар есептеу практикасында қолданыс тапты.

Сандар цифрлар арқылы жазылатындығы белгілі. Цифр – санды кескіндейтін жазу таңбасы. Цифр сөзі ескі латын сөзі «cifra» және араб сөзі «сифр» сөздерінен алынып, «нөл» немесе «бос» деген мағынаны білдіреді. Арабтар осы сөзбен сандағы разрядтың жоқ екендігін білдірген.

Алғашқы цифрлар қарапайым «таяқшалармен» жазылды. Бір «таяқша» – бірді, екі «таяқша» – екіні, т.с.с. Бірақ, ол біртіндеп келе қолдануға ыңғайлы болды, сондықтан ол жетілідіріп отырылды.

Цифрлар арқылы сандарды жазып-өрнектеу номерациялау жүйесі болып табылады. Номерациялау жүйесі көптеген халықтарда болған.

Сандардың кейбіреулеріне тоқталамыз.

1. Ескі гректік номерация. Грек номерациясы аттикалық жүйе деп аталады, себебі ол Грекияның Аттика аймағынан шыққан. Оның авторы Фалес делінеді. Аттикалық номерацияда жеке сандар, ол сандардың атауының бірінші әріпімен белгіленеді. Мысалы (1-сурет),

5-пенто, 10 – дека,
1000 – хилиой, 10000 – мириой,
т.с.с.

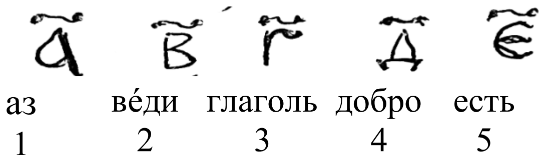
П	**Δ**	**Н**	**Х**	**М**	$\boxed{\Delta}$	$\boxed{\mathrm{H}}$	$\boxed{\mathrm{X}}$
5	10	100	1000	10000	50	500	5000

1-сурет

Сонда; 50 дегеніміз 5 ондық (суретке қара), 500 дегеніміз 5 жүздік, т.с.с. Сондай-ақ гректерде ионийлік номерация да кең қолданылған.

2. Славяндық номерация. Славяндық номерация сандар әріптермен кескінделіп, үстіне ерекше таңба (титло) қойылады. Бұл жағынан ол грек-тердің ионийлік номерациясына ұқсас келеді (2-сурет).

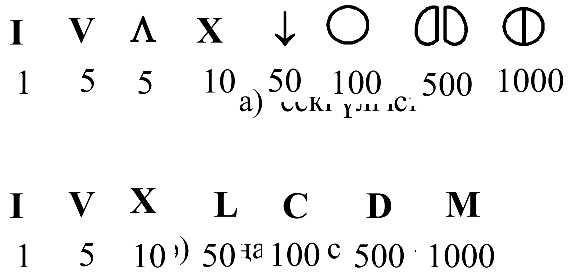
Үлкен сандарды жазу үшін әріптің сыртын түрлі қоршаулар-ды қолданған. Басқа елдерде мұндай әдіс жоқ.



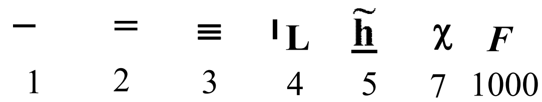
2-сурет

3. Римдік номерация. Римдік номерация қазіргі тұрқына келуі үшін ұзақ түзетулерден өтті.

3-суретте тиімдік номерация-ның а) ескі, ал ә) жаңа үлгілері көрсетілген. Мысалы, 1624 саны былай жазылады: M D C X X I V.

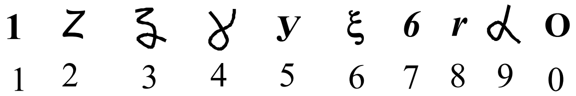


4. Қытай номерациясы. Қытай цифрлары қытайдың иеро-глифтеріне ұқсас келеді (4-сурет).



4-сурет

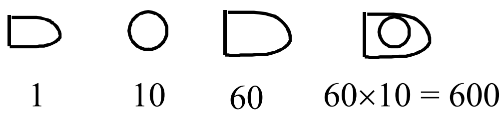
5. Индиялық номерация. Индиялық номерация қазіргі кез-дегі номерацияға келгенге дейін үлкен өзгерістерге ұшырады.



5-сурет

5-суретте IX ғасырдағы номерация көрсетілген.

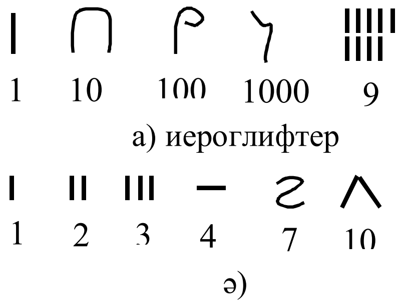
6. Вавилондық цифрлар. Вавилондық цифрлар б.э.д. 4-ші мыңжылдығында пайда болған. Ол шумерлік және вавилондық номерациялар деп бөлінеді.



6-сурет

6-суретте шумерлік номерация үлгісі көрсетілген.

7. Египеттік цифрлар. Египеттік цифрлар вавилондық цифрлармен қатар пайда болған. Олар папирустарда жазы-лып қалдырылған. Жазу және сандарды белгілеу үш сатыдан өткен: пиктографтар (иероглифтер), иеративтер және демотив- тер. 7-суретте египеттік цифрлар көрсетіл-ген. Мұндағы: а) иероглифтер, ә) иератив-тер. Осы цифрларды пайдаланып папирус-тарда көптеген арифметикалық есептер қалдырған.



7-сурет

Сондай-ақ, майялар, перуандар, грузиндер, армяндар, вавилондық, араб-тық номерациялар болған.

Жалпы, сандық таңбалардың шығуы о бастағы мистикалық санаға негізделген білімнен бастау алады деуге негіз бар. Мұның астарында ежелгі түріктік абыздық ілімнің сілемі жатыр. Әсіресе, цифрдың шығуында ежелгі имандық сенімге негізделген «даналық санамақ» бар деген түйсік санамызда самсап тұр.

Библиографиялық тізім

1. Глейзер Г.Н. История математики в школе. Пособие для учителей, в 3-х томах. – М., 1981-1983.
2. Көбесов А. Математика тарихы. – Алматы: Қазақ университеті, 1993.
3. Леффлер Е. Цифры и цифровые системы культурных народов в древности и в новое время. – М., 1913.
4. Башмакова И.Г., Юшкевич А.П. Происхождение систем счисления. В кн.: Энциклопедия элементарной математики. – Л., 1951.
5. Выгодский М.Я. Арифметика и алгебра в древнем мире. – М., 1967.
6. Бейсеков Ж., Рахымбек Д., Шарипов А. Орта мектепте математиканы оқыту әдістемесіне арналған оқу құралы. – Шымкент, 2003.

ФИГУРАЛАР АРАСЫНДАҒЫ МЕТРИКАЛЫҚ ҚАТЫСТАРДЫҢ МЕКТЕП ГЕОМЕТРИЯ КУРСЫНДАҒЫ БАЯНДАЛУ МАЗМҰНЫ

Ермекова Ж.Р.
Шымкент университеті, Шымкент қаласы

Аннотация

Планиметрия бөлімін оқытудың негізгі мақсаты жазықтықтағы фигуралардың негізгі элементтерімен қатар оның негізгі емес элементтерінің арасында сандық тәуелділіктерін анықтау. Егер планиметрия курсының мазмұнын - үшбұрыштар, дөңес төртбұрыштар мен көпбұрыштар құрайтын болса, онда олардың негізгі элементтері қабырғалары мен бұрыштары, ал негізгі емес элементтері – биіктігі, медианалары, биссектрисалары және үшбұрыштың орта сызықтары, төртбұрыштар мен көпбұрыштардың диагоналы, іштей және сырттай сызылған шеңбердің радиусы болып саналады.

Планиметрия курстарында шеңбер мен түзу сызықтар, кесінді және жанама кесінділер арасында сандық тәуелділіктер анықталады (хордалар және диаметрлер қиманың кесінділері болып табылады).

Планиметрия курсының осы бөлімін оқуға кірiскенде, сыныпта алдын-ала кіріспе әңгіме жүргізген тиімді, сол жерде оқушыларға бұрын өтілген курстан белгілі үшбұрыштың негізгі элементтері арасындағы үйлесімдерді еске түсіру керек.

Бұл қатынастардың бірі үшбұрыш элементтері арасындағы - бұрыштар арасындағы, кесінділер арасындағы, бұрыштар мен кесінділер арасындағы сандық тәуелділік немесе сан қатынастарды айтады, бұл тәуелділіктер формула түрінде жазылып, бір элементтің сандық мәнін анықтау мүмкіндігін береді, осы формулаға кіретін басқа да элементтердің мәні белгілі болады.

Бұрыштар арасындағы тәуелділіктер:

1) $\angle A+\angle B+\angle C=180^0$;

2) $\angle 1+\angle 2+\angle 3=360^0$ (үшбұрыштың сыртқы бұрыштарының қосындысы);

3) $\angle 1=\angle B+\angle C$ (үшбұрыштың сыртқы бұрышы оған сыбайлас емес, оның ішкі екі бұрышының қосындысына тең).

Сызықты элементтер арасындағы тәуелділіктер:

4) $m_c=\frac{1}{2}c=R$ (гипотенузаға түсірілген медиана гипотенузаның жартысы сырттай сызылған шеңбердің радиусына тең).

Бұрыштар мен қабырғалар арасындағы тәуелділіктер:

5) тік бұрышты үшбұрышта $\angle A=30^0$ болса, онда $a=\frac{1}{2}c$.

6) $\angle 1 > \angle B$ және $\angle 1 > \angle C$ (үшбұрыштың сыртқы бұрышы оның сыбайлас емес ішкі бұрышынан үлкен);

Қабырғалар мен бұрыштар арасындағы тәуелділіктер:

1) егер $\angle A = \angle B$ болса, онда $BC=AC$ және егер $BC=AC$ болса, онда $\angle A = \angle B$;

2) егер $\angle A > \angle B$ болса, онда $BC>AC$ және егер $BC>AC$ болса, онда $\angle A > \angle B$.

Келесі материалдың оқыту тәртібі мектеп практикасында әрдайым бағдарламаға сай келе бермейді; ол геометрия оқулықтарында әр түрлі орналасқан.

Мысалы, бағдарламада фигуралардың ұқсастығынан кейін Пифагор теоремасы, кейін сүйір бұрыштың тригонометриялық функциясы және үшбұрыш пен шеңбердің метрикалық қатынасы тұрады. А.П.Киселевтің оқулығында "Фигуралардың ұқсастығы" тақырыбынан кейін пропорционалды кесінділер түсінігі, метрикалық қатынас содан кейін сүйір бұрыштың тригонометриялық функциясы тақырыбы тұрады. Н.А.Глаголевтің оқулығында "Гомотетия және ұқсастық" тақырыбынан кейін сүйір бұрыштың тригонометриялық функция тақырыбы қарастырылады, ал кейін - үшбұрыш пен шеңбердің метрикалық қатынасы. А.В. Погореловтың оқулығында "Негізгі тригонометриялық тепе-теңдіктер" тақырыбынан кейін сүйір бұрыштың тригонометриялық функциясы тақырыбы қарастырылады.

Осы себептен соңғы тәртіпті мақсатқа сай деп табуға болады. Бірақта, сүйір бұрыштың тригонометриялық функциясына программада 10-12 сағат берілген, бұл берілген уақыт өте аз, әсіресе ұқсас есептерді шығаруда қолданатын жаңа дағдылар үшін. Егерде осы тақырыпты бірінші орынға қойсақ, онда келесі программалық материалда сүйір бұрыштың тригонометриялық функциясын тек есептерді шығаруда емес, кейбір теориялық сұрақтарды оқытуда кеңінен қолдануға мүмкіндік береді (физика курсынан). Ұзақ мерзім ішінде жаңа материалды тыңғылықты меңгеруге мүмкіндік береді.

Курстың жалпылама түсінігі, метрикалық қатынасты оқытуға арналған, мазмұн төмендегідей:

1 Сүйір бұрыштың тригонометриялық функциясы және тік бұрышты үшбұрышты шешу.

2 Тік бұрышты үшбұрыштың сызықты элементтері арасындағы сандық тәуелділіктер.

3 Қиғаш бұрышты үшбұрыштың элементтерінің арасындағы сандық тәуелділіктер.

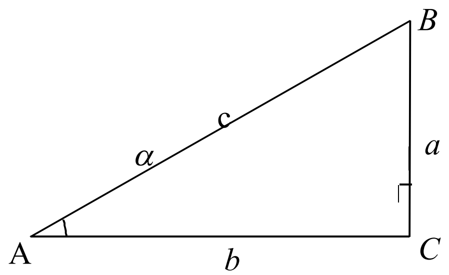
4 Параллелограмм элементтерінің арасындағы сандық тәуелділіктер.

5 Шеңбер кесінділерінің арасындағы сандық тәуелділіктер.

Бұл тақырып мектеп геометрия курсының Ә.Н.Шыныбеков 8 – сыныбында оқытылады.

Тік бұрышты үшбұрыштың сүйір бұрышының косинусы деп іргелес жатқан катеттің гипотенузаға қатынасын айтады. α бұрышының косинусы былай белгіленеді:

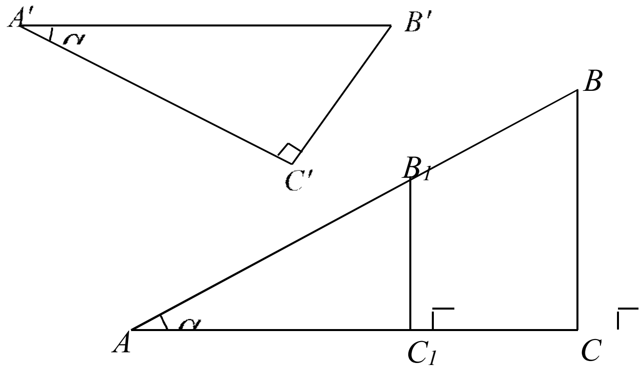
$$\cos\alpha = \frac{b}{c}. \qquad (1)$$



1-сурет

Теорема Бұрыштың косинусы тік бұрышты үшбұрыштың қалай орналасқаны мен оның өлшемдеріне тәуелді емес, тек бұрыштың градустық өлшеміне ғана тәуелді.

Дәлелдеуі ABC және $A'B'C'$ тік бұрышты үшбұрыштарының A және A' бұрыштары бірдей және α - ға тең болсын.



2-сурет

$A'B'C'$ үшбұрышына тең AB_1C_1 үшбұрышын саламыз. $AC \perp BC$, $AC \perp B_1C_1$ болғандықтан, $BC \parallel B_1C_1$ болады. Онда пропорционал кесінділердің қасиеті бойынша $\dfrac{AC_1}{AB_1} = \dfrac{AC}{AB}$. Салу бойынша $AC_1 = A'C'$, $AB_1 = A'B'$ болғандықтан, $\dfrac{A'C'}{A'B'} = \dfrac{AC}{AB}$ теңдігі орындалады. Теорема дәлелденді.

α бұрышының синусы деп осы бұрышқа қарсы жатқан катеттің гипотенузаға қатынасын айтады және оны былай белгілейді:

$$\sin\alpha = \frac{a}{c} \quad \text{немесе} \quad \sin\alpha = \frac{BC}{AB} \qquad (2)$$

α бұрышының тангенсі деп осы бұрыштың синусының сол бұрыштың косинусына қатынасын айтады:

$$tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \qquad (3)$$

α бұрышының котангенсі деп осы бұрыштың косинусының сол бұрыштың синусына қатынасын айтады:

$$ctg\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} \qquad (4)$$

(1), (2), (3) және (4) формулалардан төмендегідей қатынастарды аламыз:

$$tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{a}{c} : \frac{b}{c} = \frac{a}{b}, \qquad ctg\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{b}{c} : \frac{a}{c} = \frac{b}{a},$$

яғни, α бұрышының тангенсі осы бұрышқа қарсы жатқан катеттің іргелес жатқан катеттке қатынасына тең. Ал α бұрышының котангенсі осы бұрышқа іргелес жатқан катеттің қарсы жатқан катетке қатынасына тең:

$tg\alpha = \dfrac{a}{b}$, $ctg\alpha = \dfrac{b}{a}$, яғни α бұрышының тангенсі мен котангенсі өзара кері шамалар: $tg\alpha = \dfrac{1}{ctg\alpha}$.

Пифагор теоремасы бойынша $BC = \sqrt{AB^2 - AC^2}$. Осы теңдікті AB шамасына бөліп, $\dfrac{BC}{AB} = \dfrac{\sqrt{AB^2 - AC^2}}{AB} = \sqrt{1 - \left(\dfrac{AC}{AB}\right)^2}$ теңдігін аламыз. Онда $\sin\alpha = \sqrt{1 - \cos^2\alpha}$ және $tg\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$, $ctg\alpha = \dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$ формулаларынан бұрыштың синусы, тангенсі және котангенсі де, косинус сияқты, тек бұрыштың шамасына ғана тәуелді болатынын көреміз.

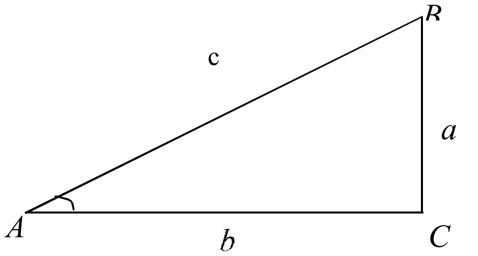
Қорыта келгенде, $\sin\alpha$, $\cos\alpha, tg\alpha$ және $ctg\alpha$ шамалары мен сүйір бұрышы α - ға тең тік бұрышты үшбұрыштарға байланысты төмендегідей ережелер алынады:

1 α бұрышына қарсы жатқан катет гипотенуза мен $\sin\alpha$ - ның көбейтіндісіне тең $a = c \cdot \sin\alpha$.

2 α бұрышына іргелес жатқан катет гипотенуза мен $\cos\alpha$ - ның көбейтіндісіне тең $b = c \cdot \cos\alpha$.

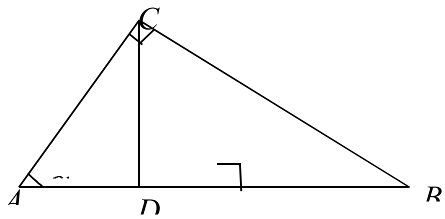
3 α бұрышына қарсы жатқан катет іргелес жатқан катет пен $tg\alpha$ - ның көбейтіндісіне тең $a = b \cdot tg\alpha$.

4 α бұрышына іргелес жатқан катет қарсы жатқан катет пен $ctg\alpha -$ ның көбейтіндісіне тең $b = a \cdot ctg\alpha$.



3-сурет

Мысал *ABC* тік бұрышты үшбұрышы берілген: $\angle C = 90^0$, *AB*=*c*, $\angle A = \alpha$.
Табу керек *AC, BC* катеттерін, *CD* биіктігін, *AD* және *BD*.



4-сурет

Шешуі $AC = AB\cos\alpha = c \cdot \cos\alpha$, $BC = AB\sin\alpha = c \cdot \sin\alpha$. *ACD, BCD*-тік бұрышты үшбұрыштар және $\angle BCD = \alpha$. Олай болса,

$$BD = BC \cdot \sin\alpha = c \cdot \sin^2\alpha$$

$$CD = AC \cdot \sin\alpha = c \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha ,$$

$$AD = AC \cdot \cos\alpha = c \cdot \cos^2\alpha .$$

Осы мысалдан $AD = c \cdot \cos^2\alpha$ және $BD = c \cdot \sin^2\alpha$ теңдіктері шығады. Онда $c = AD + BD = c \cdot \cos^2\alpha + c \cdot \sin^2\alpha = c\left(\cos^2\alpha + \sin^2\alpha\right)$. Соңғы теңдікті *c*-ға бөліп,

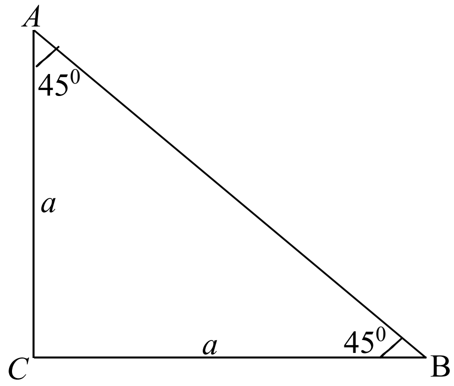
$\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$ теңдігін аламыз. Бұл теңдікті тригонометрияның негізгі теңбе-теңдігі деп аталады.

Теорема Кез келген α сүйір бұрышы үшін $\sin\left(90^0 - \alpha\right) = \cos\alpha$, $\cos\left(90^0 - \alpha\right) = \sin\alpha$ теңдіктері орындалады.

Дәлелдеуі *ABC* тік бұрышты үшбұрышы берілсін: $\angle C = 90^0$, $\angle A = \alpha$, $\angle B = 90^0 - \alpha$. Анықтама бойынша $\sin\alpha = \dfrac{BC}{AB}$, $\cos\alpha = \dfrac{AC}{AB}$, $\sin\left(90^0 - \alpha\right) = \dfrac{AC}{AB}$, $\cos\left(90^0 - \alpha\right) = \dfrac{BC}{AB}$.

Осы теңдіктердің екіншісі мен үшіншісін және біріншісі мен төртіншісін салыстырсақ, онда $\sin\left(90^0 - \alpha\right) = \cos\alpha$ және $\cos\left(90^0 - \alpha\right) = \sin\alpha$ теңдіктерін аламыз. Теорема дәлелденді.

1 $\alpha = 45^0$ бұрышын қарастырайық. $\angle A = 45^0$ болса, онда $\angle B = 45^0$ болады, яғни ABC – тең бүйірлі тік бұрышты үшбұрыш.



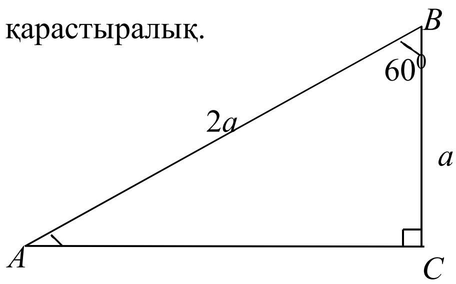
5-сурет

$AC=BC=a$ болсын. Пифагор теоремасы бойынша

$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2} \cdot a$, онда $\sin 45^0 = BC : AB = a : \sqrt{2} \cdot a = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$,

$\cos 45^0 = AC : AB = a : \sqrt{2} \cdot a = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$, $ctg 45^0 = 1, tg 45^0 = \sin 45^0 : \cos 45^0 = 1$.

2 $\alpha = 30^0$ бұрышын қарастыралық.



6-сурет

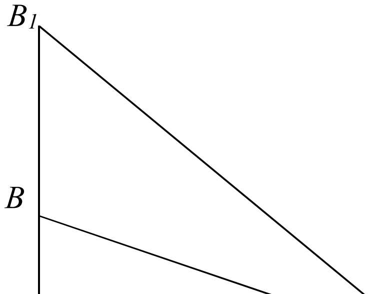
$\angle A = 30^0$, $BC=a$ болсын. 30° бұрышқа қарсы жатқан катет гипотенузаның жартысына тең: $AB=2a$. Пифагор теоремасы бойынша $AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{3} \cdot a$. Онда

$\sin 30^0 = BC : AB = a : 2a = \dfrac{1}{2}$, $\cos 30^0 = AC : AB = \sqrt{3}a : 2a = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$,

$tg 30^0 = \sin 30^0 : \cos 30^0 = \left(\dfrac{1}{2}\right) : \left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right) = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$, $ctg 30^0 = \left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right) : \left(\dfrac{1}{2}\right) = \sqrt{3}$.

Ал $60^0 = 90^0 - 30^0$ болғандықтан, $\sin 60^0 = \cos 30^0 = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos 60^0 = \sin 30^0 = \dfrac{1}{2}$,

$tg 60^0 = \sqrt{3}$, $ctg 60^0 = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$.



7-сурет

7-суреттен ABC тік бұрышты үшбұрышының x сүйір бұрышы өзгеретін болса, онда $\cos x, \sin x, tgx, ctgx$ -тін өзгеретінін көреміз. Шынында да, $x \prec x_1$ болсын. Онда $\cos x = AC : AB \succ AC : AB_1 = \cos x_1$, яғни x бұрышының шамасы өскен сайын *cosx* кеми түседі және $\cos x$-ті x айнымалысына тәуелді функция деп қарастыруға болады. Осы сияқты, x айнымалы болғанда $\sin x,\ tgx, ctgx$ шамаларын да функция деп қарастырамыз. Бұл функцияларды тригонометриялық функциялар деп атайды.

Библиографиялық тізім

1 Чичигин В.Г. Методика преподавания геометрии /Планиметрия/-М.: Учпедгиз 1959-392с.

2 Шыныбеков Ә.Н. Геометрия 8, Атамұра, 2004 Геометриядан мектеп оқулықтарына арналған әдістемелік құралдар

3 Жұбаев Қ. Геометрияны оқыту әдістемесі.-Алматы: РБК,1992

4 Интернет, www.coogle.kz

5 Әбілқасымова А.Е., Көбесов А.К., Рахымбек Д.Р., Кенеш Ә.С. «Математиканы оқытудың теориясы мен әдістемесі» Жоғары оқу орындарының студенттеріне арналған оқу құралы-Алматы, Білім, 1998- 208б.

АСИМПТОТАЛЫҚ ҚАТАРЛАРДЫ ТҰРҒЫЗУ

Ибрагимова В.
Шымкент университеті

Аннотация

Қарапайым алгебралық теңдеудің мысалында асимптоталық қатарды тұрғызу

Алдымен қарапайым квадраттық теңдеуді талдаудан бастап, алынған асимптоталық жіктелуді теңдеудің дәл шешімдерімен салыстырамыз.

ε -нің шамалы аз мәнінде, яғни $\varepsilon \to 0$ ұмтылғанда

$$x^2 - (3 + 2\varepsilon)x + 2 + \varepsilon = 0, \qquad (1)$$

түріндегі теңдеуді қарастырайық.

Егер $\varepsilon = 0$ болса, біз

$$x^2 - 3x + 2 = 0 \text{ немесе } (x - 2)(x - 1) = 0, \qquad (2)$$

теңдеуін аламыз, оның түбірлері $x^1 = 1; \quad x^2 = 2$ болады.

(1) теңдеуі *ауытқыған теңдеу*, ал (2) - теңдеуі *ауытқымаған немесе кемелденген теңдеу* деп аталынады. ε шамалы аз, әрі ақырлы болса, онда (1) теңдеуінің шешімдері $x^1 = 1; \quad x^2 = 2$ мәндерінен өте көп ерекшеленбейді.

Жуықтап шешудің алғашқы қадамы жіктеудің түрін таңдаудан тұрады. Біздің жағдайымызда ізделінді түбірлерді

$$x = x_0 + \varepsilon x_1 + \varepsilon^2 x_2 + ... \qquad (3)$$

түріндегі қатарға жіктеуге болады деп ұйғарайық. Мұндағы көпнүктелер ε -нің (n>2) дәрежесі бойынша қосылғыштарды алмастырады. Жоғарғы ретті мүшелерді есептеу ауқымды болғандықтан, көп жағдайда жіктеудің бір немесе екі мүшелерін ғана анықтайды.

Жоғарғы ретті мүшелерді есептеу техникаларының көмегімен анықтауға болатынын атап өтіп, біз жіктеудің бірнеше алғашқы мүшелерін қарастырумен шектелеміз:

x_0 – бірінші мүше, немесе нөлінші ретті мүше;

εx_1 – екінші мүше, немесе бірінші ретті мүше т.с.с.

Екінші қадам таңдалынып алынған жіктеуді берілген теңдеуге апарып қоюдан тұрады, яғни (3) өрнекті (1) теңдеуіне қоямыз:

$$(x_0+\varepsilon x_1+\varepsilon^2 x_2+...)^2-(3+2\varepsilon)(x_0+\varepsilon x_1+\varepsilon^2 x_1+...)+2+\varepsilon=0$$

Қарапайым түрлендірулерден кейін жіктеуге биномдық формуланы пайдаланып

$$x_0^2+2\varepsilon x_0 x_1+\varepsilon^2(2x_0x_2+x_1^2)-3x_0-\varepsilon(3x_1+2x_0)-\varepsilon^2(3x_2+2x_1)+2+\varepsilon+...=0$$

өрнегін аламыз. Бұдан

$$(x_0^2-3x_0+2)+\varepsilon(2x_0x_1-3x_1-2x_0+1)+\varepsilon^2(2x_0x_1+x_1^2-3x_2-2x_1)=0.$$

ε -нің бірдей дәрежедегі коэффициенттерін теңестірсек:

$$x_0^2-3x_0+2=0 \tag{4}$$

$$2x_0x_1-3x_1-2x_0+1=0 \tag{5}$$

$$2x_0x_2+x_1^2-3x_2-2x_1=0 \tag{6}$$

Ары қарай (4)-(6) теңдеулерін біртіндеп шешеміз.

Алдымен (4) теңдеуін қарастырып, x_0–ді анықтаймыз:

$$x_0^2-3x_0+2=0$$

теңдеуінің $x_0=1;2$ екі түбірлері болады:

x_0 - ді біле отырып, (5) теңдеуінен x_1 -ді таба аламыз, $x_0=1$ болғанда, $x_1+1=0$ немесе $x_1=-1$ x_0 мен x_1 -ді біле отырып, (6) теңдеуін шешуге болады.

$x_0=1; x_1=-1$, болғанда $x_2-3=0$ немесе $x_2=3$. Ал $x_0=2$ болса, (5) теңдеуінен x_1-ді таба аламыз:

$x_1+3=0$ немесе $x_1=3$,

ал (6) теңдеуінен $x_2+3=0$ немесе $x_2=-3$.

Есептелген x_0, x_1, x_2 мәндерін (3) өрнегіне апарып қояамыз.

$x_0=1; x_1=-1; x_2=3$ болғанда $x^{(1)}=1-\varepsilon+3\varepsilon^2+...,$

ал $x_0=2; x_1=3; x_2=-3$ болғанда

$$x^{(2)}=2+3\varepsilon+3\varepsilon^2+....$$

Яғни $\varepsilon\to 0$ ұмтылғанда екі түбір келесідей анықталды:

$$x^{(1)}=1-\varepsilon+3\varepsilon^2+...,$$

$$x^{(2)}=2+3\varepsilon+3\varepsilon^2+....$$

Бірақ бұл формулалар екі түбір үшін де жуықталған өрнектерді береді. Бұл жуықтаулардың қаншалықты сәтті алынғанын анықтау үшін дәл шешіммен салыстырайық.:

$$x=\frac{1}{2}\left(3+2\varepsilon\pm\sqrt{(3+2\varepsilon)^2-4(2+\varepsilon)}\right),$$

$$x=\frac{1}{2}\left(3+2\varepsilon\pm\sqrt{1+8\varepsilon+4\varepsilon^2}\right).$$

Биномдық формуланы қолданып,

$$(1+8\varepsilon+4\varepsilon^2)^{1/2}=1+4\varepsilon+2\varepsilon^2-\frac{1}{8}(64\varepsilon^2+...)=1+4\varepsilon+6\varepsilon^2+...$$

дәл шешімге апарып қойсақ

$$x=\begin{cases}\frac{1}{2}(3+2\varepsilon+1+4\varepsilon-6\varepsilon^2+...)\\ \frac{1}{2}(3+2\varepsilon-1-4\varepsilon+6\varepsilon^2+...)\end{cases} \quad \text{немесе} \quad x=\begin{cases}2+3\varepsilon+3\varepsilon^2+...\\ 1-\varepsilon+3\varepsilon^2+...\end{cases}$$

бұл дегеніміз теңдеудің екі түбірі үшін жуықтап алынған мәндер ε-нің шамалы аз мәнінде дәл шешіммен сәйкес келетінін көрсетеді.

Еселі түбірлі алгебралық теңдеу үшін асимптоталық қатарды тұрғызу

Түбірлері үшін жазылған жіктеуінде ε параметрінің дәрежесі тек қана бүтін ғана емес, сонымен қатар бөлшек болатындай

$$x^3-(4+\varepsilon)x^2+(5-2\varepsilon)x-2+\varepsilon^2=0 \tag{7}$$

теңдеуін қарастырайық.

Алдыңғы жағдайдағыдай

$$x=x_0+\varepsilon x_1+.... \tag{8}$$

түріндегі жіктелуді пайдаланамыз.

(8) өрнегін (7) теңдеуіне апарып қойсақ

$$(x_0+\varepsilon x_1+...)^2-(4+\varepsilon)(x_0+\varepsilon x_1+...)^2+(5-2\varepsilon)(x_0+\varepsilon x_1+...)-2+\varepsilon^2=0$$

немесе

$$x_0^3-4x_0^2+5x_0-2+\varepsilon(3x_0^2x_1-8x_0x_1-x_0^2+5x_1-2x_0)+...=0$$

ε-нің бірдей дәрежесіндегі коэффициенттерін нөлге теңестірсек:

$$x_0^3-4x_0^2+5x_0-2=0 \tag{9}$$

$$3x_0^2x_1-8x_0x_1-x_0^2+5x_1-2x_0=0 \tag{10}$$

(9) теңдеуін шешу үшін оны келесі түрде жазып:

$$(x_0-1)^2(x_0-2)=0$$

теңдеудің үш түбірлерін табамыз

$$x_0=1;\, x_0=1;\, x_0=2.$$

(10) теңдеуінен x_1–ді табу үшін келесідей түрлендіру жасаймыз

$$(3x_0^2-8x_0+5)x_1=x_0^2+2x_0$$

бұдан

$$x_1=\frac{x_0^2+2x_0}{3x_0^2-8x_0+5}, \tag{11}$$

бұл теңдеуге $x_0=2$ мәнін қоятын болсақ, $x_1=8$ екендігі шығады.

Берілген теңдеудің бір түбірін келесі түрде жазуға болады

$x^{(1)}=2+8\varepsilon+...$.

Бірақ $x_0\to 1$ ұмтылғанда (11) теңдеуінен $x_1\to\infty$ ұмтылатынын көреміз, ал бұл таңдап алынған жіктеудің қате екендігін көрсетеді.

Олай болса, $x_0=1$ үшін жіктеуді орындалатындай етіп келесі түрде таңдаймыз:

$$x=1+\varepsilon^{\nu}x_1+\varepsilon^{2\nu}x_2+...,\nu>0 \tag{12}$$

Ал ν- шамасының мәні есептеу барысында анықталатын болады. Көрсетілген жіктеуді (7) теңдеуіне апарып қойсақ:

$$(1+\varepsilon^{\nu}x_1+\varepsilon^{2\nu}x_2)^3-(4+\varepsilon)(1+\varepsilon^{\nu}x_1+\varepsilon^{2\nu}x_2)^2+(5-2\varepsilon)(1+\varepsilon^{\nu}x_1+\varepsilon^{2\nu}x_2)-2=0$$

немесе

$$1+3\varepsilon^{v}x_1+3\varepsilon^{2v}x_2+3\varepsilon^{2v}x_1^2-4-8\varepsilon^{v}x_1-8\varepsilon^{2v}x_2-4\varepsilon^{2v}x_1^2-\varepsilon-2\varepsilon^{1+v}x_1+5+$$
$$+5\varepsilon^{v}x_1+5\varepsilon^{2v}x_2-2\varepsilon-2\varepsilon^{1+v}x_1-2=0$$

бұдан алатынымыз

$$-x_1^2\varepsilon^{2v}-3\varepsilon=0.$$

Басты мүшелер бірін-бірі теңестіруі үшін $2v$ шамасы 1-ге тең болуы қажет. $2v=1; v=0.5$, яғни, $x_1=\pm\sqrt{3}i; \quad i=\sqrt{-1}$.

Олай болса (12) теңдеуінен, берілген теңдеудің екінші және үшінші түбірлерін төмендегідей көрсетуге болады

$$x^{(2)}=1+\varepsilon^{1/2}\sqrt{3}i+...$$
$$x^{(2)}=1-\varepsilon^{1/2}\sqrt{3}i+...$$

Келтірілген мысал жіктеу дұрыс таңдалынбаған жағдайда туындайтын қиындықтарды айқын көрсетіп тұр. Яғни, жіктеуді дұрыс таңдау – сәйкесінше шешімді де бірден тұрғызуға мүмкіндік береді. Бұндай жағдайлар ауытқулар теориясының көптеген есептеріне тән болып келеді. Қарастырған мысалымызда $x_0=1; x_0=1$ деген екі еселі түбір табылды және де аталған қиындықтар осыған байланысты болып отыр. Сонымен, еселі түбірлер жағдайында жіктеу ε-нің дәреже көрсеткіші бөлшек болып келетін қатар түрінде тұрғызылады.

3 Алгебралық теңдеудің сингулярлы ауытқыған шешімдері үшін асимптоталық қатарды тұрғызу

Енді *сигудярлы ауытқыған* жағдайды қарастырайық, яғни шамалы аз параметр белгісіз айнымалының ең үлкен дәрежелі көбейткішінің алдында тұрады.

Шамалы аз ε - параметрі x-тің ең үлкен дәрежелі көбейткішінің алдында тұратын

$$\varepsilon x^2+x+1=0 \tag{13}$$

түріндегі теңдеуін қарастырайық.

Егер $\varepsilon=0$ болса, онда (13) теңдеуі жалғыз ғана түбірі болатын бірінші ретті теңдеуге кемелденеді:

$$\begin{aligned} x+1&=0,\\ x&=-1. \end{aligned} \tag{14}$$

Осылайша $\varepsilon=0$ болғанда x шамасы үзіліс табады.

(2) теңдеуі (1) теңдеуінің түбірлерінің бірін төмендегі

$$x=x_0+\varepsilon x_1+... \tag{15}$$

жіктеуі түрінде қарастыруға болады деп ұйғаруға мүмкіндік береді. Қарапайымдық үшін бірінші ретті мүшелерді табумен ғана шектелеміз. (15) теңдеуін (13) теңдеуіне қойсақ

$$\varepsilon(x_0+\varepsilon x_1+...)^2+x_0+\varepsilon x_1+1+...=0 \quad \text{немесе}$$

$$\varepsilon(x_0^2+2\varepsilon x_0x_1)+x_0+\varepsilon x_1+1=0 \quad \text{немесе}$$

$$x_0+1+\varepsilon(x_1+x_0^2)=0.$$

ε-нің бірдей дәрежелі коэффициенттерін теңестірсек

$$x_0+1=0,$$

$$x_1+x_0^2=0,$$

бұл жерден x_0 мен x_1 шамаларын табуға болады.

Яғни, $x_0=-1$ және $x_1=-x_0^2=-1$, екені анықталып бір түбір үшін

$$x^{(1)}=-1-\varepsilon+... \; . \tag{16}$$

өрнегі орынды болады.

Жоғарыда сипатталған әдістеме берілген теңдеудің тек бір ғана түбірін анықтауға мүмкіндік береді. Қалған түбірлерді табудың модификацияланған әдістемені негіздеу үшін берілген теңдеудің дәл шешімін қарастырамыз:

$$x = (-1 \pm \sqrt{(1-4\varepsilon)})/2\varepsilon\,. \tag{17}$$

Биномдық формуланы пайдаланып алатынымыз

$$\sqrt{1-4\varepsilon} = 1 - 2\varepsilon - 2\varepsilon^2 + \ldots\,. \tag{18}$$

Радикалдың оң таңбасымен алып (18) теңдеуін (17) теңдеуіне қойсақ теңдеудің (16) теңдеуіне сәйкес келетін бір түбірін

$$x^{(1)} = -1 - \varepsilon + \ldots$$

түрінде анықтаймыз.

Радикалдың теріс таңбасымен (16) теңдеуін (17) теңдеуіне қойып, берілген теңдеудің екінші түбірі үшін

$$x^{(2)} = -\varepsilon^{-1} + 1 + \varepsilon + \ldots\,. \tag{19}$$

өрнегін анықтаймыз.

Осылайша берілген теңдеудің екі түбірі де ε-нің дережесі бойынша жіктелуімен сипатталады, бірақ екіншісі ε^{-1}ретті мүшесінен басталады. Сондықтан да алғашқы жіктеудің таңдап алынған формасы аталған түбірді табуға мүмкіндік бермейді. Сол себепті де екінші түбір құрылымының ерекшеліктері жайлы мәліметтерсіз ауытқулардың дәстүрлі тәсілдерінің көмегімен оны анықтау мүмкін еместігін байқаймыз.

Жалпы жағдайда дәл шешім белгілі бола бермейді, түбірлердің сипаты да белгісіз және де ол шешімді іздеу үрдісінде анықталуы керек. Берілген теңдеудің реті өзгеріссіз қалса, онда екінші түбір $\varepsilon \to 0$ ұмтылғанда шектеусіз болады, сол себепті алғашқы мүшені

$$x = y\varepsilon^{-\nu} + \ldots \tag{20}$$

түрінде қарастыру керек. Мұнда $\nu > 0$ және алдағы есептеу барысында анықталады. (20) теңдеуін (13) теңдеуіне қойсақ,

$$\varepsilon^{1-2\nu} y^2 + \varepsilon^{-\nu} y + 1 + \ldots = 0\,. \tag{21}$$

Ары қарай (21) теңдеуден маңызды рөл ойнайтын мүшелерді бөліп аламыз. Екінші түбірдің құрылымын тұрғызу үшін $\varepsilon^{1-2\nu}$ бірінші мүшесін сақтауымыз керек, кері жағдайда үрдісті тоқтатуға тура келеді, себебі $\nu > 0$, екінші мүше біріншіден үлкен , сондықтан да негізгі бөлік

$$\varepsilon^{1-2\nu} y^2 + \varepsilon^{-\nu} y = 0 \tag{22}$$

түрінде анықталады. Сонымен қатар (22) өрнегіндегі екі қосылғышта да ε параметрінің дәрежесі нөлден өзгеше y үшін бірдей болуы керек,

$$1 - 2\nu = -\nu \text{ немесе } \nu = 1\,.$$

Бұдан кейін (22) теңдеуінен $y = 0$ және $y = -1$ екендігін аламыз. $y = 0$ мәні бірінші түбірге сәйкес келеді, $0(\varepsilon^{-1})$облысында ол нөлге тең. $y = 1$мәні берілген теңдеудің екінші түбіріне сәйкес келеді.

Олай болса (20) теңдеуінен екінші түбір үшін алғашқы жуықтауды (19) өрнегіне сәйкес

$$x = -\varepsilon^{-1} + \ldots$$

түрінде жазуға болады.

Екінші түбірдің жіктелуіндегі келесі мүшелерді анықтау үшінн оны

$$x = -\varepsilon^{-1} + x_0 + \ldots \tag{23}$$

түрінде іздейміз.

(23) теңдеуін (13) теңдеуіне қойсақ

$$\varepsilon(-\varepsilon^{-1} + x_0 + \ldots)^2 - \varepsilon^{-1} + x_0 + \ldots + 1 = 0 \text{ немесе}$$

$$\varepsilon(\varepsilon^{-2} + 2x_0\varepsilon^{-1} + x_0^2) - \varepsilon^{-1} + x_0 + 1 + \ldots = 0 \text{ немесе}$$

$$-2x_0 + x_0 + 1 + 0(\varepsilon) = 0.$$

Бұдан $x_0 = 1$ және (23) түріндегі жіктелу (19) өрнегіне сәйкес келесі түрге келеді

$$x^{(2)} = -\varepsilon^{-1} + 1 + \ldots$$

Яғни *сигулярлы ауытқулар* кезінде теңдеу түбірлерінің бір бөлігі параметрдің кері дәрежесі қатысатын қатар түрінде жіктелетінін байқауға болады.

Біз $\varepsilon \to 0$ ұмтылады деп ұйғарып, берілген теңдеуді асимптоталық тәсілмен шешу кезінде пайда болатын барлық сұрақтарды қарастырдық. Енді қарама-қарсы сұрақты, яғни үлкен ауытқулар жағдайын қарастырайық. $\varepsilon \to \infty$ ұмтылғандықтан, $\varepsilon^{-1} \to 0$ шамасы нөлге ұмтылады, яғни кері ε^{-1} аз шама болады, сәйкесінше $\varepsilon^{-1} = \mu$ деп белгілесек, онда жоғарыда көрсетілген әдістемені пайдаланып шамалы аз μ параметрі бойынша жіктелуді тұрғызуға болады.

Библиографиялық тізім

1 Тихонов А.Н. О зависимости решений дифференциальных уравнений от малого параметра // Математический сборник. - 1948. - Т. 22, №2. - С. 193-204.

2 Тихонов А.Н. О системах дифференциальных уравнений, содержащих параметры // Математический сборник. - 1950. – Т.27(69). - С. 147-156.

3 Тихонов А.Н. Системы дифференциальных уравнений, содержащих малые параметры при производных // Математический сборник. - 1952. - Т. 31(73), № 3. - С. 575-586.

4 Васильева А.Б. Построение равномерного приближения для решений системы дифференциальных уравнений с малым параметром при старшей производной // Математический сборник. - 1960. - Т. 50, № 1. - С. 43-58.

5 Васильева А.Б. Асимптотика решений некоторых краевых задач для уравнений с малым параметром при старшей производной // ДАН СССР. - 1960. - Т. 35, № 6. - С. 1303-1306.

ОЛИМПИАДА ӨТКІЗУДІҢ МАҚСАТТАРЫ МЕН МІНДЕТТЕРІ

Мамадәлі Ж.Т.

Шымкент университететі

Аннотация

Олимпиада өткізудің ең негізгі мақсаттарының бірі оқушылардың математикаға қызығушылығын арттыру, олардың математикалық үйірме жұмыстарына қатыстыру болып табылады. Оқушыларда стандартты емес есептерді іскерлікпен шешуге және математикалық қабілетін тексеруге бағытталған үлкен ықылас бар. Сондықтан да олардың әрқайсысының жарысқа өз еркімен қатысу мүмкіндігі бар.

Математикалық дарын өте ерте кезде байқалады. Сондықтан болашақ математиктерді бала кезінен бастап дайындап, оларға дұрыс бағыт беру керек. Сол дайындық неғұрлым ертерек басталса, соғұрлым пайдалы болмақ. Өйткені балдәурен балалық шақтағы босқа өткен уақыттың есесін толтыру кейіннен көп жылдардағы зор қажырлы еңбек арқылы ғана толады.

Олимпиада оқушылардың математикалық қабілетін анықтауға және оны дамытуға мүмкіндік береді. Сабақты үшке үлгеретін, анда-санда екілік немесе төрттік баға алатын оқушы да кейде математикалық олимпиадаға өз күшін сынау үшін келеді. Бір таңданарлығы сол, кейде мұндай оқушылардың үздік оқушылар шығара алмаған « өзіндік ерекшелігі бар есептерді » дұрыс шығарғанын байқауға болады. Математикаға ерекше қабілеті бар осындай оқушыларды анықтай біліп, олардың математикамен тереңірек айналысуына мүмкіндік жасау ұстаздың басты парызы болып табылады.

Олимпиадалық есептерді шығару – оқушылардың пәнге деген ынтасын арттырады, математикаға оның қолданылу саласына деген тұрақты қызығуын оятады, программалық материалды терең игеруіне және өз білімін кеңейтуіне ықпал жасайды, оқушылар қабілетінің мейлінше кемелдене түсуіне мүмкіндік береді.

Олимпиадаға қатысқан кез-келген оқушы жақсы нәтижеге ие болғысы келеді. Бұл мақсатқа жету үшін ол көптеген есептер шығарады, ұсынылған әдебиеттерді оқиды, математиканың кейбір мәселелерімен толығырақ шұғылданады, математикалық үйірме жұмыстарына белсене қатысады.

Олимпиадада табысқа жету үшін оқушы ұсынылған есептерді әртүрлі тәсілмен шешу керектігін және табылған шешімдердің ішінен оның ең тиімдісін таңдай білу қажеттігін түсінеді. Олимпиадалық есептерді шығарып, жеңіске жеткен әрбір оқушы өз жетістігіне қуанып, өз күшіне сенімді болады. Оқушылардың мұндай еңбегіне ұстаздың жанашырлық танытып, назар аударуы олардың пәнге деген ынтасын арттырып, қабілетін дамытады.

Олимпиаданы өткізу математика сабағына қызығатын оған бейімділігі бар қабілетті оқушыларды анықтауға мүмкіндік береді. Қазіргі кезде біздің елімізде ғылым мен техниканы одан әрі қарқынды дамыту үшін аса қажетті жаңа, болашақ кадрлар осындай оқушылардың ішінен шығады.

Оқушыларға кәсіптік бағдар беру мектептегі негізгі мәселенің бірі болып саналады. Бұл мәселені шешуге басқа пән мұғалімдері сияқты математика пәнінің мұғалімі де қатысады. Олимпиада өткізу оқушыларға кәсіптік бағдар берудің құрамдас бөлігі болып табылады.

Қазіргі кездегі жетекші ғалымдар мен халық ағарту саласының белгілі қызметкерлері, математика пәнінің жаңашыл мұғалімдері кезінде математикалық олимпиаданың жеңімпаздары болған.

Математикадан сыныптан тыс жұмыстар мен олимпиаданы өткізу мұғалімнің іскерлігі мен шеберлігін жетілдірудің тамаша тәсілі болып табылады. Оқушыларды олимпиадаға қатысуға дайындау және олимпиаданы өтккізу үшін математика пәнінің мұғаліміне дайындық жұмыстары мен үйірме жұмыстарын жүргізуге, әртүрлі есептерді шешу мен құрастыруға, математиканың әртүрлі мәселелерімен мұқият танысуға тура келеді. Үйірме жұмыстары мен олимпиадаларға материалды іріктеп алуы, осы шараларды өткізуге дайындалу мұғалімнің ғылыми әдістемелік шеберлігін жетілдірудің бір формасы болып табылады. Математикалық олимпиада мен үйірме сабақтарында, стандартты емес өзіндік шығарылу жолы бар есептерді шығару шығарушылардан тапқырлықты тиімді әдістерді таба білуді, сол әдістермен өзге есептерді де шығара білуді талап етеді.

Олимпиадаларды өткізу, математикалық үйірмеге жетекшілік ету мұғалімді эстетикалық сезімге бөлейді. Мұнда мұғалім қолының бос кезінде өзінің сүйікті ісімен айналысады, оқушылармен бірге қызықты мәселелермен шұғылданады, мұндағы аудитория да кәдімгі сыныптарға қарағанда, анғұрлым белсенді, зейінді болып келеді.

Олимпиада әрбір мектеп пен аудандағы облыс пен республикадағы математикадан сыныптан тыс жүргізілген жұмыстардың қорытындысын шығарады. Мектептегі және аудандағы олимпиадалар жеке сыныптар мен мектептердегі оқушылардың математикалық дайындығының сапасын арттыруға, сондай-ақ мектептегі жеке сыныптар мен аудандағы жеке мектептердегі математиканы оқытудың жай күйін анықтауға мүмкіндік береді.

Олимпиаданың міндеттері:

Ғылым негіздерін тиянақты меңгеруді қамтамасыз ету, жаңа технологияны барынша кең қолдану негізінде оқушылардың білім сапасын жақсарту, оқытудың алуан түрлілігі, сабақ берудің политехникалық, практикалық және кәсіптік бағдарлылығын арттыру, сондай-ақ оқушылармен жүргізілетін сабақтан тыс жұмыстарды активизациялау;

- ерекше талантты оқушыларды анықтау, қазіргі ғылымның маңызды проблемалары мен әдістемелеріне, оның соңғы жылдардағы жетістіктері мен нәтижесіне жастардың қалың көпшілігін тарту;

- қазақ тілінің мәртебесін көтеру т.с.с.;

- электронды-есептегіш техниканы, жаңа ақпараттық технологияны тиянақты меңгеру;

- жоғарғы оқу орындарының студенттері мен мұғалімдерін, ғылыми мекемелердің мамандарын ғылым мен техника жетістіктерін жастар арасында насихаттауға тарту;

- ҚР-да білімнің мәртебесін көтеру, қазақстандық жастардың интеллектуалдық резервін жасау мақсатында мектеп оқушыларының халықаралық олимпиадаларға белсенді қатысуын қамту.

Олимпиадаға дайындау мен өткізудің жалпы принциптері

Біздің елімізде жыл сайын олимпиаданың мынадай бес түрі өткізіледі: мектеп аралық, аудандық, облыстық, республикалық олимпиадалар. Халықаралық математикалық олимпиаданы өткізумен олимпиада аяқталады. Олимпиаданы ойдағыдай табысты өткізу үшін алдымен мына шарттарды орындау керек:

1) Математикадан жүргізілетін барлық сыныптан тыс жұмыстарды жүйелі түрде өткізу;
2) Олимпиаданы ұдайы және жүйелі түрде жүргізуді қамтамасыз ету;
3) Әрбір олимпиаданы өткізер алдында тыңғылықты, мағыналы және қызықты дайындық жұмыстары жүргізілуі тиіс;
4) Олимпиада өткізуді жақсы ұйымдастыру;
5) Жарыстың қызықты матиматикалық мазмұны болуы керек.

Олимпиадаларды өткізу оқушылардан алдын-ала дайындықты жүргізуді талап етеді. Бұл дайындық әрбір мектептегі жүйелі түрде жүргізілетін үйірме жұмытарынан басталады. Мұндай үйірмелердің кейбір түрлері – жоғары оқу орындарында, ал аудандарда – математикалық мектептер мен аудандық әдістемелік кабинеттерде ұйымдастырылады.

Математикалық олимпиданың әрбір турын өткізу үшін ұйымдастыру комитеті мен жюри мүшелері тағайындалады. Олар олимпиаданы өткізуге байланысты дайындық жұмыстарын жүргізеді, жарысты өткізу үшін тапсырмаларды іріктейді, олардың жұмыстарын тексереді, жүлдегерлерді анықтап, оларға сыйлықтар тапсырады.

Ереже бойынша, мектеп олимпиадасын өткізу үшін тапсырмаларды жюри мүшелерінің өздері құрастырады. Аудандық олимпиада өткізу үшін облыстық ұйымдастыру комитеттері жіберген тапсырмалар пайдаланылады, бірақ олардың кейбіреуін аудандық олимпиаданың жюрилері дайындаған тапсырмалармен алмастыруға болады. Облыстық, республикалық олимпиадаларды өткізу үшін республикалық ұйымдастыру комитеті немесе орталық әдістемелік комиссия құрастырған тапсырмалар қолданылады. Бұл тапсырмаларға облыстық ұйымдастыру комитеті жергілікті жағдайға, яғни оқушылардың білім деңгейіне байланысты ішінара өзгерістер енгізуі мүмкін.

Олимпиаданың әрбір турын өткізуде тапсырмаларды іріктеп алу кезінде мынадай принциптер сақталуы тиіс; оларға ұсынылатын 5 есептің 1-2 есебі олимпиадаға қатысушы оқушылардың басым көпшілігі шығаратындай, мектеп олимпиадасында бұл есептер кәдімгі күрделі бақылау жұмысындай; 1-2 есебі олимпиадаға қатысушылар жартысынан азы шығара алатындай күрделі есеп, ал тағыда бір-екі есебі басқалармен салыстырғанда біршама «қиын» есептер болуы керек. Мұндай есептердің қиындығы олардың тек математикалық мазмұнында ғана емес, сондай-ақ шығару жолының өзіндік ерекшелігіне де байланысты болып келеді. Олардың түрі қарапайым болғанымен шығарылу жолы математикалық тапқырлықты, тиімді әдістерді таба білуді, сол әдістермен өзге есептерді де шығара білуді талап етеді. Әдетте жүлделі орынға ие болатындар, математикаға қабілетті дарынды оқушылар осындай, есептердің шешімін тапқандар болады.

Жұмыстарды тексеру, ұйымдастыру комитеттерінің жұмысының ең жауапты саласы. Жұмыстарды бағалау күрделі системамен жүргізіледі, мұнда бестік балл системасы қолданылмайды, әрбір шығарылған есепке плюс немесе минус таңбалары қойылады. Әр есепке жеке қойылатын бағалар үлгісі мынадай:

(+)-есеп толық шешілген;

(+!)-есеп шешімінде күтпеген пікір, жарқын идеялар бар;

(±)-есеп шешу толық емес;

(∓)-есеп толық шығарылмаған, бірақ шешу барысы дұрыс;

(-)-есеп шығарылмаған немесе дұрыс шығарылмаған;

(-?)-шешімі тура емес немесе өрескел қателер жіберілген;

(÷) немесе (ε)-есеп шығарылмаған, алайда алғашқы жазуларда немесе таза қағазға көшіргенде кейде парасатты ойлар байқалады;

(0)-есеп мүлде шығарылмаған.

Олимпиаданың әрбір турының қорытындысын жюри мүшелері шығарып отырады. Оның бағаларында мынадай мәліметтер болады:

1) N р/с;
2) оқушылардың аты-жөні, мектебі;
3) сәйкес әрбір есептерді шешкенде жинаған ұпай сандары;
4) жалпы жинаған ұпайы;
5) алған орны;
6) енгізілген ұсыныс;
7) оқытқан мұғалімнің аты-жөні.

Ең соңына ұйымдастыру комитетінің төрағасы мен мүшелері қолдарын қояды. Олимпиада қорытындысында онда ұсынылған есептер мен қатысқан оқушылардың тізімдері, әрбір турда жазған жазбаша жұмыстары қосымша материал ретінде тіркеледі. Олимпиада өткізілген территориядағы әрбір турға қатысқан оқушылар мен олардың жұмыстарының нәтижесі туралы қысқаша мәліметтерді қамтитын жюридің шешімі болады. Сонымен қатар, облыстық Республикалық турға ұсынылған жұмыстарға жазылған ұсыныстар да болады.

Олимпиадалық есептерді шығарудың математиканы оқытуда алатын орны

Олимпиадалық есептер шығарудың математиканы оқып үйренуде алатын орны ерекше.

Оқушылардың математиканы меңгеру деңгейі көбінесе олардың білім стандарттарын игерумен ғана емес олардың олимпиадалық есептерді қаншалықты шешуге төселгендігі арқылы бағаланады.

Оқыту процесінде есеп шығаруға оқушыларды үйрету десек, ал белгілі бір типтегі олимпиадалық есептердің шығарылуын қарастыру қандай да бір математикалық материалды меңгеруге тигізетін әдіс болып табылады. Сондықтан оқыту барысында оқушыларды олимпиадалық есептерді шығаруға баулуға көп көңіл бөлінуі қажет. Соңғы кезге дейін есеп шығаруға үйретудің бірден-бір тәсілі белгілі бір түрдегі есептерді шығарып көрсету ғана болатын.

Ал олимпиадалық есептерді шығару үшін оқушы есептеудің бірнеше тәсілдерін қолданып, оның ішінен ең тиімдісін таңдап алу қажет.

Оқушыларда олимпиадалық есептер шығарудың жалпы білігі мен дағдысын қалыптастырудың қиындығы олардың конкурстық есептер шығару барысындағы іс-әрекетіне жүйелі де тиянақты талдаулар жасалып отырмауына, оқушылар шығаратын есептердің барлығына ортақ жалпы тәсілдердің анықталмауына, сондай ақ белгілі бір типтегі есептерді шығаруға үйретуді неден бастау керектігін, ондағы жүйелілік пен сабақтастықтың қалай болатынын анық білмеуге байланысты екенін мектеп тәжірибесі көрсетіп отыр.

Қазір математикалық әдебиеттерде «олимпиадалық есеп» ұғымына беріліп жүрген анықтамаларға талдау жасалып, есептің шешуі мен оны шығарудың мақсаты жөнінде айтылғанымен олимпиадалық есептердің жүйелі де тиімді бағдарламасы жоқтың қасы. Мектепте жоғары сыныптарда оқушылармен олимпиадалық және конкурстық есептер шығарудың жалпы әдіс тәсілдері, есепті шешу процесінің құрылысы, білім стандартынан тыс есептеу тәсілдерін үйрену сияқты мәселелерді шешуді алға қою қажет.

Оқушылардың олимпиадалық және конкурстық есептерді шешуі олардың пәнге деген қызығушылығының артуына алып келеді және де бітіру емтихандары мен ҰБТ сынақтарында көмегі тиетінін айта кету керек.

Сондай-ақ оқушыларға ескерту ретінде өз бетінше әрбір есепті шығару барысында уақытпен санаспай оған барлық мүмкіндік пен күшін салу қажеттілігін, есепті шешкен кезде оның шешу жолдарына зер салып, оларды шешудің тәсілдері мен әдістерінің ерекшеліктерін, есептерді талдаудың жолдарына, дәлелдеуге берілген есептердің мағынасын түсінуге тырысу керек екендігін, есептерді оларға қойылатын талаптарға сәйкес шығару қажет екендігін түсіндіру қажет. Есепті шығару үшін өздеріңнің білімдеріңе барлық күш-жігерлеріңді салып, есепті өз бетінше шығаруға тырысу, шығара алмаған есепке шыдамдылық пен қажырлылық көрсетіп, есепті қайта-қайта шығарудан тайынбауды ескеріп отыру керек.

Олимпиадалық есеп – бұл тұжырымдалуы мен шешу әдістері стандартты емес, қиындығы жоғары күрделі есеп болып табылады. Олардың ішінде шығарылуының өзіндік ерекшеліктері бар, арнаулы әдістермен шешілетіндері де, сондай-ақ тиімді тәсілдермен шығарылатын стандартты есептер де кездеседі.

Библиографиялық тізім

1. Абдуллаева И. М., Көкенова Ж. IV – VII кластарда математикадан жүргізілетін кластан тыс жұмыстар. – Алматы: Мектеп, 1974 – 136 б.
2. Ажгалиев О. А, Отеш А. К. Задачи математических олимпиад. – Алматы: Румк, 2001. – 81 с.
3. Бабинская И. Л. Задачи математических олимпиад. – М.: Наука, 1975. – 111 с.
4. Баврин И. И., Фрибус Е. А. Занимательные задачи по математике – М.: Гуманит изд. Центр Владос, 2003. – 208 с.

ПАРАЛЛЕЛЬ ЖӘНЕ ПЕРПЕНДИКУЛЯР ТҮЗУЛЕРДІ ОҚЫТУ РЕТІ

Сандибекова Г.Ж.
Шымкент университеті

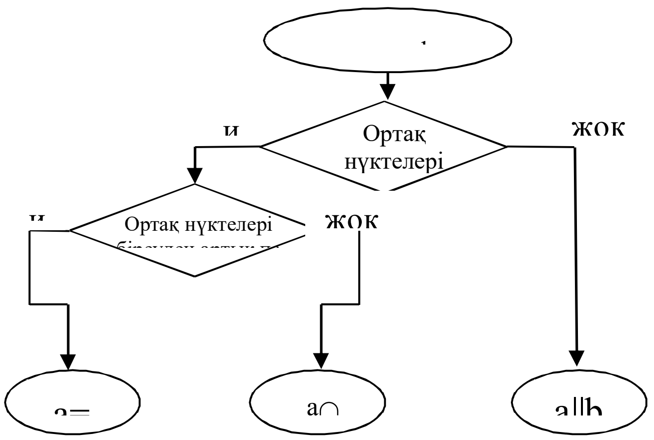
Аннотация

Планиметрия курсында нүкте және түзу алғашқы ұғымдар болып табылады, яғни олар анықтамасыз қабылданады. Сондай-ақ планиметрия курсының алғашқы сабақтарын оқытудың негізгі міндеттерінің бірі жазықтықта нүктелердің, нүкте мен түзудің, түзу мен түзудің өзара орналасуының барлық жағдайларын оқыту. Жазықтықтағы екі түзу қиылысуы, қиылыспауы және беттесуі мүмкін екені белгілі.

Жазықтықтағы екі түзудің өзара орналасуының барлық жағдайларына талдау жасала отырып, олардың жоғарыда аталғандай үш түрлі жағдайы болатындығы негізделеді. Яғни, екі түзудің өзара орналасуындағы олардың түрлік ерекшелігі ретінде «ортақ нүктесі бар» немесе «ортақ нүктесі жоқ» болу жағдайлары алынады. Сонда:

- егер екі түзудің ортақ нүктесі болмаса, онда олар параллель түзулер деп аталады;
- егер екі түзудің бір ғана ортақ нүктесі бар болса, онда олар қиылысатын түзулер деп аталады;
- егер екі түзудің бірден артық ортақ нүктесі бар болса, онда олар беттесетін түзулер деп аталады;

Осы баяндалған мәселенің алгоритмдік сүлбесін жасайық (1-сурет):



1-сурет. Жазықтықтағы екі түзудің өзара орналасуын ортақ нүктелері

Перпендикуляр түзулер ұғымы қиылысқан түзулердің дербес жағдайы ретінде енгізіледі. Параллель және перпендикуляр түзулерді оқыту қолданыста жүрген оқулықтарда әртүрлі ретпен беріледі. Бұл тақырыптарды оқыту негізінен мынадай мәселелерді қамтиды:

- Параллель түзулер ұғымы;
- Параллельдік аксиомасы;
- Сыбайлас және вертикаль бұрыштар;
- Перпендикуляр түзулер;
- Екі түзудің параллельдік белгілері;
- Параллель түзулердің қасиеттері;
- Перпендикуляр және көлбеу;
- Берілген түзуге берілген нүктеден перпендикуляр түсіру (тұрғызу);
- Берілген нүктеден берілген түзуге параллель түзу жүргізу.

Енді А.В.Погорелов оқулығы бойынша осы тақырыптың баяндалу мазмұнына тоқталамыз.

Анықтама. Бір жазықтықта жатқан және ортақ нүктесі болмайтын түзулер параллель түзулер деп аталады.

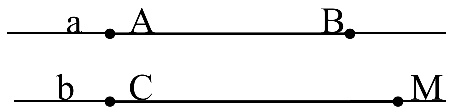
2-суретте бір-біріне параллель a және b түзулері кескінделген. Түзулердің параллельдігін белгілеу үшін «||» таңбасы пайдаланылады. a||в жазуы былай оқылады: «a түзуі b түзуіне параллель». Параллель түзулерде жатқан кесінділер де, сәулелер де параллель деп есептеледі. 2-суреттегі a және b түзулерінде жатқан АВ мен СМ кесінділері де, сондай-ақ АВ мен СМ сәулелері де параллель болады: АВ || СМ.

Жазықтықта М нүктесі арқылы шексіз көп түзулер жүргізуге болатыны белгілі. Сонда берілген М нүктесі арқылы өтетін және берілген b түзуіне параллель неше түзу жүргізуге болады? М нүктесі берілсін. Суретте екі қырлы сызғыштың бір қырын М нүктесіне дәл келтіріп қойып, оның екінші қыры арқылы АВ түзулерін сызайық, яғни a || b. М нүктесі арқылы өтетін түзуді a арқылы белгілейік. Демек, М нүктесі арқылы өтетін және қайсыбір b түзуіне параллель болатын a түзуі табылады. Жоғарыда қойылған сұраққа мына аксиома жауап береді.

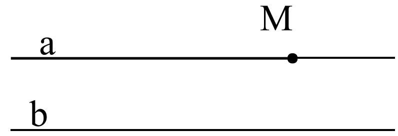
Жазықтықта берілген түзудің бойында жатпайтын нүкте арқылы берілген түзуге параллель тек бір ғана түзу өтеді.

Бұл сөйлем параллельдік аксиомасы деп аталады. Ол көптеген теоремаларды дәлелдеуде маңызды роль атқарады.

Сонымен М нүктесі арқылы берілген b түзуіне параллель бір ғана a түзуі өтеді (3-сурет).



2-сурет

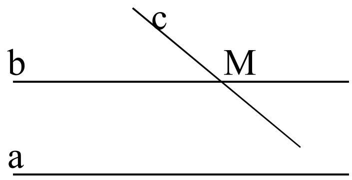


3-сурет

Теорема. Қандай да бір түзу параллель екі түзудің біреуін қиып өтсе, онда ол екіншісін де қиып өтеді.

Дәлелдеу. а||в түзуі берілсін (4-сурет). с түзуі b түзуін М нүктесінде қияды, оның а түзуінде қиятындығын дәлелдейік.

Қарсы жорып, с түзуі а түзуімен қиылыспайды дейік. Сонда с||а болады да, М нүктесі арқылы а түзуіне параллель b және с екі түзуі өтетін болып шығады. Бұл жоғарыда айтылған аксиомаға қайшы. Олай болса, с және а түзулері қиылысады. Теорема дәлелденді.



4-сурет

Осы теореманың дәлелдемесіне байланысты дәлелдеу тәсіліне тоқталайық. Пайдаланылған әдісті теореманы дәлелдеудің қарсы жору әдісі дейміз.

Бұл әдіс бойынша теореманы дәлелдеу мынадай кезеңдерден тұрады:

1 теореманың қорытындысына қарсы жору жасаймыз, яғни қорытындыдағы пікір қате деп ұйғарамыз;

2 Осы ұйғарымды талдаймыз;

3 Талдай келе белгілі аксиомаға не дәлелденілген теорамаға қайшы келетін қорытындыға келеміз.

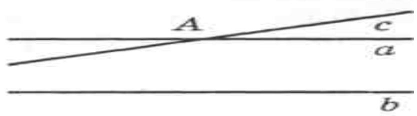
4 Осы қайшылыққа сүйене отырып, қарсы жорудың дұрыс емес екенін дәлелдейміз.

Қарсы жорудың қателігі теореманың тура екенін дәлелдейді.

Енді осы тақырыптың А.Н.Шыныбековтің геометрия 7-сынып оқулығындағы баяндалу мазмұнына тоқталайық.

Егер жазықтықтағы екі түзу киылыспаса, онда бұл түзулер *параллель тузулер* деп аталады. Егер *a* жөне *b* түзулері параллель болса, онда оны былай жазады: *a\\b* (5-сурет).

5-сурет



6-сурет

Параллель түзулермен бірге параллель кесінділерді де қарастырады. Егер кесінділер параллелъ түзулер бойында жатса, онда бұл кесінділерді *параллелъ кесінділер* деп атайды. 5-суретте *PQ* және *EF* кесінділері параллель. Осы сияқты түзу мен кесіндінің, сәуле мен түзудің, кесінді мен сәуленің, екі сәуленің параллельдігі анықталады (5-сурет).

Түзулер параллельдігінің негізгі қасиеті (аксиомасы) мынадай:

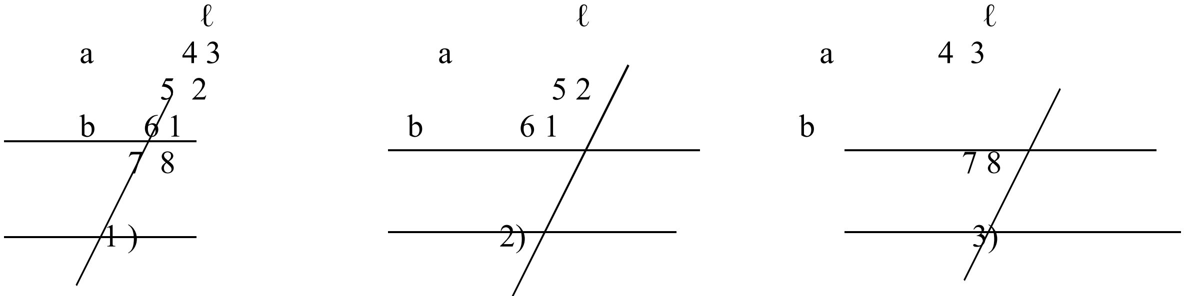
IX. Түзуде жатпайтын нүкте арқылы жазықтықта осы түзуге параллель тек бір ғана түзу жүргізуге болады.

2-мысал. Параллель екі түзудің бірін қиып өтетін түзу оның екіншісін де қиып өте ме? Шешуі. Айталық, *a\\b* және $a\cap c=A$ (6-сурет) болсын. Егер *b* және *c* түзулері қиылыспайтын болса, онда *b**c* болар еді, яғни *A* нүктесі арқылы *b* түзуіне параллель әр түрлі *a* және *c* түзулері өтер еді. Бұл IX аксиомаға қайшы. Олай болса, *c* түзуі *a* түзуін қиып өтсе, онда ол *b* түзуін де қиып өтуі керек.

Түзулердің параллельдік белгілері

a және b түзулерін ℓ түзуі A, B нүктелерінде қиып өтсін (7-сурет), сонда олардың қиылысуынан сегіз бұрыш пайда болады. Ол бұрыштар суретте цифрлармен көрсетілген. Бұл жағдайда ℓ түзуін қиюшы деп атаймыз.

Ал, бұрыштар үшін төмендегідей атау қабылданған. ℓ түзуіне қарағанда әр түрлі жарты жазықтықта жатқан $\angle 2$ мен $\angle 6$ және $\angle 1$ мен $\angle 5$ ішкі айқыш бұрыштар деп аталады (7.2- суретте).



7 –сурет

Ал $\angle 3$ пен $\angle 7$ және $\angle 4$ пен $\angle 8$ бұрыштар сыртқы айқыш бұрыштар деп аталады (7.3-сурет).

ℓ түзуіне қарағанда бір жарты жарты жазықтықта жататын $\angle 1$ мен $\angle 2$ және $\angle 5$ пен $\angle 6$ - ішкі тұстас бұрыштар деп, ал $\angle 3$ пен $\angle 8$ және $\angle 4$ пен $\angle 7$ сыртқы тұстас бұрыштар деп аталады (4. 2,3 -сурет).

$\angle 1$ мен $\angle 3$, $\angle 6$ мен $\angle 4$, $\angle 2$ мен $\angle 8$, $\angle 5$ пен $\angle 7$ сәйкес бұрыштар деп аталады (7.1 - сурет).

Төмендегі мына екі теорема түзулердің параллельдігінің белгілерін баяндайды.

1-теорема. Егер екі түзудің әрқайсысы үшінші түзуге параллель болса, онда бұл екі түзу өзара параллель болады.

Дәлелдеу. a және b түзулерінің әрқайсысы c түзуіне параллель болсын (8.1–сурет). a || b екенін дәлелдейік.

Қарсы жорып, a және b түзулері параллель емес, олар қайсыбір M нүктесінде қиылысады дейік (8.2-сурет). Онда M нүктесі арқылы c түзуіне параллель екі түзу a мен b өтеді. Бұл параллель түзулер жоғарыдағы аксиомаға қайшы. Сол себепті біздің қарсы ұйғаруымыз дұрыс емес. Демек, a || b болады. Теорема дәлелденді.

8- сурет

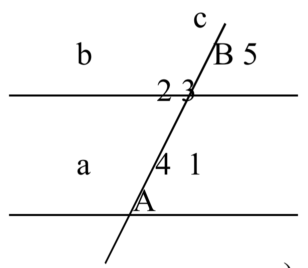
2 – теорема. Егер екі түзуді үшінші түзумен қиғанда пайда болған ішкі айқыш бұрыштар тең болса, онда бұл түзулер параллель болады.

Дәлелдеу. a, b түзулерін c түзуі сәйкесінше A, B нүктелерінде қиып өтсін (9.*a*-сурет). Егер $\angle 1$, $\angle 2$ - ішкі айқыш бұрыштар тең болса, онда a || b болатынын дәлелдейік.

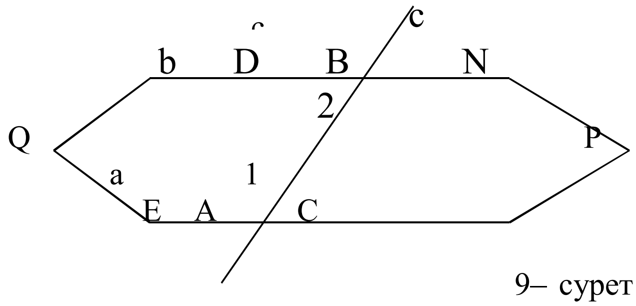
AB кесіндісінің ортасын O деп белгілейік. a және b түзулері параллель емес, керісінше олар P нүктесінде қиылысады деп алайық (9-суретте). Тең фигураларды бір-

біріне беттестіруге болатыны белгілі. $\angle 1 = \angle 2$ және OA=OB болғандықтан, оларды бір-біріне дәл келетін етіп беттестіруге болады. Осы мақсатта a, в, c түзулерін O нүктесінен 180^0 -қа бұрсақ онда A және B нүктелері, AO және OB, AC және ВД, AE және BN сәулелері сонымен бірге a және b түзулері орындарын алмастырады.

Сонда AC және BN сәулелерінің қиылылуында жатқан P нүктесі ВД (AC) және AE (BN) сәулелерінің қиылысуында жататын Q нүктесіне ауысады. Нәтижесінде екі P, Q нүктелері арқылы бір-біріне беттеспейтін a, b екі түзуі өтеді. Бұл белгілі аксиомаға (екі нүкте арқылы түзу жүргізуге болады және ол тек біреу ғана болады) қайшы. Сондықтан a, b түзулері қиылыспайды. Ендеше, олар параллель. Теорема дәлелденді.



а)



9– сурет

ә)

Теореманы $\angle 3$, $\angle 4$ - ішкі айқыш бұрыштарын қарастырып та дәлелдеуге болатыны түсінікті.

3-теорема. Егер екі түзу үшінші түзумен қиылысқанда 1) ішкі тұстас бұрыштардың қосындысы 180^0 – қа тең болса, 2) сәйкес бұрыштар тең болса, онда берілген екі түзу параллель болады.

Бұл теореманы 2- теореманың көмегімен оңай дәлелдеуге болады.

Дәлелдеу. Алдымен теореманы $\angle 2$ және $\angle 4$ ішкі тұстас бұрыштар үшін дәлелдейік (9.*а*-сурет). Теореманың шарты бойынша $\angle 2 + \angle 4 = 180^0$, бірақ $\angle 1 + \angle 4 = 180^0$. Осы екі теңдіктен $\angle 1 = \angle 2$ шығады. Бұл жағдайда теорема орындалады. Демек, $\angle 2 + \angle 4 = 180^0$ болғанда, a || b болады.

Енді теореманы $\angle 1$ және $\angle 5$ сәйкес бұрыштар үшін дәлелдейік. Теореманың шарты бойынш $\angle 1 = \angle 5$ вертикаль бұрыштар болғандықтан $\angle 2 = \angle 5$ соңғы екі теңдіктен $\angle 1 = \angle 2$ шығады. Бұл жағдайда теорема орындалады. Демек, $\angle 1 = \angle 2$ болғанда, a || b .

Библиографиялық тізім

1 Чичигин В.Г. Методика предподавания геометрии. \Планиметрия\ М:Учпедгиз 1959-392с.

2 Жұбаев Қ. Геометрияны оқыту әдістемесі. Алматы:РБК,1992

3 Погорелов А.В Геометрия 7-11, Алматы ,2001

ГИЛЬБЕРТ КЕҢІСТІКТЕРІ

Смагулова А.М.

Шымкент университеті

Аннотация

Екі элементтің арасындағы қашықтық ұғымынан басқа скалярлық көбейтіндісі бар Гильберт кеңістігі Банах кеңістігінің негізгі дербес жағдайларының бірі болып табылады.

Анықтама 1.2.1. Скалярлық көбейтіндісі бар кеңістік гильберттік кеңістік деп аталады, егер ол скалярлық көбейтіндімен бірге норма да толық болса. Гильберт кеңістігін әдетте H әрпімен белгілейді.

Алғашында Гильберт кеңістігінің анықтамасына сеперабельділік талап қойылған еді. Бірақ келешекте бұл талап теорияны тұрғызуға қажет емес болады, сондықтан бізге берілген анықтамадағы H кеңістігіне оның қатысы жоқ.

Толықтыру талабына келетін болсақ, онда ол барлық жағынан анықталған. Бұл талап артық болған жағдайда оны H анықтамасына қосады.

Гильберт кеңістігінің ең қарапайым мысалын E^m евклид кеңістігі береді.

H кеңістігінің ең маңызды таратылуының бірі болып l_2 кеңістігі табылады. Осы кеңістікте алғаш енгізілген Гильберттің интегралдық теңдеулер теориясы нақты осы кеңістікте жалпы теорияның құрылуы басталды.

Мысал 1.2.1. Нақты сандардың тізбегі l_2 сызықты кеңістігінің толық екенін және гильберттік кеңістік екенін көрсетейік.

l_2-де $\{x_n\}$ фундаментальды тізбегін алайық, мұнда $x_n = \{\xi_k^{(n)}\}_{k=1}^{\infty}$. Демек

$$\left|\xi_k^{(n+p)} - \xi_k^{(n)}\right| \le \left\{\sum_{l=1}^{\infty}\left|\xi_l^{(n+p)} - \xi_l^{(n)}\right|^2\right\}^{1/2} = \left\|x_{n+p} - x_n\right\|,$$

онда әрбір фиксирленген k-да $\{\xi_k^{(n)}\}_{k=1}^{\infty}$ сандық тізбегі E^m-де фундаментальды болады және біртекті жинақталады. $\xi_k^{(0)} = \lim_{n\to\infty}\xi_k^{(n)}$ болсын. $\{\xi_k^{(0)}\}_{k=1}^{\infty} = x_0$ нақты сандар тізбегін қарастырайық және l_2-де $n \to \infty$ $x_0 \in l_2$ және $x_n \to x_0$ көрсетейік. $\{x_n\} \subset l_2$-нің фундаментальдығынан әрбір $\varepsilon > 0$ үшін N номерін табуға болады. Барлық $n > N$ номері үшін және кез-келген p натуралы үшін келесі теңсіздік орындалады

$$\left\|x_{n+p} - x_n\right\| = \left\{\sum_{l=1}^{\infty}\left|\xi_l^{(n+p)} - \xi_l^{(n)}\right|^2\right\}^{1/2} < \varepsilon .$$

Онда кез-келген m номері үшін

$$\left\{\sum_{l=1}^{m}\left|\xi_l^{(n+p)} - \xi_l^{(n)}\right|^2\right\}^{1/2} < \varepsilon .$$

Соңғы теңсіздіктен шегі $p \to +\infty$-да барлық $n > N$ үшін мынаны аламыз

$$\left\{\sum_{l=1}^{m}\left|\xi_l^{(0)} - \xi_l^{(n)}\right|^2\right\}^{1/2} \le \varepsilon .$$

Енді шегі $m \to \infty$ көшейік және табамыз

$$\left\{\sum_{l=1}^{\infty}\left|\xi_l^{(0)} - \xi_l^{(n)}\right|^2\right\}^{1/2} \le \varepsilon .$$

Алынған теңсіздік мынаны береді $n > N$ $x_0 - x_n \in l_2$ және $\|x_0 - x_n\| \le \varepsilon$. Онда $x_0 = x_n + (x_0 - x_n) \in l_2$ ол l_2 сызықтылығынан. Сонымен қатар $n \to \infty$ $x_n \to x_0$.

Шексіз өлшемді *E* кеңістігінде скалярлық көбейтіндісімен $\{\varphi_k\}$ ортогональды жүйесі берілсін, т.с.с. $\varphi_k \ne 0,\ k = 1,2,...;$ $(\varphi_k, \varphi_l) = 0$ болғанда $l \ne k$. Мына $\sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k \varphi_k$ қатары $\{\varphi_k\}$ ортогональды жүйесіндегі қатар деп аталады. $x \in E$ болсын.

$$c_k = \frac{(x, \varphi_k)}{\|\varphi_k\|^2},\ k = 1,2,...$$

саны $\{\varphi_k\}$ ортогональды жүйедегі x элементінің Фурье коэффициенттері деп аталады, ал $\sum_{k=1}^{\infty} c_k \varphi_k$ қатары x элементінен құралған Фурье қатары ($\{\varphi_k\}$ортогональды жүйесі бойынша) деп аталады.

Енді $\{\varphi_k\}$ ортогональды жүйесінің алғашқы *n* векторын аламыз: $\varphi_1, \varphi_2, ..., \varphi_n$. Барлық сызықты комбинациясын мына түрде белгілейміз $u_n = \sum_{k=1}^{n} \alpha_k \varphi_k$. Нәтижесінде біз *E*-де L_n *n*-өлшемді ішкі кеңістігін аламыз. Кейде L_n $\varphi_1, \varphi_2, ..., \varphi_n$-ге жақын немесе L_n $\varphi_1, \varphi_2, ..., \varphi_n$-нің сызықты қабықшасы деп аталады.

Анықтама 1.2.2. *H* гильберттік кеңістігінің $\{\varphi_k\}$ ортогональды жүйесі толық деп аталады, егер кез-келген $x \in H$ үшін

$$\sum_{k=1}^{\infty} c_k \varphi_k = x$$

(Фурье қатары, *x* үшін құралған, *x*-ке жинақталады).

Анықтама 1.2.3. Толық ортогональды жүйе *H* гильберттік кеңістігінің ортогональды базисі деп аталады.

Теорема 1.2.1. $\{\varphi_k\}$ толық болу үшін Парсевальь – Стеклов теңдігінің орындалуы қажетті және жеткілікті, т.с.с. теңдік (1.2.1)

$$\sum_{k=1}^{\infty} |c_k|^2 \|\varphi_k\|^2 = \|x\|^2 . \qquad (1.2.1)$$

Ортогональды жүйенің толықтығынан оның жаңа элементтерді толықтыру жолымен ортогональды жүйені кеңейтуге болмайтынын байқадық.

Анықтама 1.2.4. *E* сызықты кеңістігінде $\{x_k\}$ шектеулі немесе шектеусіз элементтер жүйесі берілсін. *L* көпмүшелігінің $\sum_{k=1}^{n} c_k x_k$ барлық мүмкін шектеулі сызықтық комбинациясын, әрбір *n*-де $\{x_k\}$ жүйесінің сызықты қабықшасы деп атаймыз.

Анықтама 1.2.5. Толық ортонормаланған элементтер жүйесі *H* гильберт кеңістігінің ортонормаланған базисі деп аталады.

Егер *e* — ортонормаланған жүйенің элементі болса, онда скалярлық көбейтінді

$$\alpha = (x, e)$$

e элементіне қатысты *x* элементінің Фурье коэффициенті деп аталады.

Бессель теңсіздігін қарастырайық

$$\sum_{k=1}^{\infty} c_k^2 \leq \|x\|^2 ,$$

мұндағы c_k - жоғарыдағыдай x элементінің Фурье коэффициенті. Сонымен кейбір ортонормаланған $\{x^{(n)}\}$ толық емес жүйесін, Бессель теңсіздігі бойынша, егер $\{x^{(n)}\}$ жүйесі шектеусіз болса, онда кез-келген $x \in H$ үшін барлық Фурье коэффициенттерінің квадраттарының қатары жинақталады.

Бессель теңсіздігінен алынған мына қатынасқа

$$\sum_{k=1}^{\infty} c_k^2 = \|x\|^2 ,$$

теңдік белгісін қойсақ, онда оны тұйықталған теңдеу деп атаймыз.

Теорема 1.2.2. Ортонормаланған жүйе толық болу үшін, кез-келген $x \in H$ үшін тұйықталған теңдеу болуы қажетті және жеткілікті.

Теорема 1.2.3. Гильберт кеңістігінің $\{e_i\}$ ортонормаланған жүйесі толық деп аталады, егер кез-келген гильберт кеңістігінің x элементі мына түрде берілетін болса $x = \sum_{i=1}^{\infty} (x, e_i) e_i$.

Теорема 1.2.4. H гильберт кеңістігінің $\{\varphi_k\}$ ортогональды жүйесі толық болады, сонда тек сонда ғана, егер L сызықтық қабықшасы H –та тұйықталған болса (т.с.с. $\overline{L} = H$)

Анықтама 1.2.6. $L -$ H -та сызықты көпбейне болсын. Совокупность всех элементов из H, ортогональных к L -ге ортогональды H-тың барлық элементтерінің жиынтығы L-ге ортогональды қосымша деп аталады және былай белгіленеді $L^{\perp}$.

Теорема 1.2.5. $L -$ H гильберт кеңістігіндегі сызықты көпбейне болсын. L H-та тығыз, сонда тек сонда ғана, егер $L^{\perp} = \{0\}$.

Теорема 1.2.6. $L^{\perp}$ –H-тың ішкі кеңістігі. .

Теорема 1.2.7. Көптеген сепарабельді гильберт кеңістігінде ортогональды базис шектеулі немесе тақ сандар элементтерінен тұрады.

Берілген бөлімді қорытындылау үшін дәлелдеу жүргізіледі, онда барлық шексіз өлшемді гильберттік кеңістік l_2 кеңістігінде изоморфты болады.

$\xi_1, \xi_2, \ldots$ —кез-келген сандар тізбегі мына түрде (белгілі) $\sum_{k=1}^{\infty} \xi_k^2 < +\infty$ берілсін, онда $\sum_{k=1}^{\infty} \xi_k e_k$ қатары H-та жинақталады, бұл мынадан $\sum_{k=1}^{\infty} \|\xi_k e_k\|^2 = \sum_{k=1}^{\infty} \xi_k^2 < +\infty$ және 1.2.3 теоремадан шығады. Егер қосындыны x арқылы белгілесек, онда x-ті e_k-ға көбейтіп, мынаны аламыз $\xi_k = (x, e_k)$. Сонымен, барлық мүмкін сандық тізбектердің жинақталатын қатарларының квадраттарының модулы арасындағы, т.с.с. l_2 кеңістігінің элементтерімен және H гильберт кеңістігінің векторлары өзара біртекті сәйкестендірілген: $x \in H$ векторына $\xi = (\xi_k) \in l_2$ векторы сәйкес қойылады, берілген координаттар (e_k) ортонормаланған жүйедегі x векторының Фурье коэффициенттері болады: $x = \sum_{k=1}^{\infty} \xi_k e_k$. Осындай H сепарабельді гильберттік кеңістігінің векторларының туындысы мен l_2 гильберт кеңістігінің арасындағы өзара бірмәнділік сызықты операцияларды сақтап қалады. Егер ξ_k - x элементінің Фурье коэффициенті, ал η_k — y элементінің Фурье коэффициенті болса, онда $x + y$ элементтерінің Фурье коэффициенттерін табамыз

$(x+y, e_k) = (x, e_k) + (y, e_k) = \xi_k + \eta_k$; сондықтан $x+y$ элементінің бейнесінде x және y элементтерінің бейнесінің қосындысы бар. Міндетті түрде элементті санға көбейту операциясы тексеріледі. Сонымен қатар скалярлық көбейту шамасы сақталады, т.с.с

$$(x, y)_H = (\xi, \eta)_{l_2} = \sum_{k=1}^{\infty} \xi_k \overline{\eta_k}, \quad \xi_k = (x, e_k), \quad \eta_k = (y, e_k).$$

Онда кез-келген екі сепарабельді гильберттік кеңістік өзара изоморфты (т.с.с. олардың арасына сызықты операцияны және скалярлық көбейтіндіні сақтай өзара бірмәнді сәйкестікті орнатуға болады), және олардың әрқайсысы l_2 кеңістігінде изоморфты. Дербес жағдайда $L_2[a;b]$ кеңістігі l_2 –де изоморфты.

Орнатылған изоморфизмнің арқасында біз абстрактілі шексіз өлшемді, сепарабельді гильберттік кеңістіктің туындысының элементтерін l_2 кеңістігінің нүктелері ретінде белгілей аламыз. Бұл белгілеуде элементтің алгебралық, метрикалық және ортогональдық қасиеттері сақталады. Бұны гильберт кеңістігінің координаттық таратылуы деп атайды.

Анықтама 1.2.6. Н – Евклид кеңістігі берілген болсын.Егер Н толық, ақырсыз өлшемді болса, оны Гильберт кеңістігі дейді.

Айталық, Н Гильберт кеңістігінде $\{ e_k \}$- ортонормал жүйе берілген болсын,

Анықтама 1.2.7. $c_k = (x, e_k)$ - сандарын $x \in H$ элементінің Фурье коэффициенттері , ал $\sum_{k=1}^{\infty} c_k e_k$ қатарын Фурье қатары дейді.

Фурье қатарының жинақтылыққа зерттейік. Ол үшін қандайда бір a_k тұрақтыларын алып, $S_n = \sum_{k=1}^{n} a_k e_k$ қосындыны зерттейік:

$$\| x - S_n \|^2 = (x - S_n, x - S_n) = (x, x) - 2(x, \sum_{k=1}^{n} a_k e_k) + (\sum_{k=1}^{n} a_k e_k, \sum_{j=1}^{n} a_j e_j) =$$

$$= \| x \|^2 - 2\sum_{k=1}^{n} a_k c_k + \sum_{k=1}^{n} a_k^2 = \| x \|^2 - \sum_{k=1}^{n} c_k^2 + \sum_{k=1}^{n} (a_k - c_k)^2$$

Демек,

$$\| x - S_n \|^2 = \| x \|^2 - \sum_{k=1}^{n} c_k^2 + \sum_{k=1}^{n} (a_k - c_k)^2$$

Егер бұл теңдікте $a_k = c_k$ болса, онда

$$\| x - S_n \|^2 = \| x \|^2 - \sum_{k=1}^{n} c_k^2$$

болады. Бұдан $S_n = \sum_{k=1}^{n} a_k e_k$ түріндегі қосындыларының ішінде х элементке ең жақын тұратыны Фурье қатарының n – дербес қосындысы болатыны көрініп тұр.

Егер $0 \le \| x - S_n \|$ екенін есепке алсақ , бұдан

$$\sum_{k=1}^{n} c_k^2 \le \| x \|^2$$

теңсіздігі келіп шығады. Бұл теңсіздікте $n \to \infty$ шекке өтсек,онда

$$\sum_{k=1}^{\infty} c_k^2 \le \| x \|^2$$

теңсіздігіне ие боламыз. Бұл теңсіздікті Бессель теңсіздігі дейді.

Егер

$$\sum_{k=1}^{\infty} c_k^2 = \| x \|^2$$

теңдігі орынды болса, оны Парсеваль теңдігі дейді.

Анықтама 1.2.8. Егер $\{ e_k \}$ жүйеде H - Гильберт кеңістігінің кез келген x элементі үшін Парсеваль теңдігі орындалса бұл жүйені тұйық жүйе дейді.

Егер { e_k } жүйе тұйық болса , онда

$$\lim_{n\to\infty}\| S_n - x\| = \lim_{n\to\infty}\|\sum_{k=1}^{n} c_k e_k - x\|$$

болады, яғни x тің Фурье қатары сол элементке жинақталады.

Теорема (Рисс-Фишер) 1.2.8 . H -Гильберт кеңістігінде { e_k } ортонормал жүйе және $\sum_{k=1}^{\infty} c_k^2 < \infty$ шартты қанағаттандыратын c_k – сандар тізбегі берілген болсын.

Онда H кеңістігіне тиісті x элементі табылып: c_k -лар x элементінің Фурье коэффициенттері , яғни $c_k = (x, e_k)$ және $\sum_{k=1}^{\infty} c_k^2 = (\mathrm{x}, \mathrm{x}) = \| x\|^2$ болады.

Енді Гильберт кеңістігінің кейбір ішкі кеңістіктерін қарастырамыз.

Гильберт кеңістігі нормаланған кеңістік болғандықтан, оның ішкі кеңістіктерін нормаланған кеңістіктердегі сияқты анықтаймыз.

Демек, H тің ішкі кеңістігі - тұйық болған сызықтық кеңістіктер.

Мысал 12.2. H гильберт кеңістігінен кез келген z элементін аламыз. Егер M ={x: x∈ H , x⊥z }, яғни H тің z элементке ортогонал болған барлық нүктелері жиыны болса, онда M жиыны H тің ішкі кеңістігі болады.

Шешуі. Алдымен M сызықты жиын болатынын көрсетейік. x,y∈ M , $\forall\lambda\in$R болсын. Онда

$(x+y,z)= (x, z)+(y,z)=0 \Rightarrow x+y\in M;$

$(\lambda x,z)= \lambda (x,z)=0 \Rightarrow \lambda x\in M;$

Енді M нің тұйық болатынын дәлелдейміз. M тұйық $\Leftrightarrow \forall x_n \in M$ және $x_n\to a \Rightarrow a \in M$, яғни M ді тұйық дейміз, егер де M жиынына тиісті $\forall$ x_n тізбегінің шегі a сол жиынға тиісті болса.

Айталық, $x_n \in M$ және $x_n\to a$ болсын.

Онда, $\| x_n- a\|^2=(x_n- a, x_n- a)\to 0,\ n\to\infty,$

$\Rightarrow |(x_n- a, x_n- a)|= \| x_n\|^2-2(a, x_n) +\|a\|^2 \Rightarrow |(a, x_n)|\le \| x_n\|^2-\|a\|^2.$

H Гильберт кеңістігі, M оның кейбір ішкі жиыны болсын.

$\rho(x, M) = \inf_{y\in M}\| x - y\|$ санын x элементінен M жиынына дейінгі арақашықтық дейді.

Теорема 1.2.9. H - Гильберт кеңістігі, L оның кез-келген ішкеңістігі болсын. Кез-келген $x\in H$ элементі үшін L ішкеңістігінің жалғыз y элементі табылып, $\rho(x, L) = \| x - y\|$ болады.

Теорема 1.2.9. H - Гильберт кеңістігі, L оның кез-келген ішкі кеңістігі болсын. Егер $\forall$ $x\in H$ элементі үшін ∃y∈L , $\rho(x, L) = \| x - y\|$ болса, онда

$z = x - y \perp L$ болады.

Мысал 1.2.3. l_2 кеңістігінің $x_0 = (0,0,0,2,0,0,...)$ элементінен $L = \left\{ x = (x_1,..., x_n,...) \in l_2 : \sum_{i=2}^{6} x_i = 0 \right\}$ ішкеңістігіне дейінгі арақашықтықты табыңыз.

Шешуі. l_2 кеңістігіне тиісті болған $z_0 = (0,1,1,1,1,1,0,...)$ элементін қарастырайық.Егер кейбір $y = (y_1, y_2,...)$ вектор L жиынына тиісті болса, онда

$(y, z_0) = 0$ болуы қажет. Шынында да,

$$(y, z_0) = \sum_{k=1}^{\infty} y_k z_{0k} = y_1\cdot 0 + y_2\cdot 1 + y_3\cdot 1 + y_4\cdot 1 + y_5\cdot 1 + y_6\cdot 1 + y_7\cdot 1 + ... =$$

$$= 0 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 + y_6 + y_7\cdot 0 + ... = 0 + \sum_{k=2}^{6} y_k + 0 = 0$$

Демек, $y=(y_1, y_2,...)$ векторының L жиынына тиісті болуы шарты $(y, z_0)=0$.Олай болса, $z_0 \perp L$. Осы жерде L кеңістігіне ортогонал болатын $L^{\perp}$ жиынында анықтап кетейік.Анықтама бойынша $L^{\perp}=\{y\in l_2 : \forall x\in L: (x,y)=0 \}$.

Бұл жиын $L^{\perp}=\{y\in l_2 : y=\alpha z_0, \alpha\in R\}$ болатыны айқын.

Библиографиялық тізім

1.Наймарк М.А. Линейные дифференциальные операторы.-М.: Наука, 1969. - 528 с.

2.Като Т. Теория возмущений линейных операторов -М.: Мир, 1972.- 740с.

3.Сидоров Ю.В., Федорюк М.В., Шабунин М.И. Лекции функций комплексного переменного.- М., 1982.- С.263 – 498.

4.Садыбеков М.А., Сарсенби А.М. О понятии регулярности краевых задач для дифференциального уравнения второго порядка с отклоняющимся аргументом // Математический журнал. - 2007. - Т. 7, № 1 (23).

5.Садыбеков М.А., Сарсенби А.М. Решения основных спектральных вопросов всех краевых задач для одного дифференциального уравнения первого порядка с отклоняющимся аргументом // Узбекский математический журнал.- 2007. -№ 3.- С. 49-53.

САН ҰҒЫМЫ МЕКТЕП МАТЕМАТИКА КУРСЫНЫҢ МАЗМҰНДЫ-ӘДІСТЕМЕЛІК БАҒЫТТАРДЫҢ БІРІ

Тамбетова Қ.Қ.

Шымкент университеті

Аннотация

Математикада, сан ұғымы - геометриядағы ұғым сияқты анықтама берілмейтін алғашқы ұғым. Сондықтан оқушылардан “Сан деген не?” деп сұрау қисынсыз.

Ал екінші жағынан сан ұғымы білім берудің алғашқы кезеңдерінен, яғни мектепке дейінгі білім беру кезеңінен бастап енгізілетін, жалпы орта білім беру мектептерінде үздіксіз кеңейтіліп және тереңдетіле түсетін математиканың негізі. Сан туралы білімдер білім берудің кейінгі сатыларында да үздіксіз жалғастырылады. Үздіксіз білім берудің барлық сатыларында сан ұғымы оқытылатындықтан, бұл ұғым мазмұнды әдістемелік бағыттардың бірі ретінде қарастырылады.

Сан ұғымының пайда болуы және дамуы адам қоғамының дамуымен сабақтас.

Математиканың пайда болуы және оның бүгінгі күнге дейінгі дамуы төрт кезеңге бөлінеді.

1-кезең. математиканың теориялық пән ретінде пайда болуы және қалыптасу кезеңі. Бұл кезең өте ерте дәуірден басталып шамамен “Евклидтің негіздері” құрылуымен аяқталған;

2-кезең. тұрақты шамалар математикасы кезеңі XVI ғасырдың соңына дейін созылды;

3-кезең. айнымалы шамалар математикасы кезеңі;

4-кезең. қазіргі заман математикасы кезеңі. Ол XIX ғасырдың соңынан басталып осы күндерге дейін жалғасып келеді.

А.Н. Колмогоров ұсынған математиканың пән түрінде қалыптасуы және дамуы осындай кезеңдерге бөлінеді. Көрініп тұрғанындай, математика XIX ғасырдың соңына дейін шамалар арасындағы метрикалық қатынастарды (байланыстарды) үйретумен шектелген. Мұнда нақты шамаларды нақтылай өлшеу емес, осы шамаларды кескіндейтін сандар арасындағы байланыстарды қарастыру көзделген.

Заттарды санаудың өмірлік қажеттілігінен пайда болған натурал сан ұғымы өте баяу дамыды. Шамаларды өлшеу және үлестерге бөлу, натурал сандардың дербес түрі оң бөлшек сан ұғымына алып келді. Одан кейін алгебралық теңдеулерді шешу тәжірибесі және теориялық қажеттіліктен теріс сан ұғымы келіп шықты. Тек сонан соң ғана сандағы "бос" орынды білдіретін "нөл" сан түрінде қарастырылды. Сан ұғымы эволюциясының нәтижесі ретінде барлық бүтін оң және бүтін теріс (бүтін сандар қатарына нөл де енгізіледі) сандар және бөлшек сандарды қамтитын рационал сандар жиыны пайда болды. Пифагор мектебінде рационал сандар жиыны кез келген кесіндіні дәл өлшеу үшін жеткілікті еместігін (Пифагоршылар теріс санды пайдаланбаған, білмеген), яғни өлшеуге болмайтын кесінділер бар екендігін дәлелдеген.

Бұл ұғым бір қарағанда өте қарапайым: ауданы 2 бірлікке тең квадраттың қабырғасының ұзындығын табу қажет. Ал бұл өз кезегінде иррационал сан ұғымына алып келеді. Рационал және иррационал сандар бірге нақты сандар жиынын құрайды. Теріс саннан квадрат түбір шығаруды қарастыру нәтижесінде комплекс сан ұғымы шықты. Бұл жағдайда кездейсоқ емес, теориялық математиканың бұдан кейінгі дамуы үшін қажеттілік, яғни оң сандарға қолданылатын амалдарды теріс сандарға қолдану нәтижесінде туындады. Комплекс сандар деп аталатын жорамал санды нақты саннан бөлек, өз алдына дербес қарастыру мүмкін емес. Себебі, бұл жағдайда диалектиканың дүниедегі заттар мен құбылыстардың бір-бірімен өзара байланыста болатындығы туралы талап сақталмаған болар еді.

Оқушыларда сан ұғымын қалыптастыру үшін мұғалім біріншіден, тарихи мағлұматтармен, әсіресе бұл салада еңбек еткен ғалымдардың еңбектерімен байланыстыра отырып, және екіншіден, сан ұғымын кеңейтуді геометриялық тұрғыдан түсіндіріп беруі керек. Мысалы: нақты сандарға түзу нүктелері, ал комплекс сандарға жазықтық нүктелері сәйкес келеді.

Математикаға нөлдің енуі үлкен өзгерістерге алып келгендігіне ерекше тоқталу керек. Бір сөзбен айтқанда, егер ұлы бабамыз Әль-Хорезми нөлді ойлап таппағанда бүгінгі компьютерлердің пайда болуы да екі талай еді. Нөл адамзатты қандай күрделі есептеулерден құтқарғанын көз алдымызға келтірейік. Бұл ақылға симайтын жаңалықпен әр уақытта мақтансақ болады.

Нөл термині латынша ne - жоқ және ullus - бірер нәрсе немесе, арабша sifr - қуыс (бос), үндіше sunia - бос деген мағынаны білдіреді. Нөл грекше oyden - еш нәрсе сөзінің бірінші әріпіне сәйкес таңбаланған. Вавилондықтар алпыстық санау жүйесінде "жетпейтін" таңбаны белгілеген. Ал, Үнділер V-VI ғасырларда ондық санау жүйесінде "бос" таңбаларды белгілеген. Айрықша атап айтқанда, нөл - бұл 0 цифрімен белгіленетін жұп сан; сандағы кейбір таңба бірлігінің жоқ екенін білдіретін математикалық белгі; оң және теріс сандар ортасындағы шекара болып қызмет ететін сан. Сондықтан оны оң санға да, теріс санға да енгізбейді; өлшеу аспаптары шкалаларының бөліктері басталатын нүкте және т.б.

Нөл қатынасатын амалдар: 1) қосу: $a+0=a$, $0+a=a$ (кез келген сандар жиынында орындалады); 2) азайту: $a-0=a$, $a-a=0$ (кез келген сандар жиынында орындалады); $0-a$ (натурал сандар жиынында орындалмайды); 3) көбейту: $a\cdot 0=0$, $0\cdot a=0$, $0\cdot 0=0$. Егер $a\cdot b=0$ болса, онда: не a=0, ал b≠0; не b=0, ал a≠0; не a=0 және b=0; 4) бөлу: 0:a (мұнда a≠0) кез келген сандар жиынында орындалады. a:0 болуы мүмкін емес. 0:0 сандық мәнге ие емес (анықталмағандық); 5) дәрежеге шығару:

a-ның 0-ші дәрежесі 1-ге тең (мұнда a≠0); 6) түбірден шығару: a-ның нөлінші дәрежелі түбірінің мағынасы жоқ. Нөлдің нөлінші дәрежелі түбірі нөлге тең; 7) логарифмдеу: негіз 1-ге және 0-ге тең болғанда a-ның логарифмі болмайды. Нөлдің біз әдеттенген жазылуы бірден пайда болған жоқ. Егер санда кейбір таңба жетпесе, онда үнділер цифр орнына "бос" деп айтып, жазуда бұл таңба орнына нүкте қойған. Кейінірек нүкте орнына (үндіше "суня", яғни "бос" мағынасын білдіретін) дөңгелек сызған. Араб тіліне "суняны " аударғанда "сифр"-ге айналған, соңғы сөз орыс тіліне "цифра" деп аударылған. Кейін цифр деп 10 белгі түсініледі: 0,1,2,3,...,9 .

Неге үнділер ойлап тапқан цифрларды араб цифрлары дейміз? -деген сұрақ туады. Яғни VII ғасырда Арабия түбегінде араб мемлекеті пайда болып, 200 жыл аралығында өзіне көптеген дамыған елдерді бағындырған. Олардың қатарына Солтүстік Индия, Мысыр, Орталық Азия және т.б. елдер кірген. Мемлекеттің астанасы Бағдат болған. Бағдат араб мәдениеті орталығына айналған. Арабтар ғылымның маңызын жақсы түсінген, сондықтан өздері бағындырған мемлекеттер, соның ішінде Индия, Орта Азия ғалымдарының жұмыстарын ыждағаттылықпен үйреніп, оларды араб тіліне аударған. Сондықтан да үнді цифрларын араб цифрлары деп айту тарихи орын алған. Мухамед ал-Хорезми еңбектерінің маңызды қырларының бірі, ол Индия ғалымдары ойлап тапқан ондық позициялық санау жүйесін түбегейлі үйреніп, оны кемелдендірді, белгілі жүйеге келтірді және дүние жүзіне таратты.

Сан ұғымын кеңейтуде белгілі шарттарды орындау талап етіледі. Егер А сандар жиыны В сандар жиынына дейін кеңейтілсе, онда: біріншіден $A \subset B$ болуы; екіншіден А жиынында орындалатын амалдар В жиыны элементтері үшін де сақталуы; үшіншіден В жиынында орындалатын амалдар А жиынында орындалмауы; төртіншіден В жиынын кеңейту минимал болуы және изоморфизмге дейін бір мәнді анықталуы керек. Мұны төмендегідей бейнелеуге болады (1-сурет). $N \subset Z_0 \subset Z \subset Q \subset R \subset C$...

Гиперкомплекс сандар, С-комплекс сандар, R-нақты сандар, Q-рационал сандар, Z-бүтін сандар жиыны, Zo–теріс емес бүтін сандар, N–натурал сандар жиыны.

Нақты дүниенің мөлшерлік қатынастары және кеңістік формаларын үйретудегі математиканың негізгі әдісі - бұл математикалық абстракциялау әдісі. Бұл әдіс қазірге дейін өткен мыңдаған жылдар ішінде үш кезеңді басынан өткізді.

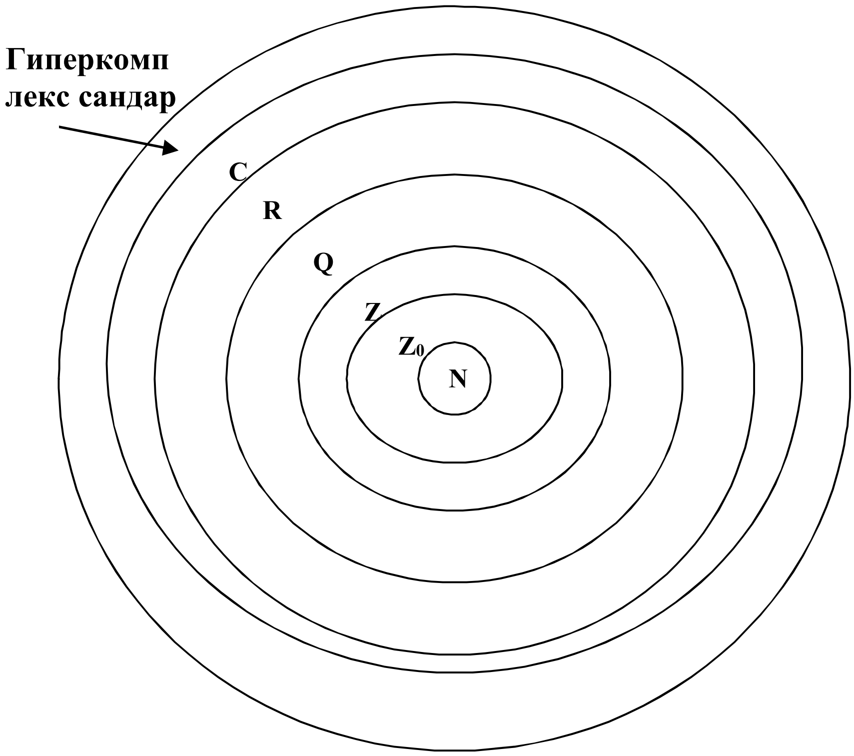
Абстракциялаудың бірінші кезеңінде нәрселерді аулау нәтижесінде қолға түскен олжаларды, яғни аңдар, құстар және сол сияқтыларды санау *сан ұғымын* тудырды: бір, екі, үш,...

Санау нәтижесі түрінде бүтін оң сандар, басқаша айтқанда, натурал сандар қатары пайда болды. Математикалық абстракциялаудың бірінші кезеңінің қорытындысында сандар үшін түрлі символдар (белгілер) дүниеге келді.

Бұл символдардың жазылуы біз әдеттенген ондық (позициялық) санау жүйесінде ме немесе басқа санау жүйесінде ме, мұның маңызы жоқ. Сандарға ең қарапайым амалдар - қосу, азайту, көбейту, бөлуді орындау нәтижесінде адамдар натурал сандар қатарының шексіздігіне және де сан ұғымын кеңейту қажеттілігін сезінген (1-кесте)

1-кесте Сан ұғымының эволюциясы

Берілген сандар жиыны	Берілген сандар жиынының кеңею себептері	Қосылатын сандар жиыны	Кеңейтілген жиын
Натурал сандар жиыны (N)	Өзара тең сандарды азайту амалы орындалмайды: 3-3=?	Нөл (0)	Теріс емес бүтін сандар жиыны
Теріс емес бүтін сандар жиыны (Z_0)	Кіші саннан үлкен санды азайту амалы орындал-майды: 5-8=?	Теріс бүтін сандар жиыны	Бүтін сандар жиыны
Бүтін сандар жиыны (Z)	Қалдықсыз бөлуге болмайды: 13:4=3?	Бөлшек сандар жиыны	Рационал сан-дар жиыны
Рационал сан-дар жиыны (Q)	Кез келген оң саннан түбір табуға болмайды: $\sqrt{+2} = ?$	Иррационал сандар жиыны	Нақты сандар жиыны
Нақты сандар жиыны (R)	Теріс саннан түбір табуға болмайды: $\sqrt{-9} = 3?$	Жорамал сан $\sqrt{-1} = i$	Комплекс сандар жиыны



1- сурет Сандар жиынының Эйлер-Венн диаграммасы бойынша бейнеленуі

Дәл осындай жағдай геометрияда да орын алды. Фигура - геометриялық дене, сонан соң қандай да бір нақты объекттерді абстракциялау жолымен нүкте, сызық, бет ұғымдары пайда бола бастады. Материалдық өндірістен, яғни құрылыстан, оюдан (ағаш оюдан), жер өлшеу жұмыстарынан ең маңызды ереже-заңдар, геометриялық атаулар қалыптаса бастады. Бірінші абстракциялау кезеңінде, одан кейінде геометрия арифметикадан бөлек түрде дамып отырды.

Тек абстракциялаудың екінші кезеңінде - Декарттан бастап, яғни алгебралық шамалар жалпы ұғымы жасалған соң геометрия арифметика, алгебрамен бірігіп, тұтас математика пәнін қалыптастыра бастады.

Адамдар сандарды білдіретін символдардың нақты мөлшерлік мәндерінен алыстауы нәтижесінде айнымалы шамалар ұғымы қалыптаса бастады. Егер адамдарға 1+2=2+1; 3+6=6+3; 4+11=11+4 сияқты қағидалар белгілі болса, кейінірек олар 1 және 2; 3 және 6; 4 және 11 сандарының мөлшерлік мәндерінен алыстап, жалпы маңызға ие болатын қағидаларды шығарды: екі санның қосындысы қосылғыштардың орнын ауыстырғанмен өзгермейді.

Бірақ, тәжірибе (эмпирикалық) жолымен алынған қосудың орын ауыстырымдылық (коммутативтік) заңы жалпы сипаттамаға ие болуы керек. Бұл үшін қосу амалын барлық сандар жиынында орындау керек. Мұның еш мүмкіндігі жоқ. Сондықтан абстракциялаудың үшінші кезеңіне көтерілуіміз керек. Бұл кезеңге өткенімізде нақты 1 және 2; 3 және 6; 4 және 11 сияқты сандар орнына кез келген сандарды аламыз. Айталық, 2-бұл екі құс па не аң ба, бұл жағдай бізді қызықтырмайды, бұл жағдайда біз а,в,с сияқты символдарды енгіземіз және олар қандай мөлшерлік сандарды білдіруінің маңызы жоқ деп есептейміз. Нәтижеде жоғарыда келтірілген қосудың ауыстырымдылық заңы $a+b=b+a$ түрде жазылады.

Абстракциялаудың екінші кезеңінде нақты (натурал, оң және теріс бүтін, бөлшек) сандар орнын әріптік символдар иеленді - арифметиканы алгебра ауыстырды. Алгебра мен математикалық талдау арасындағы айырмашылық, дәл арифметика мен алгебра арасындағы айырмашылық сияқты, оншалық үлкен болмай қалды.

III кезең: $\overline{a}+\overline{b}=\overline{b}+\overline{a}$ математикалық қатынастар қалыптасты

Математикалық объект → Абстрактілі қатынас → Абстрактілі операция

II кезең: $a + b = b + a$ алгебра қалыптасты

Математикалық объект → Абстрактілі шама → айнымалы символ

I кезең: $3 + 5 = 5 + 3$ арифметика, геометрия қалыптасты

Математикалық объект → Нақты шама → Абстрактілі сан

Математикада $a+b=b+a$ теңдігіндегі a мен b санауға және өлшеуге болатын мөлшерлер деп қарастырумен бірге, екі объект деп алынып, олардың орындарын ауыстырғанда бәрібір бірдей нәтиже шығады деп қаралды. Мысалдар қарастырайық.

1 Әр түрлі түсті бояуларды араластыру үрдісін қарастырайық. Егер қызыл және сары түсті бояуды араластырсақ нәтижеде қызыл-сары бояу алынады. Мұнда қызыл бояудың үстіне сары бояуды құйдыңыз ба, әлде сары бояудың үстіне қызыл бояуды құйдыңыз ба, бәрібір, яғни Қ+С=ҚС және С+Қ=ҚС екі теңдіктен

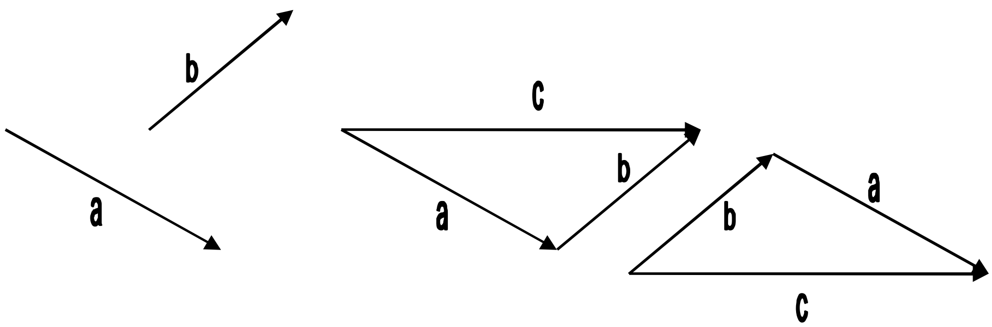
Қ + С = С + Қ

2 Енді а-барлық жұп сандар жиыны, в-барлық тақ сандар жиыны болсын. Мұнда да $a+b=b+a$ теңдігі орындалады. Себебі, жұп санға тақ санды қосқанда да, тақ санға жұп санды қосқанда да нәтиже бірдей (тақ сан) болады, яғни Ж+Т=Т және Т+Ж=Т екі теңдіктен:

Ж + Т = Т + Ж

3 Жылдамдықтарды қосуды алайық. Жылдамдықтар - векторлық шамалар болғандықтан олар параллелограмм ережесі бойынша қосылады.

Егер a және b векторлар берілген болса, олардың қосындысы болатын $\boldsymbol{c}$ векторды алу үшін a-ның ұшына $\boldsymbol{b}$-ны паралель көшіріп алып келдік пе, әлде $\boldsymbol{b}$-ның ұшына a-ны паралель көшіріп алып келдік пе, бәрібір қорытынды векторлар бірдей болады (2-сурет).



2-сурет

Сонымен "сан" және "нүкте" (ең қарапайым "фигура") - математиканың тарихи ежелгі-бастапқы (анықтама берілмейтін) ұғымдары, математика: сан-мөлшер-арифметика (сандар теориясы)-алгебра-математикалық талдау; сондай-ақ, нүкте-фигура-геометрия (планиметрия, стереометрия) секілді бағыттарда дамиды және бүгін практикада өз орнын таппаған теория ертең болмаса оның ертесіне практикада қолданыс табады. Сондықтан, танымал математик Б.В.Гнеденко айтқандай, математиканы теориялық және практикалық деп екіге бөлместен, бір тұтас математика деп қарастырған жөн болар еді.

Библиографиялық тізім

1. Гнеденко Б.В. Очерки поистории математики в России. Гостехиздат, М., 1946.
2. Депман И. Я. История арифметики. Учпедгиз, М., 1959.

3. Колмогоров А. Н. История математики до XIX в. (статья), Большая советская энциклопедия, т.
4. Кольман Э. Математика до эпохи возрождения. Физматиздат, М., 1961.
5. Рыбников К. А. История математики. Изд. МГУ, М.,1960.
6. Юшкевич А. П. История математики в средние века. Физматиздат, М., 1961.

СТЕРЕОМЕТРИЯ АКСИОМАЛАРЫ ЖӘНЕ ОЛАРДАН ШЫҒАТЫН САЛДАРЛАРДЫҢ МЕКТЕП МАТЕМАТИКА КУРСЫНДА БАЯНДАЛУ МҮМКІНДІКТЕРІ

Есполова Р.Б.
Шымкент университеті

Аннотация

А.В.Погореловтың орта мектептің 7-11 сыныптарына арналған «Геометрия» оқулығында келтірілген стереометрия аксиомаларының құрылымы.

Стереометрия аксиомалары жүйесі планиметрияның I-IX аксиомалары және С аксиомалар тобынан тұрады.

С аксиомалар тобы:

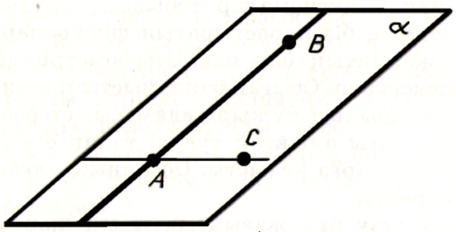
C_1. *Қандай жазықтық болса да, ол жазықтыққа тиісті және оған тиісті емес нүктелер болады.*

C_2. *Егер әр түрлі екі жазықтықтың ортақ нүктесі бар болса, онда олар осы нүкте арқылы өтетін түзу бойымен қиылысады.*

Әр түрлі α және β жазықтықтарының ортақ А нүктесі бар делік, ендеше C_2 аксиомасы бойынша бұл жазықтықтардың әрқайсысында жататын a түзуі бар болады. Сонда қандай да бір нүкте екі жазықтыққа да тиісті болса, онда ол аталған a түзуінің бойында жатады. Бұл жағдайда α және β жазықтықтары a түзуі бойымен қиылысқан жазықтықтар деп аталады.

C_3. *Егер әр түрлі екі түзудің ортақ нүктесі бар болса, онда олар арқылы жазықтық жүргізуге болады және ол тек біреу ғана болады.*

Бұл дегеніміз: егер әр түрлі a және b түзулерінің бір ортақ С нүктесі болса, a және b түзулерін қамтитын γ жазықтығы бар болады. Мұндай қасиетке ие болатын жазықтық біреу ғана болады.



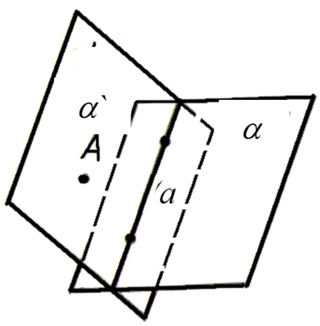
1-сурет

Осы оқулықта берілген аксиомалардың салдарларын қарастырайық:

1 Берілген түзу және берілген нүкте арқылы өтетін жазықтықтың бар болуы

Теорема Түзу және онда жатпайтын нүкте арқылы жазықтық жүргізуге болады және ол тек біреу ғана болады.

Дәлелдеу АВ – берілген түзу және С – оның бойында жатпайтын нүкте болсын. (1-сурет). А және С нүктелері арқылы түзу жүргіземіз (1 аксиома). АВ және АС түзулері әр түрлі, себебі С нүктесі АВ түзуінде жатпайды. АВ және АС түзулері арқылы α жазықтығын жүргіземіз (C_3 аксиома). Ол АВ түзуі мен С нүктесі арқылы өтеді.



2-сурет

АВ түзуі мен С нүктесі арқылы өтетін α жазықтығы жалғыз болатынын дәлелдейік.

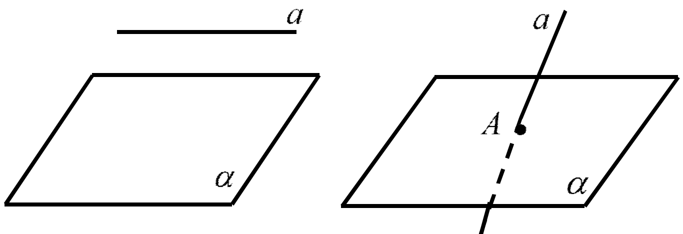
АВ түзуі мен С нүктесі арқылы өтетін екінші бір α' жазықтығы бар делік.

C_2 аксиома бойынша α және α' жазықтықтары түзу бойымен қиылысады. А, В, С нүктелері осы түзудің бойында жатуы тиіс. Бірақ олар бір түзудің бойында жатпайды. Біз қарама-қайшылыққа келдік. Теорема дәлелденді.

2 Түзудің жазықтықпен қиылысуы

Теорема Егер түзудің екі нүктесі жазықтыққа тиісті болса, онда түзу тұтастай сол жазықтыққа тиісті болады.

Дәлелдеу a - берілген түзу және α - берілген жазықтық болсын. (2-сурет). I аксиома бойынша a түзуінде жатпайтын А нүктесі арқылы α' жазықтығын жүргіземіз. Егер α' жазықтығы α жазықтығымен беттесетін болса, онда α жазықтығында a түзуі жататын болады, теореманың айтып отырғаны да осы. Егер α' жазықтығы α жазықтығынан өзгеше болса, онда бұл жазықтықтар a түзуінің екі нүктесін қамтитын a' түзуі бойымен қиылысады. I аксиома бойынша a' түзуі a түзуімен беттеседі, демек, a түзуі α жазықтығында жатады. Теорема дәлелденді.



а) ә)

3-сурет

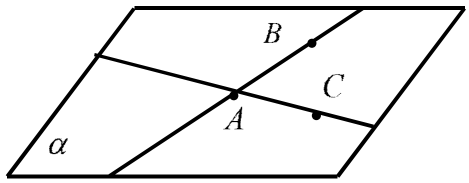
Бұл теоремадан мынау шығады: жазықтық пен бұл жазықтық бойында жатпайтын түзу не қиылыспайды, не бір нүктеде қиылысады (3-сурет).

3 Берілген үш нүкте арқылы өтетін жазықтықтың бар болуы

Теорема Берілген түзуде жатпайтын үш нүкте арқылы жазықтық жүргізуге болады және ол тек біреу ғана болады.

Дәлелдеу А, В, С – бір түзудің бойында жатпайтын үш нүкте болсын (4-сурет). АВ және АС түзулерін жүргіземіз; олар әр түрлі, өйткені А, В, С нүктелері бір түзудің бойында жатпайды. C_3 аксиома бойынша АВ және АС түзулері арқылы α жазықтығын жүргізуге болады. Бұл жазықтыққа А, В, С нүктелері жатады.

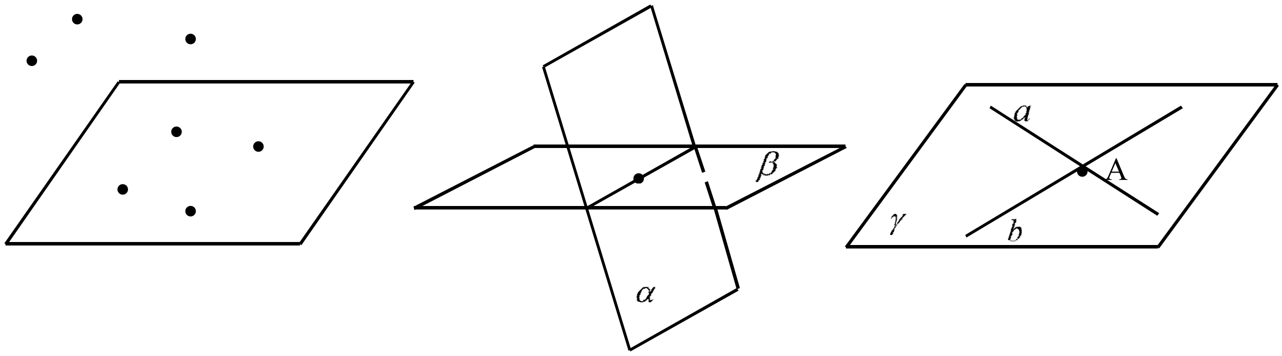
А, В, С нүктелері арқылы өтетін жазықтық жалғыз ғана болатынын дәлелдейміз. Шынында да, алдынғы теорема бойынша АВ және АС түзулері А, В, С нүктелері арқылы өтетін жазықтықта жатады. Ал c_3 аксиома бойынша мұндай жазықтық біреу ғана.



4-сурет

Сонымен, А.В.Погореловтың оқулығында келтірілген аксиомалар мен олардан шығатын салдарларды схема түрінде келтірейік.

С аксиомалар тобы:



C_1 C_2 C_3

Аксиомалардан шығатын салдарлар және теоремалар:

Мектеп математика курсында стереометрияны оқыту 9 сыныптан басталады Ә.Н.Шыныбековтың 9 сыныпқа арналған Геометрия оқулығында стереометрияның С аксиомалар тобы дәл А.В.Погореловтың кітабындағыдай берілген, яғни:

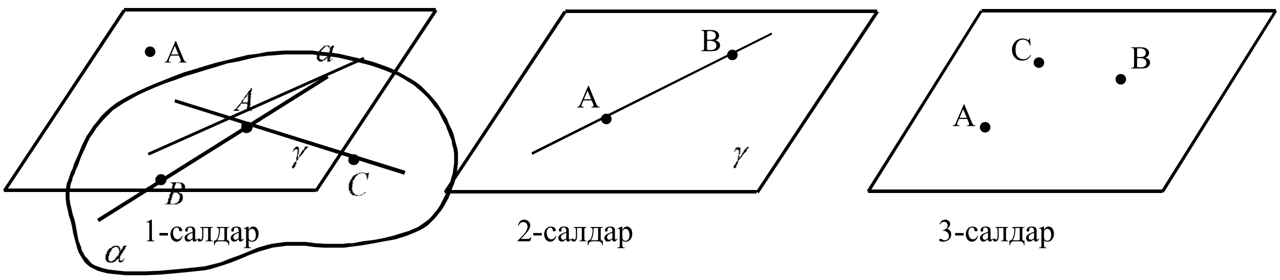
C_1 Қандай жазықтық болса да, ол жазықтыққа тиісті және оған тиісті емес нүктелер болады.

C_2 Егер әр түрлі екі жазықтықтың ортақ нүктесі бар болса, онда олар осы нүкте арқылы өтетін түзу бойымен қиылысады.

C_3 Егер әр түрлі екі түзудің ортақ нүктесі бар болса, онда олар арқылы жазықтық жүргізуге болады және ол тек біру ғана болады.

Осы аксиомалардан туындайтын салдарлар.

1 Теорема *Бір түзудің бойында жатпайтын үш нүкте арқылы бір ғана жазықтық өтеді.*



1-салдар 2-салдар 3-салдар

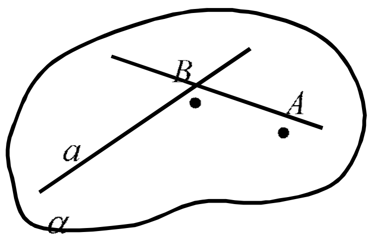
5-сурет

Дәлелдеу Бір түзудің бойында жатпайтын А, В, С нүктелері берілсін (5-сурет), планиметрияның I аксиомасы бойынша әрбір екі нүкте арқылы түзу жүргізуге болады, яғни АВ және АС түзулерін жүргіземіз. Бұл түзулер беттеспейді, себебі А, В, С нүктелері теорема шарты бойынша бір түзудің бойында жатпайды.

Сонда C_3 аксиомасы бойынша АВ және АС түзулері арқылы өтетін жазықтық табылады және бұл жазықтық жалғыз болады. Теорема дәлелденді.

Дәлелденген теоремедан бір түзу бойында жатпайтын А, В, С нүктелері арқылы бір ғана жазықтық өтетінін көреміз бұл жазықтықты кейде АВС арқылы белгілейді.

2 Теорема *Түзу мен оның бойында жатпайтын нүкте арқылы бір ғана жазықтық өтеді* (6-сурет).



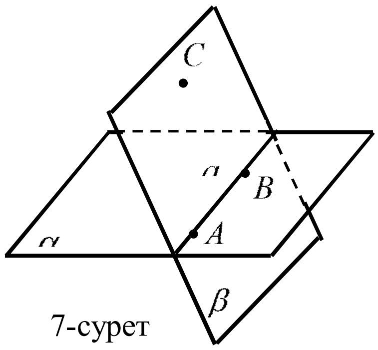
6-сурет

Дәлелдеу a түзуі мен А $(A \notin a)$ нүктесі берілсін. Алдыңғы теорема дәлелдеуінде айтылған I аксиома бойынша a түзуі бойында жататын В нүктесін алып, АВ түзуін жүргіземіз. Мұнда a және АВ ортақ А нүктесі бар әртүрлі түзулер. Сондықтан теорема 1 бойынша бұ екі түзу арқылы, яғни a түзуі мен А нүктесі арқылы жалғыз жазықтық өтеді. Теорема дәлелденді.

3 Теорема *Егер түзудің екі нүктесі берілген жазықтықта жатса, онда түзу толығымен осы жазықтықта жатады.*

Дәлелдеу Айталық, a түзуінде жататын А және В нүктелері α жазықтығында жататын болсын (7-сурет). Онда $a \subset \alpha$ орындалатынын көрсету қажет.

Шынында да, α жазықтығында жатпайтын С нүктесін алайық (ондай нүкте бар C_1 аксиомасы). Теорема 1 бойынша А, В, С нүктелері арқылы β жазықтығын жүргіземіз. α және β жазықтықтары А және В нүктлері арқылы өтетін түзу бойымен қиылысады (C_2 аксиома). Сонымен, АВ, яғни a түзуі α жазықтығында жатады. Теорема дәлелденді.



7-сурет

Сонымен, аксиомалар мен дәлелденген теоремалардан мынадай қорытынды жасауға болады. Жазықтықты: 1) қиылысатын екі түзу; 2) бір түзуде жатпайтын үш нүкте; 3) түзу және оның бойында жатпайтын нүкте арқылы толық анықтауға болады.

Бұл оқулықта жазықтықты қиылысқан екі түзу арқылы жүргізуді негізгі аксиома етіп алып, түзу мен оның бойында жатпайтын нүкте және бір түзудің бойында жатпайтын үш нүкте арқылы жазықтықты жүргізу туралы аксиомаларды оның салдарлары етіп, теорема түрінде берген.

Жалпы білім беретін мектептің жаратылыстану-математика бағытындағы 10-сыныбына арналған В. Гусев, И. Бекбоев, Ж. Қайдасов, А. Абдиевтардың оқулығында С аксиомалар тобына келесі аксиомаларды келтірген:

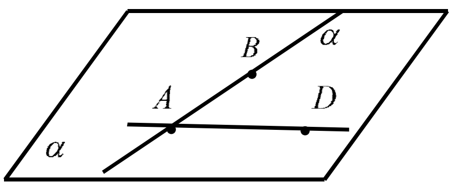
C_1 Қандай жазықтық болса да, ол жазықтыққа тиісті және оған тиісті емес нүктелер болады.

C_2 Бір түзудің бойында жатпайтын үш нүкте арқылы бір ғана жазықтық өтеді.

C_3 Егер түзудің екі нүктесі берілген жазықтықта жатса, онда түзу толығымен осы жазықтықта жатады.

C_4 Егер әр түрлі екі жазықтықтың ортақ нүктесі бар болса, онда жазықтықтар осы нүкте арқылы өтетін түзу бойымен қиылысады.

Осы аксиомалардан шығытын салдарлар:

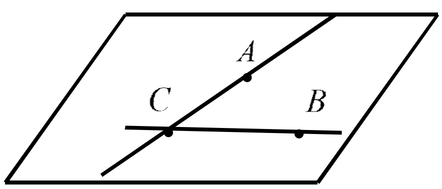


8-сурет

1 Теорема Түзу мен оның бойында жатпайтын нүкте арқылы бір ғана жазықтық өтеді.

Дәлелдеу a - берілген түзу және D – оның бойында жатпайтын нүкте болсын (8-сурет). a түзуінің бойынан кез келген A және B екі нүкте алайық. A, B, D нүктелері арқылы C_2 аксиомасына сүйеніп α жазықтығын жүргізейік. Енді a түзуі мен D нүктесі арқылы өтетін α жазықтығының жалғыз ғана болатынын дәлелдейік. Кері жорып, a түзуі мен D нүктесі арқылы өтетін екінші бір β жазықтығы бар делік. Ондай жағдайда C_4 аксиомасына сәйкес α және β жазықтықтары бір түзу бойымен қиылысып, ал A, B, D нүктелері осы түзудің бойында жатуы тиіс. Бірақ алуымыз бойынша, олар бір түзудің бойында жатпайды. Біз қайшылыққа келдік. Демек, кері жоруымыз дұрыс емес. Теорема дәлелденді.

2 Теорема Қиылысатын екі түзу арқылы жазықтық жүргізуге болады және ол тек біреу ғана болады.



9-сурет

Дәлелдеу a және b түзулері C нүктесінде қиылыссын. a түзуінде жататын C нүктесінен өзгеше кез келген A нүктесін және b түзунде жататын C-дан өзге келген B нүктесін белгілейік (9-сурет). Сонда C_2 аксиомасы бойынша осы A, B, C нүктелері арқылы жазықтық жүргізуге болады және ондай жазықтық тек біреу ғана болады. Теорема дәлелденді.

Дәлелденген теоремаларға және C_2 аксиомаға сүйеніп, жазықтықты мынадай тәсілдермен бере аламыз: 1) бір түзуде жатпайтын үш нүкте арқылы; 2) түзу және одан тысқары жатқан нүкте арқылы; 3) қиылысқан екі түзу арқылы.

Бұл оқулықта жазықтықты бір түзудің бойында жатпайтын үш нүкте арқылы анықтауды негізгі аксиома етіп алып, түзу және оның бойында жатпайтын нүкте арқылы және қиылысқан екі түзу арқылы жазықтық жүргізу туралы аксиомаларды оның салдарлары деп алған.

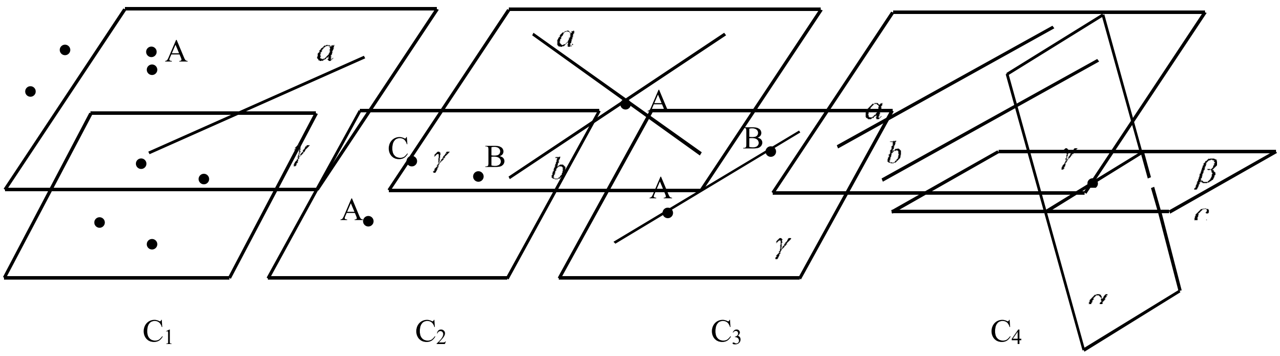
Сонымен қатар, бұл оқулықта жазықтықты параллель екі түзу арқылы жүргізуге болатынын «Параллель және айқас түзулер» тақырыбында берген.

Анықтама. Бір жазықтықта жататын және өзара қиылыспайтын екі түзу параллель түзулер деп аталады.

Анықтамадан, параллель екі түзу арқылы жазықтық жүргізуге болады және ол жалғыз екені шығады. Егер a және b параллель түзулері арқылы әр түрлі екі жазықтық жүргізілген десек, онда a түзуі және b түзуінен алынған қайсыбір нүкте арқылы әр түрлі екі жазықтық жүргізілген болып шығады. Бұр 1- теоремаға қайшы. Осылайша Жаратылыстану-матеметикалық бағыттағы 10-сыныпқа арналған оқулықта жазықтықты берудің осындай тағы бір тәсілі көрсетілген.

Жалпы білім беретін мектептің жаратылыстану-математика бағытындағы 10-сыныбына арналған В. Гусев, И. Бекбоев, Ж. Қайдасов, А. Абдиевтардың оқулығында аксиомалар мен олардан шығатын салдарларды көрнекі түрде келтірейік.

Осы аксиомалардан шығатын салдарлар:



C_1 C_2 C_3 C_4

1-салдар 2-салдар 3-салдар

Л.С. Атанасян, В.Ф.Бутусов және т.б. 10- сыныпқа арналған оқулығында нүктелердің, түзулердің және жазықтықтардың кеңістіктегі өзара орналасуы туралы үш аксиома келесі түрде тұжырымдалған.

Библиографиялық тізім

1 Л.Н.Бескин, Стереометрия. М.: «Просвещение», 1971.

2 А.В. Погорелов, Геометрия, 7-11 сынып. Алматы, «Мектеп» 2001.

3 Е.В. Потоскуев, Геометрия. 10 кл.: учеб. для общеобразоват. учереждений с углубленным изучением математики. -М.: Дрофа, 2010. – 223с.

4 С.Т.Атанасян, Н.В.Шевелева, В.Г.Покровский, Сборник задач по геометрии. Часть 2.М.: «Эксмо»,2008.

5 Ә.Н.Шыныбеков, Геометрия 9 сынып. Алматы: «Атамұра», 2005

Ж.Қайдасов, В.Гусев, Ә.Қағазбаева, Геометрия 10 сынып. А.: «Мектеп»,2006.

«КӨПБҰРЫШТАР» ТАҚЫРЫБЫН ОҚЫТУДА ОНЫҢ ТЕОРИЯЛЫҚ НЕГІЗІН ҚОЛДАНУ ЕРЕКШЕЛІКТЕРІ

Калменова У.О.
Шымкент университеті

Аннотация

7-9 сыныптардың геометрия курсында жазықтықтағы геометриялық фигуралар жүйелі түрде оқытылады, және де жазық көпбұрыштарды сипаттайтын қасиеттерге, олардың шамаларына баса назар аударылады. Көпбұрыштарға есептер шығаруда әртүрлі әдістер пайдаланылады.

Жазық көпбұрыштарды жүйелі оқу 1-4 сыныптарда қалыптасқан қарапайым геометриялық фигуралар жайлы түсініктерге негізделеді және оқушылардың логикалық ойлауын дамыту құралы болады. Мұнда көптеген анықтамалар енгізіледі, мазмұнды теоремалар дәлелденіледі; «қасиеттер» және «белгілер» ұғымдарын қалыптастыру бағытында жұмыстар жүргізіледі. Бастауыш сыныптарда көпбұрыштар арифметиканы оқытуда дидактикалық құралдар жақсы пайдаланылады. Мысалы, 1-сыныпта олардың төбелерін, қабырғаларын, бұрыштарын санап, қабырғаларын өлшейді. 2-сыныпта тең квадраттарға бөлінген тік төртбұрыш көбейтудің ауыстырымдылық заңын кескіндеуге пайдаланылса, одан кейінгі сыныптарда ол көбейтудің қосуға қарағанда үлестірімділік заңын оқуға пайдаланады және тік төртбұрыш ауданы туралы түсінік беріліп квадрат пен тіктөртбұрыш ауданың есептеуге көңіл аударылады.

5-6 сыныптарда геометриялық фигуралар құрал болып қана қоймайды, сонымен бірге оқу обьектісі болады. Мұнда оқушылардың кеңістік түсінігін дамытуға, кесіндіні, сынық сызықты, бұрышты, көпбұрышты, көпжақты (тік бұрышты параллелепипед пен куб) кескіндеу жұмыстарына көп көңіл аударылады. Нәтижеге жетуде негізгі әдіс *нақты-индуктивтік* болады. Кейде дедукция элементтері де еніп отырады. Мысалы, кейбір анықтамалардың (сынық сызық ұзындығы, толықтауыш сәулелер, квадрат, куб және басқалар), кейбір қасиеттердің (АВ кесіндісі А және В нүктелерін қосатын кез-келген сызықтан қысқа болады, бұрыштарды өлшеудің қасиеттері және басқалары) қалыптасуы, ал оқушылар оларды «түсіндіріңдер», «неге» ... түрінде берілген есептерді шығаруда пайдаланып отырады.

Мектеп геометриясының бұл тарауы белгілі бір дәрежеде танымдық функцияны да атқарады. Яғни оны оқу барысында оқушылар жеке мәселелердің тарихымен танысады, олардың адам өміріндегі орны мен рөлін танып біледі. Сонымен қатар көпбұрыштарды оқу басқа іргелес пәндерді: физиканы, сызуды, еңбек сабағын оқуға қажетті білімді, іскерлікті және дағдыларды қалыптастыруда іске асырылады.

Көпбұрыштардың планиметрия курсында оқылған қасиеттері мен белгілері стереометрия курсында кең қолдану табады. Сондықтан мұғалім мұны әрқашанда есте сақтап, ұдайы қайталау ұйымдастырып отыруы керек.

Планиметрияның мектептік курстарында көпбұрыш ұғымы әртүрлі беріледі. Мысалға, Ә.Н.Шыныбеков, А.В.Погорелов, Л.С.Атанасян және т.б. оқулықтарында A_1, A_2 ... A_n көпбұрыш ортақ ұшы бар кез-келген екі A_1A_2, A_2A_3, ... $A_{n-1}A_n$, A_nA_1 кесінділерінің әрқайсысы бір түзудің бойында жатпайтын фигура ретінде пайымдалады. Бұл жағдайда көпбұрыштың ауданын қарастырғанда (тік төртбұрыштың, параллелограмның, үшбұрыштың және т.б.) олардың әрқайсысы туралы сәйкес жазық көпбұрыш деп қарастырылады, яғни көпбұрышпен шектелген жазықтықтың шекті бөлігі. Басқа бір курстарда көпбұрыш (үшбұрыш, төртбұрыш және т.б.) мысалы, А.Д.Александров және басқалар оқулығында, бірден қарапайым сынық сызықпен шектелген жазықтықтың бөлігі ретінде пайымдалады.

Егер курста қаралатын мәселелер тізімі алдын ала бағдарламамен анықталған болса, ал оның құрылысы, тақырыптарды оқыту реті әртүрлі оқулықтарда бірыңғай емес.

Мысалы, А.Д.Александров және Л.С.Атанасян оқулықтарында оқушының практикалық іс-тәжірибесін пайдалану, оқылатын теорияның әртүрлі қолданулары кең орын алған.

Әдетте көпбұрыштар бұрыштарының саны бойынша сарапталады: үшбұрыш, төртбұрыш, бесбұрыш және т.б.

Үшбұрыш – көпбұрыштардың ішіндегі ең «үнемді» түрі. Оны беру үшін оның үш төбесін бір түзудің бойында жатпайтын үш нүктені, немесе өзара екі-екіден қиылысатын үш түзуді беру жеткілікті.

Үшбұрыштар олардың симметриялық дәрежесі немесе тең қабырғалар санына байланысты сарапталады.

Тең қабырғалы: симметрия осі де, тең қабырғалар жұбы да үшке тең; Тең бүйірлі: симметрия осі де, тең қабырғалар жұбы да бірге тең; Әртүрлі қабырғалы да бұлардың әрқайсысы нөлге тең.

Сонымен қатар, мектепте үшбұрыштар бұрыштары бойынша да: сүйір бұрышты, тік бұрышты және доғал бұрышты болып сарапталады.

Үшбұрыштарды оқу толымсыз орта геометрия курсының барлық сыныптарында да қарастырылады, ал 7 сынып шын мағынасында – үшбұрыштар курсы.

Сонымен қатар, үшбұрыш мектептегі планиметрия курсының жұмыс аппараты ретінде пайдаланылады, себебі тең үшбұрыштар тізбегін тұрғызу арқылы әртүрлі геометриялық тұжырымдар дәлелденіледі.

Ал енді көпбұрыштар ұғымы мен оның негізгі элементтерін енгізуде «көпбұрыштардың жалпы теориясының» қолданылуына тоқталайық.

Жоғарыда аталып өтілгендей, планиметрияның мектептік курстарында көпбұрыш ұғымы әртүрлі беріледі. Мысалға, Ә.Н.Шыныбеков, А.В.Погорелов, Л.С.Атанасян және т.б. [9, 10, 11, 12] оқулықтарында A_1, A_2 ... A_n көпбұрыш ортақ ұшы бар кез-келген екі A_1A_2, A_2A_3, ... $A_{n-1}A_n$, A_nA_1 кесінділерінің әрқайсысы бір түзудің бойында жатпайтын фигура ретінде пайымдалады. Бұл жағдайда көпбұрыштың ауданын қарастырғанда (тік төртбұрыштың, параллелограмның, үшбұрыштың және т.б.) олардың әрқайсысы туралы сәйкес жазық көпбұрыш деп қарастырылады, яғни көпбұрышпен шектелген жазықтықтың шекті бөлігі. Басқа бір курстарда көпбұрыш (үшбұрыш, төртбұрыш және т.б.) мысалы, А.Д.Александров және басқалар оқулығында, бірден қарапайым сынық сызықпен шектелген жазықтықтың бөлігі ретінде пайымдалады.

Егер курста қаралатын мәселелер тізімі алдын ала бағдарламамен анықталған болса, ал оның құрылысы, тақырыптарды оқыту реті әртүрлі оқулықтарда бірыңғай емес.

Әдетте көпбұрыштар бұрыштарының саны бойынша сарапталады: үшбұрыш, төртбұрыш, бесбұрыш және т.б. Мектеп оқулықтарында оның ішінде алғашқы болып, көпбұрыштардың ішіндегі ең қарапайым және ең «үнемді» түрі – үшбұрыш оқытылады. Әрине үшбұрыш ұғымын енгізбес бұрын, оның негізгі элементтері төбесі – нүкте, қабырғасы – кесінді және бұрышы ұғымдары енгізіледі. Ә.Н.Шыныбеков, А.В.Погорелов, Л.С.Атанасян және т.б. оқулықтарында үшбұрыштың анықтамасы генетикалық жолмен, яғни үшбұрыш ұғымының пайда болу жолы мен тәсілін көрсету арқылы тұжырымдалады. Оны беру үшін оның үш төбесін бір түзудің бойында жатпайтын үш нүктені, немесе өзара екі-екіден қиылысатын үш түзуді беру жеткілікті.

Сонда Ә.Н.Шыныбеков «Геометрия – 7» оқулығында үшбұрыш анықтамасы мына түрде тұжырымдалған: Бір түзу бойында жатпайтын үш нүкте белгілеп, оларды кесінділермен қосамыз. Шыққан геометриялық фигураны *үшбұрыш* деп атаймыз. Берілген үш нүкте *үшбұрыштың төбелері,* ал оларды қосатын кесінділер — *үшбұрыштың қабырғалары* деп аталады. Мысалы, берілген *A, B, C* нүктелері үшбұрыштың төбелері, ал *AB, AC, BC* кесінділері — оның қабырғалары болады. Бұл үшбұрышты былай белгілейді: ΔABC. $\angle BAC$, $\angle CBA$ және $\angle ACB$ — үшбұрыштың *бұрыштары* деп аталады. Кейде *ABC* үшбұрышының бұрыштарын бір әріппен белгілейді $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$.

Геометриялық фигураның жалпы анықтамасына тоқталайық. Математикада нүктелердің кез келген жиынын **фигура** дейді. Мысалы, осы анықтама негізінде мектеп геометрия курсындағы кейбір фигуралардың анықтамаларын тұжырымдайық:

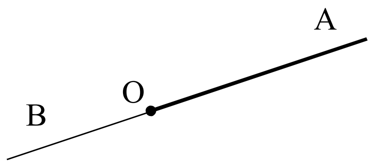
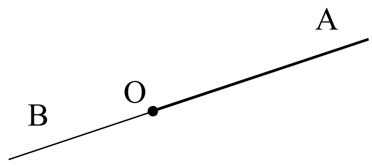
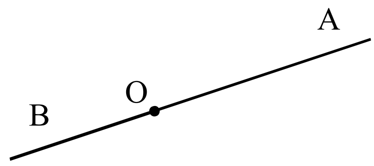
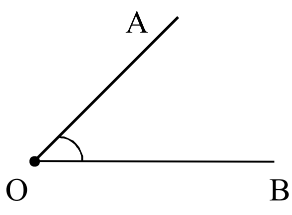
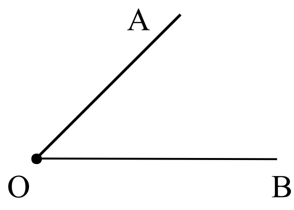
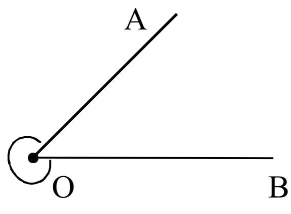
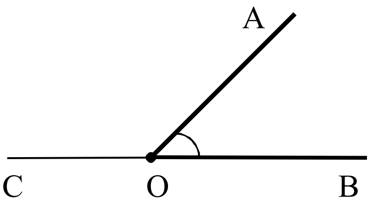
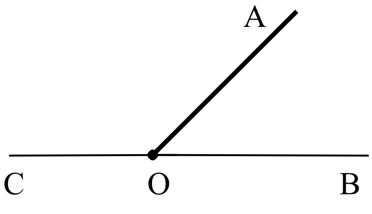
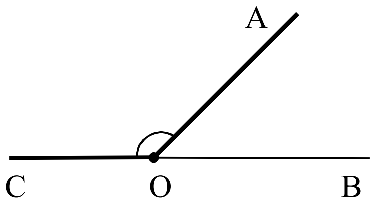
- Берілген екі *A* және *B* нүктелері мен олардың арасындағы түзу нүктелерінің жиынын *AB* кесіндісі деп атаймыз;
- Бір түзудің бір жағында жатқан жазықтық нүктелерінің жиынын сол түзумен анықталатын жарты жазықтық дейді және т.с.с.

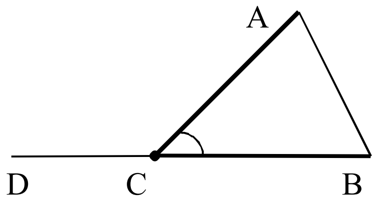
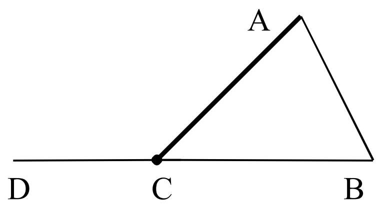
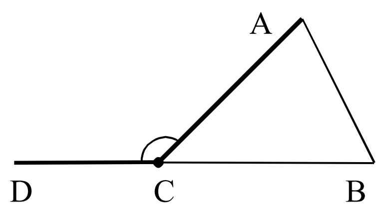
Фигураның барлық нүктесін қамтитын дөңгелек табылса, ол фигура **шектелген,** табылмаса **шектелмеген** делінеді. Мектеп геометрия курсында шектелген фигураға өте көптеген мысалдар келтіруге болады. Атап айтқанда, кесінді, үшбұрыш, шеңбер, дөңгелек және т.с.с. Ал шектелмеген фигуралардың мысалы, түзу, сәуле, бұрыш, жарты жазықтық және т.с.с. болады.

П жазықтықтың барлық нүктелерін, ол жазықтықта жатқан *F* фигураға қатысты үшке бөлуге болады. $M \in П$ нүктесінен *F* фигурада ең болмағанда бір аймағы болса (бірде-бір аймағы болмаса) оны F-тің **ішкі (сыртқы) нүктесі**, ал M –нің кез-келген аймағында F –те жататында, жатпайтында нүктелер болса, ол F-тің **шекаралық нүктесі** делінеді. Шекаралық нүктелердің жиыны ол фиграның **шекарасы** делінеді, ішкі нүктелердің жиыны фигураның **іші,** ал сыртқы нүктелердің жиыны ол фигураны Π-ге дейін **толықтырушы** делінеді.

Жоғары геометрияда оқытылатын осы теория, мектеп геометрия курсында тікелей қолданыс табады. Олардың арасындағы байланыстарды нақты мысалдар арқылы мынадай кестемен өрнектеуге болады.

1-кесте - Жоғары геометрияда және мектеп геометрия курсында тікелей байланыс

Фигураның іші	Фигураның шекарасы	Фигураның сыртқы нүктесі немесе толықтауышы
1	2	3
OA сәулесі 	O нүктесі 	OB сәулесі  OA сәулесін AB түзуіне дейін толықтырады
∠AOB бұрышы 	OA, OB сәулесі 	∠AOB бұрышы  ∠AOB бұрышын α жазықтығына дейін толықтырады
1	2	3
∠AOB бұрышы 	OA сәулесі 	∠AOC бұрышы  ∠AOB бұрышын ∠COB жазыңқы бұрышына

		дейін толықтырады. $\angle AOB$ және $\angle AOC$ сыбайлас бұрыштар.
ΔABC үшбұрышының $\angle ACB$ бұрышы, оның ішкі бұрышы 	AC сәулесі 	$\angle ACD$ бұрышы  $\angle ACB$ бұрышын $\angle BCD$ жазыңқы бұрышына дейін толықтырады. $\angle ACD$ ΔABC үшбұрышы ның сыртқы бұрышы.

Енді осы жерде аталып өтілген үшбұрыштың сыртқы бұрышы ұғымының теориялық негізіне тоқталайық. Алдымен Ә.Н.Шыныбеков оқулығында үшбұрыштың сыртқы бұрышына берілген анықтамаға тоқталайық. Үшбұрыш бұрышына сыбайлас бұрышты оның *сыртқы* бұрышы деп атайды.

$\angle A+\angle B+\angle C=180°$ болғандықтан, $\angle A+\angle B=180°-\angle C$. Сонымен бірге $\angle C+\angle BCD=180°$ (сыбайлас бұрыштар). Сондықтан $\angle BCD=180°-\angle C$. Осыдан $\angle A+\angle B=\angle BCD$, яғни үшбұрыштың сыртқы бұрышы онымен сыбайлас емес екі бұрышының қосындысына тең.

F дөңес жазық фигурасының A шекаралық нүктесі болсын. A дан F-тен әрбір ішкі нүктесін қосатын сәулелер жүргізейік (3, *а* - сурет), онда ол сәулелер жиыны не жарты жазықтық (3, *а* - сурет), не 180^0 тан кем бұрыш болатын аймақты (3 *б* - сурет) толтырады.

Бұл жағдайдың біріншісінде l түзуі мен F-тің бір ғана ортақ нүктесі болады және F-тің барлық нүктесі l түзудің бір жағындағы жарты жазықтықта жатады. l –ді дөңес F фигураның **тірек түзуі** дейді. A –дан жүргізілген l ден басқа түзу F-ті екіге бөледі. Сондықтан олар тірек түзу болмайды.

Екінші жағдайда F фигура BAC бұрыштын ішкі бөлігінде жатады. Бұл кезде BAC бұрыштын ішкі нүктесінен өтпейтін кез-келген түзу (3 *б* - сурет) және AB, AC түзулер F үшін тірек түзу болады. Бір ғана тірек түзу өтетін шекаралық нүктені **жай нүкте** дейді, ол нүктеден тірек түзуді F-ке **жанама түзу** дейді. Ал, бірнеше тірек түзу өтетін нүктені **ерекше нүкте** дейді және AB мен AC бұл кезде **жартылай жанама** түзулер делінеді. Олар арасындағы BAC бұрышты F-тен A нүктедегі **шекаралық бұрышы** дейді. **Ол α болса,** $180-\alpha$ **бұрыш F-тен A нүктедегі сыртқы бұрышы делінеді.**

Осы жұмыстың бірінші тарауында, кез-келген дөңес жазық фигураның ең алыс екі нүктесінің арасы ол фигураның **диаметрі** делінетіндігі айтылған болатын. Осы ұғымды жалпылай отырып, үшбұрыштың ең ұзын қабырғасы оның диаметрі болатындығын, ал төртбұрыштың ұзын диагоналі оның диаметрі болатындығын көреміз. AB кесіндісі қандайда бір берілген фигураның диаметрі болса, онда A,B нүктелерден AB-ға жүргізілген перпендикуляр түзулер ол фигураның тірек түзулері болатындығы айтылған болатын. Бұл ұғымды жалпылайтын болсақ, шеңбер диаметрінің ұштарынан жүргізілген перпендикуляр түзулер *шеңберге жанама түзулер* болатындығын көреміз.

Фигураның қандайда бір d түзуге параллель етіп жүргізілген екі тірек түзуінің арасын фигураның ***d* бағыттағы ені** дейді. Ол ең үлкен болғанда диаметрге тең болады. Бір фигураның әртүрлі бағыттағы ендерінен әртүрлі болуы мүмкін. Олардың ең кішісін **фигураның ені** дейді. Шеңбердің ені мен диаметрі тең болады. Ондай фигураны **тұрақты**

енді фигура дейді. Бұл аталған ұғымды жалпылай отырып үшбұрыштың (жалпы көпбұрыштың) биіктігі ұғымының теориялық негізін аламыз.

Енді мектеп геометрия курсындағы көпбұрыш ұғымының теориялық негізн қарастырайық. А.В.Погорелов оқулығында алдымен үшбұрыш, одан соң төртбұрыштар ұғымдары бөлек енгізіліп, соңында 9-сыныпта көпбұрыштар ұғымы жалпыланады. Ал Ә.Н.Шыныбеков оқулығында алдымен үшбұрыш ұғымы енгізіледі, одан соң көпбұрыштар ұғымы беріліп, оның дербес жағдайы ретінде төртбұрыштар ұғымдары енгізіледі. Бірақ қай мектеп оқулығын алсақта, көпбұрыштар ұғымы тұйық сынықтар арқылы беріледі.

$M_1M_2, M_2M_3, ..., M_{n-1}M_n, M_nM_1$ кесінділер тізбегін M_1 мен M_n нүктелерді жалғайтын **сынық сызықтар** дейді. Егер сынық сызықтың барлық төбелері (сондықтан барлық нүктесі) бір жазықтықта жатса, ол **жазық сынық сызық** делінеді. Егер M_1 мен M_n беттесе онда оны **тұйық сынық сызық** дейді. Жазық **тұйық сынық сызық, жай сынық сызық** делінеді, егерде оның әр төбесі әртүрлі болса бірде-бір төбе қабырғада жатпаса, кез-келген екі қабырғаның ішкі ортақ нүктесі болмаса. Мұндай тұйық сынық сызықты $\overline{M_1M_2...M_n}$ деп белгілейді.

Әрбір жазық тұйық сынық сызық өзі жатқан жазықтықтың нүктелерін өзіне қарағанда екі облысқа – **ішкі және сыртқы** бөледі. Егер *А* мен *В* әртүрлі облыс нүктелері болса, онда *АВ* нүктелерді жалғайтын сынық сызықтын берілген сынық сызықпен кемінде бір ортақ нүктесі болады, ал екеуі бір облыста жатса, онда *А* мен *В*-ны қосатын берілген сынық сызықпен ортақ нүктесі жоқ сынық сызық әруақытта ол сынық сызық жазықтығынан табылады. Тұйық сынық сызықты сыртқы облысында толығымен жататын түзулер табылады, ол ішкі облыста толығымен жататын түзу болмайды.

Жай тұйық сынық сызықпен оның ішкі облысының біріктірмесін **көпбұрыш** дейді. Оны таяқшасыз $M_1M_2...M_n$-ден белгілейді. Сынық сызықтың төбелері, қабырғалары көпбұрыштында төбелері, қабырғалары делінеді.

Көпбұрыштарды төбелерінің санына қарай үшбұрыш, төртбұрыш, бесбұрыш,..., *n* бұрыш деп бөледі. Тұйық сынық сызықтын ішкі облысы көпбұрыштың іші, сынық сызық нүктелері көпбұрыштың шекаралық нүктелері делінеді. *Сонда көпбұрыш іші мен шекаралық нүктелердің біріктірмесінен тұратын фигура болады.*

Мектеп геометрия курсында көпбұрыштардың ішінде дөңес көпбұрыштар оқытылады. Егер фигураның кез-келген екі нүктесін қосатын кесінді толығымен сол фигурада жататын болса, онда ол фигура **дөңес,** кері жағдайда **дөңес емес** делінеді.

Кесінді, үшбұрыш, параллелограм дөңес фигура болады. Берілген түзу бойында жатпайтын кемінде үш нүктесі болатын дөңес жазық фигураны **екі өлшемді** фигура дейді.

Көпбұрыш жазық жай тұйық сызықпен оның ішкі облысының біріктірмесінен тұратындықтан ол бір түзуде жатпайтын кемінде үш нүктесі болатын жазық фигура болады.

Жоғарыда айтылған теория негізінде мектеп геометрия курсында дөңес көпбұрышқа мына түрде анықтама беріледі. Егер көпбұрыш оның әрбір қабырғасы арқылы өтетін түзудің бір жақ бөлігінде жатса, онда мұндай көпбұрыштарды дөңес көпбұрыш деп атайды.

Дөңес көпбұрыштың қасиеттері:

1. Дөңес көпбұрыштың бір қабырғасының басына жүргізілген түзуде ол көпбұрыштың ішкі нүктелері болмайды, ол түзуде шексіз көп шекаралық нүктелер болады.
2. Дөңес көпбұрыштың барлық нүктелері бір қабырғасымен анықталатын тұйық жарты жазықтықта жатады. Ол жарты жазықтықты сол көпбұрыштың жарты жазықтығы дейді.

Библиографиялық тізім

1. Чичигин В.Г. Методика преподавания геометрии: Планиметрия. Пособие для учителей средней школы. М.: Учпедгиз, 1959
2. Земляков Л.Н. Геометрия / учебное пособия для учителя. М.: Просвещение, 2002

МАТЕМАТИКА ПӘНІН ОҚЫТУДА ЖАҢА ПЕДАГОГИКАЛЫҚ ТЕХНОЛОГИЯЛАРДЫ ҚОЛДАНУ

Атирханова М.К.
Нарбекова Н.
Шымкент университеті

Аннотация

Қазіргі кезеңде егеменді елімізде білім берудің жаңа жүйесі жасалып, әлемдік білім беру кеңістігіне бағыт алуда. Бұл педагогика тарихы мен оқу-тәрбие үрдісіндегі елеулі өзгерістерге байланысты болып отыр, себебі, білім беру парадигмасы өзгерді, білім берудің мазмұны жаңарды, жаңа көзқарас, жаңаша қарым-қатынас пайда болды.

Дәстүрлі оқыту әдістемесінің білімді мемлекеттік стандарт деңгейінде толық меңгеруге кепілдік бермейтінін мектеп тәжірибесі көрсетіп отыр, сондықтан жаңартылған әдістемелік жүйені оқыту үрдісінде іске асыру үшін оны технологияландыру қажеттігі туындайды.

Педагогикалық технология – мұғалімнің кәсіби қызметін жаңартушы және сатыланып жоспарланған нәтижеге жетуге мүмкіндік беретін іс-әрекет жиынтығы. Педагогиялық технологиядағы басты міндет – оқушының оқу-танымдық әрекетін жандандыра отырып, алға қойған мақсатқа толық жету.

Оқытудың жаңа технологиясының бағдарламалап оқыту мәселелері В.Беспалько, М.Кларин, И.Лернер және тағы да басқа ғалымдардың еңбектерінде көрініс табады. Дамыта оқыту бағытындағы педагогикалық технология Л.Выготский, Л.Занковтың, ал жеке-бағдарлы оқыту технологиясының жобасы Ш.Амоношвили еңбектерінде зерттелген.

Өз жұмысымда профессор Ж.А.Қараевтың оқытудың «Үшөлшемді әдістемелік жүйесі» педагогикалық технологиясын қолданып келемін. Технологияның негізі ретінде тұлғаның әрекеттілігі алынып, оқушылардың дағдылары мен біліктері олардың өзіндік қайта құру іс-әрекеті негізінде қалыптасады. Кез келген іс-әрекет оның түрлерінің (репродуктивті, конструктивті, өнімді) сатылануымен сипатталады. Оқыту әдістемелік жүйесінде сатылы орналасқан және тұлғаның әрекеттілігі тұрғысынан ойластырылған бөліктері бар әдістемелік жүйені құрастыру тәсілдерін ойлап шығарып, оны «оқытудың үшөлшемді әдістемелік жүйесі» деп атаған. Мұндағы «үшөлшемділік» көпдеңгейлі иерархияны, оның әр бөлігінің вертикаль бағытталған оқыту векторы бар екендігін білдіреді.

Зерттеушілер білім саласының гуманизмін білім жүйесінің дамуындағы әлеуметтік-педагогикалық принцип тұрғысында анықтады. Дәстүрлі оқытуда мұғалім білімді жеткізуші болса, ал гуманизация баламен бірге жұмыс істей отырып, оның барлық қабілетін жан-жақты ашу міндетін қояды. Білімді жеке тұлғаға қарай бағыттау, оқушының «Мен» менталитетін қалыптастыру, олардың өзін-өзі танытуы, өзін-өзі тануы үшін еңбектену мұғалімдер қауымына үлкен мақсаттар жүктеп отыр.

Оқытудың «Үшөлшемді әдістемелік жүйесінің» педагогикалық технологиясы нәтижеге бағытталған білім беруді қамтамасыз ететін механизм.

Мұнда күтілетін нәтижелер:

- Нәтижеге бағытталған бәсекеге қабілетті білім алуға жағдай жасалады;
- Білім беру жүйесінің дамуын болжауға және қадағалауға жағдай туады;
- Білім беру жүйесінің сапасын бағалайтын ұлттық бағалау жүйесі құрылады;

Педагогикалық технология деген «Тәжірибеде жүзеге асып, нәтиже беретін педагогикалық жүйенің жобасы».

Педагогикалық жүйе дегеніміз «Әдістемелік жүйе мен Дидактикалық үрдістің» бірлігі.

Әдістемелік жүйе (мақсат, мазмұн, әдіс-тәсіл, түрі, құралы) бұл оқытудағы сабақ жоспарына сәйкес келеді және ол арқылы нәтижеге жетелейтін оқушы мен мұғалім арасындағы жүзеге асатын процесс.

Технология бойынша әдістемелік жүйенің басты компоненті – оқыту мақсаты болып қалады. Мұндағы мақсат – өздігінен білім алу мақсаты. Жаңа мақсат оқытудың әдістемелік жүйесінің қалған компоненттерінің өзара байланыстағы қалыптары мен өзгерулерін талап етеді.

Білім мазмұнын деңгейлік түрде ұсыну дамыта оқытуды ұйымдастыруға мүмкіндік береді, өйткені оқулық та тапсырмалар да деңгейленіп жасалған, оны біртіндеп деңгей бойынша меңгереді, және мұндағы білімнің кейбір жетекші элементтерін: фактілер, ұғымдар, ережелер, заңдылықтарды т.б. оқушылардың өздері ашады.

І. Оқушылық деңгейде бала мұғалім көмегімен амал-әрекет жасайды алдындағы мақсатты шешуге ұмтылады, бұрынғы білімдерін пайдаланады. Өнімсіз – репродуктивтік деңгей – мемлекеттік стандарттың ең аз қажетті көлемін қамтиды.

ІІ. Алгоритмдік деңгейде мақсат пен шешілуге тиісті ситуация анық, оқушы бұрынғы жинақталған білімін пайдалана отырып, мақсатқа жету үшін өз бетімен жұмыс істейді.

ІІІ. Эвристикалық деңгейде мақсат ашық, ситуация түсініксіз, оны оқушының өзі толықтырады, табады, шешеді, яғни бұрынғы білім көмекке келеді. Оқушы жаңа хабар, білімді өз ізденісімен ала алады. Бұл деңгей - өнімді деңгей.

ІҮ. Шығармашылық деңгей – мақсат жалпылама, анық емес. Оқушы оны анықтайды, жаңа нәрсені табады, өз бетінше жаңа дүние әкеледі.

Деңгейлік тапсырмалардың алғашқы үш деңгейі мемлекеттік стандарттың міндетті деңгейін құрайды. Төртінші деңгейде шығармашылық тапсырмаларын оқытушы жеке баланың қабілетіне қарай өзі құрастырады.

Қойылған мақсатқа жету үшін ҮӘЖ технологиясы оқыту сапасын оқыту мақсаттары мен нәтижелерінің арасындағы арақатынасы деп береді.

Мұғалімдердің алдына қойылып отырған басты міндеттерінің бірі – оқытудың әдіс-тәсілдерін үнемі жетілдіріп отыру және жаңа педагогикалық технологияларды меңгеру.

Орта білім беру жүйесінде әлемдік жоғары деңгейге қол жеткізген анағұрлым танымал оқыту әдістемелері арасында сындарлы теориялық оқытуға негізделген тәсіл кең тараған (Hatti 2009). Бұл теория оқушылардың ойлауын дамыту олардың бұрынғы алған білімдері мен жаңа немесе сыныптағы түрлі дерек көздерінен, мұғалімнен, оқулықтан және достарынан алған білімдерімен астастырыла жүзеге асады деген тұжырымға негізделеді.

Сындарлы оқытудың мақсаты-оқушының пәнді терең түсіну қабілетін дамыту, алған білімдерін сыныптан тыс жерде, кез келген жағдайда тиімді пайдалана білуін қамтамасыз ету. 1992 жылы Пажарес оқыту стилін таңдау кезінде мұғалімнің білімділігінен гөрі ұстанымға негізделген ой-тоқтамдарының ықпалы күштірек деп сендіреді. Сондықтан мұғалімнің ұстанымы- оның көзқарасы, қабылдаған шешімінің және іс-әрекетінің негізі болып табылады. Оқытудың қандай жолы қолданылса да, қарастырылатын екі көзқарас бар. Біріншіден, оқушының жеке тұлға және әлеуметтік нысан ретіндегі келешегі, екіншіден, оқытудың оқушы мен мұғалім арасындағы қарым-қатынас нәтижесі ретінде қарастырылуы. Құзырлы оқытудың маңызды факторы мұғалімнің оқушының тақырыптың мәнін өз бетімен меңгеруін түсінуі мен бағалай алуы болып табылады, ал құзырлы мұғалім оқушыларға, ортаға және ресурстарға лайықтап нақты кезеңде қолданылуы тиімді оқыту элементтерін реттеп отырады. Оқушылардың оқуға қабілетін жақсартуға мүмкіндік беретін педагогикалық тетіктердің біртұтас кешені айқындалған. Іске тартылған педагогикалық тетіктердің ішінде мыналарды атап өтуге болады.

- оқыту негізін түсіну, оқыту стильдерін назарға алу және өмір бойы өзін-өзі оқытудың қажеттілігін мойындау және оның әдістерін таңдау;
- жүйелі ойлануға үйрету;
- шығармашылық талантгарын және оларды барынша жақсы пайдалану жолдарын зерттеу және анықтау;
- оқу үдерісі үшін және өзін-өзі тану әдісі ретінде оқуды жақсы көру;

- тілді, есептеуді жақсы игеру және кеңістіктік ойлау қабілетінің болуы;
- сандық технологиялар саласындағы жоғары құзыреттілік.

Ұлттық оқу зертханалары ұсынып отырғандай оқушылардың алған ақпаратты сақтауының орташа пайызының ең төмені яғни 10%-ға сәйкес келетіні- «оқу» болса, ең жоғары пайызды 90%-ды көрсетіп тұрған-«білім беру» болып отыр. Оқу мен оқытудағы сегізінші тезисте айтылғандай, қолайлы оқу үшін адамдарға кері байланыс пен мадақтау қажет, сондықтан бағалау ізгі болу керек делінген. Оқушылардың арасында бірлескен жұмыс, бірін-бірі қолдау, топтық рух мадақталады. Бұл философия одан әрі оқуда нық тұру үшін қажетті өзін-өзі құрметтеумен және өзін-өзі басқаруды дамытумен сипатталады, нәтижесінде тәуелсіз және ойшыл, өмір бойы оқуға қабілетті тұлға қалыптасады. «Интербелсенді әдістемені ЖОО-да қолдану мәселелері» атты Әлімов Асхат Қамзаұлының оқу құралында интербелсенді әдістерді қолдану жолдары былай көрсетілген:

- оқу орнының «өмір стилін» өзгертіп, оны динамика мен қызыққа толы процеске айналдыру;
- мұғалімдер мен оқушылардың арасындағы қарым-қатынасты ынтымақтастық пен өзара әрекеттесуге негіздеу;

Құзырлылықтарды қалыптастыруда мынадай әдістерді оқу процесінде қолданудың маңызы зор:

- бірлескен интербелсенді әрекеттер;
- рөлдік, өндірістік және іскерлік ойындар;
- кейс-стади;
- презентациялар;
- кері байланыс;
- пікірталастар,
- тренингтер;

«Білім игеру- өмір бойғы үздіксіз процесс» деген ұстанымды негізге ала отырып, бүгінде формалды білім жеткіліксіз, сол себепті де біз өмір бойы өздігімізше үйренуіміз қажет деп айтқым келеді. Бүгінгі күнгі білімге негізделген қоғам әрбір тұлғадан өмір бойы оқып-үйренуді талап етеді және төмендегідей өзгерістерді енгізуді қажет деп санайды:

Мынадай пәнаралық негізгі біліктерді игеріп, оларды тұрақты түрде жетілдіріп отыру:

а) ақпараттық технологиялар, шетел тілдері, технологиялық мәдениет,кәсіпкерлікпен байланысты біліктер;

б) әлеуметтік біліктер

-өздігімен оқып-үйрене білу

-өзгерістерге бейімделе білу

-ақпараттық ресурстарды қолдана білу

-жаңа дағдыларды тез арада меңгере білу және жаңа проблемалар мен ситуацияларға бейімделе білу

-команда құрамында бірлесе жұмыс жасай білу

-таңдау жасап, шешім қабылдай білу

-тәуекелге бара білу,т.б.

Адам үшін ең қызықты нәрсе-өз қолымен жасағаны, өйткені адамның жадында бірінші мезетте тек өзінің әрекеттері мен өз қолымен жасағандары ғана қалады. Кезінде көне қытай ғұламасы Конфуций былай деген екен: «Маған айтып берсең- ұмытып қаламын, көрсетсең –есте сақтармын, ал өзіме жасатсаң- үйренемін». Сол себепті де интербелсенді оқу үйренушілердің оқу процесіндегі белсенді әрекеттерін үйренудің негізгі құралдары мен тәсілдері ретінде таниды.

Кәсіби біліктілікті арттыруда осындай белсенді оқыту тәсілдерін математика пәнінен қолданып келемін. Оқушылар шығармашылық деңгейде жұмыстанып жақсы нәтиже көрсетіп отыр және де нәтиже жыл сайынғы ҰБТ, қалалық, облыстық, республикалық деңгейлерде өтетін олимпиада, ғылыми жарыстарға қатынасқан оқушылар жоғары көрсеткіштерге жетіп жүр. Сонымен қоса мектебімізде соңғы жылдарда

«Алтын белгі» және «Үздік аттестат» иегерлерінің саны жақсы дәрежеде.

Осы мақсатта мектепте де құзыреттілікке бағытталған математикалық тапсырмаларды құрастырып, оны жүзеге асыру мәселелеріне зор көңіл бөлінеді.

Мысалы: мәтін есептерді шығару кезінде есептің математикалық моделі құрылады. Оқушы өз бетімен орындау жұмысын жолға қою қажет. Оның алгоритмі мынадай.

Өз бетімен жұмыстану алгоритмі

- Үлгімен немесе тапсырманың жауабымен салыстыру;
- Есептің шығару жолын қайталау;
- Кері есеп шығару;
- Нәтиженің есеп шартына сәйкестігін тексеру;
- Есепті түрлі тәсілмен шығару;
- Модельдеу, жобалау;
- Нәтижені бағалау, талдау;
- Жеке жағдай арқылы тексеру;
- Нәтижені зерттеу (оқытушы оқушының қызметін бақылау арқылы тексереді, оқушылар бірін-бірі тексереді, оқушылар атқарылған қызметті тексереді).

Жобалап оқыту оқушылардың өзбетімен білім алуға мүмкіндік береді. Бір мезгілде оқушылар жеке, жұппен, топпен жұмыс істейді. Жобалап оқыту қандай да бір мәселенің шешімін іздейді, әр түрлі әдіспен бір нәрсені жобалап зерттейді, ал екінші жағынан өзінің білім, біліктілігі арқылы әр түрлі ғылым, техника, технология аймағында шығармашылықпен жұмыс жасайды.

Жобалау нәтижесінде теориялық білімі мен практикалық білімі ұштасып, өмірге сүруге бейім, өзіндік ой-талғамы бар жеке тұлға қалыптасады.

Мұғалімнің міндеті- оқушылардың шығармашылықпен ойлауына дұрыс бағыт-бағдар беру, шығармашылықпен ізденуге мүмкіндік беру, жағдай туғызу, оны шешу жолын жүйелі түрде зерттеп, талдау жасау, жаңалық ашу немесе мәселені өзбетімен шеше білуге, істеген ісіне тұжырым жасауға үйрету.

Жобаның тиімділігі - көзбен көріп, құлақпен естіп, есте сақтай отырып, оқушыны ізденіске іскерлік пен танымдық ынтаға , шығармашылық қабілетті жетілдіру арқылы түрлі мәселелерді шеше білуге , тапқырлыққа, жаңа ғылыми ізденіске жетелеуде.

Мұғалім мен оқушының іс-әрекет жүйесі

Жоба жеке немесе топтық болады . Бұлардың әрқайсысының өзіне тән ерекшеліктері бар.

Оқыту жобаларының жаңашыл классификациясы оқушылардың жетік іс-әрекетіне негізделіп жасалған:

Практикалық-бағдарланған жоба (оқулықтардан бастап оқыту үрдісінің ұсынбаларына дейін);

Зерттеушілік жобасы – ғылыми зерттеу жұмысының барлық талабы бойынша қандайда бір проблеманы зерттеу;

Ақпараттық жоба — қажет мәселе бойынша ақпаратты жинақтау және өңдеу аудиторияға, көпшілікке тұсау кесер өткізген жағдайда (БАҚ берілген статья, Интернетке берілетін ақпарат);

Шығармашылық жоба —проблеманы шешуде жоғары шығармашылық авторлық қызығушылық таныту. Өнімдер: альманахтар, видеофильмдер, театрализациялау, өнер бұйымдары т.с.с.

Рөлдік жобалар — іскерлік ролдік ойындар, нәтижелер.

Ғылыми жоба.

Оқыту жобаларының классификациясы

Құрылымы бойынша жобалар *моножоба* және *пәнаралық болып келеді..*

Моножобалар бір пән шеңберінде немесе бір білім аймағында жүзеге асады.

Пәнаралық —әр түрлі білім аймағының мамандарымен бірге жетекшілік жасап сабақтан тыс уақытта орындалады .

Байланыс сипатына қарап жобалар: топішілік*, регинальдық және халықаралық болып келеді.Соңғы екеуі әдетте* телекоммуникациялық жоба ретінде жүзеге асады, Интернет және инновациялық компьютерлік технологиялар арқылы.

Мерзіміне қарай қысқа және ұзақ мерзімді жоба болып бөлінеді.

Жобаны презентациялаудың түрлері:

- Баяндама,презентация;
- Іскерлік ойындар;
- Видеофильмді демонстрациялау;
- Экскурсия;
- Телебағдарлама;
- Конференция;
- Инсценировка;
- Театрализация;
- Тыңдаушылармен ойындар;
- Диалог
- Спорттық ойындар;
- Спектакль;
- Жарнама;
- Прессконференция.

Библиографиялық тізім

1. Дьюи ДЖ. «Школа и общество»(1925)- цит. По «Педагогическая лоция. 2003/04 учебный год. Метод проектов в школе» / Спец. прилож. К журналу «Лицейское и гимназическое оброзование», вып. 4, 2033 – с14.
2. Новые педагогические и информационные технологии в системе образования / под ред. Е.С.Полат – М.:2000
3. Пахомова Н.Ю. Проектное обучение – что это? // Методист, №1, 2004-с.42
4. ″Информатика негіздері″ журналы 2009 жыл №6
5. ″Қазақстан мектебі″ журналы 2007 жыл № 5-6 № 12
6. ″Білім әлемінде″ журналы 2005 жыл №5
7. Ясребцева Е.Н.″Как рождается проект″ М. 1995г.

МАТЕМАТИКАЛЫҚ ТІЛДІҢ ҚАЛЫПТАСУЫ

Нурмаханова М.М.

Аннотация

Ғылымның қай саласын алсаңызда – математика. Математика – қатаң заңдылықты қажет ететін пән. Басқа пәндерден ерекшелігі бала-бақшадан бастап, мектеп бітіргенге дейін оқиды. Әр пәннің өзіндік ерекшелігі, заңдылықтары, тілі бар. Оқыту аса күрделі іс-әрекет , сондықтан да оған дайын рецепт болуы мүмкін емес.

Математика үнемі ізденісті, байланысты қажет ететін пән ретінде санаймын. Оқушыларды әр сабақ кезінде өтілетін тақырыпқа байланысты математикалық тілде сөйлете білсек, соған бейімдесек, жаттықтырсақ, жазғызсақ, онда бұл жетістігіміздің бірі екені анық. Бұл оқушылардың есепті талдауына, шешу тәсілін пайдалануға жеңілдік. Сабақ кезінде оқушылардың зейінін аударып, оларды қалыптастыру, қатыстыру үшін:

- математикалық тіл
- математикалық символдар мен белгілеулер
- математикалық сөйлеу мәдениеті
- математикалық тіл компаненттерімен жұмыс жүргізу.

Оқушылардың есеп шешуде жете зер салып, шешудің тәсілдері мен әдістерін, барынша ерекшеліктерін түсінуге, есепті талдпа шешуге, жазылу кезінде, шығару барысында математикалық ережелерді сақтау керек, соған беймдеу керек.

Оқушылардың математикадан өзіндік іс-әрекетін қалыптастыруда есеп шығару жолдарының рөлі зор.

Оқытуға құзіреттілік тұрғысынан қарау білім мазмұнынан білім, білік және дағдыға, шығармашылық іс-әрекет тәсілдеріне және эмоционалды құндылық қатынасқа негізделген «түйінді құзіреттіліктерді» айқындауды қажет етеді. Бұл білім берудің нәтежиесі.

Бұл ережеде өлшемдестік талабының сақталғандығын тексеру үшін анықталған ұғым мен анықталушы ұғым орындарын ауыстырып кез-келген сөзін алдына жазу керек. Мысалы параллель түзулер деп, қиылыспайтын түзулерді айтады, кез-келген қиылыспайтын түзулерді параллель түзулер деп атайды.

Бұл ереженің ұғымының түрлі ерекшеліктері теріс ұғындыратын анықтамадан аулақ болғаны жөн.

Мысалы: дөңгелек емес үшбұрыш, пирамида емес төртбұрыш.

Мектеп математикасында кез келген дәлелдің мақсаты айтылған ұйғарымның ақиқаттығын тағайындау және дәлдігін теореманың бұрын дәлелдеуін теоремасын байланысын анықтау. Теореманы дәлелдеу үш құрамдас бөліктен тұрады.

Тезис дәлелденетін қағида.

Дәлел аргументі – ақиқаттығы бұрын дәлелденген немесе тексерілген және тезистің ақиқаттығы не жалғандығы негізінен пікір.

Дәлелдеу тәсілі. Логикалық талдау.

Математикалық білімнің Конституцияға, сонымен бірге нарықтық экономиканың заңдылықтарына бағыну психологиясын қалыптастыруда да үлесі зор. Бұл оның тағы бір қажеттілігін көрсетеді.

Математика ғылым салаларының, әсіресе табиғат, техника ғылымдарының анасы іспеттес. Бірде бір ғылым саласы математикасыз дами алмайды. Техниканың негізі – физика, сонымен бірге кибернетика (жасанды ақыл-ой), электроника және т.б. ғылым салалары математикалық ойлау негізінде ғана дамиды. Мысалы, ғарышты игеру тек математикалық ойлау, модельдер негізінде құрылған есептеу арқылы ғана іске асырылады.

Математикалық есептеусіз тәжірибе жасау өте қымбатқа түскен болар еді.

Адамзат үшін дүниежүзілік маңызы бар экология деп аталатын ғылым саласы да математикаға негізделген гуманитарлық ғылым. Адамдардың араласуының нәтижесінде табиғаттың теңдігі бұзылып, адамзат зардап шегуде. Бұл дегеніміз математикалық «теңдеу ұғымының теңсіздік ұғымына айналуы».

Математика өмірден алынған қарапайым пікірлерді де өз тілінде модельдей алады. Мысалы, «Менің жауымның жауы маған дос» деген пікір математикада «теріс санды теріс санға көбейтсек, оң сан шығады» деген мағына береді. Диалектиканың негізгі бір заңы – «терістеуді терістеу». Оны математика «теріс санды теріс санға көбейткенде, оң сан шығады» деп модельдейді. Яғни, математикалық модельдеуде математиканың бір құдіреті жатыр.

Математикалық ойлаудың айтпаса болмайтын құдіреттілігінің күштілігі сонша, адамзаттың тарихи деректерден дүниежүзілік ғұлама, ғалым лауазымын иелену үшін математикалық білімнің де (ойлаудың) қажетті екендігін көруге болады. Мысалы, шығыстың ақыны Омар Хаям белгілі математик болған, Әл-Фараби «Математикалық трактат» жазса, Қ.Сәтбаев қазақ тілінде «Алгебра» оқулығын жазған.

Есеп шығару - оқушының математикадан алған білім деңгейін оқу материалын қаншалықты терең меңгергенін көрсетеді. Есепті шығару үшін шыдамдылық, қажырлық, ұқыптылық, жауапкершілікті қажет етеді. Қалай болғанда да, аталған есепті немесе теореманы оқушының өзі шығарып, өзі дәлелдегені дұрыс. Себебі, оқушы осы арқылы өз білімін шыңдап, өз бойындағы сенімсіздіктен айығып, қорқыныш үрейі сейіледі.

Есеп шығару барысында математикалық тілде сөйлеуге, жазуға басты назар аудару керек. Оқушы еркін сөйлеуге, өз ойын жеткізуге үйренеді және тіл байлығы да арта түседі.

Анықтаманы айтуға, теореманы дәлелдеуге, формуланы жаза отырып, математикалық тілде сөйлеуге және есеп шығару барысында пайдалана білуге баулу, дағдыландыру соған беймдеу математика оқытушыларының басты міндеттерінің бірі.

Математикалық ұғымдарды, анықтамаларды және теорияны оқушыларға жеткізуде терминология мен символиканың мәні зор.

Математика терминологиясының өткен жолына көз салмай, келешегін болжау да қиын. Ол үшін ғылым тарихына арналған халықаралық конгрестер мен симпозиумдарды алып қарайық. 1920 жылға дейінгі қазақ тіліндегі математикалық мазмұнды жазбаша терминологияны қазақша-орысша сөздіктерден және дербес басылымдардан кездестіруге болады. Мәселен, қосынды-сома − жамғысы (сумма), құрал-аспап − әбзел (инструмент), мүлт-қате − жаңылыс − калеть (ошибка), секунд − саніа − саннийа (секунд), сызғыш − (линейка), минут – дақыға (минута), он мың − түмен (100 000, тьма). Басына бұл атауларды саудагерлер, тілмаштар пайдаланған екен. Келе-келе бұлар жалпы лексиконға еніп, көпшілік кәдесіне жарады. Олардың кейбіреулері қазіргі тілімізде де ұшырасады.

Математика терминологиясының дамуы мен қалыптасуы бірнеше кезеңдерді бастан өткерді. Олар қазақ әдеби тілінің және оның ғылыми терминологиясының даму тарихын бейнелейді. Кезеңге бөлуде туысқан республикалардағы терминологияның даму жолдары, сол сияқты СССР-дегі ғылыми-техникалық терминологияның қалыптасуы, республикадағы халық ағарту ісінің дамуы ескеріледі. Бірінші кезең−1920 жылдан 1934 жылға дейінгі, екінші кезең−1934 жылдан 1950 жылға дейінгі, үшінші кезең−1950 – 1990 жылдарын, төртінші кезең – 1990 жылдан осы кезге дейінгі уақытты қамтиды.

Қазақ тіліндегі математика терминологиясының қалыптасуы мен жинақталуына оқулықтарды, программаларды аудару және құрастыру, қолтума еңбектер, сондай-ақ, мұғалімдерге қажетті терминология жөнінде мерзімді баспасөз бетінде пікір алысу, терминологиялық сөздіктерді шығару әсер еткенін атаған жөн.

Қазақ тіліндегі математика терминологиясы кеңес өкіметі кезінде 20−30 жылдары қалыптаса, әрі жазылуы жөнге қойыла бастады. Жалпы ғылымымыздың бір буыны болып саналатын терминология мәселелерін шешу қазақ халқының түрі ұлттық, мазмұны кеңестік мәдениетін дамытуға игі әсер етті. Мәселен, ғылыми терминологиясыз балаларды ана тілінде оқыту, халық шаруашылығы үшін маман кадрларды даярлап шығару мүмкін емес-ті. Сондықтан бұл мәселе Қазақ АССР-інің құрылған күнінен бастап-ақ қолға алынып, кейін Халық ағарту комиссариаты жанынан ғылыми-әдеби кеңес ұйымдастырылып, біршама істер тындырылды.

Қазақ тіліндегі ғылыми терминологияның қажеттігі және оны жедел жасау керектігі жөнінде жиырмасыншы жылдардың өзінде-ақ көрнекті мәдениет қайраткерлері С.Сейфуллин, М.Әуезов, Қ.Сәтпаев және т. б. баспасөз беттерінде жазған.

Мәселен, М. О. Әуезов «Ғылым тілі» (Шығармалар, II том, 1969) мақаласында әртүрлі пәндерден оқулық жазуға кедергі болып отырған нәрсе − оның терминологиясы дей келіп, оны жүйелеп, келісіп пайдалану керек деді. С. Сейфуллин өз еңбектерінде (С. Сейфуллин. Затқа ат іздеу, ұғымға сөз іздеу. «Ақжол» газеті, 1922, 14 апрель, № 162; Термины и терминология. «Советская степь», 1928, 28 февраль, №49; Оқу білім майданында. Шығармалар, 4-том, 1962), интернационалдық терминдерді сол күйінде өзгертпей қолдануды ұсынды. Мұнда ол терминдерді реттеу мәселесін де қойды.

Қазақ халқының тарихында алғаш рет терминология мәселелері 1924 жылы Орынборда өткен Қазақстан мәдениет қайраткерлерінің I съезінде талқыланды. Съезде қабылданған қарарда терминологияны жасау мәселесінде араб-иран лексиконын пайдалану бағыты ұсынылды. Алайда, съездегі ғылыми-әдеби кеңес «Білім кеңесінде» пән терминологиясын саралап, талқылап бекіткеннен кейін, мектеп оқулықтарына қосымша ретінде тіркеу керек дегені дұрыс еді. Қезінде ол толық іске асырылмады. Осы себептен арнайы терминологияны түрліше пайдалану өмірден орын тепті.

Мәселен, теңгелдес − теңгерс − уравнение (уравнение), радыйус − шабақ сызық (радиус). Олардың ортасында түсініксіз, тым бұрмаланғандары да болды: геумет (геометрия), олтерпас (ватерпас), мұқабадат, жапыраш осының мысалдары.

1926 жылы Бакуде I Бүкілодақтық тюркологиялық съезд болып, онда «орфография, терминология» мәселесі қарастырылды. Бұл кездейсоқ емес-ті. СССР-дегі түркі тілдес халықтардың мәдениеті мен ағарту ісін онан әрі дамытудағы кедергілердің бірі − алфавиттің, терминологияның, оқыту әдістерінің, орфографияның дамуы артта қалғандығы еді. Терминология жөніндегі баяндамалар талданғанда өзара сиыспайтын түрлі көзқарастардың барлығын көрсетті. Съезд ұсыныстарының ішінде көңілге қонарлық, назар аударарлықтары да бар. Мәселен, халық ағарту комиссариаты жанындағы мемлекеттік терминология комиссиясы қабылдайтын терминология сапалы болуы үшін оның алдын ала мерзімді баспасөз бетінде жариялануы және халықаралық нумерация мен барлық математикалық символиканы өзгеріссіз енгізу керек деген ұсынысын алуға болады. Ғылыми терминологияға деген күнбе-күнгі қажеттіліктен қазақ тіліндегі алғашқы сөздіктер де құрастырылды. Мысалы, 1927 жылы Қызылордада тұңғыш рет «Пән сөздері» басылып шықты. Оны араб графикасы негізінде жасалған алфавитпен Қаратышқанов құрастырды. Бұл сөздік математикалық мазмұнды үш жүздей терминді қамтыды. Оның төрттен бірі негізінен дұрыс терминдер еді. Осы жылы болған Қазақстан мұғалімдері съезіне жауап ретінде жергілікті авторлардың (Ғ.Бегалиев−1929), (А.Сытдықов − 1930), (А.Қасымов − 1928) күшімен бірнеше басшылық құрал жазылды. Олардағы терминологияны талдау − терминдерді пайдалануда қайшылықтардың күшейгендігін байқатады. Мәселен, алгебра − алжебра, алгебір, шама тілі; диагональ − дийәгәнәл, дийәгнал сызық, қыйма, қыйма сызық; неправильная дробь − бұрыс бөлшек, шала бөлшек, теріс бөлшек; простое число − жай сан, дара сан, жіксіз сан; прямоугольник − тікше, қыйықша, тік бұрышты төрткіл, тік бұрыш; центр − кіндік, орта нүкте, орталық болып ұсынылды. Оқу әдебиеті мен мерзімді баспасөз таралымының өсуі, оқыту үрдісіндегі қажеттілік − жинақталған, әрі жаңадан ұсынылатын терминдерді реттеуді талап етті. Сондықтан да Казнаркомпрос жанындағы методикалық бюро пайдаланылатын терминдерді оқулық соңында тізіп беріп те отырды. Оның үстіне халық ағарту ісі бойынша 1930 жылы Москвада өткен II Бүкілодақтық партия кеңесі ұлт тілдері мен оның терминологиясын дамыту мәселесіне көңіл аударды. Кеңес СССР халықтары тілдерінде терминологияны қабылдаудың негізгі принциптерін айқындап берді. 1931 жылы латын графикасы негізінде 8 000 термин сөзді қамтыған, мектеп циклі пәндерінің «Атаулар сөздігі» шығарылды. Бұған математиканың төрт жүзден астам термині енді. Көрсетілген сөздікті шығаруға терминком 1930 жылдың күзінде кіріскен-ді. Кітап кіріспесінде ғылым салалары бойынша мамансыз терминологияда қате кетуі мүмкін деп ескертілді. Шынында да осылай болып шықты. Сөздікке ендірілген жүзге жуық халықаралық терминдердің көбі аударылды, не фонетикалық өзгеріске түсті. Алайда 1927 жылғы сөздікке қарағанда мұнда кейбір терминдерге өзгерістер ендірілді. Мәселен, бұрынғы сан жүйесі орнына әріпметійке, алжебр орнына алгебре, даража орнына гірәдус, өре орнына дийаметр, танап өлшеуі орнына пыланыметірійе қабылданды. Мұнда бұрын жоқ, жаңа шоғырлы сан (комплексное число), шекті айырымдар есебі (исчисление конечных разностей), қисықтық (кривизна) атаулары да ұсынылды. Сондай-ақ, сөздікте түрлі варианттар да келтірілді. Мәселен, пространство − кеңдік (көлемдік), симметрия − нағыз (андам), модель − тұрпат (мәдел) т. т. Өмір осындай көп нұсқалық негізінде дұрыс терминдер туатындығын көрсетті. Қазіргі терминдер сондай жолдан өтті. Аталған сөздіктердің ғылыми да, жетекшілік те, практикалық та мәні болды. Бұл құралдар қазақ тіліндегі математика терминологиясын қалыптастыру мен реттеудегі алғашқы бастама еді.

Қарастырылған кезең аяғында республикалық және жалпыодақтық көлемдегі ауқымды жұмыстармен орыс ғалымдары тарапынан туыстық көмектің қажеттігі сезілді. Сондықтан да отызыншы жылдардың басында СССР халықтары тілдеріндегі ғылыми-техникалық терминологияны унификациялау мәселелері –мен Жаңа Алфавит Комитеті айналысты. Москва және Ленинград ғалымдары осы комитетте жұмыс істей жүріп, терминология мәселелерінен бірнеше принципті еңбектер жариялады.

1933 жылы СССР Ғылым академиясы салалық терминология мәселелерімен айналысушы ұйымдарға көмек беруде техникалық терминология комиссиясын құрды. СССР Ғылым академиясының терминологиялық органын құру инициаторы және негізін қалаушы атақты кеңес математигі әрі механигі С. А. Чаплыгин (1869−1942) және Д. С. Лотте (1898−1950) болды. Осы 1933 жылы Қазак АССР Халық ағарту комиссариаты Кеңесінің № 508 қаулысы негізінде республикада Халық ағарту комиссариаты жанынан 13 адамнан Мемлекеттік терминология комиссиясы құрылды. Председателі профессор Қ.Жұбанов, мүшелері − профессор С.Д. Асфендияров, Б.А. Бірімжанов және т. б. болып, терминологияны реттеу мен унификациялау мәселелерімен айналысты.

Қазақ тіліндегі математика терминологиясының алғашқы кезеңінде негізінен қарапайым математика терминологиясы қарастырылды.

1934−1949 жылдардағы математика терминологиясының қалыптасуы мен дамуына білімнің идеялық және ғылыми деңгейінің көтерілуі, республикада жеті жылдық білімнің іске асырылуы, деревняда социализмнің жеңісі, СССР-дің аграрлық елден индустриялық елге айналуы әсер етті.

Одақта терминология мәселелерін шешу ісіне тән Д.С. Лотте, Э.Қ. Дрезен зерттеулерінен, ал республикада терминология мен орфография туралы 1935 жылғы Қазақстан мәдениет қызметкерлері съезінің шешімдерінен, қазақ лингвистерінің онан әрі зерттеулерінен көруге болады.

Мәселен, съезден бұрын 6−7 апрельде мемлекеттік терминкомның жоғары оқу орындары мен ғылыми-зерттеу институттары қызметкерлері қатыстырылған отырысы болып, онда математика терминдерін қабылдаудың негізгі принциптерін көрсетті. Х.Қ. Жұбанов редакциялығымен он мыңнан артық терминді қамтитын жобасы бар. «Мемтерминкомның бюллетенінің» төрт нөмірі шығарылды. Оның бір мыңдайы математикадан еді. Бюллетеньде С.Талжанов, Х.Қ. Жұбановтар терминнің ерекшелігін сипаттайтын мақалалар жазды. Осындай жұмыс нәтижесінде 1 200 математика терминдері 1936 жылғы сөздікке енді. Жобадағы кейбір терминдер съезде өзгертілді. Мәселен, сумма, қосынды − қосынды, өрнек − өрнек, сызба − шертеж (чертеж). Сондай-ақ, синонимдер де азайтылды. Мәселен, ен, бой орнына биіктік (высота), сабақ, шүлдік, өзек орнына өс (ось), қыйма, қыйу, кесік орнына қыйу, қыйма (сечение), аралық, ара, ентербал орнына интервал қабылданды. Өкілді таңдау қиын болғанда параллель адекватты ұсынды. Мысалы: жанау, жанасу − касание, сурет, кескін − изображение, жазба, жайма − развертка, жайу, жіктеу − разложение.

Зат есім болатын халықаралық, орыс-совет терминдері орысша жазылуы түрінде қабылданды. Қазақ тілінде дыбыс жетпеген жағдайда ғана термин қазак алфавитімен өрнектелді: покус (фокус), қорда (хорда) т. т.

Апофема, директриса, лемниската, абсцисса, медиана, класс атауларында соңғы әріптер түсіріліп жазылса, халықаралық анти-, би-, суб-, поли- префикстері сақталады. Көпкіл, үшкіл, төрткіл сөздері қолданыстан шығарылып, орнына көпбұрыш, үшбұрыш, төртбұрыш терминдері ұсынылды.

Келесі кезеңде элементар математика терминологиясымен қатар, жоғары математика терминологиясы жартылай қарастырылды. Бұл пединституттарда математиканың кейбір тарауларынан қазақ тілінде лекциялар оқылып, жоғары математикадан кітаптар жазылған кезең еді. Халықаралық кейбір символдар – f (эф), x (икс), V (вэ) әріптерін осы кітаптарда пайдаланды. 1930 жылы-ақ Жаңа Алфавит Комитетінің IV пленумында,v f, x әріптерін қолдану ұсынылған-ды. Мұндай жаңалық квадрат, дифференциал сияқты сөздерді дұрыс жазуға мүмкіндік берді.

Библиографиялық тізім

1. С.Елубаеав. «Орта мектепте математиканы оқыту процесінде терминдер мен символдарды пайдалану». А., «Мектеп», 1984, 96-бет.

2. С.Елубаеав. Математиканы оқыту теориясының негіздері мен әдістемесі, 1-бөлім, «Қазақ мемлекеттік қыздар педагогика институты», 2006, 282 бет.
3. А.Қ. Алпысов «Сығыстырып оқыту» Шоқан тағылымы-4 том,Көкшетау, 2004 ж.
4. Я.И.Груденов. Совершенствование методики работы учителя математики. М: «Просвещение», 1990, 224ст;
5. Л.М.Фридман. Логико-психологический анализ школьных учебных задач. М., 1972.
6. С.Елубаеав. Орта мектепте математиканы оқыту әдістемесі. А., «Рауан», 1995, 144

КЕЛТІРУ ФОРМУЛАЛАРЫН ӨРНЕКТІ ЫҚШАМДАУДА ҚОЛДАНУ

Халықова М.Б.
Шымкент университеті

Аннотация
В этой статье рассматривается применение формул прведения в упрощении выражения

Келтіру формулалары деп, $\frac{\pi n}{2} \pm \alpha, n \in Z$ түріндегі аргументтің тригонометриялық функцияларының мәнін α аргументінің тригонометриялық функцияларына келтіретін формулаларды айтады.

Айталық, $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$ есептеу керек болсын. (3) бойынша

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \sin\frac{\pi}{2}\cos\alpha + \cos\frac{\pi}{2}\sin\alpha = \cos\alpha + 0 = \cos\alpha,$$

яғни $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos\alpha$ аламыз.

Төменде 1-кестедегі келтіру формулалары осы сияқты есептелген.

Кестеде келтірілген келтіру формулаларын еске ұстауды жеңілдету үшін келесі мнемоникалық (әдістер жиынтығын) ережені қолдануға болады.

1-кесте

x	$\frac{\pi}{2}-\alpha$	$\frac{\pi}{2}+\alpha$	$\pi-\alpha$	$\pi+\alpha$	$\frac{3\pi}{2}-\alpha$	$\frac{3\pi}{2}+\alpha$	$2\pi-\alpha$
$\sin x$	$\cos\alpha$	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$-\sin\alpha$	$-\cos\alpha$	$-\cos\alpha$	$-\sin\alpha$
$\cos x$	$\sin\alpha$	$-\sin\alpha$	$-\cos\alpha$	$-\cos\alpha$	$-\sin\alpha$	$-\sin\alpha$	$\cos\alpha$
$tg\,x$	$ctg\,\alpha$	$-ctg\,\alpha$	$-tg\,\alpha$	$tg\,\alpha$	$ctg\,\alpha$	$-ctg\,\alpha$	$tg\,\alpha$
$ctg\,x$	$tg\,\alpha$	$-tg\,\alpha$	$-ctg\,\alpha$	$ctg\,\alpha$	$tg\,\alpha$	$-tg\,\alpha$	$-ctg\,\alpha$

1) егер α доғасы горизонталь диаметрден бастап салынса ($\pi \pm \alpha$ немесе $2\pi \pm \alpha$), онда функция атауы сақталады;

Егер α доғасы вертикаль диаметрден бастап салынса ($\frac{\pi}{2} \pm \alpha$ немесе $\frac{3\pi}{2} \pm \alpha$), онда функция аты ұйқасына (синус косинусқа, тангенс котангенске, т.с.с) өзгереді;

2) алынған функцияның алдына келтірілетін функцияның қарастырылып отырған ширектегі таңбасы қойылады (α – сүйір бұрыш деп саналады).

1-мысал Өрнекті ықшамдаңыз:

$$\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)\cdot\sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)\cdot tg(\pi-2)}{ctg\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)\cdot\sin(\pi-2)}$$

Шешуі: Келтіру формуласын пайдаланамыз,

$$\frac{\cancel{\sin\alpha}\cdot\cos\alpha\cdot(\cancel{-tg\alpha})}{\cancel{-tg\alpha}\cdot\cancel{\sin\alpha}}=\cos\alpha\ ;$$

Жауабы: $\cos\alpha$

2-мысал $\dfrac{ctg\frac{\alpha}{2}+tg\frac{\alpha}{2}}{ctg\frac{\alpha}{2}-tg\frac{\alpha}{2}}$

Шешуі:

$$\frac{ctg\frac{\alpha}{2}+tg\frac{\alpha}{2}}{ctg\frac{\alpha}{2}-tg\frac{\alpha}{2}}=\frac{\dfrac{\cos\frac{\alpha}{2}}{\sin\frac{\alpha}{2}}+\dfrac{\sin\frac{\alpha}{2}}{\cos\frac{\alpha}{2}}}{\dfrac{\cos\frac{\alpha}{2}}{\sin\frac{\alpha}{2}}-\dfrac{\sin\frac{\alpha}{2}}{\cos\frac{\alpha}{2}}}=\frac{\dfrac{\cos^2\frac{\alpha}{2}+\sin^2\frac{\alpha}{2}}{\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}}}{\dfrac{\cos^2\frac{\alpha}{2}-\sin^2\frac{\alpha}{2}}{\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}}}=$$

$\cos^2\frac{\alpha}{2}+\sin^2\frac{\alpha}{2}=1,\ \cos^2\frac{\alpha}{2}-\sin^2\frac{\alpha}{2}=\cos\alpha$ формулаларын пайдаланамыз, сонда

$$=\frac{\cos^2\frac{\alpha}{2}+\sin^2\frac{\alpha}{2}}{\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}}{\cos^2\frac{\alpha}{2}-\sin^2\frac{\alpha}{2}}=\frac{1}{\cos\alpha};$$

Жауабы: $\dfrac{1}{\cos\alpha}$.

3-мысал Өрнекті ықшамдаңдар

$$\frac{\sin\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)tg\left(\frac{\pi}{2}+\beta\right)}{\cos(\pi-\alpha)ctg\left(\frac{3\pi}{2}-\beta\right)}-\frac{\sin\left(\frac{3\pi}{2}-\beta\right)ctg\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)}{\cos(2\pi-\beta)\cdot tg(\pi-2)}$$

Шешуі: Келтіру формуласын пайдалансақ,

$$\frac{-\cancel{\cos\alpha}\cdot(-ctg\beta)}{-\cancel{\cos\alpha}\cdot tg\beta}-\frac{(-\cancel{\cos\beta})(\cancel{-tg\alpha})}{\cancel{\cos\beta}(\cancel{-tg\alpha})}=\frac{-ctg\beta}{tg\beta}+1=$$

$$=\frac{-\dfrac{\cos\beta}{\sin\beta}}{\dfrac{\sin\beta}{\cos\beta}}+1=-\frac{\cos^2\beta}{\sin^2\beta}+1=\frac{-\cos^2\beta+\sin^2\beta}{\sin^2\beta}=$$

$$=\frac{-\left(\cos^2\beta-\sin^2\beta\right)}{\sin^2\beta}=\frac{-\cos^2\beta}{\sin^2\beta};$$

Жауабы: $-\dfrac{\cos^2\beta}{\sin^2\beta}$

4-мысал Өрнекті ықшамдаңдар

$$f(\alpha)=\frac{\sin^3\left(\alpha-270^0\right)\cos\left(360^0-\alpha\right)}{tg^3\left(\alpha-90^0\right)\cos^3\left(\alpha-270^0\right)}$$

Шешуі: $y=\cos x$ функциясы жұп, ал $y=\sin x, y=tgx$ функциялары жоқ екендігі белгілі, ал келтіру формулаларын пайдалансақ, онда өрнек мына түрге келеді:

$$f(\alpha)=\frac{\left(-\sin\left(270^0-\alpha\right)\right)^3\cos\left(360^0-\alpha\right)}{\left(-tg\left(90^0-\alpha\right)\right)^3\cdot\cos^3\left(270^0-\alpha\right)}=\frac{(\cos\alpha)^3\cos\alpha}{(-ctg\alpha)^3(-\sin\alpha)^3}=$$

$$=\frac{\cos^3\alpha\cos\alpha}{\left(-ctg^3\alpha\right)-\left(-\sin^3\alpha\right)}=\frac{\cancel{\cos^3\alpha}\cdot\cos\alpha}{-\dfrac{\cancel{\cos^3\alpha}}{\cancel{\sin^3\alpha}}\left(-\cancel{\sin^3\alpha}\right)}=\cos\alpha$$

Егер $\sin\alpha\neq 0, ctg\alpha\neq 0, \alpha\neq\dfrac{\pi n}{2}$ болса, онда $f(\alpha)=\cos\alpha$ болады.

5-мысал Ықшамдау керек:

$$\frac{4\sin 25^0\sin 65^0}{\cos 40^0}$$

Шешуі: $65^0=90^0-25^0$ теңдігін пайдаланамыз

$$\frac{4\sin 25^0\sin 65^0}{\cos 40^0}=\frac{4\sin 25^0\sin\left(90^0-25^0\right)}{\cos 40^0}=\frac{4\sin 25^0\cos 25^0}{\cos 40^0}=$$

$$=\frac{2\sin 50^0}{\cos 40^0}=\frac{2\sin\left(90^0-40^0\right)}{\cos 40^0}=\frac{2\cos 40^0}{\cos 40^0}=2.$$

Жауабы: 2

Қорыта айтқанда, оқыту үрдісінде тригонометрияның келтіру формулаларын өрнектерді ықшамдауда дұрыс және дәл тұжырымдауға баулуға ерекше назар аударылуы керек.

Пайдаланған әдебиеттер тізімі:

1. А. Әбілқасымова, И. Бекбоев, А. Абдиев, З. Жұмағұлова «Алгебра» Алматы 2009
2. Ә. Н. Шыныбеков «Алгебра және анализ бастамалары» Алматы 2006С.
3. В. А. Гусев, А. Г. Мордкович «Математика» Москва 2010
4. В. С. Крамор «Повторяем и систематизируем школьный курс алгебры и начал анализа» Москва 2011

ТРИГОНОМЕТРИЯЛЫҚ ТЕҢДЕУЛЕРДІ ШЕШУ ТӘСІЛДЕРІ

Халықова М.Б.
Шымкент университеті

Аннотация

В этой статье рассматривается способы решения тригонометрических уравнений.

Тригонометриялық теңдеулерді шешу үшін алгебра курсының белгілі тригонометрияға қатысты төменгі сыныптарда оқыған тепе-теңдіктерді, формулаларды , тригонометриялық функциялардың қасиеттерін, алгебралық теңдеулерді шешу әдістерін пайдаланамыз.

Анықтама. Айнымалысы тригонометриялық функция таңбасаның ішінде болатын теңдеу тригонометриялық теңдеу деп аталады.

Мысалы, 2sinx =1 ; ctgx=1; Cos2x=0 т.с.с.

sinx= a; cosx= a; tgx=a; ctgx=a (1)

(мұндағы a саны кез-келген нақты сан.) түрінде берілген теңдеулерді қарапайым тригонометриялық теңдеулер деп атайды.

Тригонометриялық теңдеулерді шешу дегеніміз -берілген теңдеуді тура тепе-теңдікке айналдыратын аргументтің барлық мәндерін табу.

Тригонометриялық теңдеулерді шешудің өзіне тән ерекше әдістері бар:

1) Тригонометриялық теңдеудің бір түбірі бар болса, онда оның шексіз түбірлері болады.
2) Тригонометриялық теңдңуді оның екі жақ бөлігіне ортақ көбейткіш болатын тригонометриялық функцияға бөлуге болмайды, себебі теңдеудің ең болмағанда бір шешімі жоғалады

Енді әртүрлі тригонометриялық теңдеулердің шешуін қарастырайық.

1. $\sin 2x = \cos^4 \frac{x}{2} - \sin^4 \frac{x}{2}$

Шешуі:

$$\sin 2x = \left(\cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2}\right)\left(\cos^2 \frac{x}{2} + \sin^2 \frac{x}{2}\right)$$

$$\sin 2x = \cos x$$

$$2\sin x \cos x - \cos x = 0$$

$$\cos x(2\sin x - 1) = 0 \Rightarrow \cos x = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{\pi}{2} + k\pi; x_1 = \frac{\pi}{2}(2k+1)$$

$$2\sin x - 1 = 0 \Rightarrow \sin x = \frac{1}{2}; x_2 = (-1)^k \frac{\pi}{6} + k\pi;$$

2. $\left(1+\cos 4x\right)*\sin 2x=\cos^2 2x$

Шешуі:

$$\left(1+\cos 4x\right)*\sin 2x=\frac{1+\cos 4x}{2}$$

$$2\left(1+\cos 4x\right)*\sin 2x=\left(1+\cos 4x\right)$$

$$2\left(1+\cos 4x\right)*\sin 2x-\left(1+\cos 4x\right)=0$$

$$\left(1+\cos 4x\right)*\left(2\sin 2x-1\right)=0\Rightarrow 1+\cos 4x=0;\cos 4x=-1;4x=\pi+2k\pi;x_1=\frac{\pi}{4}+\frac{k\pi}{2};x_1=\frac{\pi}{4}\left(2k+1\right)$$

$$2\sin 2x-1=0\Rightarrow\sin 2x=\frac{1}{2};2x=\left(-1\right)^k\frac{\pi}{6}+k\pi;x_2=\frac{\pi}{12}+\frac{k\pi}{2}$$

3. $ctgt-\sin t=2\sin^2\frac{t}{2}$

$$\frac{\cos t}{\sin t}-\sin t=1-\cos t$$

$$\frac{\cos^2\frac{t}{2}-\sin^2\frac{t}{2}}{2\sin\frac{t}{2}\cos\frac{t}{2}}-2\sin\frac{t}{2}\cos\frac{t}{2}=2\sin^2\frac{t}{2}$$

$$\cos^2\frac{t}{2}-\sin^2\frac{t}{2}-4\sin^2\frac{t}{2}\cos^2\frac{t}{2}=4\sin^3\frac{t}{2}\cos\frac{t}{2}$$

$$\cos t-\sin^2 t=2\sin^2\frac{t}{2}*2\sin\frac{t}{2}\cos\frac{t}{2}$$

$$\cos t-\sin^2 t=\left(1-\cos t\right)\sin t$$

$$\cos t-\frac{1-\cos 2t}{2}=\sin t-\sin t\cos t$$

$$2\cos t-1+\cos 2t=2\sin t-2\sin t\cos t$$

$$2\cos t-1+\cos 2t=2\sin t-\sin 2t$$

$$2\cos t-2\sin t+\left(\cos 2t+\sin 2t\right)-1=0$$

$$2\left(\cos t-\sin t\right)+\left(\cos^2 t\right)-\sin^2 t+2\sin t+\cos t-\sin^2 t-\cos^2 t=0$$

$$2\left(\cos t-\sin t\right)+2\sin t\cos t-2\sin^2 t=0$$

$$2\left(\cos t-\sin t\right)+2\sin t\left(\cos t-\sin t\right)=0$$

$$2\left(\cos t-\sin t\right)*\left(1+\sin t\right)=0$$

Шешуі: $\cos t-\sin t=0\Rightarrow 1-\frac{\sin t}{\cos t}=0\Rightarrow tgt=1;t_1=\frac{\pi}{4}+k\pi;t_1=\frac{\pi}{4}\left(4k+1\right);$

$$1+\sin t=0\Rightarrow\sin t=-1\Rightarrow t_2=-\frac{\pi}{2}+2k\pi;t_2=\frac{\pi}{2}\left(4k-1\right);$$

4. $2\sin^3 x+2\sin^2 x\cos x-\sin x\cos^2 x-\cos^3 x=0$

Шешуі: Теңдеудің әрбір мүшесін $\cos^3 x$-ке бөлеміз

Сонда: $2tg^3x+2tg^2x-tgx-1=0;tgx=z$

$$2z^3 + 2z^2 - z - 1 = 0$$
$$\left(2z^3 + 2z^2\right) - (z+1) = 0 \Rightarrow (z+1)\left(2z^2 - 1\right) = 0$$

Сонда: $z + 1 = 0 \Rightarrow z = -1; tgx = -1 \Rightarrow x_1 = -\dfrac{\pi}{4} + k\pi; x_1 = \dfrac{\pi}{4}(4k-1)$

$$2z^2 - 1 = 0 \Rightarrow 2z^2 = 1 \Rightarrow z^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow z = \pm\frac{1}{\sqrt{2}} = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$$
$$tgx = \pm\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow x_2 = \pm arctg\frac{\sqrt{2}}{2} + k\pi$$

Қорыта айтқанда, оқушылар тригонометриялық теңдеулердің шешу жолдарымен танысып, тригонометриялық теңдеулерді шешу дағдысын дамытады.

Әдебиеттер:

1.А. Әбілқасымова, И. Бекбоев, А. Абдиев, З. Жұмағұлова «Алгебра» Алматы 2009
2.Ә. Н. Шыныбеков «Алгебра және анализ бастамалары» Алматы 2006 С.
3.В. А. Гусев, А. Г. Мордкович «Математика» Москва 2010
4.В. С. Крамор «Повторяем и систематизируем школьный курс алгебры и начал анализа» Москва 2011

ЖАЛПЫ БІЛІМ БЕРЕТІН МЕКТЕПТЕРДЕ МАТЕМАТИКАНЫ ОҚЫТУ МАҚСАТЫНДА АҚПАРАТТЫҚ ТЕЛЕҚАТЫНАСТЫҚ ТЕХНОЛОГИЯЛАР АРҚЫЛЫ ДАМЫТУ

Калдыбекова З.Е.
Шымкент университеті

Аннотация

Жоғарыда көрсетілгендей, алдыңғы сипатталған модель қазіргі оқу орнының ақпараттық білім ортасын құру мен қолдану бойынша тәжірибелік жұмыстарға арналған толық нұсқауын береді. Мұндай модель компоненттік және ресурстық құрамы ретінде орта білім жүйесін ақпараттандыруына кешенді түрде қатынастарды қанағаттандыратын талаптарды анықтайды.

Жүргізілген сараптамалық және интеграциялық жұмыстардың артында негізгі ақпараттық технологиялар қарастырылды, оларды пайдалану педагогикалық жағынан техникалық ретінде қарастырылды. Осы зерттеулердің алдыңғы бөлімдерінде орта мектепте дәстүрлі түрде қолданылатын негізгі ақпараттық технологиялар сипатталып таңдалды. Бір жағынан мұндай технологиялар білім берудің де ақпараттандыру үдерісінің болуының және жаңаланудың қажеттілігінің дәлелдемесі ретінде қызмет етті. Екінші жағынан, бұрын көрсетілген технологиялардың барлығы және ақпараттанудың нақты құралдары оқу орындарының ақпараттық білім ортасының құрастырушысы ретінде ғана қолданыла алады. Бірақ бүгінгі күні ақпараттық желілік телеқатынастық алмасуын қамтамасыз етумен байланысты технология жүйесін ақпараттандыруға барлық әдістер ерекшеленеді.

Қазіргі барлық ақпараттық технологиялар телеқатынастық орталарды өндеумен, игерумен байланысты болады. Бұдан келіп, қазіргі ақпараттық білім ортасын да қазіргі компьютерлік ақпаратты тасымалдау құралдарының мүмкіндігі мен артықшылығын ескере отырып жобаларды игеруі қажет. Мұндай технологияларды пайдалану көптеген пайдаланушылардың ресурстарына мүмкіндік алуға, оқу орнының қызметкерлер құрамы оқушылардың, педагогтардың ортасының ресурстарымен жұмыс жасау орны мен уақытын иемдеуге, оқу орнында құрастырылған ақпараттық ресурстарды, ауданның, қала, облыс, республиканың ресурстарымен біріктіруге мүмкіндік береді. Ортаның бар компоненті шеңберіндегі кітапхана ісінің ақпараттануының болашағын қарастырғанда бұл дәстүрлі және электрондық кітапханалардың ақпараттық ресурстарына телеқатынастық мүмкіндікті жүзеге асырудың қажеттілігін көрсетті, яғни кітапхана қызметінің жалпы телеқатынастық орталарында орналасқан әлемдік ақпараттық білім ресурстарына мүмкіндікті ұйымдастыру іздеу қызметі болып табылады. Осыған байланысты ақпаратты білім ортасын құру мен пайдалануда оқу орнындағы педагогикалық қызметтің интенсификациясына әсерін тигізуде негізгі ақпараттық және телеқатынастық технологияларды қарастыру өзекті мәселе болып отыр.

Қазіргі ақпараттық және телеқатынастық технологиялардың әдістемелік артықшылығын көрсететін ғылыми – педагогикалық жариялымдар күн санап өсуде. Оның ішінде желілік компьютерлік ақпарат алмасу ұйымдастырылатын телеқатынастық технологиялардың мәні зор. Қалған барлық ақпараттық технологиялар қашықтағы мәліметтер қорына және сайтына мүмкіндік технологиясының, электронды пошта, бейне конференциялардағы хабарламаға сілтеме ретінде екінші роль атқарады. Осы барлық телеқатынастық технологиялардың түрлерін жеке-жеке сипаттау Г.Изтілеуованың диссертациялық зерттеуінде қарастырылды.

Телеқатынастық технологияның қарапайым және кең тараған түрі электрондық пошта жайлы айтатын болсақ, көп жылдар бойы көптеген оқу орындарында ол оқушылар мен оқытушылардың жеке немесе топ тық қарым- қатынас ретінде қолданылды. Бүгінгі күні оқу орындарындағы білім беру қызметінің педагогикалық тиімділігінің жаңаруына тек қана арнайы ұйымдастырылған және бағдарланған өзара қарым-қатынас жасауға электрондық пошта пайдалану үдерісінде оқушылар мен педагогтардың қызметі болып табылады. Сонымен қатар, электрондық поштаны игеру тәжірибесінен, ақпарат алмасудың бұл түрі оқу орнының қызметінің кейбір аспектілерін ақпараттандыру үнемдеу тәсілі болып табылады. Оқу орнының ақпараттық білім ортасын құру мен игеру үдерісінде электрондық поштаны пайдалану білім беру аймағының оқу жобаларында, жаңа идеяларымен алмасуда, жасалған жұмыс немесе мағлұматтар алуда, мамандардан консультация алғанда, жергілікті, мемлекеттік, ұлттық немесе халықаралық эксперттерден консультация алған; жаңа өңдеулерді қарастыратын аудитория; тиімді қағаздау пошта жүйесі; ұжымдық жұмыс дағдысы немесе жеделді ақпараттық алмасу түрлері. Ақпараттық білім ресурстарын дамыту және жобалау тарапынан электрондық поштаның бір хабарламаны адресаттар тобына бір мезгілде жіберу мүмкіндігін айту керек, сонымен қатар жіберілетін хабарлама мәтін, графика, дыбыс және әртүрлі форматтағы файлдар бола алады.

Электрондық поштаның жоғарыда айтылған мүмкіндіктері мен артықшылықтарын ескере отырып, электрондық поштаны оқу орнының ақпаратты білім ортасының компоненті ретінде пайдалануға болатынын айту керек. Жаңа, бірақ кәсіптік білім жүйесіне тез еніп кеткен технология бұл телеконференция болып табылады. Телеконференцияның спецификациясы алдын ала анықталуы және дәстүрлі схемада өткізілуі болып табылады: телеконференция бастапқы телеқатынастық сілтеме мәтінінен тұрады, яғни негізгі тақырыбы мен бағыты, сонан кейін әрбір қатысушы өздерінің репликаларын қосып телеқатынастық режимде өз ойын білдіре алады. Барлық реплика барлық қатысушыларға бірдей, олардың түсу ретімен беріліп отырады. Телеқатынастық технологиялардың көмегімен әрбір қатысушы телеконференцияда өзіне ыңғайлы уақытта өзінің қызметі мен қатысуын жүзеге асыра алады. Бұл жағдайда дискуссиялық даму барысы бойынша, әр түрлі уақытта келіп түсетін мәтін стенограммасына ұқсайды. Кез келген телеконференцияда конференцияның бастапқы мәтінін құрып, қатысушылардың мәтінін сараптайтын жүргізуші - модератармен бағытталады. Модераттардың қызметі қатарында конференцияның жемісті басталуының, конференцияның басында қатысушыларды үйрету және көмек көрсету дискуссия тақырыбының дамуына сүйемелдеу, конференцияның жақсы аяқталуын қамтамасыз етудің сапалы орындалуы кіреді. Бұл жағдайда кәсіби қарым-қатынас жасаудың бұл әдісі модераттардың кәсіби деңгейінен тәуелді болады. Орта білім жүйесінде модератор ретінде оқытушы, оқушы, аспирант немесе нақты телеконференция орта мектептің өкілі бола алады. Бейне конференция сияқты мұндай ақпараттық жүйелерді сапалы қызмет етуін қамтамасыз ету үшін арнайы ақпараттық және бағдарламалық сүйемелдеу қажет.

Телеконференция жұмысын қамтамасыз ететін ақпараттық ресурстар бір уақытта көптеген қызмет жиынын беруі, мысалы электрондық пошта дербес байланыс үшін, асинхронды байланыстардың (конференция) бір немесе бірнеше формасы, «чат» режимі басқа қолданушылармен хабар алмасу үшін, барлық қолданушылар Аннотациясімен каталогтар, мәтіндік редактор, файлдарды жіберу және алу жүйесі және т.б. Жоғарыда айтылған телеконференцияның мүмкіншіліктері мұндай ақпараттық және телеқатынастық технологияларды оқу орнының ақпараттық білім ортасында пайдалану қажеттілігін көрсетеді. Мысалы, телеконференцияны пайдалану педагогтардың және орта мектеп әкімшілігінің кәсіби дайындығын қалыптастыру мен біліктілігін арттыруда үлкен роль атқарады.

Мұндағы конференциялар мен тәжірибе алмасу құрылған ортаның моделінде қарастырылған. Телеконференциялар ортасы игеру үдерісінде туындайтын мәселелерге жауап бере алады. Мұндай мәселелерді шешу республикамыздың білім берудің басқа мекемелеріндегі және де ілгері елдегі әріптестердің тәжірибесінде қолданылуы мүмкін. Сонымен, қарастырылған ортаның оқу компонентінің ақпараттық ресурстары бірнеше жаңа және әр түрлі пәндер бойынша оқытудың тиімді әдістерін тудырады. Орта құрамына телеконференцияны қосу және унификацияланған ақпараттық ресурстарды құруда осы ақпараттық технологияны пайдалануда болашақ телеконференция модераторын таңдау мәселесін шешеді. Бұл мәселені шешу, сонымен қатар жобалау әдіснамасына және ақпараттық білім ортасын игеру құрамына кіреді.

Жоғарыда айтылған ерекшеліктерден басқа телеқатынастың тағы бір артықшылығы қолданушыдан қашықта орналасқан ақпараттық ресурстарға мысал ретінде интернет желісі серверлерінде орналасқан ақпаратты айтуға болады. Ақпараттық білім ортасын мұндай ресурссыз құру, дамыту және игеру мүмкін емес, себебі ақпарат жаңалығына отырып, оқу үдерісіне пайдалы ақпаратты талапкерлерге жарнама жүргізуге қажетті, басқа кәсіптік оқу орындары туралы ақпарат алу және ондағы жүргізіліп жатқан жобалар мен зерттеулер туралы ақпараттардан тұрады. Мұндай телеқатынастық технологияны орта құрамында пайдаланудың мақсаты аспекті оқушылар құрамын республикада жаңа моделін құру мен ендіру болып табылады. Алдыңғы қатарлы орта мектептің басым көөпшілігі жалпы ұлттық талапкерлердің тестілеудің, мемлекеттік білім гранты мен кредиттерін тағайындаудың кешенді жұмыстарының базалық орны бола отырып ұлттық білім берудің мемлекеттік стандарты мен тестілеу орталығымен, білім беру гранты мен кредиті тағайындаудың Қазақстан Республикасы Білім және ғылым министрлігінің комиссиясымен байланыс орнату үшін телеқатынастық жұмыстардың барлық түрін пайдаланады. Осыған байланысты телеқатынастық технологияны пайдалануға ақпараттық ресурстардың оқытуды бақылау және нәтижесін тексеру компонентіне және ұйымдастырушылық-басқарушылық компонентіне аса назар аудару қажет. Қазіргі ғылыми-әдістемелік жұмыста қазіргі ақпараттық және телеқатынастық технологиялардың ерекшеліктерін жекелей меңгеру тиімді емес.

Оқу үдерісіне және басқа да білім қызметімен байланысты үдерістерге қатысы бар әртүрлі аумақтарда телеқатынастық және басқа да ақпараттық іс- әрекеттерді пайдаланудан көптеген ғылыми педагогиканың және техникалық әдебиеттер бар. Сонымен қатар прогрессивті ақпараттық технологиялардың бірі гипермедиа технологиясымен байланысты гипермәтін болып табылады. Республикалық жариялымдарда, ТМД елдерінің және шетелдің жариялымдарда берілген гипермәтін және гипермәтін ақпараттық технологиялар сипаттамасынан, бұл технологияның ақпараттық ресурстардың мазмұнын құру, сақтау және тасымалдауды жүзеге асыруға мүмкіндік беретініне көзіміз жетті. Бұл технологияны ақпараттық білім ортасының барлық ресурстарына қолдану тиімді болып табылады, себебі біріншіден мұндай ресурстарды көптеген жалпы телеқатынастық желілерге интеграциялайды және екіншіден, орта ішінде ақпараттық ресурстардың үйлестіру мен бірігуіне себепкер болатын қосымша дерек қызметін атқарады. Жоғарыда айтылғандай гипермәтін және гепермедиа компьютердің оқыту құралдарын ұйымдастыру үшін, білімді бақылау мен тексеру үшін және ғылыми-зерттеу жұмысының нәтижесін жариялау үшін, орта мектептен тыс өмірін компьютерлендіру, оқу орнын басқаруды ақпараттандырумен сәйкес келеді. Сонымен қатар, қазіргі уақытта оқытудың компьютерлік құралдарын өңдеуде пайдалану жағдайында гипермәтін технологиялардың педагогикалық тиімділігі негізделіп зерттеледі. Орта мектептің ақпараттық білім ортасының барлық компоненттерінің ақпараттық ресурстарын құруда пайдаланылатын гипермәтін парағы арнайы HTML тілінің көмегімен құрылады. Оның алғашқы баламасын Европалық зертханасының қызметшісі Тим Бернс – Ли құрған. Бұл тіл алғашқы баламасынан бастап күні бүгінге дейін көптеген өзгерістерге ұшырады. Басқалар сияқты компьютерлік әлемде, версияларда және спецификацияларда HTML нөмірленген болды. HTML-ң прогрессивті спецификациясын интернет желісіне кіріп табуға болады. HTML тілі парақтарға сілтеме құруға және графикалық элементтер құру үшін пайдаланылады.

Парақтарды көрсетуде немесе тасымалдауда арнайы демонстрациялық және навигациялық бағдарламалар тегтерді интерпретациялайды және оларды сілтеме және басқа графикалық элементтер ретінде көрсетеді. Қарапайым электрондық гипермәтін ресурста ақпараттық мәтіні, ереже бойынша басқа ақпараттық мақалалар мен гипермедиа объектілеріне гиперсілтемені сипаттайтын тегтермен аралас келеді. HTML тілінің көмегімен жазылған ақпараттық сапасы осы тілді (ортаның ақпараттық ресурстарын өңдеуге арналған негізгі инструменттің бірі ете отырып оқу орнын) оқу, әдістемелік, оқудан тыс, ұйымдастырушылық және ғылыми-зерттеу қызметінде қолданылады. Инструменталды және программалық құралдар, сонымен қатар және ақпараттық технологиялар туралы айтқанда бүгінгі күндегі орта мектептегі ақпараттық құралдарға да көңіл аудару керек. Көптеген республикалық орта орта мектеп әлі компьютерлермен және телеқатынастық техникамен толық жарақталмаған, бұның өзі орта мектептің ақпараттық ресурстарға ену қиындатады. Осыдан келіп информатикамен байланысты емес басқа пәндерді оқытуды ақпараттандыру мәселесі туындайды, бұл мәселені шешу орта мектепте ақпараттандыру құралдарының болуын қажет етеді. Қазіргі ақпараттық технологияны негізінде құрылған ақпараттық білім беру ортасы орта мектепте информатика және басқа да пәндер бойынша сабақ өткізуде ақпараттық үлгі мысал ретінде оқытудың ақпараттық ресурстарын пайдалану есебінен мектеп ішіндегі жергілікті желі арқылы ақпарат алмасуды жүзеге асыру есебінен және оқу орны барлық аппараттық құралдарды пайдалану мүмкіндіктерін жүзеге асыру есебінен осы мәселені шеше алады. Мұнымен бірге көптеген оқу орындарындағы жергілікті желімен жарақталған компьютерлік кластар қолданылмайды немесе жұмыс орындарына файлдарды тарату үшін тек қана оқытушымен қолданылады. Жергілікті желіні қандайда бір мақсатқа сәйкес пайдаланса байланыстың жалпы құрамы бола алады және Интернет сияқты желілердің негізгі мүмкіндіктерін оқушыларға демонстрациялауға болады. Сонымен қатар, Интернетпен жұмыс жасауға бағытталған барлық бағдарламалық құралдар жергілікті ақпараттық желілерде жұмыс жасай алады. Ақпараттық білім ортасы да осындай қасиетке ие болуы керек. Жалпы желі принциптері ретінде қолданатын жергілікті желіні интернет деп айтуға болады. Ақпараттық білім ортасын құрушыларда интернетке ұқсас мектеп ішінде ақпараттық құрылымдарды құруға арналған Web сервисі бар технологияны қолдана алады. Бұл ақпараттық құрылым мектеп қызметінің барлық облыстарын ақпараттандыру мақсатында қолданыла алады. Интернет технологиясы қандай да бір мектептің жергілікті компьютерлік желілерінің түйіндерінде орналасқан ақпараттарды байланыстыру механизмімен сәйкес мәліметтерді әртүрлі сақтау мүмкіндігіне ие. Бұл жағдайда, интернетке арналып дайындалған бағдарламалық қамсыздандыру орта шеңберінде пайдаланыла отырып, оқу орнының қымбат тұратын жалпы желі мүмкіндігінен тәуелсіз мектептің қызметін ақпараттандыруға қолданылуы қажет. Интернет технологиясы Интернет браузерлерін пайдалануға негізделген. Олар қарапайым гиперсілтемелер арқылы байланысқан ақпараттарды мәтін, графикалық белгілер, дыбыс, бейне және т.б. ретінде қарауға мүмкіндік береді. Мұндай программалар MS Internet Explorer және Netscape Navigater болып табылады. Ортаның ақпараттық ресурстарының HTML – парақтары жергілікті және жалпы желілер ретінде кез келген Web - серверге таратылуы мүмкін және қандай да бір кәсіптік оқу орындарының ақпараттың білім беру ортасының компоненті үшін логикалық жинақталуы мүмкін.

Интернет пен Интернет-браузерлер ақпараттық білім ортасының құрамына енуі немесе оның ақпараттық ресурстарын игеруде мүмкін болуы. Интернет пен интернетке арналған ақпараттық ресурстарды құру мен игеруге арналған көптеген бағдарламалық өнімдер бар. Олар: Internet Information Server for Windows NT Server, Internet assistant, Microsoft FrontPage, Microsoft Internet Studio бұл бағдарламалық құралдар мектептің ақпараттық білім ортасының компонентін құруда қажет болатын күрделі гипермәтіндік құжаттардан, графикадан, дыбыстық эффектілерден, анимациялардан тұратын мультимедиалық және интерактивті Web парақтарын құруға арналған кәсіби құралдарды береді. Интернет сияқты технологияларға ортаның ақпараттық ресурстарының бейімделуі мектептің шығынын қысқартуға, оқу және әдістемелік материалдарды таратуға, оқушылардың білімін бақылап өлшеуге оқушылар аспиранттар және оқытушылар туралы ақпарат өңдеуге, құжаттаманы өңдеуде шығынды қысқартады. Ақпараттық білім ортасының құрамына кіретін интернет жүйелер олардың қағаз жүзіндегі аналогтармен салыстырғанда тиімді болып келеді. Ақпараттық білім берудің құрамында бола отырып интернет арнаулы оқу орындарында да кезең түрде өзгеріп отыратын ақпараттық сақтау әдістерін сапалы түрде жақсартуға мүмкіндік береді. Әдістемелік құжаттарды көбейтуге кеткен қаражатты интернет және ортаның арнайы ақпараттық ресурстарын құруға жіберу тиімді. Мектепте ақпараттық ресурстарды жүзеге асыру мен игеруде телеқатынастық технологияларды пайдалану республикадағы басқа да оқу орындарымен байланыс шеңберінде ақпараттық жобаларды жүзеге асыруды қаматамасыз етеді. Мұндай байланысқа бірлесіп жасалған мысал ретінде екі немесе одан көп мектептер және оқу орындарындағы телеқатынастық жобаларды айтуға болады. Интернет телеқатынастық жүйелерінде орта ресурстарын енгізудің перспективті технологияларының бірі оқушыларға педагогтарға және мектептің әкімшілігіне берілген компьютер болып табылатын бірнеше клиент машинасы бар ақпарат алмасатын компьютер - сервер технологиясы болып табылады.

Мектепте ақпараттық білім ортасын құру мен пайдалануда «Клиент - сервері» сияқты шешімдерді жүзеге асыру келесі артықшылықтарды береді: - оқу тәртіп үдерісіне ата-аналар мен қоғамды қатынастыру мүмкіндігі; - оқу орындарында қызметін ұйымдастыру мен жоспарлану үдерісін кешенді автоматтандыру; - ақпараттық білім ортасының құжаттарына есептерімен қызметіне мүмкіндік алуды сүйемелдеу; - оқу орындарына байланысты барлық ақпаратты біртұтас мәліметтер қорына орталықтан сақтау; - «Клиент» жұмыс орнын пайдалануда мүмкіндік талаптарының аз болу себебі компьютерлік техникамен жеткіліксіз жарақталуында; - қолданушылардың барлық категориялы топтық жұмыста бір уақытта сүйемелдеу; - әр компьютерде әртүрлі ақпараттық және бағдарламалық платформада ақпараттық білім ортасының жұмыс жасауының мүмкіндігі; - қолданушылардың дәрежесімен құқығына байланысты ақпаратқа мүмкіндікті шектеу; - телеқатынастық құрамдарда орта ресурстарын тарату туралы ақпараттық білім ортасының модельдеріне талаптарды жүзеге асыру мүмкіндігі.

Ақпараттық білім ортасының ресурстарын құруда жоғарыда айтылған технологиялар қатарында ақпаратты жүйелеу қажеттігіне қатысты Ш.М.Каланова жасаған тұжырымдарды ескеру қажет. Оның жарияланымында жүйеленген ақпаратты сақтаудың үш негізгі түрін пайдаланудың педагогикалық тиімділігі көрсетілген: файлдар, мәліметтер қоры және білім қоры. Ш.М.Каланова былай деп жазады «... көптеген алғашқы автоматтандырылған оқыту жүйелері оқыту нәтижесін сақтауымен қайта орнына әкелу үшін файлдық жүйелерді статистикалық мәліметтерді әртүрлі функцияларды жүзеге асыру үшін пайдаланды» деп атап өтеді.

Библиографиялық тізім

1 Абдукадыров А.А. Теория и практика интенсификации подготовки учителей физико-математических дисциплин: Аспект использования компьютерных средств в учебно-воспитательном процессе: автореф. ... д-ра пед. наук:.13.00.02. – Ташкент., 1990, – 37с.

2 Бешенков С.А. Проблемы профильного обучения математике. - М.: РАО, - 90с.

3 Бидайбеков Е.Ы., Шалбаев Е.Б. Многоуровневое образование по математике в условиях рынка // Тезисы международной конференции "Подготовка преподавателя математики и информатики для высшей и средней школы". - Москва, 1994. - 66с.

4 Ершов А.П. На пороге компьютерной революции. //Коммунист. – 1985, № 8.

5 Жданов С.А., Кузнецов Э.И. Система курсов общеобразовательной и профессиональной подготовки студентов по информатике на математических факультетах педагогических вузов. // Тезисы международной конференции "Подготовка преподавателей математики и информатики для высшей и средней школы". М., – 1994.-С.30-31.

ОРТА МЕКТЕП МАТЕМАТИКА КУРСЫНДАҒЫ МАЗМҰНДЫ ЕСЕПТЕРДІ ШЕШУДІҢ КЕЙБІР ӘДІСТЕРІ

Омарова Ф.Р.

Шымкент университеті

Аннотация

Елбасымыздың Қазақстан халқына жолдауында XXI ғасырда ақпараттық қоғам қажеттілігін қанағаттандыру үшін білім беру саласында төмендегідей міндеттерді шешу керектігін атап көрсетті: «Компьютерлік техниканы, интернет, телекоммуникациялық желі, электрондық және телекоммуникациялық құралдарды, мультимедиялық, электрондық оқулықтарды оқу үрдісіне тиімді пайдалану арқылы білім сапасын көтеру керек» - деген еді.

Математиканы оқыту бұл бірінші кезекте есепті шешуден басталады. Есептерді өз бетінше талдауы барысында оқушылардың ойлауы дамып, математикалық іс-әрекетке деген қабілеттері қалыптасады. Өкінішке орай, бірыңғай ұлттық тестілеуге байланысты, оқушыларға бір типтегі есептерді шығарту, математиканы оқытудағы дамытушылық функциясының төмендеуіне алып келуде. Қазіргі күні біз талапкерлердің тестілеуден жақсы көрсеткіш көрсетулерін ғана емес, сонымен қатар олардың жоғары оқу орнында сапалы білім алулары үшін математикалық мәдениеттің белгілі бір деңгейін меңгерулері қажет екендігін де естен шығармауымыз керек. Математикалық мәдениет кең ой-өрістің болуын, математиканың басқа ғылым салалары арасындағы ұқсастықтарын анықтай алуды, есепті басқа тілде тұжырымдап, қарапайым әрі көрнекі жаңа модельдерді құра білуді талап етеді. Әрине, есептеу, тепе-тең түрлендіру, формулаларды білу және оларды қолдана білу де қажет. Бірақ бұлар ойлануды қажет ететін, әртүрлі әдістерді салыстыруды, басқа тұжырымдарды іздеуді және математиканың басқа салаларымен байланысын анықтауды талап ететін есептерді шешуді алмастыра алмайды. Атап айтқанда, осындай есептер мен оларды шешу жолдары математикалық мәдениеттілікке тәрбиелейді.

В.Г. Болтянскийдің айтуы бойынша, «математикалық талдаудың әдемілігі оның көрнекіліктермен байланысында жатыр». Сондықтан да, есептерді шешуде алгебралық және геометриялық әдістерді кіріктіруге үлкен мән беріледі. Психологиялық көзқарас тұрғысынан алғанда, есептер шешуде аталған екі әдісті кіріктіру бас ми жартышарының үйлесімді дамуына алып келеді, бұл –қазіргі математикалық білім берудің басты мақсаттарының бірі. Алгебралық есептерді шешуде сызықтық функция графиктерін қолдану тиімді. Сызықтық функциялардың графиктерін қолданатын алгебралық есептерді шешудің конструктивті тәсілі графиктік методқа ұқсас. Бұл метод графиктерді нақты салумен байланысты және есептің жауабы сызбамен оқылады. Есептерді шешудің мұндай конструктивті-аналитикалық тәсілі функциялардың графиктерін схема түрінде салумен және геометриялық қатыстарға негізделген аналитикалық шешулермен беріледі. Бұдан былай бұл тәсілді графиктік-геометриялық метод деп атауға болады. Мектеп математика курсында графиктік метод екі белгісізді теңдеулер жүйесін шешуде, бір белгісізде теңдеулерді шешуде сирек қолданылады.

Графиктер қозғалысқа берілген физикалық есептерді шешуде қолданылады. 7-9 сынып оқушыларының көпшілігінде мазмұнды есептерді шешудің графиктік методы туралы ұғым қалыптаспаған. Есептерді графиктік әдіспен шешуде жіберілетін қателіктер: нақты шамаларды координат осьтерінде көрсете алмау, графикті дұрыс салмау, масштабты таңдай алмау және т.б. Осындай қателіктерді жою үшін алгебралық есептерді графиктік методпен шешуге үйрету үшін оқушылармен арнайы жұмыстар жүргізілуі керек. Мұндай жұмыстар жүргізудің мақсаттылығын былайша түсіндіруге болады:

1) 7-сынып оқушылары геометрия курсын оқып-үйренуді енді бастағандықтан, алгебралық есептерді графиктік-геометриялық методпен шешуді қолдану олар үшін қиындық туғызуы мүмкін. Алайда, 7-сыныпта сызықтық функция және оның графиктері, екі белгісізді екі теңдеуден тұратын жүйелерді графиктік шешу оқытылады, физика курсында бірқалыпты процестердің графиктерімен танысады, сондықтан графиктік методпен алгебралық есептерді шешудің мүмкіндіктерін көрсетуге болады. Осылайша, мазмұнды есептерді шешудің жалғыз ғана әдісі емес (алгебралық) сонымен қатар басқа пәндерден геометрия мен физикадан білімдерін қолдануға болады. Бұл есепті шешудің көрнекілігімен ерекшеленеді.

2) Есептерді шешуде графиктік методты қолданудың тәрбиелік мәні бар, яғни оқушылар өз бетінше жұмыс жасауға, ұқыптылыққа үйренеді.

Есептерді графиктік методпен шешуде негізгі амалдар орындалады. Олар:

1) Тікбұрышты координаталар жүйесін таңдау;

2) Координат осьтерінде нақты шамаларды орналастыру;

3) Сызықтық функция графиктерін нүктелер бойынша салу.

Көптеген теңдеулер мен теңдеулер жүйесін құруға берілген текстік есептерді графиктік тәсілмен шешуге болады. Оларға қозғалысқа және біріккен жұмысқа берілген есептерді жатқызуға болады. Мұндай есептерді шешу нақты геометриялық қатыстарға негізделеді. Геометриялық шешудің артықшылығы сызба есеп шартын терең түсінуге көмектеседі. Көп жағдайда, координат жазықтықтарындағы енгізілген бір осьте уақыт, екіншісінде – жол, жұмыс т.б. белгіленеді. Мазмұнды есептер сюжеттік, практикалық, арифметикалық және т.б.деп аталады. Аталған атаулар берілуіне және сюжетке (нақты құбылыс, оқиғаны сипаттайды) байланысты айтылады. Әр бір текстік есепте мыналарды ажыратуға болады: а) шамалардың сандық мәндері,берілгендері деп аталады б) ашық түрде көрсетілмеген функционалдық тәуелділіктің қандай да бір жүйесі в)жауап табатын талап не сұрақ Текстік есептерді шешудің әр түрлі методтары бар: арифметикалық, алгебралық, геометриялық, логикалық, практикалық және т.б. Әр методтың негізінде әр түрлі математикалық модельдер жатыр. Мысалы, есепті алгебралық жолмен шешкенде теңдеу немесе теңсіздік құрады, ал геометриялық методта диаграмма не график салады.

Мектеп математика курсындағы барлық есептер ішінде мазмұнды есептердің алатын орны ерекше. Олар тамаша дидактикалық және дамытушы құрал болып табылады, оқытудың өмірмен байланысын жүзеге асыруға көмектеседі, математикакалық ұғымдарды меңгеруге ықпал етеді және пәнішілік, пәнаралық байланыстарды көрсетеді, оқушылардың ойлауын, есін, елестетуін дамытады, ең бастысы оқушыларға есптер шығарудағы математиканың қолдану процесін түсіндіріп,оларды математикалық модельдеумен таныстырады. Модельдеу туралы түсінік оқушылардың жалпы білімдік құндылықтары үшін маңызды. Сондықтан мазмұнды есептерді шешуге дағдыларын қалыптастыру және әдістерін меңгертуге математика мұғалімдерінің басты міндеттерінің бірі болып қала береді.

Мектеп математика курсында білім беру және тәрбие жұмыстары жеке тұлғаның дамуына толық бағытталған деп айтуға негіз жоқ, әлі де біз дәстүрлі ақпараттық-түсіндірме тәсілі бойынша білім беруден шыға алмай келеміз. Сондықтан, біздің алдағы уақыттағы негізгі мақсатымыз – оқушыларды жеке тұлға ретінде қарап, оларды жан-жақты дамыту, шығармашылық мүмкіндіктерін, іс-қабілетін арттыру керек.

Жалпы білім беруші және кәсіби мектеп реформаларының негізгі мақсаты әлеуметтік, экономикалық жағдайлардың жақсаруын ескеріп, ғылым және техника процестерінің талаптарына сай білім беруді жақсарту. Мұнда негізгі орынды белгілі бір пәнді тереңдетіп, оқытылатын сыныптар алады. Мұндай сыныптардың ашылуы оқушылардың кәсіби бағытының дамуына, бір ғылымға құштарлығын арттырып, оны тәжірибеде қолдануына әсер етеді.

Қазіргі кезде математиканы тереңдете оқытатын сыныптар ашылуда, ол мектептердің білім беру жүйесіне нық бекіген, жас математиктер, инженерлер, техниктерді шығаруға көмегін тигізеді. Математиканы тереңдете оқытатын сынаптардағы математиканы оқытудың негізгі мақсаты математикалық білім мен іскерліктерді игерудің нақты жүйесін құру. Қазақстан Республикасының осы сыныптарға сабақ беретін мамандарының алдында үлкен қиындық тууда, математиканы тереңдете оқытатын сыныптарға арналған оқу әдістемелік құралдардың жетіспеушілігі. Бұл мұғалімнің оқу материалдарын құрып, жаттығулар жүйесін тағайындау сияқты мәселелердің шешілуін талап етеді.

Жан-жақты үйлесімді, өркениетті елдің ұрпағын тәрбиелеп шығу бүгінгі мектептің алдына қойылған мақсаттардың бірі. Бұл мақсат әрбір мектеп мұғалімінен бүгінгі заман талабына сай оқыту әдістемесін күннен күнге жетілдіре түсуін талап етеді. Осы талаптың орындалуы мектеп бағдарламасындағы әрбір пәннің, әр тарауының, әр тақырыбын оқушы санасына жететіндей оқытқанда ғана орындалады. Олай болса, оқушыларды жеке тұлға етіп тәрбиелеуде математика пәнінің де алатын орны, салмағы өте зор.

Қазіргі кезде математиканы тереңдете оқытатын мектептердің математика пәнінің мұғалімі ең біріншіден өзінің мамандығы бойынша шығармашылық ғылыми ойға және білімге ие болу керек. Оқушылардың ғылыми көзқарасын тәрбиелеу үшін математикалық нәтижелердің қолданбалы мағынасы үлкен рөл атқарады.

Теңдеулер мен теңсіздіктер және олардың жүйелерін кең қолданумен байланысты, олар әртүрлі математика салаларында, маңызды қолданбалы есептер шығаруда мектеп математика курсының қажетті бөлігін құрайды.

Теңдеулер мен теңсіздіктер және олардың жүйелерінің әр түрлі кластарын оқыту әр оқулықта әртүрлі. Теңдеулер, теңсіздіктер мазмұнын ашу үшін екі жолды қарастыруға болады.

I. Алдымен теңдеулер мен оның жүйелеріне тиісті материалдар оқытылып, соңынан теңсіздіктер оқытылады. Мұндай бөліп оқыту квадрат үшмүшелік теориясын оқып өткенше қолданылады.

II. Теңсіздіктердің негізгі кластарын сәйкес теңдеулер кластарын өткен соң қолданылады.

Мектеп математика курсында теңдеулер мен теңсіздіктер және олардың жүйелеріне байланысты материалдар математиканың негізгі бөлігін құрайды, өйткені теңдеулер мен теңсіздіктер және олардың жүйелері математиканың әр бөлімдерінде және маңызды қолданбалы есептерді шығаруда кең қолданыс табады. Осыған орай оқушыларды мектеп қабырғасында теңдеулер мен теңсіздіктер желісінің қолданбалық, теориялық-математикалық желілермен байланысын құру бағыттарын игеру мәселесі теңдеулер мен теңсіздіктерді шешуге үйрету материалдарын талдау мен сапалы игеру мәселесімен тығыз байланысты.

Математикада теңдеуді де, теңсіздіктерді де өмірде болған немесе болып жатқан құбылысты зерттеу құралы ретінде пайдаланады. Теңдеу арқылы процестің дәл шешімі зерттелсе, ал теңсіздік арқылы белгілі бір аралықтағы қозғалыс зерттеледі. Теңдеу мен теңсіздікті білім қалыптастырудың тиімділігі тұрғысынан қарастырылғанда, келесі проблемалардың шешу керектігі шығады.

1. Құрылымы әртүрлі теңдеулердің шешімдерін табу әдістеріне үйреткеннен кейін теңсіздіктердің шешімдерін табуға үйрету.

2. Теңдеу мен теңсіздіктердің есептемелерін біріктіріп табуға үйрету.

Орта мектепте математиканы оқыту кезінде математикалық білімнің жүйелігі мен күрделігігін, деңгейін бағалау үшін, оқушылардың теңдеулер мен теңсіздіктерді шешудегі оқыту әдістерін еркін таңдай білуіне, іс-жүзінде қарапайым және қолайлы жағдайды математикалық модел түрінде қарастыру біліктілігіне, күрделі есептерді шешуде математикалық әдістерді қолдана алу деңгейлеріне сүйену керек. Математиканы оқытуда теңдеулер мен теңсіздіктерді шығаруды үйрету ғана емес, ол кез келген проблеманы шеше білуде, қиындықты жеңуде, танымдық және ойлау қабілетттерді жетілдіруде маңызды рөл атқарады.

Мектеп бағдарламасында теңдеулер мен теңсіздіктерден бастап, жоғары дәрежелі теңдеулер мен теңсіздіктерді және олардың жүйелерін шешу теориясы мен практикалық мәселелеріне дейін кең орын берілген. Мысалы, сызықтық теңсіздікті шешу, екінші дәрежелі теңсіздіктер көмегімен квадраттық үш мүшені зерттеу, теңдеулер жөнінде талдау жасау, жуықтап есептеулер, иррационал сандар теориясы, сандық қатарлар сияқты мәселелер теңсіздіктер арқылы түсіндіріледі. Тек математикада ғана емес, әртүрлі жаратылыстану ғылымдарында зерттелетін табиғатын үздіксіз процестер, әсіресе, экономикалық, экологиялық және т.б. салалардағы байланыстар теңсіздіктердің көмегімен шешіледі.

Теңдеулер теңсіздіктер арқылы жасалады, оларды теңсіздіктердің дербес бір түрі деуге болады. Теңсіздікті теңдікке айналдыру үшін екі шама айырмасын дәл бағалау керек.

Оқушыларды теңсіздіктің күшін сақтау жағдайларын пайымдауға, теңсіздіктің жойылмайтындай белгісіздердің мүмкін мәндерін айыруға дағдыландыру керек.

Мектеп математика курсында теңдеулер мен теңсіздіктерді бөлу және функционалды ұғымдарды жазудың үш негізгі бағыты берілген.

а) Қолданбалық бағыт мазмұнды есептерде теңдеулер мен теңсіздіктерді оқытудың басты әдісі. Бұл әдіс мектеп математикасы курсында кеңінен пайдаланылады, себебі ол оқыту тәсілдерімен байланысты математиканың қосымшаларында қолданылады.

б) Теоретикалық-математикалық бағыт теңдеулер мен теңсіздіктердің екі аспектісінде көрсетіледі: біріншіден, теңдеулер, теңсіздіктер және олардың жүйелерінің басты кластарын оқытуда, екіншіден, теңдеулер, теңсіздіктер және олардың жүйелеріне қатысты жалпы ұғымдар мен әдістерді оқыту.

в) Теңдеулер мен теңсіздіктердің сипаттамасы басқа да математика курстарының мазмұндарымен байланысты. Бұл жүйелер сандық теңдеулер, теңсіздіктер және олардың жүйелерімен тығыз байланысты. Басты идеясы, осы жүйеліктің негізгі процесін жүзеге асыру, ол идея сандық жүйенің кеңейтілуі. Барлық сандық облыстар мектеп алгебрасы мен алгебра және анализ бастамалары оқулығында теңдеулер, теңсіздіктер және олардың жүйелерін қандай да бір шешімге қатысты нақты сандар облысында қарастыру қолданылады.

Қазіргі таңда оқушылардың пәнге қызығушылығын, белсенділігін арттыру мақсатында түрлі бағдарламалар бар. Заманауи мектептерде мұғалімдердің біліктілігін арттыру мақсатында деңгейлік бағдарлама «Жеті модуль» негізінде жұмыс жасауда. Жеті модулі мәнмәтінінде мектеп тәжірибесінде табысты қолдануға ықпал ететін әдістемелік сипаттағы бірқатар жалпы ұсыныстардан тұрады.

Инновациялық технологиялармен оқытудың модульдері:

1. Оқыту мен оқудағы жаңа тәсілдер.

2. Сын тұрғысынан ойлауға үйрету.

3. Оқу үшін бағалау және оқуды бағалау.

4. Оқыту мен оқуда ақпараттық-коммуникациялық технологияларды (АКТ) пайдалану.

5. Талантты және дарынды балаларды оқыту.

6. Оқушылардың жас ерекшеліктеріне сәйкес оқыту және оқу.

7. Оқытуды басқару және көшбасшылық.

Біліктілікті арттыру бағдарламасының негізгі мазмұны жеке жеті модуль түрінде берілген, олар оқыту барысында аралас түрде ұсынылады.

Әлеуметтік-сындарлылық тұрғыдан оқытуды түсіну осы бағдарламада айтылған «Оқыту мен оқудағы жаңа тәсілдер» негізінде жатыр. Балалар өзінің түсінігін өзіндік зерттеулері мен әлеуметтік өзара байланысқа сәйкес құратын белсенді білім алушылар болып табылады. «Диалог негізінде оқыту және оқу» деген атаулармен танымал педагогикалық тәсілдер әлеуметтік-сындарлылық идеяларының қазіргі заманғы маңызды түсіндірмелері ретінде қолданылады. Жеті модульдің барлығында қарастырылатын идеяларды оқыту мен оқудың жаңа тәсілдері деп санауға болатынына қарамастан, біз жаңа әдістер ретінде «Диалог арқылы оқыту» мен «Қалай оқу керектігін үйретуді» ғана қарастырамыз, себебі олар әлеуметтік-сындарлылық көзқарасымен тығыз байланысты. Диалог негізінде оқыту мен оқу оқушылардың өзара сұхбаттасуы және мұғалім мен оқушы арасындағы диалогтің шәкірттердің өзіндік ой-пікірін жүйелеуі мен дамытуына көмектесетін амал екенін меңзейді.

«Қалай оқу керектігін үйрету» немесе метасана оқушыларға болашақта өз бетінше білім ала білетіндей етіп өзінің оқуы үшін жауапкершілікті өз мойнына алу қажеттігін түсінуге және оған дайын болуға қалай көмектесуге болатынын көрсетеді.

Мұғалімдер сандық технологияларды және АКТ-ны сабақ беруде тиімді пайдалануды білетін болады. Осылайша, олар жұмыс, демалыс және қарым-қатынас үшін АКТ-ны сенімді және сын тұрғысынан пайдаланушыларға айналады. Осындай дағдылар негізінде АКТ туралы білім жатыр, яғни: оларды ақпаратты алу, бағалау, сақтау, өндіру, ұсыну, алмасу үшін қолдану және ол ақпаратты Интернет желісінде бірлескен жұмысқа қатысу үшін жібере білу.

Қазақстанның көркеюі үшін оқушылардың таланты мен қабілетін ашып, оларды оқыту барысында дамыту өте маңызды. Қазіргі уақытта білім беру саласында жоғары жетістіктерді анықтайтын және ынталандыратын бірқатар өңірлік, ұлттық, халықаралық сайыстар мен бағдарламалар жүргізіледі. Алайда мұндай сайыстық құрылымдар талант пен қабілетті өрістетудің, барлық балалар әлеуетін дамытудың жалғыз тәсілі болып табылмайтыны туралы пікірлер баршылық. Осы бағдарлама аясында талантты және дарынды балаларды оқытуды дамыту үшін анағұрлым инклюзивті тәсіл пайдаланылатын болады.

Талантты және дарынды оқушыларға білім беруді дамытудың инклюзивті тәсілі негізінде осындай балаларды анықтау туралы ой-пікірлер мен зерттеулер жатыр. Аталған тақырып оқушылардың қажеттіліктерін түсінуге қатысты ой-пікірлерді, барлық оқушыларды кеңінен оқытуға ықпал ететін оқу бағдарламаларын кеңейту және барлық оқушылардың осындай қажеттіліктерін қанағаттандыратын оқыту мен оқудың сараланған стратегияларын таңдау жөніндегі идеяларды қамтиды.

Инновациялық технологияларды қолданып оқыту – оқытудың техникалық құралдарының бірі компьютер мүмкіндіктерін қолдану болып табылады. Интерактивті жүйе дербес компьютерді қолдану, бейнемагнитофон, бейне дискілі құрал, теледидар кешендері негізінде құрылады, білім алушы мен техника құралдары арасында екі жақты қарым-қатынас орнайды, көрнекілік пен кері байланысты қамтамасыз етеді.

Инновациялық технологияның математика мұғалімдеріне пәнді тереңдетіп оқытуда берер мынадай мүмкіндіктері байқалады:

- мұғалім үздіксіз ізденіс үстінде жүреді;
- жеке тұлғаны қалыптастырудаға жауапкершілігі артады;

- инновациялық технологияларды қолдану іскерлігі, әдіс-тәсілі артады, жас мамандардың қызығушылығын туындатады;
- мектептегі басқа пән мұғалімдерімен тәжірибе алмастыру арқылы ұжымның ұйымшылдығының ұйтқысы бола алады;
- интернетке кіру жүйесі арқылы әлемдік деңгейде іс-тәжірибе алмасуды қалыптастырады және оқытудың түрлі әдіс тәсілдерін игеруге қол жеткізеді;
- мұғалім сабақты қызықты, жүйелі түрлендіріп өткізуге машықтанады.

Инновациялық технологияның математика сабағында оқушыларға берер мүмкіндігі :
- түрлі ақпараттық, бейнелік, дыбыстық анықтамалар арқылы білімін жан-жақты жетілдіреді, дамытады;
- өз бетінше онлайн тест тапсырмаларын орындайды;
- тақырыптан қалып кеткен немесе дұрыс түсінбеген тақырыптарды қосымша қайталап алуға мүмкіндік беріледі;
- пәнге қызығушылығы, үздіксіз ізденісі артады;
- ойлау, есте сақтау, пікір сайыстық қабілетті дамиды;
- өз ойын сызба, сурет, кескіндеме, кесте, графиктік моделдер түрінде жеткізеді;
- түрлі бейнелік, сілтемелік, нұсқаулық тапсырмаларды орындайды;
- түрлі деңгейдегі тест тапсырмаларын орындап өзінің алған білімін тексереді.

Қазіргі заман мұғалімі тек өз пәнінін терең білгірі болу емес, тарихи-танымдық, педагогиколық-психологиялық сауатты, саяси-экономикалық білімді және ақпараттық-коммуникациялық технологияны жан-жақты меңгерген ақпараттық құзырлы маман болу керек. Әр оқытушы интерактивті тақтамен жұмыс жүргізуді толығымен меңгеруі қажет. Бұл тақта арқылы оқушы жаңа ақпараттарды жеңіл түрлендіреді , жаңа нысандарды жасауға және жылжыту тиімділігіне жеткізеді. Кейбір идеяларды түсіну үшін қойылған дұрыс сұрақтар дискуссияны өрбітіп оқушылардың материалдарды жақсы түсінулеріне жетелейді. Сонымен қоса талдау жүргізуді басқара отырып пән мұғалімі оқушылардың шағын топтарда жұмыс жасауына жол сілтейді.

Инновациялық технологияның мүмкіндіктерін айта келе, осы технологияны меңгерудегі мұғалімнің кәсиби шеберлігі, ақпараттық технологияны дұрыс және ұтымды қолдана алуы басты мәселе. Әрбір ұстаздың мақсаты –оқытудың барлық компоненттерін пайдалана отырып оқушыға жалпы орта білім деңгейінде терең білім беру, әрбір оқушыны жан-жақты құзыретті етіп тәрбиелеу. Математиканы оқытудың мазмұнын ашуды жүзеге асыру үшін жаңа ақпараттық технология құралдары ауадай қажет. Қазіргі инновациялық технологияның озық жетістіктерін математика сабағында қолдану арқылы танымдылық іс-әрекеттерін ұйымдастыра отырып, оқушылардың құзіреттілігін дамытуға болады.

Алгебра – математиканың негізгі бөлімдерінің бірі. Ол ғылым мен техниканың тілі болып табылады. Алгебраның көмегімен табиғат пен қоғамда болып жатқан құбылыстар мен процестер меңгеріліп, оларға болжау жасалады және бейнеленеді. Алгебра пәні мектепте оқытылатын көптеген пәндерді, ең алдымен жаратылыстану-математика циклінің барлық пәндерін, әсіресе физика, информатика және геометрия пәндерін игеруді қамтамасыз етеді.

Оқыту мақсаты: оқушыларға алгебраның базистік негізін меңгерту, оларда тұлғааралық және этносаралық мәдениетті, өз тағдырына жайбарақат қарамайтын тұлғаны және тұлғаның кәсіптік бағдарын қалыптастыру.

Оқытудың міндеттері: нақты сандар түсінігін қалыптастыру; бөлшек-рационал және тригонометриялық өрнектерді тепе-тең түрлендіру, функциялар графиктерімен жұмыс жасау біліктілігін қалыптастыру; теңдеулер мен теңсіздіктерді және теңдеулер мен теңсіздіктер жүйелерін шешуді үйрету; теңдеулер мен теңсіздіктер және олардың жүйелерінің көмегімен мәтіндік есептерді шығаруды үйрету; статистикалық мәліметтерді талдау және көрсетудің негізгі тәсілдерімен таныстыру, қарапайым ықтималдық түсініктерді қалыптастыру.

7-9-сыныптардағы алгебра курсын оқыту теорияны дедуктивті жолмен баяндауға көшумен ерекшеленеді. Алгебра курсын оқып-білуде оқушылар математикалық аппараттың негізін құрайтын біліктіліктер мен дағдыларды меңгеретін болады және оларды әртүрлі есептерді шығаруда белсенді түрде қолданады. Алгебра курсы төрт мазмұндық бағытта құрылады: сандар және өрнектер, тепе-тең түрлендірулер, теңдеулер мен теңсіздіктер, функциялар. Барлық осы бағыттар жекелей дамытылмайды, олар тығыз байланысып, өзара әрекеттесумен қарастырылады. Ықтималдықтар теориясы бойынша материалдар 8-сыныптан бастап оқытылады.

Математикалық сауаттылықты қалыптастыру мақсатында оқушыларға келесі іскерліктерді үйрету ұсынылады:

Математикалық сауаттылықты қалыптастыру мақсатында оқушыларға келесі іскерліктерді үйрету ұсынылады:

- анықтамалықтарды қолдану, оқу, әдістемелік және анықтамалық әдебиеттерден анықтамаларды, формулалар және басқа да тұжырымдарды іздеу;
- әртүрлі өмірлік жағдайларда алгебралық білім, білік және графиктік дағдыларды қолдану;
- ақпаратты табу, талдау, өңдеу және жинақтау;
- математикалық формулаларды қолдану, дербес жағдайларды жалпылау негізінде шамалар арасындағы тәуелділіктің формулаларын өздігінен құрастыру;
- қоршаған орта мен саралас пәндердегі заңдылықтарды суреттеу және талдау үшін игерілген алгебралық түрлендірулер мен функционалды-графиктік кескіндеуді қолдану;
- дәлелдемелі пайымдау жүргізу, талқылауға қатысу және логикалық негізделген қорытындылар жасау;
- математикалық мәтінмен жұмыс жасау (талдау, қажетті ақпаратты алу), математикалық терминология мен символдарды қолдана отырып, өз ойын ауызша және жазбаша түрде анық және нақты түсіндіру;
- қажеттілігіне қарай анықтамалықтар мен қарапайым есептеу құрылғыларын пайдаланып практикаға бағытталған тапсырмаларды шешу;
- кестелер, диаграммалар, графиктер түрінде берілген шынайы сандық мәліметтерді, статистикалық сипаттағы ақпараттарды талдау;
- қолданбалы сипаттағы математикалық есептерді шешу құралы ретінде заманауи ақпараттық технологияларды қолдану.

Библиографиялық тізім

1. Глейзер Г.И. «История математики в средней школе. Пособие для учителей» -М.: Просвещение, 1970-461б.
2. Виленкин Н.Я. «Современные основы школьного курса математики» -М.: Просвещение, 1980-144б.
3. Қазақстан Республикасы білім және ғылым Министрлігі педагог кадрларды даярлайтын жоғары оқу орындарының оқу үдерісінде пайдалану үшін ұсынған «Тренерге арналған нұсқаулық». Бірінші басылым, 2015.

ГИПЕРГЕОМЕТРИЯЛЫҚ ТҮРДЕГІ ФУНКЦИЯ ЖӘНЕ ОНЫҢ ҚАСИЕТТЕРІ ГАММА ФУНКЦИЯ АНЫҚТАМАСЫ

Сабдирова К.Ж.
Шымкент университеті

Аннотация

Гамма функция жай сандарға және күрделі арнайы функцияларға қатынасы бар. Онымен танысу үшін басқа арнайы функциялармен танысу қажет. Басқа сөзбен айтқанда көп интегралдар математикалық талдауда гамма-функциясы арқылы өрнектеледі.

Эйлердің гамма функциясы $\Gamma(Z)$.

$\operatorname{Re} Z > 0$ болғанда интеграл мына түрде анықталады

$$\Gamma(Z) = \int_0^\infty e^{-t} t^{z-1} dt \qquad (1)$$

(1) интеграл z бойынша A және δ-ның мәнінде $0 < \delta \le \operatorname{Re} z \le A$ бірқалыпты жинақталады, сол сияқты.

$$\left| e^{-t} t^{z-1} \right| \le \begin{cases} t^{\delta-1}, 0 < t \le 1 \\ e^{-t} t^{A-1}, t > 1 \end{cases}$$

(2)

және $\int_0^1 t^{\delta-1} dt$ және $\int_1^\infty e^{-t} t^{A-1} dt$ жинақталады. Сондықтан $\Gamma(Z)$ функциясы. (2) интегралда анықталған, Re z>0, болғанда аналитикалық болады. Гамма функцияның аналитикалық жалғастырулары бойынша барлық комплекс жазықтықта (1) интегралды екі интегралдың қосындысына бөлген ыңғайлы.

$$\Gamma(Z) = P(Z) = Q(Z),$$

мұнда

$$P(Z) = \int_0^1 e^{-t} t^{z-1} dt \ ;$$

$$Q(z) = \int_1^\infty e^{t} t^{z-1} dt$$

$t \ge 1,$ болса және $\operatorname{Re} z \le A$ онда

$$\left| e^{-t} t^{z-1} \right| \le e^{-t} t^{A-1};$$

сондықтан $Q(Z)$ функциясында анықталған интеграл комплекс жазықтықтың кез-келген ақырлы бөлігінде жинақталады, және $Q(Z)$ функциясы бүтін функция болады. $P(Z)$ функциясын аналитикалық жалғастырулар алу үшін уақытша аламыз, z>0, және e^t функциясын қатарға жіктейміз.

$$e^{-t} = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{t^n}{n!}$$

t^{z-1} барлық жағдайында бұл жіктеуді мүшелеп интегралдасақ

$$P(Z) = \int_0^1 t^{z-1} \left[\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{t^n}{n!} \right] dt = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} \cdot$$

;

$$\cdot \int_0^1 t^{n+z-1} dt = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} \cdot \frac{1}{n+z}$$

Қатар мүшелері функция болады.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} \cdot \frac{1}{n+z}$$

барлық комплекс жазықтықта z=0, -1, -2…. нүктелерінде аналитикалық және кез-келген ақырлы нүктеде бірқалыпты жинақталады. Сонымен қатар қосындысы барлық комплекс жазықтықта аналитикалық. Z=0,-1,-2.. нүктелерінде

$$\Gamma(Z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} \cdot \frac{1}{z-n} + \int_1^{\infty} e^{-t} t^{z-1} dt \qquad (3)$$

формуласы барлық комплекс жазықтықта $\Gamma(Z)$ функциясының ізделінген аналитикалық жалғастыруларын береді. Z=0,-1,-2… нүктесіндеің гамма функциясы бірінші түрдегі полюс болады.

Гамма функциясымен байланысты анықталған интеграл Бета функциясы. Гамма функциясы арқылы өрнектелетін интегралдар класы өте кең. Біз екі мысалмен шектелеміз:

Біреуі келесі формула

$$\int_0^{\infty} e^{-pt} t^{z-1} dt = \frac{\Gamma(z)}{P^z}; \qquad (4)$$

Re z> 0; Re z>0.Егер P>0, онда S+pt айнымалысымен ауыстыру жеткілікті. Алынған шешім кез-келген комплекс мәнінен тарайды. Нақты мән оң болады, аналитикалық принциптің көмегімен жүзеге асады.

Екінші мысалдағы интегалды қарастырайық.

$$\beta(x,y) = \int_0^1 t^{x-1} (x-1)^{y-1} dt \qquad (5)$$

Re x>0, Re >0. Көп әдебиеттерде Эйлердің Бета функциясы деп аталады. Аналитикалық функцияның әр **x** және **y** бойынша (2.2.4) интеграл жинақталады. Бета функциясы гамма функциясы бойынша өрнектелуі мүмкін. Ол үшін жалпы әдісті есептеу үшін $\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx$ Пуассон интегралын қолданамыз.

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} e^{-t} t^{x-1} dt = \int_0^{\infty} e^{-\xi^2} \left(\xi^2\right)^{x-1} 2\xi d\xi,$$

мұнан

$$\Gamma(x)\Gamma(y) = 4 \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} e^{-\left(\xi^2+\eta^2\right)} \left(\xi^2\right)^{x-\frac{1}{2}} \left(\eta^2\right)^{y-\frac{1}{2}} d\xi d\eta$$

Алынған екі еселі интегралды полярлы координаттарда есептейміз,

$$\xi = r\cos\varphi$$
$$\eta = r\sin\varphi$$

деп аламыз.

$$\Gamma(x)\Gamma(y) = 4\int_0^{\infty} e^{-r^2}\left(r^2\right)^{x+y-1} rdr \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\cos^2\varphi\right)^{x-\frac{1}{2}}\left(\sin^2\varphi\right)^{y-\frac{1}{2}} d\varphi =$$

$$= 2\Gamma(x+y)\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\cos^2\varphi\right)^{x-\frac{1}{2}}\left(\sin^2\varphi\right)^{y-\frac{1}{2}} d\varphi$$

Интеграл φ бойынша табылады және $\frac{1}{2}B(x,y)$-та $\cos^2\varphi = t$.

Сондықтан

$$\beta(x,y) = \frac{\Gamma(x)\Gamma(y)}{\Gamma(x+y)} \tag{6}$$

бұл қатынас $B(x,y)$ функциясының кез-келген комплекс мәнінде аналитикалық жалғастыру алуға көмектеседі.

Математикалық және теоретикалық физикада дифференциалдық теңдеулер әрдайым кездеседі, классикалық ортоганальді көпмүшелік үшін жалпылама диффренциалдық теңдеуге келтіретін түрі төмендегідей:

$$\sigma(x)y'' + \tau(x)y' + \lambda y = 0 \tag{7}$$

мұндағы *σ(x) және τ(x)* - бірінші және екінші дәрежеге сәйкес туындылы көпмүшелік, ал λ - комплекс сан.

(2.2.1)түрдегі теңдеуді біз гипергеометриялық түрдегі функция. Бұл атау дербес жағдайда гипергеометриялық функцияның гипергеометриялық түрге келуіне және гипергеометриялық функцияның туындауымен байланысты.

(2.2.1) диффренциалдық теңдеуді өзіндік түйіндес түрде былай жазамыз.

$$\left[\tau(x)\rho(x)y'\right] + \lambda\rho(x)y = 0 \tag{8}$$

Егер *ρ(x)* функциясын кірістіруін қарастырамыз

$$\left[\tau(x)\rho(x)\right]' = \tau(x)\rho(x) \tag{9}$$

теңдеуін қанағаттандыратын дифференциалдық теңдеу аламыз. *ρ(x)* өрнегі үшін классикалық ортогональды көпмүшелік алынатыны анық.

$$\rho(x)\begin{cases} (x-x_1)^{\alpha}(x_2-x)^{\beta} \\ (x-x_1)^{\alpha} e^{\beta x} \\ e^{\alpha x^2+\beta x} \end{cases}$$

Егер *σ(x)* - екінші дәрежелі көпмүшелік, Егер *σ(x)* - бірінші дәрежелі көпмүшелік. *σ(x)* - *x* қа байланысты емес.

Мұндағы x_1 және x_2 - *σ(x) = 0* теңдеуінің түбірлер, $\alpha, \beta -$ кейбір тұрақтылар. Сол сияқты $\rho(x)$-функциясы, басқа сөзбен айтқанда х айнымалысы бір мәнді емес функция, онда комплекс жазықтығында кейбір кесінділердің көбейтіндісі $\rho(x)$-функциясының бірмәнді тармақтарын бөліп шығады.

Анығырақ айтқанда n-дәрежелі көпмүшелік, ν-тұрақтысы, классикалық ортаганалды копмүшелік үшін дифференциялдық теңдеуімен бірге λ-байланысы мына түрде жазылады.

$$\lambda = -\nu\left[\tau^{\cdot}(x) + \left(\frac{\nu-1}{2}\right)\tau^{\cdot\cdot}(x)\right] \tag{2.2.9}$$

Бұл жағдайда $\nu = n$ (n=0,1,2…) болса, онда $\sigma(x)$ және $\tau(x)$ функциясы сәйкес келеді, (2.2.1) теңдеудің дербес шешімі мына функция болад:

$$y_\nu(x) = \frac{1}{\rho(x)}\int \frac{\rho_\nu(Z)}{(Z-x)^{\nu+1}}dz \tag{2.2.10}$$

мұндағы $\rho_\nu(z) = \sigma^\nu(z)\rho(z)$ ал С-кез—келген тұйық контур, z=x-нүкте. Расында бұл жағдайда $y_\nu(x)$-функциясы тура классикалық ортаганальды көпмүшеліктер $\rho_n(x)$-көбейткішке сәйкес келеді. (2.2.10) теңдіктің оң жақ бөлігінде тұрған интеграл $\nu \neq n$ болғанда мағынасы бар. Сондықтан жалпы жағдайда (2.2.6) теңдеудің дербес шешімін іздеу (2.2.10) түрде болатыны анық. Анықталған С-контурында (2.2.6) теңдеудің шешімі болады деп есептейміз.

Дәлелдеу барысында біз z=x-нүктесі С-контурда жатпайды деп алайық, ал

$$\frac{\sigma^\nu(z)\rho(z)}{(z-x)^{\nu+1}}$$

функциясы.

С-контурында z-айнымалымы бойынша бірмәнді аналитикалық болады.

Яғни көпмәнді функциядағы $\dfrac{\sigma^\nu(z)\rho(z)}{(z-x)^{\nu+1}}$ анықталған тармақ алынады.

Егер қайсыбір Д-облысында х-бойынша (2.2.6) интеграл бірқалыпты жинақталатын болса, онда бұл облыста х-бойынша дифференциялданатын интеграл астындағы таңбаға байланысты.

$$\frac{d}{dx}\left[\rho(x)y_\nu(x)\right] = (\nu+1)\int\limits_C \frac{\rho_\nu(z)dz}{(z-x)^{\nu+2}} \tag{2.2.11}$$

$y_\nu(x)$-функциясы үшін $\nu = n$ болғанда қайталап $y_\nu^{\cdot}(x)$ үшін біз төменде интегралды аламыз:

$$y_{\nu}(x)=\frac{\kappa_{\nu}}{\sigma(x)\rho(x)}\int_{C}\frac{\rho_{\nu}(z)}{(z-x)^{\nu}}dz \qquad (2.2.12)$$

мұндағы

$$R_{\nu}=\tau^{/}(x)+\frac{\nu-1}{2}\tau^{//}(x)$$

егер шарт орындалса

$$\left.\frac{\sigma^{\nu+1}(z)\rho(z)}{(z-x)^{\nu+1}}\right|_{z1}^{z2}=0 \qquad (2.2.18)$$

z_1, z_2 – контурының соңы. (2.2.12) өрнектің екі жағында $\sigma(x)\cdot\rho(x)$ – көбейтіп және дифференциялдаймыз. Нәтижесінде (2.2.1) түрдегі дифференциял теңдеуге келеміз, сол сияқты $\lambda=-\nu\kappa_{\nu}$. Бұл жолмен біз (2.2.1) гипергеометриялық теңдеудің дербес шешімі. (2.2.12) түрде анықталатынын дәлелдедік. Дербес жағдайда (2.2.12)гипергеометрилық түрдегі теңдеуге біз $y_{\nu}(x)$ функциясының анықталған нормасын қолданамыз. Егер $y_{\nu}(x)$ өрнегі үшін қосымша қосымша көбейткішіміз қосылса ν-ға байланысты, онда бұл функция рекурентті байланыстарда қанағаттандыратын өзіміздің (2.2.6) түрде дифференциял теңдеудің шешімі болып шығады.

Библиографиялық тізім

1 Владимиров В.С. Уравнение математической физики. М. Наука, 1981.

2 А.Н.Тихонов и А.А.Самарский. Уравнение математической физики. М.1963.

3 Т.Ш. Кальменов «Краевые задачи для линейных и частных производных гиперболического типа». Шымкент, Ғылым-1993

4 Г.М.Фихтенгольц. Курс дифференциального и интегрального исчисления. М.Наука , 1963.

5 М.Абрамовица и И .Стибан. Справочник по специальным функциям. Под редакцией Москва.Наука, 1979.

МАЗМҰНЫ

4 СЕКЦИЯ «МАТЕМАТИКА.ИНФОРМАТИКА. БАҒДАРЛАМАЛАУ»

«Қазіргі заман жағдайындағы ғылым мен білім»
тақырыбындағы Халықаралық
ғылыми-тәжірибелік конференцияның

ЕҢБЕКТЕР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК ТРУДОВ

Международной научно-практической конференции
на тему
«Наука и образование в современных реалиях»

IV том

Басуға 04.05.2021 қол қойылды.
Қалыбы А4. Қарып түрі «Times New Roman»
Ризографиялық басылым.
Көлемі 27,25 шартты баспа табақ. Таралымы 100 дана.

«Нұрлы бейне» баспасында басылды.
Тапсырыс №0408

Шымкент қаласы, А.Байтұрсынов көшесі, 15 Б
e-mail: nurly-beine@mail.ru
+7 701 77 97 167; 8(7252) 50 16 21
+7 775 389 18 28; +7 771 144 46 30